

A atmosfera é composta de 3 gases básicos:  $O_2$ ,  $N_2$  e  $Ar$  e vários gases traços:  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$ ,  $CH_4$  e outros.

Principais variáveis que caracterizam o ar são pressão ( $P$ ), densidade ( $\rho$ ) e Temperatura ( $T$ ), variam no tempo e no espaço e se relacionam pela equação de estado:

### Densidade do ar

A densidade total do ar é a massa total por unidade de volume. ~~De~~ Ou seja, é a soma da massa dos gases, dos hidrometeoros e dos aerossóis.

	SA <sup>o</sup>	$2.5 \times 10^9 / m^3$	$1.2 \text{ Kg} / m^3$
moleculas			
aer {	P	$10^3 - 10^6$	$1 \mu g / m^3$
	m	$1 - 10^4$	$250 \mu g / m^3$
	g	$< 10$	$500 \mu g$
hydra {	in	$1 - 1000 / m^3$	$10^4 - 10^6 \mu g / m^3$
	rain	$10^{-3} - 10^{-2} / m^3$	$10^5 - 10^6 \mu g / m^3$

0.01 - 1 g/m

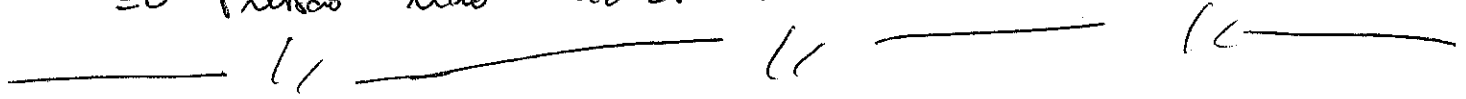
→ densidade pode ser calculada apenas com os gases!

### Pressão

A pressão é o peso ~~força~~ por unidade de área horizontal. ~~Em~~ Em é a pressão hidrostática, ou seja, consideramos o ar em repouso. (sem movimentos verticais)

Esta hipótese é verdadeira quando é feita uma  
média sobre uma área grande ( $> 3 \text{ km}$  de diâmetro)  
e fora de ~~nuvens~~ nuvens e tempestades, caso contrário  
as acelerações podem ser grandes!

$\Rightarrow$  Pressões não hidrostática



A equação de estado pode ser simplificada quando as  
forças intermoleculares são pequenas:

} baixa pressão  
} alta temperatura  $\Rightarrow$  gás muito diluído

Nas condições típicas da atmosfera, a lei dos gases  
ideais dá um erro de  $< 0.2\%$  em relação à  
eq de estado.

a) lei de Boyle:  $P \propto \frac{1}{V}$  ( $T = \text{cte}$ ) (1661) compressibilidade  
da atmosfera

b) lei de Charles:  $V \propto T$  ( $p = \text{cte}$ ) (1787)

c) lei de Avogadro (1776-1856)

$$V \propto n \quad p = \text{cte} \quad T = \text{cte}$$

$\hookrightarrow$  número de mols  $\rightarrow$  independente do tipo  
do gás!

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

Combinando os 3 termos a eq. gases ideais:

$$P V = n R T$$

R é a constante universal dos gases

$$\frac{J}{m^3 \cdot K} = \frac{J}{m^3} = \text{pressão}$$

$$8,31 \text{ J/K/mol}$$

Que pode ser escrita como

$$R/A = \text{cte de Boltzmann}$$

$$= 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$P = \frac{n N_A}{V} \frac{R}{N_A} T = \frac{N}{V} R T$$

$$\frac{N}{V} = \frac{n N_A}{V} = \text{n}^\circ \text{ de moléculas por unid. de volume}$$

E pode ser escrita também como

$$P = \frac{m m_a}{V} \frac{R}{m_a} T = \rho R' T$$

$$R/m_a = \text{gas constant for dry air}$$

$$= 287,04 \text{ J/Kg/K}$$

$$\frac{\text{massa}}{\text{vol}} = \frac{m \cdot m_a}{V}$$

$m_a$  = massa molar do gas [massa/mol]

$m m_a$  = massa

$$P = \frac{n R T}{V} = \frac{m m_a}{V} \frac{R}{m_a} T = \rho R' T = \frac{m N_A}{V} \frac{R}{N_A} T = N K T$$

A lei de Dalton diz que a pressão total de um gás é a soma das pressões parciais de cada constituinte.

Pressão parcial é a pressão que aquele gás teria se ocupasse o volume sozinho!

Dalton ...

$$P_{\text{atm}} = \sum_i P_i = RT \sum_i N_i = RT \underline{N_{\text{atm}}}$$

soma das  $N_i$  ,  
 individuais

Podemos separar em dry e vapor, assim:

$$P_a = P_v + P_d$$

Acontece de  $N_2, O_2$  e  $Ar$  ter a quase totalidade  
do dry air:

$$\begin{array}{l} N_2 \sim 78.09 \\ O_2 \sim 20.95 \\ Ar \sim 0.93 \\ \hline 99.96\% \end{array}$$

} distribuição uniforme na  
atmosfera! fácil.

$$\left. \begin{array}{l} P_d = P_d R_d T, \quad m_d = 28.966 \text{ g/mol} \quad R_d = 287.04 \text{ J/kg/K} \\ P_v = P_v R_v T, \quad m_v = 18.02 \text{ g/mol} \quad R_v = 461.40 \text{ J/kg/K} \end{array} \right\}$$

Um para usar apenas 1 constante  $R$ :

$$P_v = P_v \left( \frac{R_v}{R_d} \right) R_d T = P_v R_d T / \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{R_d}{R_v} = \frac{m_v}{m_d} \frac{R}{R} = \frac{m_v}{m_d} = 0.622 \quad (\text{banco})$$

A eq de estado para o ar real (com umidade)

$$P_a = P_w + P_d = P_d R_d T + P_w \frac{R_w T}{\epsilon}$$

$$= R_d T (P_d + P_w / \epsilon) = P_a R_d T \left( \frac{P_d + P_w / \epsilon}{P_a} \right)$$

$$= P_a R_d T \left( \frac{P_a - P_w}{P_a} + \frac{P_w}{P_a} \frac{1}{\epsilon} \right)$$

$$1 - q_v = q_v / \epsilon$$

$$= P_a R_d T \left( 1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} q_v \right)$$

$$\frac{1 - 0.622}{0.622} = 0.608$$

Podemos usar  $R_d$  p/ o ar úmido desde que usamos

$$T_u = T \left( 1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} q_v \right) \rightarrow \text{virtual}$$

p/ a temperatura.

(Temperatura necessária p/ o ar úmo  $T_u$  a mesma pressão e densidade iguais as do ar úmido!))

# A barômetria

Razão de mistura é a razão em volume a massa em relação ao ar seco.

$$\text{massa} \Rightarrow w_g = \frac{p_g}{p_{dry}} = \frac{m_g N_g / N_d}{m_d N_d / N_d} = \frac{m_g p_g}{m_d p_d} = \frac{m_g}{m_d} \left( \frac{m_g}{m_d} \right)$$

$$\text{volume} \Rightarrow \chi_g = \frac{N_g}{N_d} = \frac{p_g}{p_d} = \frac{m_g}{m_d}$$

$P, T, \rho$  variam na vertical independentemente da eq de estado gravidade

Na troposfera  $p \sim$  linear

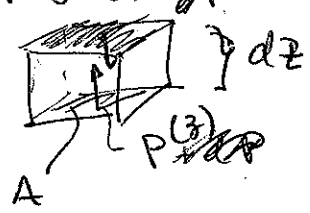
$p \sim$  exponencial  $P = 500 \text{ hPa} \sim 5.5 \text{ km}$   
 $= 1000 \text{ hPa} \sim 10 \text{ km}$   
 $= 1 \text{ hPa} \sim 48 \text{ km}$

A pressão varia na vertical porque a força gravitacional comprime a ar numa direção. A variação é dada pela equação hidrostática:

$$dP = -\rho g dz$$

onde se assume que o peso é equilibrado pela gradiente de pressão

$$P(z+dz) = P(z) + dP$$



acel. vert. é nula = 0 (hidrostática)

Então:

$$(P + dP)A - PA = \rho A dz g$$

$$\boxed{dP = -\rho g dz}$$

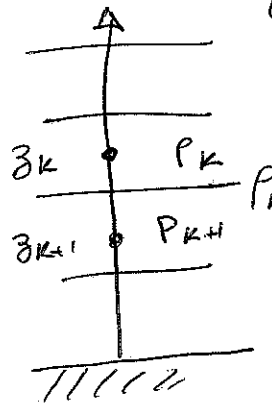
$$\frac{\partial P}{\partial z} = \boxed{\vec{\nabla} P = -\rho \vec{g}}$$

Essa equação pode ser escrita em diferenças finitas como:

$$\frac{P_k - P_{k+1}}{z_k - z_{k+1}} \approx - \frac{\rho_k + \rho_{k+1}}{2} \frac{g_{k+1} + g_k}{2}$$

A supondo que a densidade varia pouco:  
e que  $g$  é constante:

$$P_k \approx P_{k+1} - \rho_{k+1} g (z_k - z_{k+1})$$



Ex

$$\left\{ \begin{array}{l} P_s = 1013 \text{ hPa} \\ \rho_s = 1.3 \text{ kg/m}^3 \\ g = 9.8 \text{ m/s}^2 \end{array} \right.$$

$$P(100\text{m}) = 1013 \text{ hPa} - \overbrace{1.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100\text{m}}^{12.74 \text{ hPa}}$$

$$= 1000.3 \text{ hPa}$$

Intando a eq de estado e a eq. hidrostática  
temos que:

$$dP = -\rho g dz \Rightarrow \frac{dP}{P} = - \frac{\rho g}{\rho R_d T} dz$$

$\frac{1}{H}$  altura de escala

Numa atmosfera isotérmica,

temos

$$P(z) = P_0 e^{-\frac{z - z_0}{H}}$$

Aumentando uma variação constante de temperatura  
com a altitude, temos:

$$T(z) = T_0 - \Gamma \cdot z \quad \Gamma \approx -6.5 \text{ K/km}$$

Então:

$$\frac{dP}{P} = \frac{-g}{R_m T} dz = \frac{-g dz}{R_m (T_0 - \Gamma z)} = \frac{-g \Gamma dz}{\Gamma R_m (T_0 - \Gamma z)}$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = \frac{-g}{\Gamma R_m} \ln \left( \frac{T_0 - \Gamma z}{T_0} \right)$$

Assumindo  $R_m = R(1 - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \frac{g}{g_0})$   
 $\approx \text{cte}$

$$P = P_0 \left( 1 - \frac{\Gamma z}{T_0} \right)^{-g/\Gamma R_m} \quad (a)$$

Para

$$\Gamma z \ll T_0$$

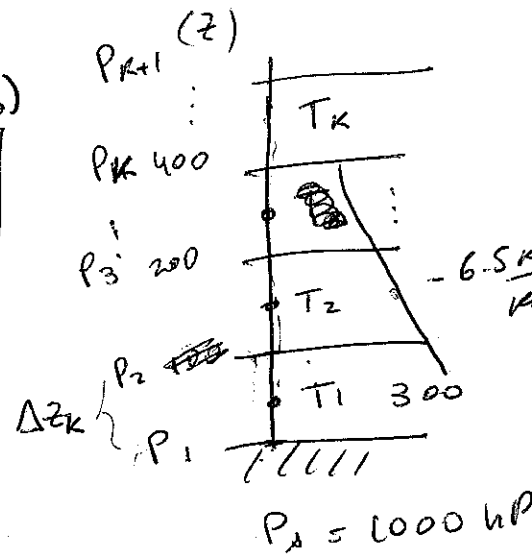
$$\ln \left( 1 - \frac{\Gamma z}{T_0} \right) \approx -\frac{\Gamma z}{T_0}$$

Na vida real (e nos modelos)  
 a temperatura varia c/ a altitude  
 mas nos temos uma eq algébrica  
 para ela!

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-g}{R T} \Delta z$$

~~$$\frac{P_{k+1} - P_k}{P}$$~~

$$P_{k+1} = P_k e^{-\frac{g}{R T_k} \Delta z_k} \quad (b)$$



~~Outra maneira de nos resolver  
 o integral, calcula numericamente:~~

~~$$P_{k+1} - P_k$$~~

EXERCÍCIO: comparar as soluções  
 (a) e (b) fazer um programa, script  
 etc.

e c/ a redução do ar atmosférico  
 isotérmica c/  $T_1 = 300K$ .



## Nota sobre calor

Quando dois corpos estão em contato e têm temperaturas diferentes, eles vão trocar energia até equilibrar as temperaturas.

Esta energia é a energia interna do sistema e é soma das energias cinéticas e potencial associadas ao movimento aleatório dos átomos e moléculas no sistema.

Calor é a energia que é trocada entre 2 corpos ou entre 1 corpo e o ambiente quando existe uma diferença de temperatura.

Lembrem-se: pode haver troca de energia interna quando há realização de trabalho!

Calor / Trabalho se referem apenas à troca de energia e não a uma propriedade intrínseca do objeto. ]]

## Lei zero da Termodinâmica

⇒ Todo corpo tem uma propriedade chamada Temperatura.  
Quando dois corpos estão em equilíbrio interno, suas temperaturas são iguais.

"Se A e B estão em equilíbrio térmico com C, então estão em equilíbrio entre si."

~~Quando o corpo absorve calor, ele muda de temperatura~~

~~ou seja~~ Em outras palavras

→ Ao receber uma quantidade de calor  $Q$ , o corpo muda de temperatura proporcionalmente:

$$Q \propto \Delta T$$

A constante de proporcionalidade é capacidade calorífica "C":  $Q = C \Delta T$  e depende da massa!

⇒ Por unidade de massa, chamamos de "calor específico"

$$Q = m \underset{\uparrow}{C} \Delta T$$

O calor específico é uma propriedade do material e não do ~~o~~ objeto em si! Depende da temperatura e de ~~qual~~ <sup>como</sup> foi o processo de troca de calor: pressão ou volume constante.

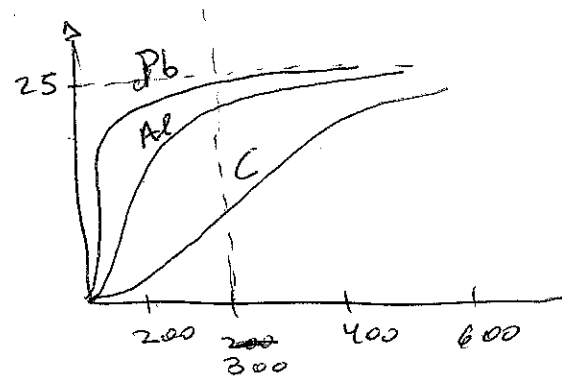
Faz pouca diferença p/ sólidos e líquidos, mas muito p/ gases.

⇒ Por unidade de mol: calor específico molar

O interessante neste caso é que os sólidos todos têm um valor limite para o calor específico molar  $\sim 25 \text{ J/mol/K}$

p/ temperaturas suficientemente altas

⇒ Todos os átomos absorvem calor da mesma maneira!



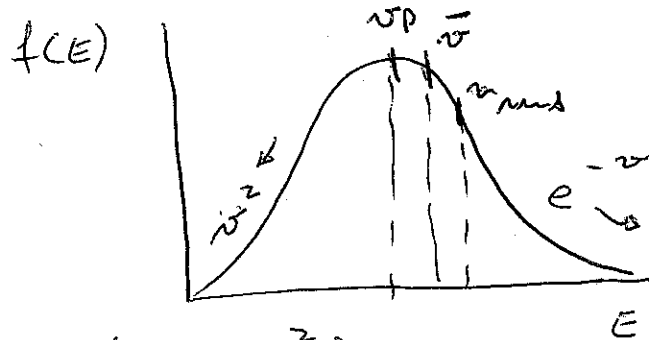
# Energia / Temperatura

Temperatura é uma medida da energia cinética das moléculas do ar. Para uma dada T existe uma distribuição estatística pl as velocidades das moléculas:

$$f(E) \propto \frac{1}{e^{E/KT}}$$

No nosso caso:

$$E = K = \frac{1}{2} m v^2$$



$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{m v^2}{KT}\right)$$

Podemos calcular várias velocidades características:

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{m}} \quad v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{m}} \quad \left. \begin{array}{l} R \text{ universal} \\ m \text{ molar mass} \end{array} \right\}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi m}}$$

$$KT = \frac{1}{2} m v_p^2$$

Como as moléculas podem colidir, então há um livre caminho médio:

$$\lambda = \frac{RT}{\sqrt{2} \pi d^2 N_A P} = \frac{1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 300 K}{\sqrt{2} \pi (5 \times 10^{-10} m)^2 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}} \approx 37 \text{ nm}$$

$$T = 300 K \Rightarrow v_p = 415 \text{ m/s}$$

$$P = 1000 \text{ hPa} \Rightarrow \lambda = \frac{1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 300 K}{\sqrt{2} \pi (5 \times 10^{-10} m)^2 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}} \approx 37 \text{ nm}$$

apesar da velocidade ser alta,  $\lambda$  é pequeno (muito) a dimensão! Difusos...

Exes movimentos de escala molecular são pequenos.

Molecular	$< 2 \mu\text{m}$	- difusão e viscosidade
Meso	$2 \mu\text{m} - 2 \text{km}$	vórtices, plumas, cumulus
Meso	$2 \text{km} - 200 \text{km}$	great waves, Tornados, ventos locais
Synoptic	$500 - 10000 \text{km}$	sistemas de pressão, frentes Tempestades, furacões
Planetary	$> 10^4 \text{km}$	<del>mov</del> circulação de grande escala ondas de Rossby

————— | —————  $\triangleright$  ~~para 9.5~~