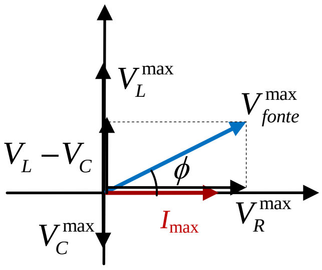
Eletricidade e Magnetismo II – Licenciatura: *22ª Aula* (25/10/2012)

Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

- Circuito RLC com fonte AC
- Em qualquer instante t, a corrente é a mesma em cada elemento do circuito e quanto à tensão: $V_{fonte} = V_R + V_L + V_C$
- A soma deve ser feita utilizando o

  diagrama de fasores correspondente:



- De forma que $\boxed{V_{fonte} = ZI(t)}$, $\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (\chi_L - \chi_C)^2}}$ ≡ impedância do circuito
- Em termos dos valores de pico: $\boxed{I_{max} = \dfrac{V_{max}}{Z}}$; e a constante de fase é dada por:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\chi_L - \chi_C}{R}\right)$$

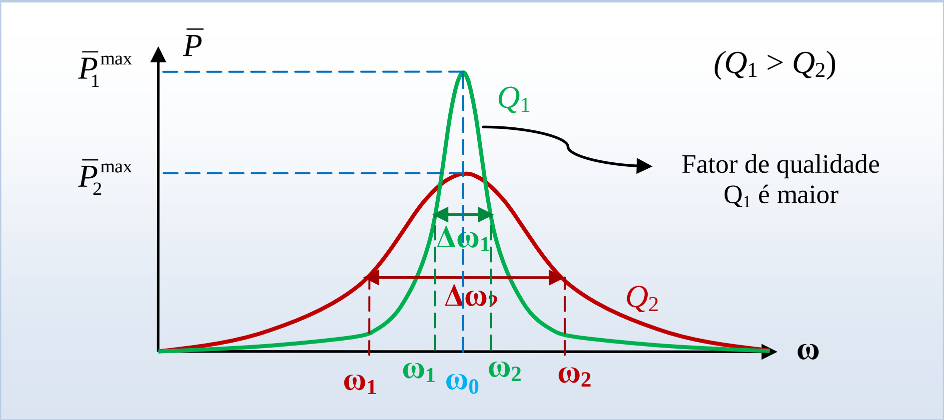
- Na situação em que $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, então a potência media injetada no circuito será máxima.

  frequência da fonte

  frequência natural do sistema (de ressonância)

- $\bar{P} = \left.\dfrac{V_{ef}^2 R\omega^2}{R^2\omega^2 + L^2\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)}\right|_{\chi_l = \chi_C} = \dfrac{V_{ef}^2}{R}$ (e o indutor e o capacitor não exercem qualquer influência no circuito!)

➢ Uma curva característica da potência média absorvida pelo circuito:



- Note que a largura da distribuição indica quão rapidamente a potência média do circuito (proporcional a corrente que nele circula) varia com a variação do valor de ω da fonte

- Daí a idéia de definir o "***fator de qualidade***" Q do circuito como sendo $Q = \omega_0/\Delta\omega$, sendo $\Delta\omega \equiv$ largura a meia-altura ($\Delta\omega$ medido quando a potência injetada no circuito corresponde à metade do valor máximo possível)

- Faremos agora uma discussão simplificada (não muito rigorosa) do "*Fator de Potência*"

- Quando lidamos com circuito simples, composto por uma bateria (CC) e um resistor, temos que a potência consumida pelo circuito será:

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

- Quando temos um circuito RLC alimentado por uma fonte de tensão alternada, a corrente no circuito, como vimos, vai estar defasada de ϕ em relação à tensão, de forma que podemos escrever:

$$\begin{cases} V = V_0 \cos \omega t \\ I = I_0 \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$$

- Vamos agora analisar a potência média consumida pelo circuito (que estará sendo sustentada pela fonte de tensão AC)

$$\bar{P}_{\text{consumida}} = \bar{P}_{\text{fonte}} = \overline{VI} = V_0 I_0 \overline{(\cos \omega t)\left[\cos(\omega t + \phi)\right]} = V_0 I_0 \overline{(\cos \omega t)\left[\cos \omega t \cos \phi \mp \sin \omega t \sin \phi\right]}$$

$$\bar{P} = V_0 I_0 \overline{\left[\cos^2 \omega t \cos \phi \mp \cos \omega t \sin \omega t \sin \phi\right]} = V_0 I_0 \left[\cos \phi \underbrace{\overline{\cos^2 \omega t}}_{=1/2} \mp \sin \phi \underbrace{\overline{\cos \omega t \sin \omega t}}_{=0}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{P} = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos \phi}$$

"Fator de Potência"

- Em termos de tensão e corrente <u>eficazes</u>:

$$\bar{P} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\sqrt{2}V_{ef}\right)\left(\sqrt{2}I_{ef}\right)\cos\phi \quad \Rightarrow \quad \boxed{\bar{P}_{\text{consumida}} = I_{ef}V_{ef}\cos\phi}$$

- Ou seja, quando a diferença de fase entre a tensão e a corrente do circuito for

$$\begin{cases} \phi = 0 & \Rightarrow \quad \cos\phi = 1 \quad \text{e} \ \therefore \quad \bar{P} = I_{ef}V_{ef} \equiv \text{valor máximo} \\ \phi = \dfrac{\pi}{2} & \Rightarrow \quad \cos\phi = 0 \quad \text{e} \ \therefore \quad \bar{P} = 0 \equiv \text{valor mínimo} \end{cases}$$

- A primeira vista pode parecer interessante adequar o circuito para que o fator de potência seja o mínimo possível; daí a $P_{\text{consumida}}$ seria baixa (em relação à potência I_{ef} V_{ef} injetada pela fonte) e, portanto, menor seria a conta de luz no final do mês.

- Mas observe que se $\phi \to \frac{\pi}{2}$, então $\cos\phi \to 0$. Isto significa que $\tan\phi = \tan\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right) \to \tan\frac{\pi}{2} \to \infty$ e, portanto $R \to 0$, ou seja, nenhum trabalho útil seria realizado.

- Então, por que se preocupar com o fator de potência de uma instalação elétrica?

- Na verdade, são as companhias que fornecem a energia elétrica (em kW-hora) que exigem $\cos\phi \sim 1$ para que a energia que ela disponibiliza não retorne à rede (e não haja desperdício de energia)

- **Exemplo**. Um motor que trabalha em plena carga (rendimento de 100%) com potência média de 15 CV (1 CV = 736 W), é alimentado com tensão V_{ef} = 220 V e possui fator de potência *FP* = 92% $(\cos\phi = 0,92)$. a) determine a corrente eficaz que circula pela rede de alimentação devido a este motor; b) faça o mesmo considerando FP= 51%

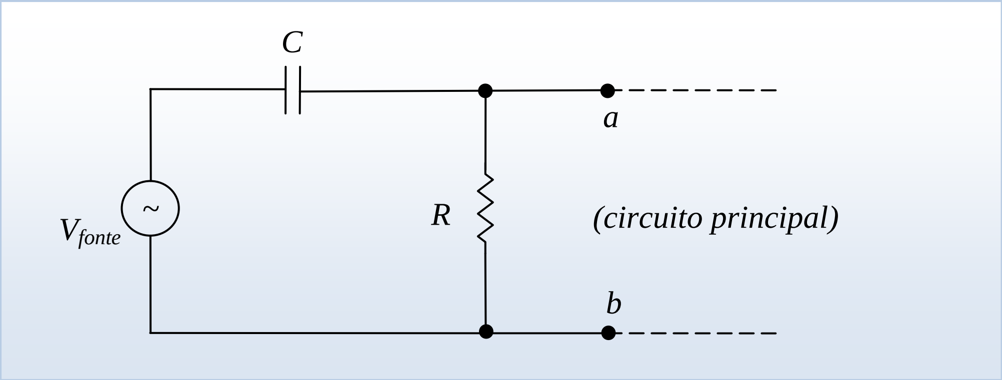
a) $\bar{P} = I_{ef}V_{ef}\cos\phi = (15)(736) = 11040 \text{ W} \quad \Rightarrow \quad I_{ef} = \dfrac{11040}{(220)(0,92)} = 54,5 \text{ A}$

b) Igualmente: $I_{ef} = \dfrac{11040}{(220)(0,51)} = 98,5 \text{ A}$

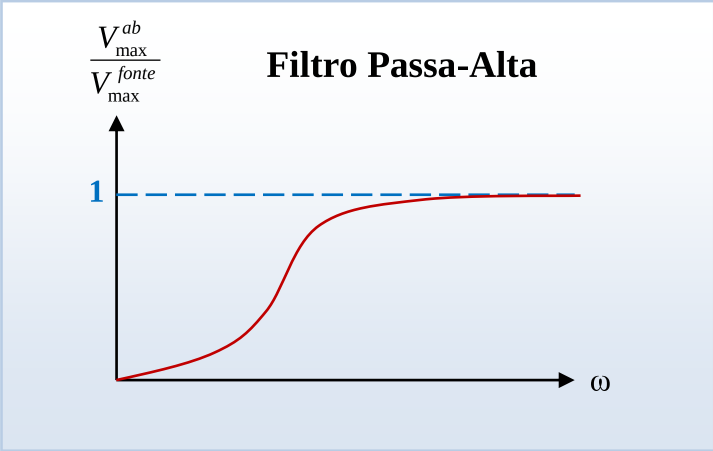
- Ou seja, o motor funcionando com mesma potência necessita uma corrente bem menor no 1º caso (no segundo caso, 90ª de corrente que circula na rede não é de fato utilizada!). Indústrias com fator de potência menor que 92% podem ser multadas!

Filtros

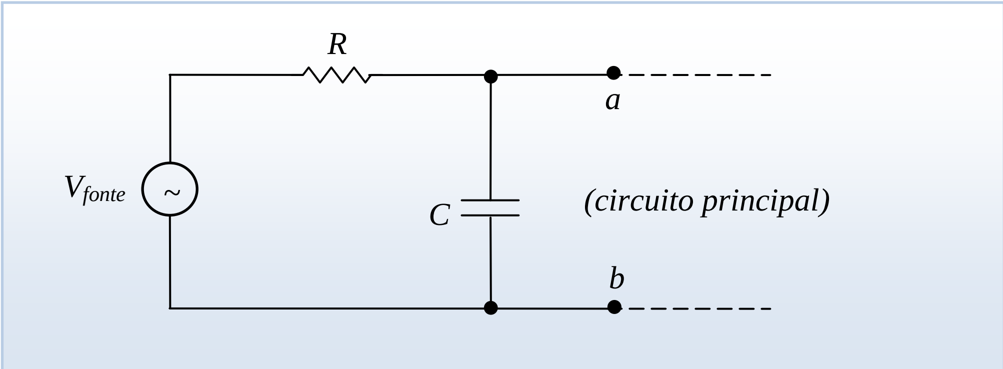
- Nas atividades práticas, um sinal de tensão ou corrente geralmente é composto por uma superposição de ondas senoidais de diferentes freqüências e amplitudes.
- Em muitas situações, torna-se necessário “limpar” o sinal que se deseja medir em um circuito; daí o uso de filtros construídos utilizando-se resistores, indutores e capacitores.
- Um exemplo



- Vamos avaliar a tensão nos terminais ***ab*** do filtro acima, que corresponde à tensão sobre o resistor.
- Neste caso $V_R(t) = V_{ab}(t) = RI(t)$; sendo que $\boxed{V_{\max}^{ab} = I_{\max} R}$ e $\boxed{I_{\max} = \frac{V_{\max}^{fonte}}{Z}}$
- Como $Z = \sqrt{R^2 + \left(\cancel{\chi_L}^{0} - \chi_C\right)} \quad \Rightarrow \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$
- Então $V_{\max}^{ab} = \dfrac{\left(V_{\max}^{ab}\right)(R)}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$
- Observando que quando $\begin{cases} \omega \to 0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{V_{\max}^{ab}}{V_{\mathrm{m}}^{fonte}} \to 0 \\ \omega \to \infty \quad \Rightarrow \quad \dfrac{V_{\max}^{ab}}{V_{\max}^{fonte}} \to 1 \end{cases}$

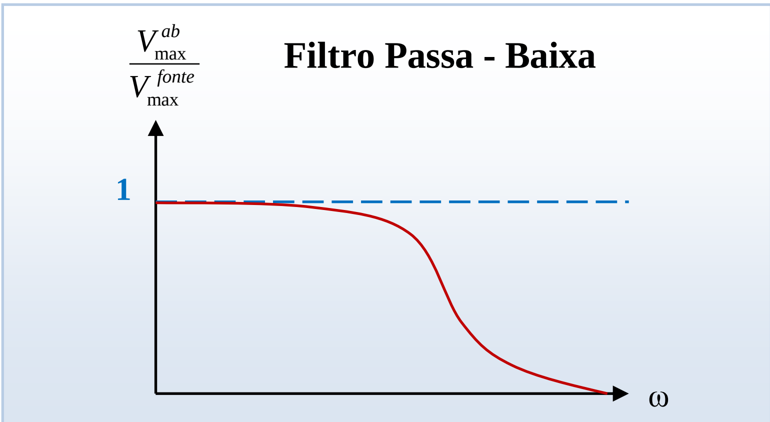


➢ Agora se a tensão for medida <u>no capacitor</u>:



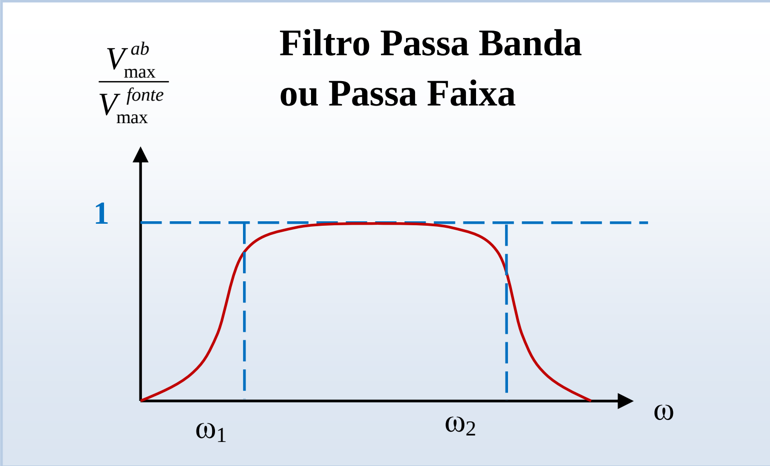
➢ Novamente

$$V^{ab}_{\max} = I_{\max}\chi_C = \left(\frac{V^{fonte}_{\max}}{Z}\right)\left(\frac{1}{\omega C}\right); \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



➢ Há outras maneiras de se construírem filtros, inclusive fazendo uso de indutores.

➢ Associando apropriadamente estes filtros podemos, inclusive. ter um filtro <u>passa banda</u>:


Filtro Passa Banda
ou Passa Faixa
$\frac{V_{max}^{ab}}{V_{max}^{fonte}}$
1
ω1
ω2
ω