Eletricidade e Magnetismo II – Licenciatura: *6ª Aula* (16/08/2012)

Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

- Capacitor isolado: $C = KC_0$; sendo que $K = \dfrac{\epsilon}{\epsilon_0} \equiv$ constante dielétrica (K ≥1)

- Consequentemente: $V = \dfrac{V_0}{K}$ e $E = \dfrac{E_0}{K}$

- Capacitor de <u>placas paralelas</u> (em vácuo): $V_0 = E_0 d$ e $E_0 = \sigma / \epsilon_0 \longrightarrow C_0 = \dfrac{\epsilon_0 A}{d}$

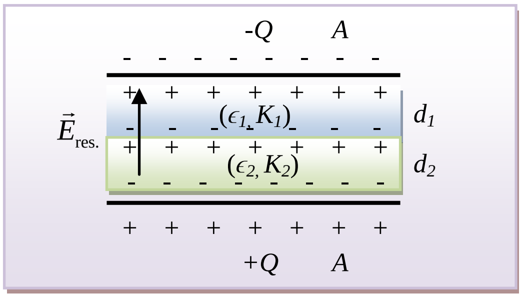
- Dipolos elétricos induzidos: $\vec{p}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$

- Vetor Polarização: $\vec{P} = \dfrac{\vec{p}_{\text{total}}}{\text{volume}}$ (unidade: C/m^2)

- Lei de Gauss generalizada: $\boxed{\oint \vec{D} \cdot \hat{n}\, dA = q_{\text{int. livre}}}$

- $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ e $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.

Exemplo. Obter a capacitância equivalente para as configurações abaixo com dielétricos K_1, ϵ_1, K_2, ϵ_2 supondo capacitores isolados:



<u>*1º Caso*</u>

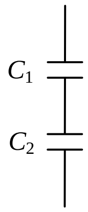
➢ Quero $C_{eq} = \dfrac{Q}{V}$; sendo $d_1 + d_2 = d$

➢ Como $V_1 = E_1 d_1$ e $V_2 = E_2 d_2$; e sendo que $V_1 + V_2 = V$ (diferença de potencial entre as placas do capacitor).

➢ Então $V = d_1E_1 + d_2E_2 = d_1 \dfrac{E_0}{K_1} + d_2 \dfrac{E_0}{K_2}$ onde $\sigma = Q / A$.

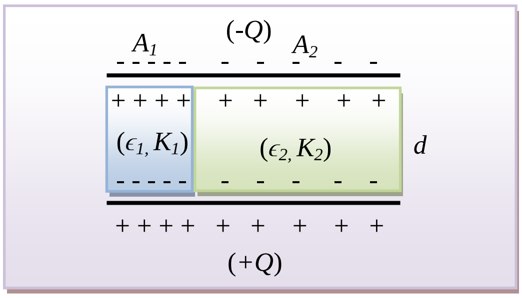
- Assim: $V=\dfrac{d_1Q}{\underbrace{K_1\epsilon_0}_{=\epsilon_1}A}+\dfrac{d_2Q}{\underbrace{K_2\epsilon_0}_{=\epsilon_2}A}=Q\left(\underset{\overset{\uparrow}{1/C_1}}{\dfrac{d_1}{\epsilon_1A}}+\underset{\overset{\uparrow}{1/C_2}}{\dfrac{d_2}{\epsilon_2A}}\right)$

- Portanto, $\underline{\dfrac{V}{Q}=\dfrac{1}{C_{eq}}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}$ $\equiv$ capacitores em série $\rightarrow$



(ver na figura a distribuição das <u>cargas de polarização</u> correspondente)

2º Caso



- Note agora que sendo a polarização das moléculas diferente em cada meio, o campo resultante, e, consequentemente, a distribuição de cargas, também não será a mesma!

- Então $\sigma_1=Q_1/A_1$ e $\sigma_2=Q_2/A_2$ onde $A_1+A_2=A$ e $Q_1+Q_2=Q$.

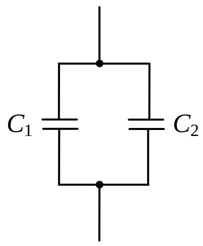
- Note ainda que as placas metálicas devem corresponder a equipotenciais e, então, as diferenças de potenciais serão iguais: $V_1=V_2=V$. Consequentemente: $E=\dfrac{E_0}{K}=\dfrac{\sigma}{\epsilon_0K}=\dfrac{\sigma}{\epsilon}$ em cada meio.

- Assim, $C_{eq}=\dfrac{Q}{V}=\dfrac{Q_1+Q_2}{V}=\dfrac{Q_1}{V_1}+\dfrac{Q_2}{V_2}=\dfrac{A_1\sigma_1}{V_0/K_1}+\dfrac{A_2\sigma_2}{V_0/K_2}$

$$\Rightarrow C_{eq}=\frac{K_1A_1\epsilon_1}{V_0}E_1+\frac{K_2A_2\epsilon_2}{V_0}E_2=\frac{\cancel{K_1}A_1\epsilon_1}{V_0}\frac{E_0}{\cancel{K_1}}+\frac{\cancel{K_2}A_2\epsilon_2}{V_0}\frac{E_0}{\cancel{K_2}}$$

- Finalmente, como $E_0/V_0=1/d$,

$\underline{C_{eq}=\underbrace{\dfrac{A_1\epsilon_1}{d}}_{=C_1}+\underbrace{\dfrac{A_2\epsilon_2}{d}}_{=C_2}\Rightarrow C_{eq}=C_1+C_2}$ $\equiv$ capacitores <u>em paralelo</u>! $\rightarrow$



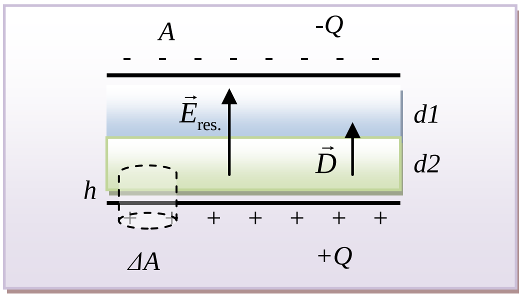
- Pergunta: nestas duas situações, como obteríamos $\vec{E}$, $\vec{P}$, $\vec{D}$?

1º Caso

- Aplicando a Lei de Gauss, utilizando superfície gaussiana cilíndrica (ver figura abaixo):

$$\oint \vec{D}\cdot\hat{n}\,dA = q_{\substack{\text{int.}\\ \text{livre}}} = \sigma\Delta A$$

$$\Rightarrow D \underbrace{\int_{\substack{\text{tampa}\\ \text{super.}}} dA}_{=\Delta A} = \sigma\Delta A \quad \Rightarrow \quad \boxed{D = \sigma = Q/A}$$

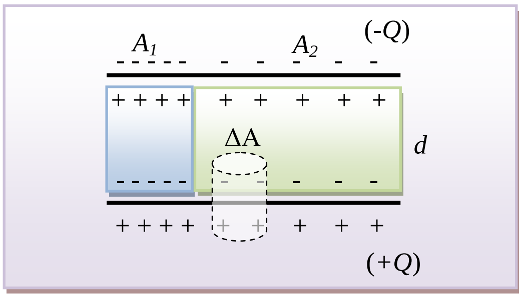


- E note que o valor de $|\vec{D}|$ é o mesmo para qualquer ponto entre as placas do capacitor.

- Ou seja, $\vec{D} = \vec{D}_1 = \vec{D}_2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{D}/\epsilon_1 \\ \vec{E}_2 = \vec{D}/\epsilon_2 \end{cases}$

- Finalmente, da equação $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, obtenho P1 e P2.

2º Caso



- Novamente aplicamos Gauss em cilindro gaussiano:

$$\begin{cases} D_1 = \sigma_1 = \epsilon_1 E_1 \\ D_2 = \sigma_2 = \epsilon_2 E_2 \end{cases}$$

- Mas como $E_1 = \dfrac{V_1}{d}$ e $E_2 = \dfrac{V_2}{d}$, então $V_1 = V_2 \;\rightarrow\; E_1 = E_2$

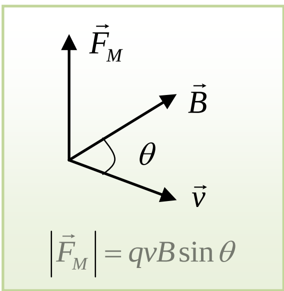
O Campo Magnético

Cronologia:

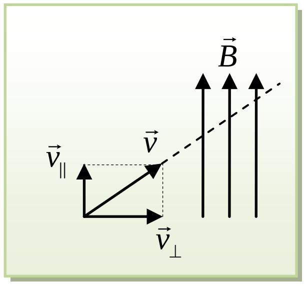
- ~ 800 a.C. os gregos descobrem a magnetita (Fe_3O_4)
- ~1100 d.C. os chineses utilizam a bússola
- ~ 1600 d.C. William Gilbert explica o funcionamento da bússola e distingue os fenômenos elétricos dos magnéticos.
- Unidade: Tesla (SI) ou gauss (1T = 10.000 G)
- Descobriu-se depois, experimentalmente, que toda carga q com velocidade $\vec{v}$, na presença de um campo $\vec{B}$, sente uma força

$$\boxed{\vec{F}_M = q\vec{v}\times\vec{B}}$$

regra da mão-direita

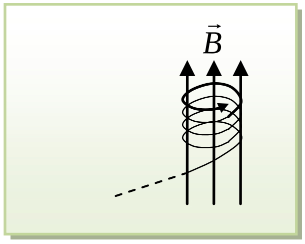


- Se uma carga q tem velocidade $\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$ em relação ao campo $\vec{B}$, então



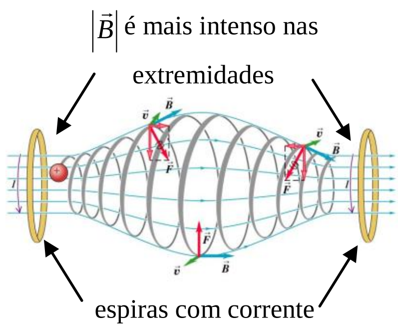
$$\frac{\vec{F}_M}{q} = \left(\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}\right) \times \vec{B} = \cancel{\vec{v}_{\parallel} \times \vec{B}} + \vec{v}_{\perp} \times \vec{B}$$

fazendo com que essa carga de massa m descreva um círculo de raio $r = \dfrac{mv}{qB}$, além de um movimento uniforme no sentido paralelo ao campo magnético.



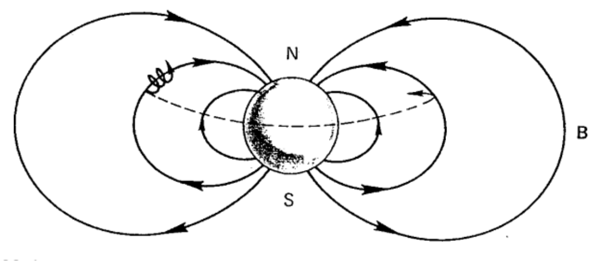
- Ou seja, a trajetória é uma <u>hélice</u>.
- Duas situações importantes que envolvem configurações de campo magnético $\vec{B}$ não-uniforme:

*1º) **Dispositivo "Garrafa magnética":***



- Mostra-se que as cargas seguindo as linhas de força invertem o sentido de movimento na região de máxima intensidade do campo (passando a oscilar de um lado para o outro), permanecendo confinas (aprisionadas).
- Ideia: manter confinadas as cargas de um gás a altíssimas temperaturas (o plasma) enquanto maior energia é injetada para ocorrer a fusão nuclear.
- Para evitar a fuga de cargas pelas extremidades (em decorrência de colisões), utilizam-se máquinas toroidais tipo "tokamaks".

*2º) **Cinturão de van Allen**:*



- Cargas elétricas provenientes principalmente do Sol são aprisionadas pelo campo magnético terrestre.
- Nas regiões polares, as cargas colidem com as moléculas de ar da atmosfera e podem dar origem às auroras.

Corrente Elétrica

- Agora, se cargas elétricas em movimento sofrem uma força $\vec{F}_M$ quando há campo magnético presente, o que ocorre quando as cargas percorrem um fio, formando uma corrente elétrica?

- Correte elétrica ≡ cargas em movimento: $I = \dfrac{dq}{dt}$ $\left(\frac{C}{s} \equiv \text{ampère}\right)$

- Por convenção, corrente ≡ movimento de cargas positivas.