

Física da Atmosfera

Composição da atmosfera até temperatura

Henrique de Melo Jorge Barbosa

Universidade de São Paulo, Instituto de Física

15 de Março de 2018

Começando do básico

Composição

A atmosfera é composta de 3 gases principais: O_2 , N_2 e Ar e vários gases traços: H_2O , CO_2 , O_3 , CH_4 e outros.

Variáveis

As principais variáveis que caracterizam o ar são pressão (P), densidade (ρ) e temperatura (T), que variam no tempo e no espaço e se relacionam pela equação de estado.

Densidade do ar

A densidade total do ar é a massa total por unidade de volume, ou seja, é a soma das massas dos gases, dos hidrometeoros e dos aerossóis.

Moléculas		5×10^{-4}	2.5×10^{19}	1.2×10^3
	peq	< 0.2	$10^3 - 10^6$	1×10^{-6}
Aerossóis	med	$0.2 - 1$	$1 - 10^4$	$< 250 \times 10^{-6}$
	grd	> 1	< 10	$< 500 \times 10^{-6}$
Hidrom.	nuvem	$5 - 200$	$1 - 1000$	$0.01 - 1$
	chuva	$1 - 8 \times 10^3$	$10^{-3} - 10^{-2}$	$0.1 - 1$
		μm	cm^{-3}	g/m^3

Isso significa que a densidade do ar pode ser calculada apenas com a massa dos gases!

Pressão

A pressão é o peso por unidade de área horizontal. Isso é a pressão hidrostática, ou seja, consideramos a atmosfera em repouso (sem aceleração vertical)

Esta hipótese é verdadeira quando é feita uma média sobre uma área grande (> 3 km diâmetro) e fora de nuvens e tempestades, caso contrário as acelerações podem ser grandes! Neste caso, a pressão seria não hidrostática.

Equação de estado

A equação de estado pode ser simplificada quando as forças intermoleculares são pequenas, isto é quando:

- baixa pressão
- alta temperatura

Isso significa que o gás está diluído.

Nas condições típicas da atmosfera, a lei dos gases ideais dá um erro $< 0.2\%$ em relação à equação de estado.

Lei dos gases ideais

- Lei de Boyle (1661) - Fala sobre a compressibilidade. Em temperatura constante, a pressão é inversamente proporcional ao volume:

$$P \propto \frac{1}{V}, T = cte$$

- Lei de Charles (1787) - Fala sobre a expansão térmica. Em pressão constante, o volume é proporcional a temperatura:

$$V \propto T, P = cte$$

- Lei de Avogrado (1776-1856) - Em pressão e temperatura constantes, o volume é proporcional ao números de moles, independente do gás, e $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ moléculas / mol.

$$V \propto n, P = cte, T = cte$$

Lei dos gases ideais

Combinando as 3 leis, temos a equação dos gases ideais:

$$PV = nRT$$

- onde $R = 8.31\text{J/K/mol}$ é a constante universal dos gases.

Usando a constante de Avogrado, a equação pode ser escrita como:

$$P = \frac{n}{V} N_A \frac{R}{N_A} T = NkT$$

- $R/N_A = 1.38 \times 10^{-23}\text{J/K}$ é constante de Boltzman
- nN_A é o número total de moléculas do gás

Assim, $N = n N_A/V$ é o número de moléculas por unidade de volume.

Lei dos gases ideais

A equação dos gases ideais também pode ser escrita como:

$$P = \frac{n}{V} m_a \frac{R}{m_a} T = \rho R' T$$

- $R' = R/m_a$ é a constante do gás
- m_a é a massa molar do gás (massa/mol),

Assim, $n m_a$ é a massa total e:

$$\rho = \frac{nm_a}{V}$$

é a densidade.

$$P = \frac{n}{V}RT = \frac{n}{V}m_a\frac{R}{m_a}T = \rho R' T = \frac{n}{V}N_A\frac{R}{N_A}T = NkT$$

Mistura de Gases

- A lei de Dalton diz que a pressão total de um gás é a soma das pressões parciais de cada constituinte.
- Pressão parcial é a pressão que aquele gás teria se ocupasse o volume sozinho!

Portanto:

$$P_{atm} = \sum_i P_i = kT \sum_i N_i = kTN_{atm}$$

- onde N_{atm} é o número total de moléculas por unidade de volume.

Mistura de Gases

Na atmosfera, os gases principais são nitrogênio, oxigênio e argônio:

N_2	~	78.08%
O_2	~	20.95%
Ar	~	0.93%
Soma		99.96%

Além destes, há o vapor de água e este tem concentração altamente variável no espaço e no tempo.

Assim, separamos apenas em ar seco (*dry*) e vapor:

$$P_a = P_v + P_d$$

Vapor e ar seco

Podemos escrever a equação para o vapor de água e o ar seco:

$$P_d = \rho_d R_d T, m_d = 28.966 \text{g/mol}, R_d = 287.04 \text{J/kg/K}$$

$$P_v = \rho_v R_v T, m_v = 18.02 \text{g/mol}, R_v = 461.40 \text{J/kg/K}$$

O problema são as duas constantes diferentes:

$$P_v = \rho_v \frac{R_v}{R_d} R_d T = \rho_v R_d \frac{T}{\epsilon}$$

Onde o famoso ϵ vale:

$$\epsilon = \frac{R_d}{R_v} = \frac{R}{m_d} \frac{m_v}{R} = \frac{m_v}{m_d} = 0.622$$

Equação de estado para a atmosfera

A equação de estado para o ar com umidade, vale então:

$$P_a = P_d + P_v = \rho_d R_d T + \rho_v R_v T = R_d T \left(\rho_d + \frac{\rho_v}{\epsilon} \right)$$

Multiplicando por ρ_a , e usando $\rho_a = \rho_d + \rho_v$

$$= \rho_a R_d T \frac{\rho_d + \rho_v/\epsilon}{\rho_a} = \rho_a R_d T \left(\frac{\rho_a - \rho_v}{\rho_a} + \frac{\rho_v}{\rho_a \epsilon} \right)$$

Definindo a umidade específica como ρ_v/ρ_a , então:

$$= \rho_a R_d T (1 - q_v + q_v/\epsilon)$$

$$= \rho_a R_d T \left(1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} q_v \right)$$

Onde $(1 - \epsilon)/\epsilon = 0.608$

Temperatura virtual

Podemos usar R_d para o ar úmido desde que usemos uma nova temperatura:

$$T_v = T \left(1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} q_v \right)$$

Podemos pensar na temperatura virtual de duas maneiras:

a temperatura necessária para o ar seco ter pressão e densidade iguais ao do ar úmido com q_v .

a temperatura que o ar seco teria se fosse aquecido pelo calor latente armazenado em q_v .

Abundância

Concentração específica foi definida como a fração de massa em relação ao ar úmido. Também é usual outra medida:

Razão de mistura

é a fração de volume ou de massa em relação ao ar seco.

$$\text{massa} \Rightarrow \omega_q = \frac{\rho_q}{\rho_d} = \frac{m_q N_q}{m_d N_d} = \frac{m_q p_q}{m_d p_d} = \frac{m_q n_q}{m_d n_d} = \frac{m_q}{m_d} \chi_q$$

$$\text{volume} \Rightarrow \chi_q = \frac{N_q}{N_d} = \frac{p_q}{p_d} = \frac{n_q}{n_d}$$

Variação na vertical

P , T e ρ variam na vertical independente da equação de estado.

Na troposfera,

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ é linear} \\ P \text{ é exponencial} \end{array} \right.$$

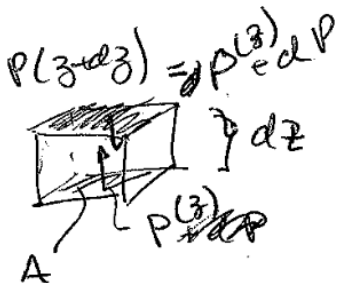
Por exemplo,

$P = 500hPa$	\sim	$5.5km$
$P = 100hPa$	\sim	$16km$
$P = 1hPa$	\sim	$48km$

A pressão varia na vertical porque a força gravitacional comprime o ar nesta direção. A variação é dada pela equação hidrostática.

Equação hidrostática

Se a parcela de ar não está acelerada na vertical, então a força peso deve estar em equilíbrio com o gradiente de pressão!



$$PA - (P + dP)A = \rho A dz g$$

$$dP = -\rho g dz$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

Equação hidrostática

Essa equação pode ser escrita em diferenças finitas como:

$$\frac{P_k - P_{k+1}}{z_k - z_{k+1}} \simeq - \frac{\rho_k + \rho_{k+1}}{2} \frac{g_k + g_{k+1}}{2}$$

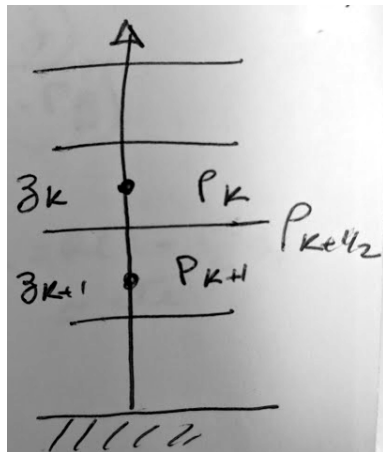
Assumindo que a densidade varia pouco e que g é constante, temos:

$$P_k \simeq P_{k+1} - \rho_{k+1}g(z_k - z_{k+1})$$

Exemplo:

$$\begin{cases} P_s = 1013 \text{ hPa} \\ \rho_s = 1.3 \text{ kg/m}^3 \\ g = 9.8 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P(100\text{m}) &= 1013 \text{ hPa} - 1.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 100\text{m} \\ &= 1014 \text{ hPa} - 12.74 * 100 \text{ Pa} \\ &= 1000.3 \text{ hPa} \end{aligned}$$



Pressão x altitude

Juntando a equação de estado com a equação hidrostática, temos que:

$$\begin{cases} dP = -\rho g dz \\ P = \rho R_d T_V \end{cases}$$

Portanto:

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{g}{R_d T_V} dz$$

E podemos definir uma altura de escala $H = R_d T_V / g$. Em uma atmosfera isotérmica, temos:

$$P(z) = P_0 e^{-(z-z_0)/H}$$

Pressão x altitude (T variável)

Assumindo uma variação linear da temperatura com a altitude, com $\Gamma \simeq -6.5K/Km$

$$T(z) = T_0 - \Gamma z$$

Teremos

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{R_m T} dz = -\frac{g dz}{R_m (T_0 - \Gamma z)} = -\frac{g \Gamma dz}{\Gamma R_m (T_0 - \Gamma z)}$$

Assumindo como constante:

$$R_m = R \left(1 - \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} q_v \right) \simeq cte$$

x altitude (T variável)

Temos então que:

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{g}{\Gamma R_m} \ln\left(\frac{T_0 - \Gamma z}{T_0}\right)$$

Para $\Gamma \ll 1$, podemos aproximar que

$$\ln\left(1 - \frac{\Gamma z}{T_0}\right) \simeq -\frac{\Gamma z}{T_0}$$

Portanto, a variação da pressão será:

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\Gamma z}{T_0}\right)^{-g/\Gamma R_m}$$

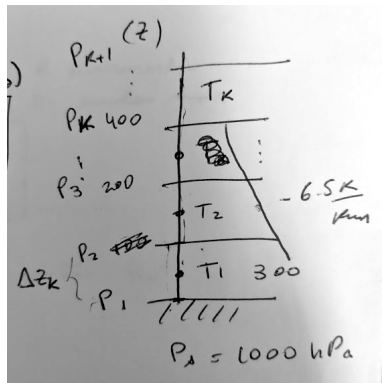
Aproximação numérica

Na vida real (e nos modelos), a temperatura varia com a altitude mas não temos uma equação algébrica para ela!. Assim, temos que usar uma expressão em diferenças finitas:

$$\frac{\Delta P}{P} = -\frac{g}{RT} \Delta z$$

Considerando a temperatura constante em cada nível, a solução é a exponencial

$$\Rightarrow P_{k+1} = P_k \exp\left(-\frac{g}{RT_k} \Delta z_k\right)$$



Exercício

Calcular numericamente a pressão em função da altitude a partir das 2 soluções anteriores (com T variável), e também aquele com temperatura constante.

Assumir $T_s = 300K$, e $\Gamma \simeq -6.5K/Km$

Revisão sobre calor

Quando dois corpos estão em contato e tem temperaturas diferentes, eles vão trocar energia até equilibrar as temperaturas.

Esta energia é a energia interna do sistema e é a soma das energias cinéticas e potencial associadas ao movimento aleatório dos átomos e moléculas no sistema.

Calor é a energia que é trocada entre 2 corpos ou entre 1 corpo e o ambiente, quando existe uma diferença de temperatura.

Lembrem-se:

- pode haver troca de energia interna quando há realização de trabalho também!
- calor/trabalho se referem apenas a trocas de energia, e não a uma propriedade intrínseca do objeto.

Lei zero da termodinâmica

Todo corpo tem uma propriedade chamada temperatura. Quando dois corpos estão em equilíbrio interno, suas temperaturas são iguais.

Se A e B estão em equilíbrio térmico com C, então estão em equilíbrio entre si.

Calor e mudança de temperatura

Ao receber uma quantidade de calor Q , o corpo muda de temperatura proporcionalmente:

$$Q \sim \Delta T$$

A constante de proporcionalidade é a capacidade calorífica C , ou seja

$$Q = C\Delta T$$

... e depende linearmente da massa! Por unidade de massa, chamamos de calor específico:

$$Q = mc\Delta T$$

Calor específico

O calor específico é uma propriedade do material e não do objeto em si! Depende da temperatura e de como foi o processo de troca de calor: pressão ou volume constante.

- Nota: faz pouca diferença para sólidos e líquidos, mas faz muita diferença para gases.

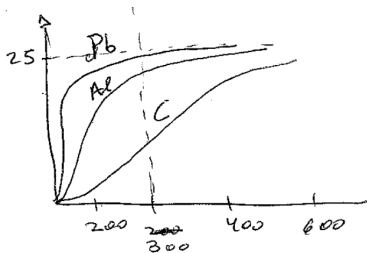
Podemos também expressá-lo por unidades de mol: o calor específico molar.

$$Q = n\check{c}\Delta T$$

Calor específico molar

O interessante neste caso é que os sólidos todos tem um valor limite para o calor específico molar $\sim 25 \text{ J/mol/K}$ para temperaturas muito altas.

Todos os átomos absorvem calor da mesma maneira!



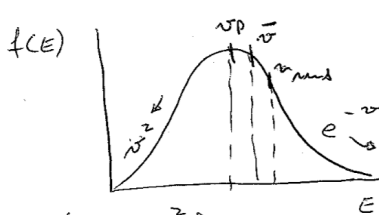
Energia / Temperatura

Temperatura é uma medida da energia cinética das moléculas do ar. Para uma data T , existe uma distribuição estatística para as velocidades das moléculas:

$$f(E) \sim \frac{1}{e^{E/kT}}$$

No nosso caso:

$$E = K = \frac{1}{2} Mv^2$$



$$f(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{Mv^2}{kT} \right)$$

Velocidades características

Podemos calcular várias velocidades características:

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

$$\Rightarrow KT = \frac{1}{2} M v_p^2$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

R = é a constante universal dos gases

M é a massa molar

Livre caminho médio

Como as moléculas podem colidir, então há um livre caminho médio:

$$\lambda = \frac{RT}{\sqrt{2}\pi d^2 N_A P}$$

Exemplo:

$$\begin{cases} T = 300K \Rightarrow v_p = 415m/s \\ P = 1000hPa \end{cases}$$

Lembrando que R/N_A é a constante de Boltzman, temos:

$$\lambda = \frac{1.38 \times 10^{-23} J/K * 300K}{\sqrt{2}\pi (5 \times 10^{-10} m)^2 10^5 N/m^2} \simeq 37nm$$

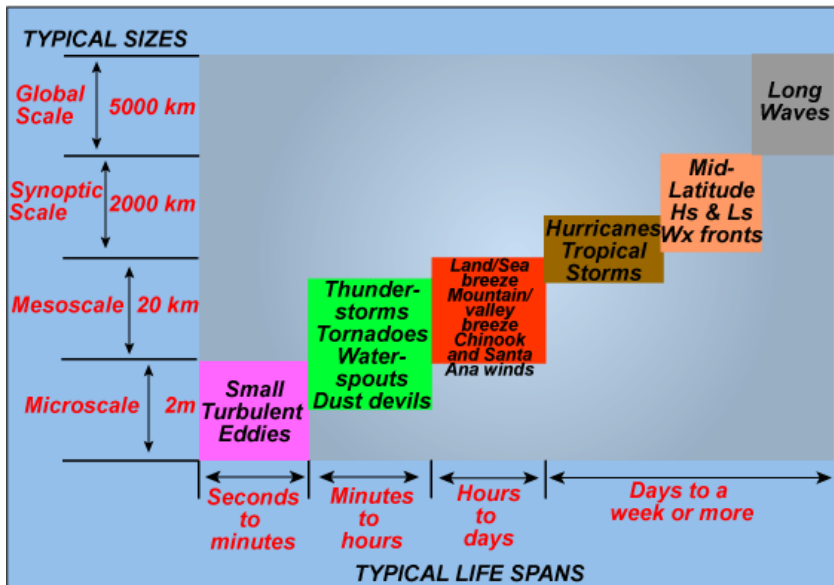
Apesar da velocidade ser alta, λ é pequeno, i.e. a velocidade muda de direção o tempo todo (i.e. difusão)!

Escalas de movimento

Esses movimentos de escala molecular são pequenos. No geral, classificamos os movimentos da seguinte maneira:

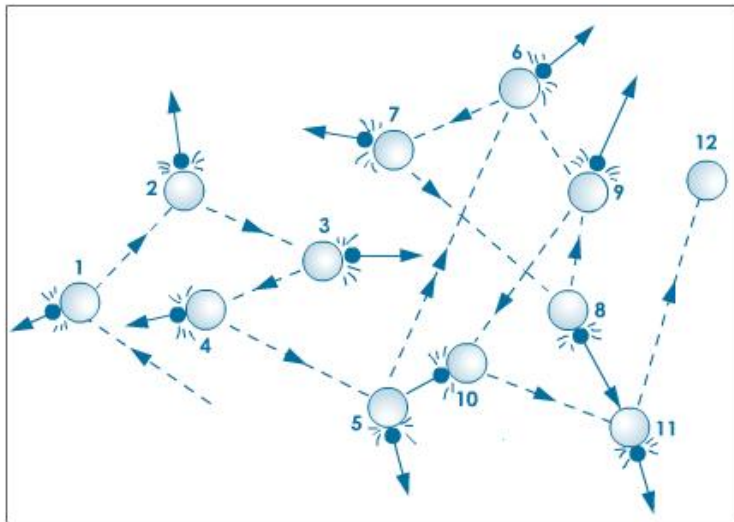
- Molecular, $\ll 2$ mm, difusão e viscosidade
- Micro, 2 mm a 2 km, vórtices, plumas, cumulus
- Meso, 2 km a 2000 km, ondas de gravidade, tornados, ventos locais
- Sinóptica, 500 a 10000 km, sistemas de pressão, frentes, tempestades, furacão
- Planetária, $> 10^4$ km, circulação de grande escala, ondas de rossby

TIME AND SPACE SCALE OF ATMOSPHERIC MOTION



<http://www.richhoffmanclass.com/>

Molecular, $\ll 2\text{mm}$



<https://calculatedcontent.com>

Micro, 2 mm a 2 km

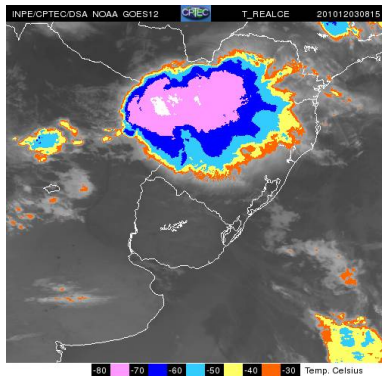


<https://galileospendulum.org>



<https://cloudatlas.wmo.int/>

Meso, 2 km a 2000 km

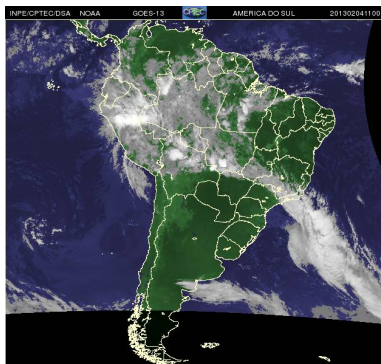


<http://www.cptec.inpe.com/>



<http://www.nws.noaa.gov/>

Sinóptica, 500 a 10000 km

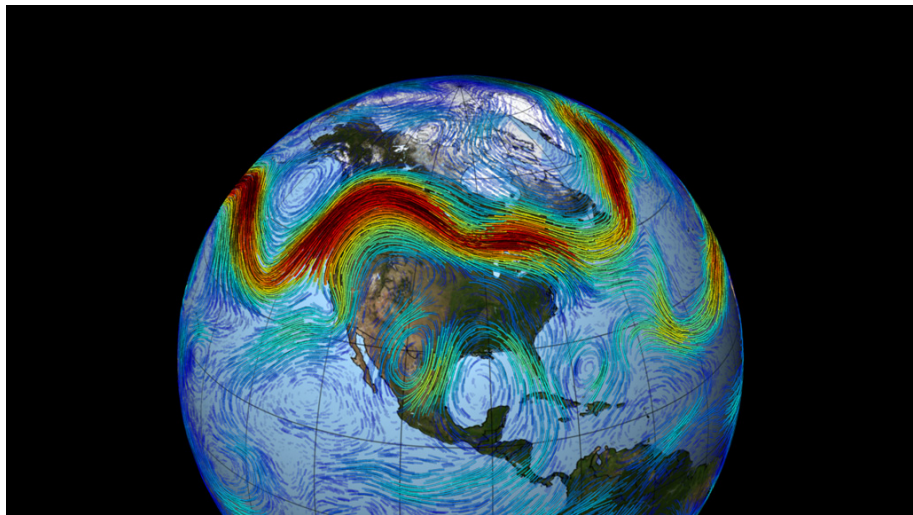


<http://www.cptec.inpe.com/>



<http://www.noaa.gov/>

Planetária, $> 10^4$ km



<http://svs.gsfc.nasa.gov>