Eletricidade e Magnetismo II – Licenciatura: *27ª Aula* (12/11/2012)

Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

- Vetor de Poynting $\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}}$

  Módulo: fornece a energia por unidade de tempo, por unidade de área transportada pela onda;

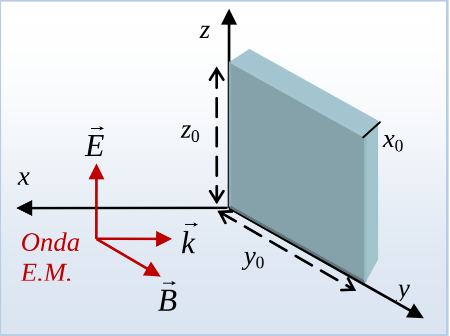
  Direção e sentido: o mesmo do vetor de onda $\vec{k}$

  Unidade: W/m^2

- Intensidade de onda: $\boxed{I = \bar{S} = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2}$

- Duas propriedades importantes relacionadas com as ondas EM:

  1. Transferem momento linear e energia (e, portanto exercem pressão)
  2. Podem ser polarizadas.



- Para investigarmos o 1º efeito, vamos supor uma onda EM atingindo a região (y_0, z_0, Δx) de uma placa infinita, sendo totalmente absorvida (não estamos especificando se a placa é condutora ou não).

- Naturalmente, espera-se que o campo elétrico oscilante $\vec{E}$ da onda, atingindo o elemento unitário $y_0 z_0$ da placa, crie uma d.d.p. entre a base e o topo, induzindo o deslocamento de cargas.

- Associada a este deslocamento de cargas teremos uma densidade de corrente elétrica de forma que a corrente elétrica *I* que flui uniformemente neste elemento da placa pode ser escrita como:

$$I = (J)(\Delta S) = (J)(y_0 \Delta x)$$

- Por outro lado, a d.d.p. induzida (devido ao campo $\vec{E}$ da onda) será:

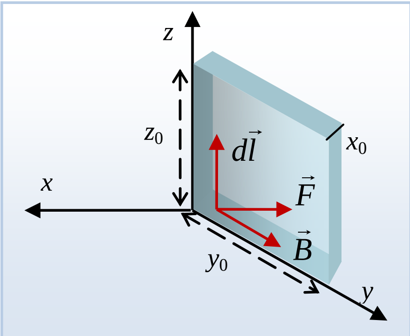
$$\mathcal{E} = Ed = (E)(z_0)$$

- Havendo $\mathcal{E}$ e I induzidas na placa, então haverá uma potência correspondente (transferida à placa pela onda EM):

$$P = \mathcal{E}I = (Ez_0)(Jy_0\Delta x) \quad \Rightarrow \quad \underbrace{P = \frac{dU}{dt}}_{\substack{\text{taxa de transf.}\\ \text{de energia}}} = (EJ)\underbrace{(y_0 z_0 \Delta x)}_{\Delta Volume} \qquad (1)$$

- Agora, a onda EM também transporta um campo magnético $\vec{B}$ oscilante, que irá agir sobre estas cargas em movimento (corrente).

- De forma que surge então uma força $\boxed{d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}}$ que atuará sobre a própria placa.



- Ou seja:

$$\vec{F}_{\substack{\text{elemento}\\ \text{da placa}}} = (I)(z_0\hat{z}) \times (B\hat{y}) = IBz_0(\hat{z} \times \hat{y}) = -Iz_0B\hat{x}$$

força contra a placa!

- Note que quando o campo $\vec{E}$ da onda (na placa) inverte o sentido (oscila), então tanto a corrente induzida ($d\vec{l}$) quanto o campo $\vec{B}$ também invertem o sentido.

- Ou seja, a força $\vec{F}$ aplicada sobre o elemento considerado da placa infinita será sempre contra a placa (ver figura).

- Tirando o módulo da equação anterior:

$$F_{\text{placa}} = \frac{dp}{dt} = Iz_0B = (Jy_0\Delta x)(z_0 B) = JB\Delta V_{volume}\text{ ; e usando } E = cB\text{:}$$

$$\boxed{\frac{dp}{dt} = \frac{JE}{c}\Delta V_{volume}} \qquad (2)$$

- Comparando as equações (1) e (2):

$\boxed{\dfrac{dp}{dt} = \dfrac{1}{c}\dfrac{dU}{dt}}$; ou seja, a taxa de variação de momento linear transferida pela onda

$$\text{E.M. para a placa} \equiv \left(\frac{1}{c}\right)(\text{variação da energia da onda})$$

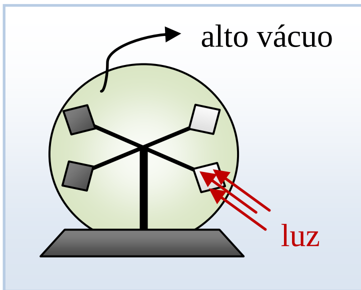
- Mas, como já sabemos: $\frac{F}{A} \equiv \text{Pressão}$

- Definimos então como "*Pressão de Radiação* $\mathcal{P}$" como sendo a taxa de transferência de momento linear pela onda EM à superfície, por unidade de área.

- Ou seja, $\boxed{\mathcal{P} = \frac{1}{A}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{cA}\frac{dU}{dt}}$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{\bar{\mathcal{P}} = \frac{1}{c}\underbrace{\frac{1}{A}\overline{\frac{dU}{dt}}}_{\bar{S}=I}}$

- Instantaneamente: $\boxed{\mathcal{P} = \frac{S}{c}}$ (*Pressão de Radiação* instantânea)

- **Exemplo**: Um feixe luminoso de 100 W de potência incide nas pás totalmente refletoras de um radiômetro em alto vácuo. Com que força a luz, incidindo perpendicularmente, empurra cada pá?



Obtivemos: $F = \frac{dp}{dt} = \frac{1}{c}\frac{dU}{dt}$ que, em termos dos valores médios: $\bar{F} = \overline{\frac{dp}{dt}} = \frac{1}{c}\overline{\frac{dU}{dt}}$

- Esta expressão, porém, foi obtida considerando a ***absorção*** total da radiação incidente.

- No caso da ***reflexão*** total, considerando que a onda incidente transporta um momento linear $\vec{p}_i$, após a reflexão total seu momento (final) será: $\vec{p}_f = -\vec{p}_i$

- De forma que: $\Delta\vec{p}_{feixe} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = -\vec{p}_i - \vec{p}_i = -2\vec{p}_i$

- Pela conservação de momento linear, a placa então recebe $+2\vec{p}_i$

- Concluímos, portanto, que $\boxed{F_{\text{reflexão total}} = 2F_{\text{absorção total}}}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{F}_{\substack{\text{reflexão}\\ \text{nas pás}}} = \frac{2}{c}\left(\overline{\frac{dU}{dt}}\right)_{\text{feixe}}} \Rightarrow \boxed{\bar{\mathcal{P}}_{\substack{\text{reflexao}\\ \text{total}}} = \frac{2}{c}\frac{1}{A}\left(\overline{\frac{dU}{dt}}\right) = \frac{2I}{c}}$$

- Retornando ao nosso exercício: $F_{\text{pás}} = \frac{2}{c}\bar{\mathcal{P}} = \left(\frac{2}{3\times10^8}\right)(100) \Rightarrow F_{\text{pás}} = 6,7\times10^{-7}\,N$

(sentido: empurrando as pás)