

Eletricidade e Magnetismo II – Licenciatura: **9ª Aula** (27/08/2012)

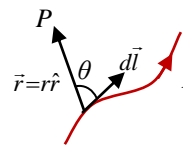
Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

- Espira com corrente I sob ação de um \vec{B}_{ext} sofre um torque (para provocar alinhamento da espira com o campo):

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad ; \quad \vec{m} = IA\hat{n} \quad (\text{momento de dipolo magnético})$$

- Lei de Biot-Savart:
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$



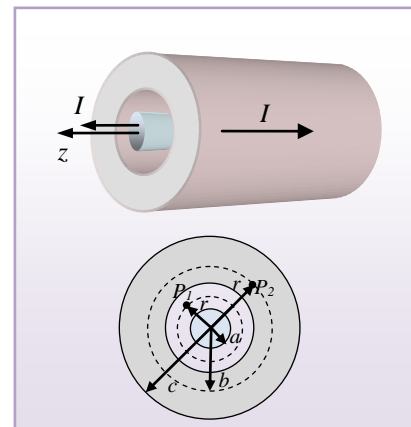
Onde $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}} \equiv$ permeabilidade magnética do meio.

- Quando a geometria do sistema for conveniente:

Lei de Ampère:
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enl.}}$$

Exemplo: Supor um cabo coaxial infinito com corrente $+I$ uniforme no condutor interno (central), maciço e de raio r , e corrente $-I$ uniforme no condutor externo, que possui raios b e c ($b < c$). Calcular \vec{B} em todo o espaço.

- A simetria do sistema indica que $\vec{B} = B\hat{\phi}$ em todos os pontos do espaço em que houver campo.
- Na região ($a < r < b$), escolhendo como circuito apropriado um círculo de raio r que passa por P_1 :



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = B \oint dl = (B)(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{enl.}} = \mu_0 I$$

$$\therefore \vec{B}(a < r < b) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi} \quad (1)$$

- Este resultado corresponde ao campo magnético nas imediações de um fio infinito percorrido por uma corrente I (decai com $1/r$).
- Na região ($r < a$), considerando que a distribuição de corrente é uniforme:

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = (B)(2\pi r) \\ \frac{I_{\text{enl}}}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi a^2} \Rightarrow I_{\text{enl}} = \frac{I r^2}{a^2} \end{array} \right. \quad \therefore \boxed{\vec{B}(r < a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r \hat{\phi}} \quad (2)$$

(o campo cresce com r !)

➤ Na região ($b < r < c$): novamente, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = (B)(2\pi r)$

➤ Só que agora: $I_{\text{enl}} = I^{\text{int}} - I^*$, onde I^* é a porcentagem da corrente envolvida do coletor externo pelo laço amperiano (circuito passando pelo ponto P_2).

➤ Da figura: $\frac{I^{\text{ext}}}{(\pi)(c^2 - b^2)} = \frac{I^*}{(\pi)(r^2 - b^2)} \Rightarrow I^* = \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} I^{\text{ext}}$

➤ Sendo:

$$I^{\text{ext}} - I^{\text{int}} = I \Rightarrow I_{\text{enl}} = I - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} I = I \left(1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) \Rightarrow I_{\text{enl}} = I \left(\frac{c^2 - \cancel{b^2} - r^2 - \cancel{b^2}}{c^2 - b^2} \right)$$

$$\therefore \boxed{\vec{B}(b < r < c) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left(\frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2} \right) \hat{\phi}} \quad (3)$$

➤ E para pontos fora do cabo, como $I_{\text{enl}} = I - I = 0$:

$$\boxed{\vec{B}(r > c) = 0} \quad (4)$$

➤ Analisando os resultados obtidos:

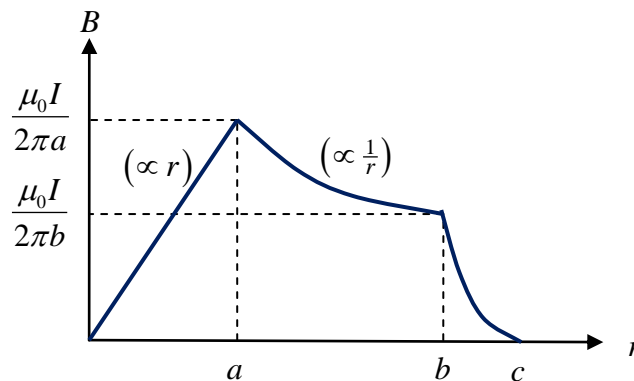
i. $B(r=0) = B(r < a)|_{r=0} = 0$

ii. $B(r=a) \left\{ \begin{array}{l} \text{usando eq. (1): } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \\ \text{usando eq. (2): } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} \end{array} \right. \checkmark$

iii. $B(r=b) \left\{ \begin{array}{l} \text{usando eq. (2): } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \\ \text{usando eq. (3): } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \left(\frac{c^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) \end{array} \right. \checkmark$

$$\text{iv. } B(r=c) \begin{cases} \text{usando eq. (3): } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \left(\frac{c^2 - c^2}{c^2 - b^2} \right) = 0 \\ \text{usando eq. (4): } B = 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

➤ Graficamente:



➤ **O solenoide (indutor):** Dispositivo que armazena energia na forma de campo magnético.

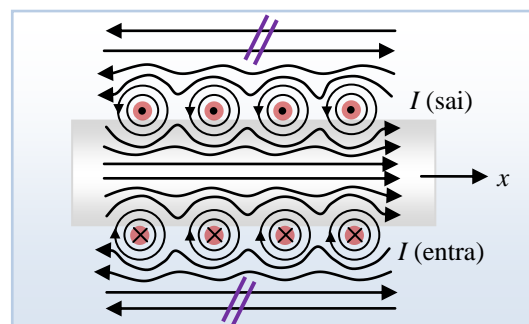
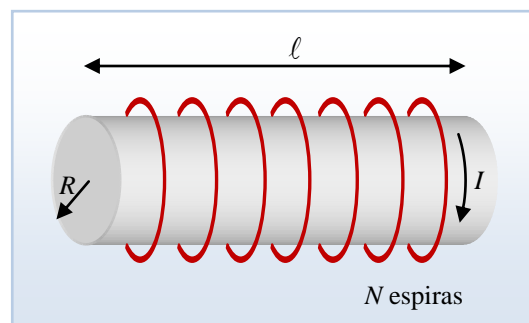
➤ Aproximação que estaremos sempre adotando: $\ell \gg R$ (de forma que os efeitos de borda podem ser desprezados).

➤ Neste caso, como calcular o campo magnético criado pela corrente que circula nas N espiras?

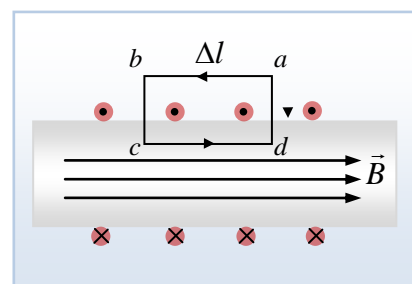
➤ Vamos primeiro observar a configuração das linhas de campo, pegando um corte transversal do solenóide (ver figura).

➤ Como vemos, o campo magnético no interior do solenóide criado pelas espiras se soma enquanto externamente ele se anula!

➤ Usando a lei de Ampère:



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\text{não há campo}} + \underbrace{\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \perp d\vec{l}} + \underbrace{\int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \perp d\vec{l}} + \underbrace{\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \perp d\vec{l}} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = (B)(\Delta l) = \mu_0 I_{enl} = (\mu_0) \underbrace{(n \Delta l)}_{\substack{\text{n}^\circ \text{ de espiras} \\ \text{no interior} \\ \text{da circulação} \\ \text{(enlaçadas)}}} I;$$

➤ Sendo que: $n = \frac{N}{\ell} \equiv$ densidade linear de espiras.

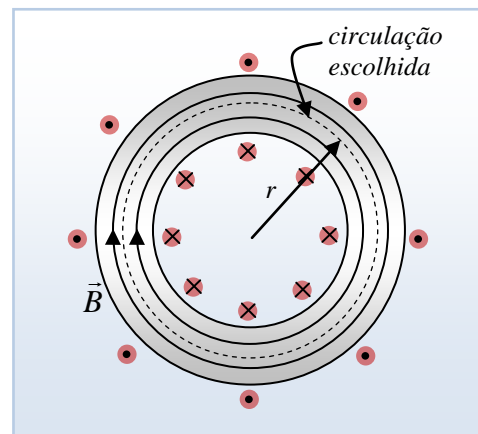
➤ Portanto:

$$\boxed{\vec{B}_{\text{solenóide}} = \mu_0 n I \hat{i}}$$

➤ **O Toroide:**

$$\begin{cases} \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = (B)(2\pi r) \\ I_{enl} = NI \end{cases}$$

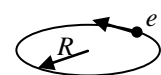
$$\therefore \boxed{\vec{B}_{\text{toroide}} = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r} \hat{\phi}}$$



➤ Fenômeno da magnetização: como entender o campo magnético criado por ímãs?

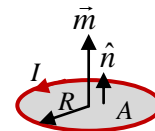
➤ Um modelo que descreve a magnetização apresentada pelo ímã considera o movimento clássico dos elétrons nos átomos/moléculas como pequenas “espiras de corrente”.

➤ De forma que: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{e}{T} = ef = \frac{e\omega}{2\pi} = \frac{e}{2\pi} \frac{v}{R}$



➤ A cada uma dessas espiras podemos associar um “momento de dipolo magnético”:

$$\vec{m} = IA\hat{n} = \frac{ev}{e\pi f} \pi r^2 \hat{n} \Rightarrow \boxed{\vec{m} = \frac{evr}{2} \hat{n}}$$



➤ Ainda, lembrando a definição de momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$$\vec{L}_{\text{elétron (mov. orbital)}} = rmv \hat{n} = (m) \left(2 \frac{\vec{m}}{e} \right) \Rightarrow \boxed{\vec{m} = -\frac{e}{2m} \vec{L}}$$

Para indicar que o elétron tem carga -