Eletricidade e Magnetismo II – Licenciatura: *21ª Aula* (22/10/2012)

Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

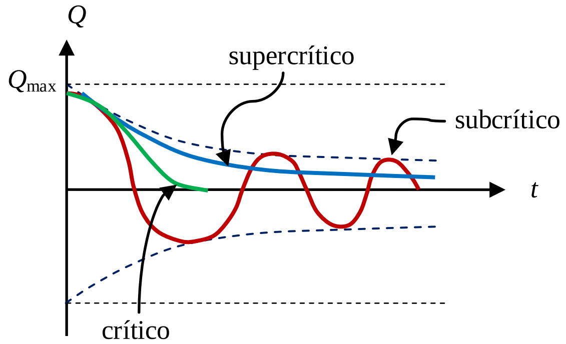
- Circuito RLC – sem fonte externa

  i. Amortecimento subcrítico $\quad Q(t) = Ae^{-\gamma t/2}\cos(\omega t + \delta)$

  ii. Amortecimento crítico $\quad Q(t) = Ae^{-\gamma t/2}(A + Bt)$

  iii. Amortecimento supercrítico $\quad Q(t) = Ae^{-\gamma t/2}\left(Ae^{\beta t} + Be^{-\beta t}\right)$

Sendo que $\boxed{\gamma = \dfrac{R}{L}}$ $\quad \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ $\quad \boxed{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \dfrac{\gamma^2}{4}}}$ $\quad \boxed{\beta = \sqrt{\dfrac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}}$



- Circuito com tensão/corrente alternada:

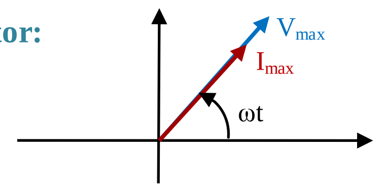
  i. $\boxed{I_{\text{eficaz}} = \dfrac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 I_{\max}}$ e $\boxed{V_{\text{eficaz}} = \dfrac{V_{\max}}{\sqrt{2}}}$

  ii. Circuito com fonte AC + resistor $\Rightarrow$ V(t) e I(t) ***em fase***.

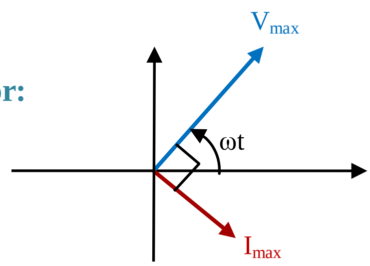
  Circuito AC + indutor $\Rightarrow$ V(t) ***adianta-se*** a I(t) de π/2

- Diagrama de fasores correspondentes:

Resistor:



Indutor:

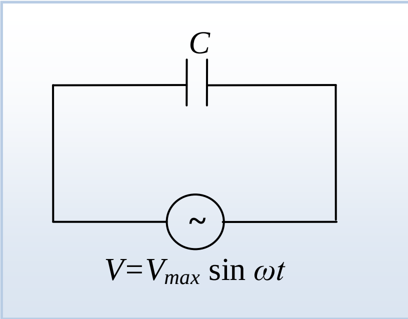


- Sendo $\boxed{\chi_L = \omega L}$ a reatância indutiva.

Capacitor conectado em fonte AC

- Balanço de energia $V\cancel{I} = \frac{d\overbrace{U_C}^{\frac{Q^2}{2C}}}{dt} = \frac{Q}{C}\cancel{\frac{dQ}{dt}}$

  $\Rightarrow \boxed{Q(t) = CV_{\max}\sin(\omega t)}$

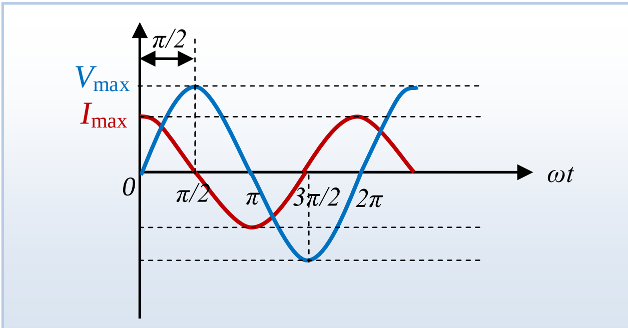


- Portanto $\boxed{I = \frac{dQ}{dt} = C\omega V_{\max}\cos(\omega t)}$

- Diagramas correspondentes:

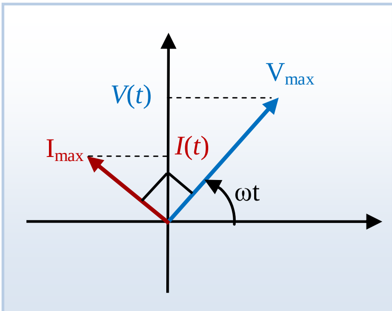
ωt	V sin ωt	I cos ωt
0	0	1
π/2	1	0
Π	0	-1
3π/2	-1	0
2π	0	1

I adianta-se



- Novamente, do resultado acima:

$$\boxed{I_{\max} = C\omega V_{\max}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_{\max} = \underbrace{\frac{1}{\omega C}}_{\equiv \chi_C} I_{\max}}$$



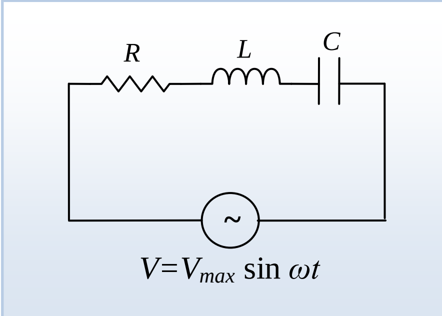
- Mostrando que $\chi_C = \frac{1}{\omega C}$ tem unidade Ohm:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{(\times\omega)} \omega C = \frac{\omega Q}{V} = \frac{1}{\chi_C} = \frac{\omega Q}{V} \quad \Rightarrow \quad \chi_C = \frac{V}{\omega Q} \equiv \frac{\text{Volt}}{\text{Coulomb/s}} \equiv \frac{\text{Volt}}{\text{Ampère}} \equiv Ohm$$

- Note que se $\boldsymbol{\omega}$ aumenta (diminui) χ_C diminui (aumenta) e, portanto,

$$V_{\max} = \chi_C I_{\max} \begin{cases} V_{\max} & \text{diminui (aumenta)} \\ I_{\max} & \text{aumenta (diminui)} \end{cases}$$

Circuito RLC com fonte AC



- Note que a corrente em um dado instante t qualquer, deve ser a mesma em cada elemento do circuito.

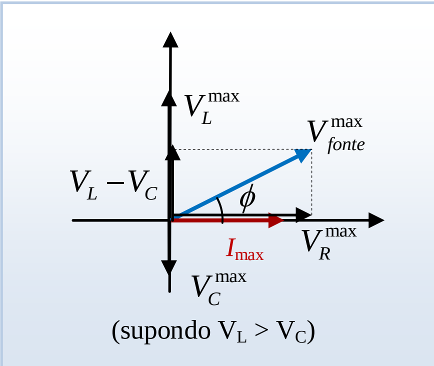
- Uma maneira simples de conhecer a fase da corrente (em relação à tensão aplicada) é através do diagrama de fasores, utilizando os resultados já obtidos anteriormente.

- Como vimos:

    1. No resistor: I(t) e V(t) estão em fase
    2. No indutor: V(t) adianta π /2 em relação a I(t)
    3. No capacitor V(t) atrasa π/2 em relação a I(t)

- Sendo que $\boxed{V_{\text{fonte}} = V_R + V_L + V_C}$ para qualquer instante t

- Esta soma é realizada através do diagrama de fasores:



- De forma que a diferença de fase ϕ entre $V(t)$ e $I(t)$ será (por Pitágoras):

$$
\begin{aligned}
V_{\text{fonte}}^2 &= V_R^2 + (V_L + V_C)^2 = R^2 I^2 + (\chi_L I - \chi_C I)^2 \\
&= R^2 I^2 + \chi_L{}^2 I^2 + \chi_C{}^2 I^2 - 2\chi_L \chi_C \\
&= I^2 \left(R^2 + \chi_L{}^2 + \chi_C{}^2 - 2\chi_L \chi_C\right)
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{V_{\text{fonte}} = I \underbrace{\sqrt{R^2 + \left(\chi_L{}^2 - \chi_C{}^2\right)^2}}_{\text{"Impedância do circuito" (Z)}}}
$$

- Em termos dos valores máximos destas grandezas:

$$
\boxed{I_{\max} = \frac{V_{\max}}{Z}}; \quad
\begin{cases}
\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (\chi_L - \chi_C)^2}} \\
\tan\phi = \dfrac{V_L - V_C}{V_R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi = \arctan\left(\dfrac{\chi_L - \chi_C}{R}\right)}
\end{cases}
$$

- De forma que, quando:

- $\chi_L > \chi_C \quad \Rightarrow \quad \phi > 0$ e V(t) estará adiantada em relação a $I(t)$

- $\chi_L < \chi_C \quad \Rightarrow \quad \phi < 0$ e V(t) estará atrasada em relação a $I(t)$

- $\chi_L = \chi_C \quad \Rightarrow \quad \phi = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = R$ apenas! V(t) e I(t) estão em fase $\Rightarrow$ termos o ***fenômeno de ressonância***.

➢ Ou seja, <u>na ressonância</u> temos $\boxed{\chi_L = \chi_C}$

➢ Pode-se mostrar, na condição de ressonância, que a potência média que o circuito absorve do gerador é dado por:

$$\boxed{\bar{P} = \frac{V_{ef}^2 R\omega^2}{R^2\omega^2 + L^2\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)}}; \qquad \begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ \omega = \text{frequência da fonte externa} \end{cases}$$

➢ Note que $\bar{P}$ é máxima quando $\omega = \omega_0 \rightarrow \bar{P} = \dfrac{V_{ef}^2}{R}$