Eletricidade e Magnetismo II – Licenciatura: *8ª Aula* (23/08/2012)

Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

- $V = RI \quad \Rightarrow \quad \int \vec{E}\cdot d\vec{l} = \dfrac{\rho L}{A}\int \vec{J}\cdot\hat{n}\,dA \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{J} = \sigma\vec{E}}$ $\qquad (\sigma = 1/\rho)$

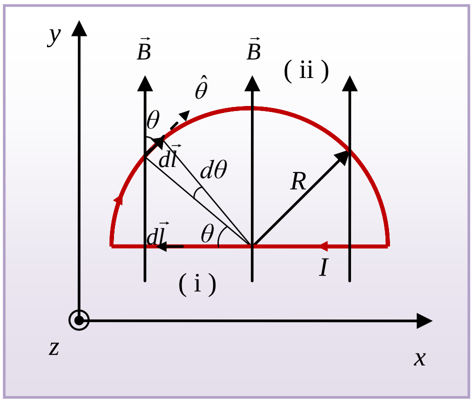
- Também: $\boxed{\vec{J} = nq\vec{v}_m}$; n ≡ densidade volumétrica de portadores de carga
  (~ cm/s)

- Densidade volumétrica de força $\vec{f} = \vec{J}\times\vec{B}$.

- Em um fio com corrente I: $d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F} = I\int_a^b d\vec{l}\times\vec{B}}$$

Exemplo: Um fio condutor na forma de um semicírculo de raio R é percorrido por uma corrente I. O circuito está no plano xy e submetido a um campo $\vec{B}$ uniforme na direção de y. Ache a força em cada trecho do fio.



- Trecho (i): $d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$; $\begin{cases} d\vec{l} = dl\left(-\hat{i}\right) \\ \vec{B} = B\hat{j} \end{cases}$

  $\left(-\hat{i}\times\hat{j} = -\hat{k}\right)$

  $\therefore \vec{F} = -I\hat{k}\int_{(i)} Bdl \Rightarrow \boxed{\vec{F}_{(i)} = -2RIB\hat{k}}$

- Trecho (ii): Agora $d\vec{l} = dl\hat{\theta}\times\vec{B}$; $\begin{cases} d\vec{l} = Rd\theta\hat{\theta} \\ \vec{B} = B\hat{j} \end{cases}$ $\qquad \left(\hat{\theta}\times\hat{j} = +\hat{k}\right)$

  Portanto, em módulo, $\left|d\vec{l}\times\vec{B}\right| = dlB\sin\theta = Rd\theta B\sin\theta$, de forma que

$$F = IRB\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta = IRB\left(-\cos\theta\right)_0^{\pi} = IRB(1+1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_{(ii)} = 2IRB\hat{k}}$$

- Note que a “espira” sofre um torque de forma a alinhar-se com o campo $\vec{B}$ externo: este é o princípio do motor elétrico.

- Definindo-se $\boxed{\vec{m} = IA\hat{n}}$ $\equiv$ ***momento de dipolo magnético.***

  temos que: $\boxed{\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}}$ como visto no semestre passado (para uma espira retangular).

- Se a espira tiver N enrolamentos $\boxed{\vec{m} = NI\vec{A}}$

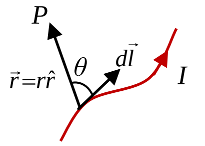
Fontes de campo magnético:

- Como seria um campo magnético? Como funciona o ímã?

- Acidentalmente, o físico dinamarquês Oested descobriu em 1819 que a corrente I de um fio provocava a deflexão da agulha de um ímã localizada próximo do fio: *produzia* $\vec{B}$.

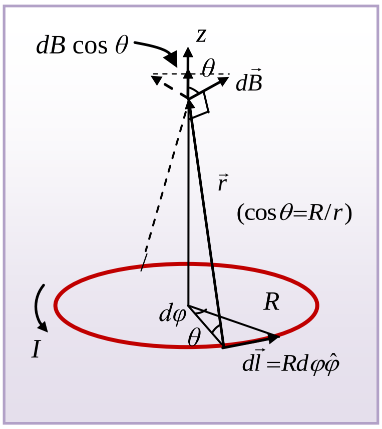
- Um mês depois, aproximadamente, os físicos Biot e Savart propuseram uma fórmula obtida empiricamente para o cálculo do $d\vec{B}$ produzido por um $d\vec{l}$ do fio com corrente I

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}}$$



Onde $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ $\left(\frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}}\right)$ é a ***permeabilidade magnética do meio***.

Exemplo: Calcular $\vec{B}$ ao longo do eixo axial de uma espira circular de raio R, sendo percorrida por uma corrente I



- Devido à simetria, $\vec{B} = B\hat{k}$ (contribuição na direção paralela ao plano da espira, dos elementos de corrente diametralmente opostos, cancelam-se).

- Então, $B = \int dB\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{Rd\varphi}{r^2} \frac{R}{r}$, onde

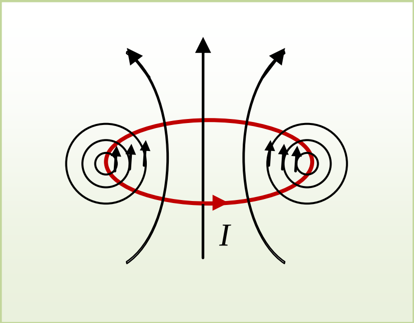
  $r = \left(R^2 + z^2\right)^{1/2}$

- Assim, $B = \frac{\mu_0 IR^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2 + z^2\right)} \cdot N\,\hat{k}$

- Em particular:

- 1º) $B(z=0)=\frac{\mu_0 I}{2R}\hat{k}$ (no centro da espira)
- 2º) $\left|\vec{B}(z \gg R)\right| = \frac{\mu_0 I R^2}{2z^3} = \frac{\mu_0 |\vec{m}|}{2\pi z^3}$ (campo de um dipolo magnético decai com a distância ao cubo)

- Configuração espacial das linhas de força:



- Agora, da mesma forma que utilizamos a Lei de Gauss para o cálculo do campo elétrico, quando a geometria do sistema era adequada, temos a "*Lei Circuital de Ampère*" para o cálculo do campo magnético:

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enl.}}}$$

(note que trata-se de uma integral de linha)

- Esta expressão vale sempre, mas só é conveniente utilizada quando dois critérios puderem ser satisfeitos:

1. Percurso escolhido deve ser, em todos os pontos, paralelo ou perpendicular às linhas de campo $\vec{B}$:

   i) Se $d\vec{l} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$

   ii) $d\vec{l} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{B}\cdot d\vec{l} = Bdl$

2. Quando $d\vec{l} \parallel \vec{B}$, $\Rightarrow \left|\vec{B}\right|$ deve ser constante ao longo do percurso