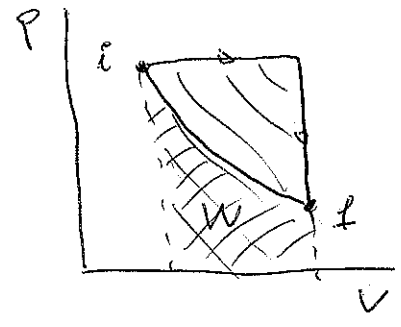


Quando AULAS um sistema termodinâmico muda de estado, a quantidade de trabalho ~~realizado~~ (W) e de calor (Q) dependem da natureza do processo (do caminho).



Mas experimentalmente se observa que a quantidade $Q-W$ não depende, isto é, $Q-W$ varia apenas com o estado inicial e final.

Reputa-se uma mudança em uma propriedade intrínseca do sistema, que é conservada. Chamamos de energia interna:

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - W \\ dQ &= dU + dW \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1^{\circ} \text{ lei}$$

Esta é a 1ª lei da termo. e diz essencialmente que todo sistema termo em equilíbrio térmico tem uma propriedade física importante chamada energia interna U .

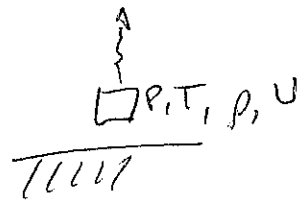
É uma extensão do ~~do~~ princípio da conservação da energia p/ sistemas que trocam energia. Pode haver troca de energia por calor ou por trabalho, mas isto significa uma variação da energia interna!

Sinais:

- $dQ > 0$ calor recebido pelo sistema (ΔU diabático)
- $dW > 0$ trabalho feito pelo sistema sobre o meio (ΔU adiabático)
- $dU > 0$ aumento de energia interna do sistema

Quando aplicada p1 a atmosfera, pensamos em uma parcela de ar, que tem uma certa massa. O interessante é ver por unidade de massa:

parcela



$$\frac{dq^*}{m_a} = \frac{dU^*}{m_a} + \frac{dW^*}{m_a}$$

(I)

$$dq = dU + dW$$

Quando o ar sobe p1 ~~temperaturas~~ ^{pressões} menores, ele expande e realiza trabalho:

(II) $dw = \frac{dW^*}{m_a} = \frac{P_a dV}{m_a} = P_a dx_a$ $x_a = \frac{V}{m_a}$ é o volume específico.

Neste caso trabalho é feito pela parcela e $dV > 0$ e $dW > 0$. Sem troca de calor, ou seja, $dQ = 0$ e a transformação é ~~de~~ adiabática.

~~Para~~ Variação da energia interna devido a distúrbios na atmosfera ($dQ \neq 0$) são principalmente:

- esfria/aquecimento radiativo
- condução / evaporação
- sublimação / ~~congelamento~~ deposição
- congelamento / derretimento

Nestes caso, a variação da energia interna ΔU será ($dW = 0$)

(III) $\Delta U = \Delta Q = \left. \frac{\partial Q}{\partial T} \right|_{x_a} \Delta T = C_m^V dT$

C_m^V calor específico do ar úmido à ~~pressão~~ ^{pressão} constante!

C_m^V depende da massa de ar seco e de vapor que estão misturados.

$$(M_d + M_v) d\theta = dQ^* = (M_d C_d^V + M_v C_v^V) dT$$

$C_d^V = 717 \text{ J/Kg/K}$ ar seco a 300K

$C_v^V = 1403 \text{ J/Kg/K}$ vapor $\approx 1.955 C_d^V$

Dividindo tudo por $(M_d + M_v) dT$ temos:

$$C_m^V = \left. \frac{\partial \theta}{\partial T} \right|_{x_a} = \frac{M_d C_d^V + M_v C_v^V}{M_d + M_v} \Big|_{M_d} = \frac{C_d^V + C_v^V / w_v}{1 + w_v} \approx C_d^V (1 + 0.955 q_v)$$

Substituindo III e II em (I), temos:

(II) $dQ = C_m^V dT + P_a dx_a$ I° lei II a atmosfera

Usando a lei dos gases:

$$P_a = \rho_a R_a T = \frac{1}{\alpha} R_{ar} T \Rightarrow dP_a + P_a d\alpha = R_a dT$$

Então:

$$dQ = (C_m^V + R_{ar}) dT - \alpha dP_a$$

$$\begin{cases} R_m = R' (1 + 0.608 q_v) \\ R' = \frac{R_{ar}}{m_d} \end{cases}$$

Continuando, temos que

$$C_m^P = \left. \frac{dQ}{dT} \right|_P = C_m^V + P \frac{d}{dT} \left(\frac{R_{ar} T}{P} \right) \Big|_P = C_m^V + R_m$$

$$C_m^P = C_m^V + R_m$$

se base ar seco

$$C_d^P = C_d^V + R'$$

Assim a 4ª lei pode ser escrita também como: 24

$$d\alpha = C_m^P dt - \alpha_a dP_a$$

Derivando em relação ao tempo e trocando

$$\alpha_a = 1/P_a \quad \text{Temps}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_m^P} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{1}{C_m^P} \frac{1}{P_a} \frac{dP_a}{dt}$$

Temps diabático Temps adiabático

Essa é a equação termodinâmica! Uma das eq. resolvidas pelo modelo. (ou quase)

O problema é que:

- C_m^P depende muito da temperatura e também da quantidade de água
- dP/dt e $\frac{dT}{dt}$ precisam ser calculados

Podemos escrever a eq. termodinâmica em termos de temperatura virtual como:

$$\begin{aligned}
 dQ &= C_m^P dT - \alpha_a dPa \\
 &= C_{p\text{dry}}^P \left(1 + \frac{C_d^v}{C_d^P} q_a \right) \frac{dT_v}{(1 + 0.608 q_a)} - \alpha_a dPa \\
 &= \left(\frac{1 + 0.865 q_a}{1 + 0.608 q_a} \right) C_d^P dT_v - \alpha_a dPa
 \end{aligned}$$

$$dQ \approx C_d^P dT_v - \alpha_a dPa$$

Derivando em tempo e trocando α_a , temos

$$\frac{dT_v}{dt} \approx \frac{1}{C_p^d} \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C_p^d Pa} \frac{dPa}{dt}$$

E C_p^d é constante. E esta forma que é usada nos modelos.

A diabólica seca

Se uma parcela sobe e esfria devido a expansão de seu volume de maneira adiabática, então:

e não há condensação!

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_d \approx \frac{1}{Pa C_p^d} \frac{dPa}{dz}$$

Esse taxa de variação da temperatura é o lapse-rate: 26

$$\Gamma_d = -\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_d \approx -\frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{\partial p_a}{\partial z} = -\frac{1}{c_p} \rho_0 g = +9.8 \text{ K/km}$$

Como a temperatura varia nestas ~~condições~~ ^{transformações} adiabáticas, é útil definir uma temperatura de comparação, deslocando o ar de uma altitude qualquer para o nível do mar:

$$\begin{aligned} dQ = 0 &= c_m^p dT - \alpha_a dp_a \\ &= c_m^p dT - \frac{R_m T}{p_a} dp_a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{R_m}{c_m^p} \frac{dp_a}{p_a}$$

Integrando de uma referência (T_0, p_0) até (T, p) , temos a equação de Poisson:

$$\begin{aligned} T &= T_0 \left(\frac{p_a}{p_0}\right)^{R_m/c_p^p}, & \frac{R_m}{c_m^p} &= \frac{R(1+0.6087)}{c_{p,d}^p(1+0.8657)} \\ & & &\approx \frac{R}{c_{p,d}^p} (1-0.2517) \\ & & &\approx 0.286 \end{aligned}$$

Tomando uma pressão de referência $p_0 = 1000 \text{ hPa}$, a temperatura T_0 é chamada de potencial de ar úmido:

$$\Theta_m = T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p_a}\right)^{R/c_p(1-0.2517)}$$

Sem a conexão da unidade, temos apenas a

$$\text{Temperatura potencial: } \theta = T \left(\frac{1000 h P_0}{P_d} \right)^{R'/C_p}$$

Temos ainda a temperatura potencial virtual, se convertermos a pressão parcial de vapor em ar seco:

$$\theta_v = T (1 + 0.6087 v) \left(\frac{1000}{P} \right)^{R'/C_p} = T_v \left(\frac{1000}{P} \right)^{R'/C_p}$$

A eq. Termodinâmica pode ser simplificada se usamos θ_v : pois:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_v}{dt} &= \frac{dT_v}{dt} \left(\frac{1000}{P_0} \right)^k + T_v k \left(\frac{P_0}{P} \right)^{k-1} \left(-\frac{P_0}{P^2} \right) \frac{dP}{dt} = \\ &= \frac{dT_v}{dt} \cdot \frac{T_v \left(\frac{P_0}{P} \right)^k}{\theta_v} \frac{1}{T_v} - \frac{T_v \left(\frac{P_0}{P} \right)^k}{\theta_v} \frac{k}{P} \frac{dP}{dt} = \end{aligned}$$

$$\frac{d\theta_v}{dt} = \frac{\theta_v}{T_v} \frac{dT_v}{dt} - \frac{k \theta_v}{P} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{dT_v}{dt} = \frac{1}{c_p} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{1}{c_p p} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{\theta_v}{T_v} \left(\frac{1}{c_p} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{1}{c_p p} \frac{dP}{dt} \right) - \frac{\cancel{RT}}{\cancel{c_p} \cancel{p}} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{d\theta_v}{dt} = \frac{\theta_v}{c_p} \frac{d\alpha}{dt} \frac{1}{T_v} = \frac{1}{c_p} \frac{\theta_v}{T_v} \dot{\alpha}$$

$\left(\frac{P_0}{P}\right)^R \equiv$ função de exner