Eletricidade e Magnetismo II – Licenciatura: *13ª Aula* (17/09/2012)

Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

- Diamagnetismo: Este efeito surge em materiais que não possuem momento de dipolo magnético resultante, e se deve pelo aumento/diminuição da velocidade angular eletrônica quando um campo magnético externo é aplicado, ocorrendo repulsão

$$\boxed{\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega} \qquad \Delta\omega \sim \frac{eB}{2m_e}$$

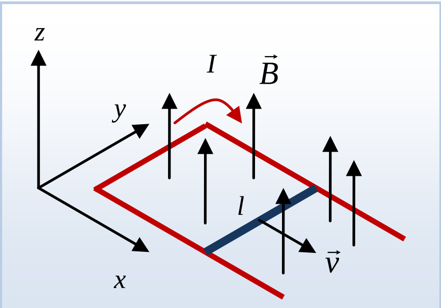
- Lei de Faraday: $\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\phi_M}{dt}}$

  Lei de Lenz

- Ou então:

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_M}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\cdot\hat{n}\, dA}$$

➢ **Exemplo 1**: Um fio de comprimento *l* desloca-se com velocidade *v* constante, formando uma espira retangular. Havendo um campo B_{ext} uniforme e perpendicular ao plano da espira, determine a f.e.m. induzida.

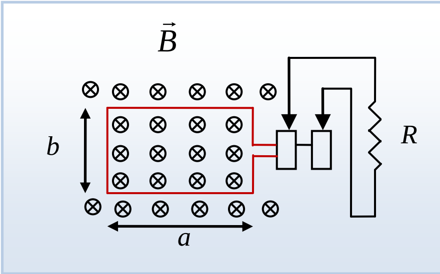


➢ É fácil observar que o fio, deslocando-se, aumenta a área (por ele formada) atravessada pelo $\vec{B}_{ext}$ $\rightarrow$ fluxo no sentido do eixo *z* aumenta $\rightarrow$ para haver contra-fluxo, uma corrente *I* é induzida no sentido horário (ver figura).

➢ Agora, como $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_M}{dt}$, $\phi_M = \int \vec{B}\cdot\hat{n}\, dA = \int B\, dA = B\int dA = B\int dxdy$

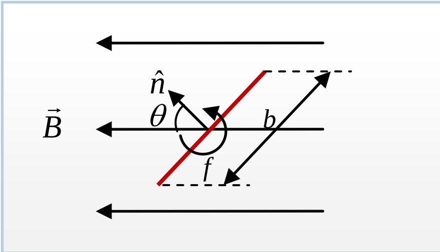
$$\Rightarrow \mathcal{E} = -B\underbrace{\int dy}_{=l}\ \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{=v\ (\text{cte})} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathcal{E} = -Bvl}$$

- **Exemplo 2**: Faz-se girar com frequência *f* uma bobina constituída por *N* espiras retangulares, cada uma com comprimento *a* e largura *b*, na presença de um campo magnético *B* uniforme, entrando na página.



- a) calcule a f.e.m. induzida na bobina; b) projete uma bobina para a qual a amplitude da f.e.m. seja igual a 220V quando girada a 60 revoluções por segundo, com B = 0,5T.

a) $\mathcal{E} = -\dfrac{d\phi_M}{dt}$ → olhando a bobina de frente:



- Temos então que:

$$\phi_{1\text{esp.}} = \int \vec{B}\cdot\hat{n}\,dA = \int B\cos\theta\,dA \Rightarrow \begin{pmatrix}\text{N espiras}\\ \text{e } B \text{ cte.}\end{pmatrix} \Rightarrow \phi_M = NB\int \cos\theta\,dA$$

- Note: trata-se de uma integral sobre a área e θ varia com o tempo [θ = θ(t)]; ou seja:

$\theta = \theta_0 + \omega t$, onde podemos escolher $\theta_0 = 0$ em t = 0, e $\omega = 2\pi f$.

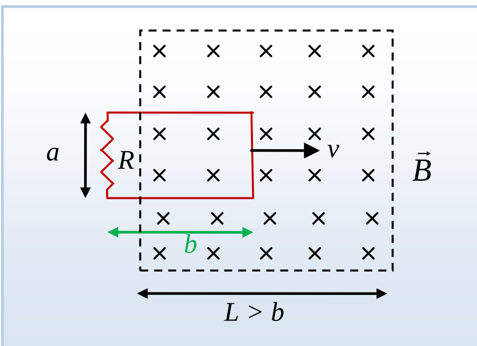
- Então: $\phi_M = NBab\cos(2\pi f t)$.

- Finalmente: $\mathcal{E} = -\dfrac{d\phi_M}{dt} = (-NBab)(-\sin(2\pi ft))(2\pi f) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \underbrace{(2\pi fNabB)}_{\text{cte, } que\ chamarei\ \mathcal{E}_0}(\sin(2\pi ft)) = \mathcal{E}_0 \sin(2\pi ft)$$

b) Para $\mathcal{E}_0 = 220\text{ V} \Rightarrow 220\text{ V} = (2\pi)(60)(0,5)(Nab) \Rightarrow Nab = 1{,}17\ m^2 \equiv A_{\text{efetiva}}$

- **Exemplo 3**. Uma espira retangular de resistência *R* e lados *a* e *b* atravessa, com velocidade *v* constante, uma região quadrada de lados *L* (*L* > *b*) na qual existe um campo magnético uniforme e constante B_0 entrando na página.



  a) Calcule a corrente induzida na bobina; ela é constante?

  b) Qual é a potência dissipada na resistência *R* enquanto a espira está sendo introduzida na região de campo magnético uniforme?

  c) Qual a força $\vec{F}$ que a espira sente quando (i) está entrando, (ii) está totalmente imersa e (iii) está saindo da região de campo.

d) Faça um gráfico de $\vec{F}$ em função do tempo.

➢ Resolução:

a) Quero corrente, lembrando: $\mathcal{E} = Ri$; $\mathcal{E} = -\dfrac{d\phi}{dt}$ e $\phi = \int \vec{B}\cdot\hat{n}\,dA = \int B\,dA = B\int dxdy$

Então $\mathcal{E} = -B\int \underbrace{\dfrac{dx}{dt}}_{=v} dy \quad\Rightarrow\quad \mathcal{E} = -Bva$ (constante), e $\therefore$ $\boxed{i = \dfrac{\mathcal{E}}{R} = -\dfrac{Bva}{R}}$

b) $P = \mathcal{E}i = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R} \quad\Rightarrow\quad P = \left(\dfrac{1}{R}\right)\left(B^2v^2a^2\right)$

c) $d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$; $I = i \equiv$ corrente induzida

i) Espira entrando: i tem sentido anti-horário (para se opor ao aumento do fluxo de campo magnético através da espira).

Conforme a figura acima, a força resultante surge no sentido <u>contrário</u> ao movimento

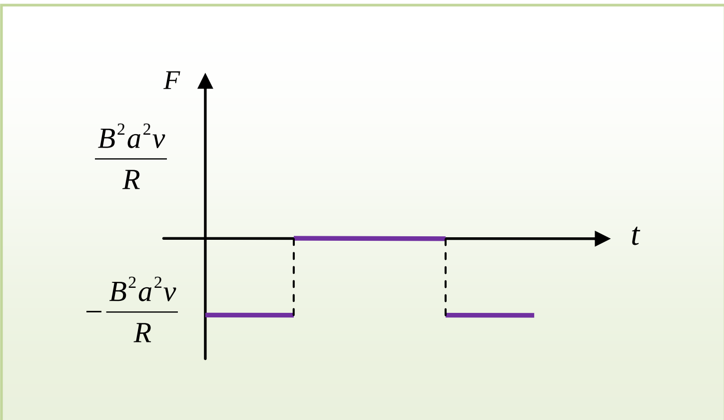
Ou seja, $F_{res} = iB\int dl = iBa = \dfrac{B^2a^2v}{R}$ (sentido contrário ao movimento da espira).

ii) Espira totalmente imersa: $\mathcal{E} = \dfrac{d\phi}{dt} \Rightarrow i = 0$ e $\therefore$ $F_{res} = 0$

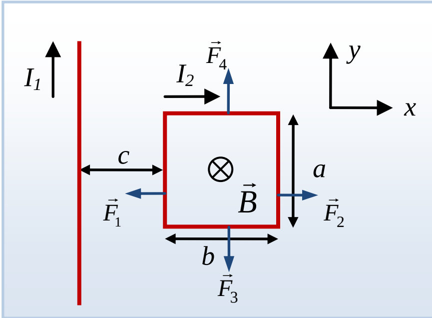
iii) Espira saindo: agora a corrente induzida circula no sentido horário (opondo-se a diminuição do fluxo de B)

Note que a força resultante surge <u>novamente no sentido contrário</u> ao movimento:
$F_{res} = \dfrac{B^2a^2v}{R}$.

d)



- **Exemplo 4.** Os condutores da figura são finos e estão no mesmo plano. O fio da esquerda tem comprimento infinito e conduz corrente I_1 = 15A, enquanto o fio da espira quadrada conduz corrente I_2 = 8A. Considere que $a = b = c$ = 1m. a) qual é a força que age sobre a espira quadrada? b) Supondo agora que $I_2 = 0$ e $I_1 = I_0 \cos \omega t$, calcule a f.e.m. induzida na espira.



a) $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$; sendo que $\vec{B} = \vec{B}_{fio\,\infty} = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$ (pela *Lei de Ampère*)

$$\therefore \left|d\vec{F}\right| = dF = (I_2)(dx)(B_{fio}) = (I_2)(dx)\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\right)$$

- Calculando as forças F_3 e F_4: $F_3 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \displaystyle\int_c^{c+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\left(\frac{b+c}{c}\right) = -F_4$

- Força F_1: $F_1 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi c} \displaystyle\int_0^a dy \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi c}(-\hat{x})$

- Igualmente, pelo mesmo raciocínio: $\vec{F}_2 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi (c+b)}\hat{x}$

- $$F_R = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{c+b}\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\left(\frac{\cancel{c} + b - \cancel{c}}{c(c+b)}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(15)(8)}{2\pi}\left(\frac{1}{1(1+1)}\right)$$

$$\therefore \quad F_R = 120 \times 10^{-7}\, N \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_R = 1,2 \times 10^{-5}(-\hat{x})\, N}$$

b) $\mathcal{E} = -\dfrac{d\phi}{dt} = \dfrac{d}{dt}\displaystyle\int \vec{B}\cdot\hat{n}\, dA = -\frac{d}{dt}\int \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} dxdy; \quad I_1 = I_0 \cos \omega t$

$$\therefore \mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\int_c^{c+b}\frac{dx}{x}\right] = -\frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 a}{2\pi} I_0 \cos \omega t \, \ln\left(\frac{c+b}{c}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = +\frac{\mu_0 a I_0}{2\pi}\ln\left(\frac{c+b}{c}\right)\ \omega \sin \omega t = \frac{\left(\overset{2}{\cancel{4\pi}} \times 10^{-7}\right)(1) I_0}{\cancel{2\pi}} \ln\left(\frac{1+1}{1}\right)\omega \sin \omega t$$

$$\therefore \quad \boxed{\mathcal{E} = 2 \times 10^{-7}(\ln 2)(I_0 \omega)\sin \omega t}$$