

Física Experimental IV

Prof. Antonio Domingues dos Santos
adsantos@if.usp.br
Ramal: 6886
Mário Schemberg, sala 205

Prof. Leandro Barbosa
lbarbosa@if.usp.br
Ramal: 7157
Ala I, sala 225

Prof. Henrique Barbosa
(**coordenador**)
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin
carlin@dfn.if.usp.br
Ramal: 6820
Pelletron

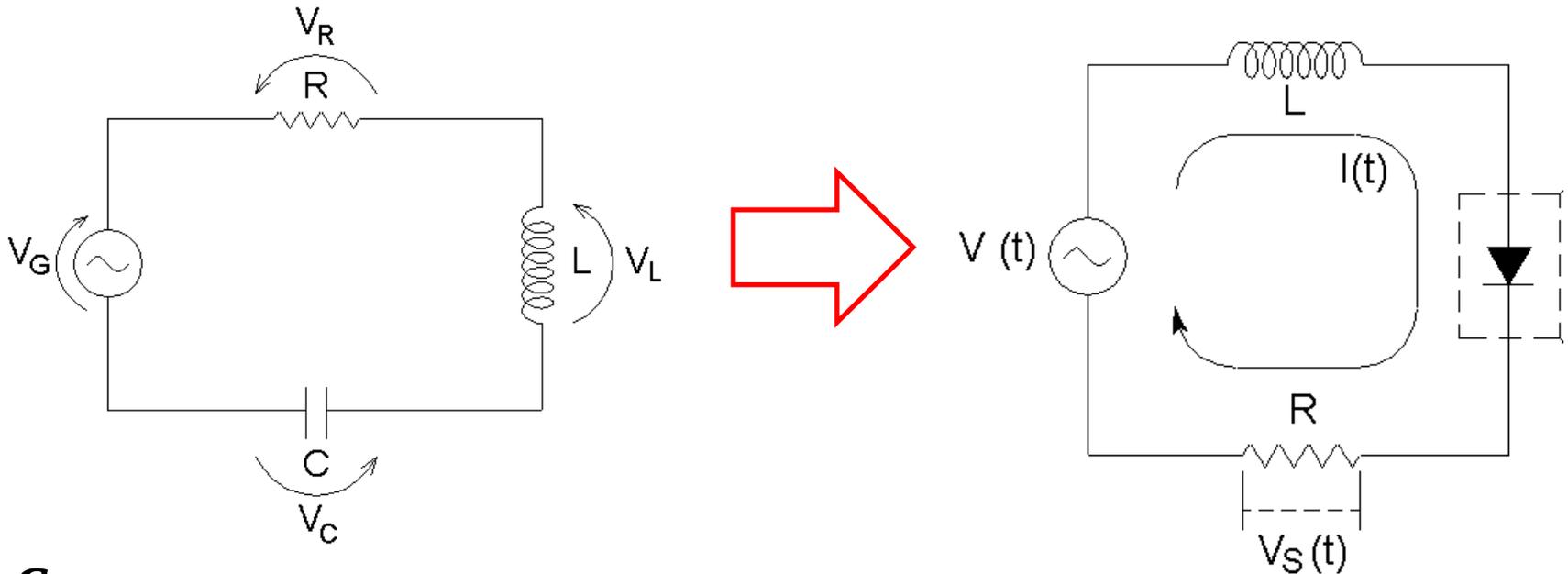
Prof. Paulo Artaxo
artaxo@if.usp.br
Ramal: 7016
Basílio, sala 101

Aula 4 - Experiência 1 Circuitos CA e Caos 2013

<http://lababerto.if.usp.br/>

Objetivos Para as Próximas Semanas

- Estudar o circuito RLD (ou RLC não linear)



- **Semana 1**

- Teoria de caos e experimentos computacionais

- **Semana 2**

- Medidas experimentais com RLD



TAREFAS SEMANA PASSADA



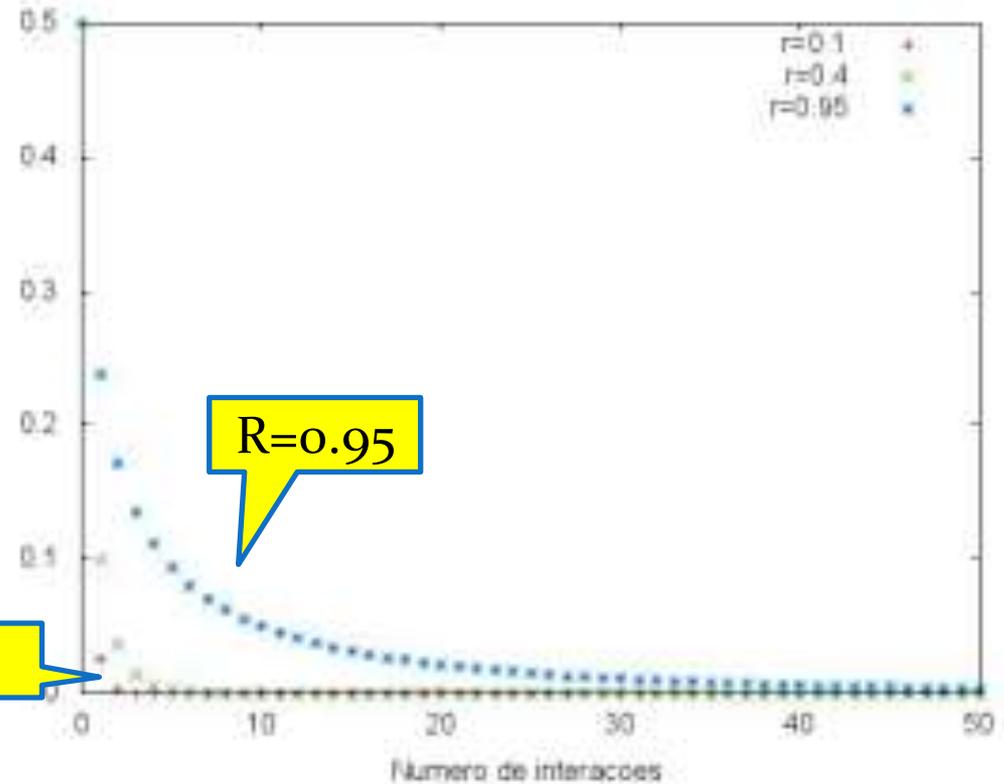
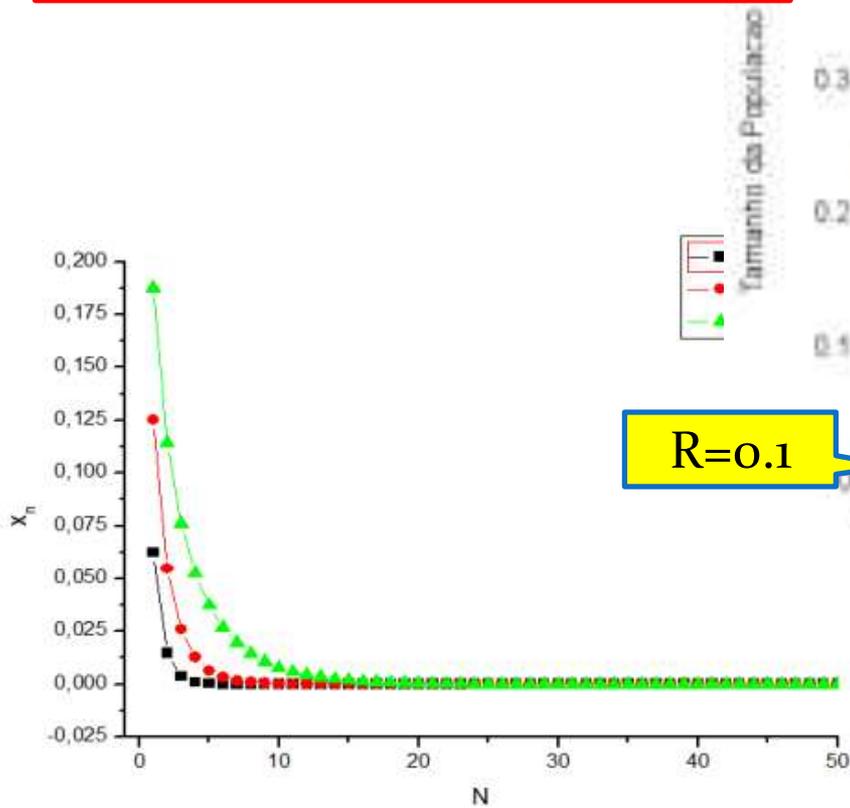
Tarefas 1 – para síntese

A convergência para os atratores:

- Fazer os gráficos de x_n como função de n para vários valores de parâmetros de controle. Deixando x_0 fixo em **0.5**, faça:
 - Três valores de r para $0 < r < 1$ (no mesmo gráfico)
 - Três valores de r para $1 < r < 3$ (idem)
 - Dois valores de r para $3 < r < 1 + \text{raiz}(6)$ (idem)
 - **Atenção: que intervalo de n é interessante mostrar para cada um deste gráficos? Precisa mostrar até $n=1000$? Queremos ver os regimes transientes e estacionários.**

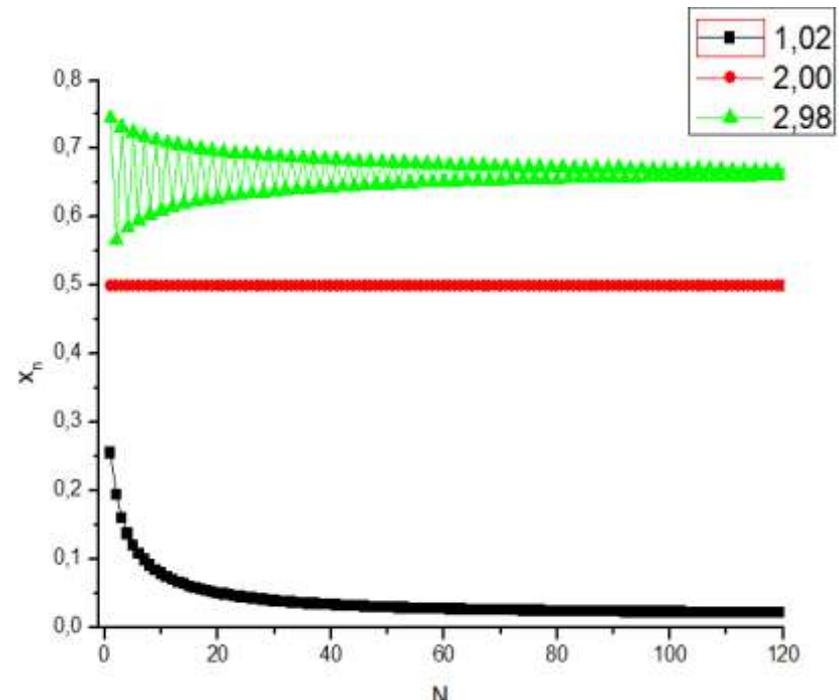
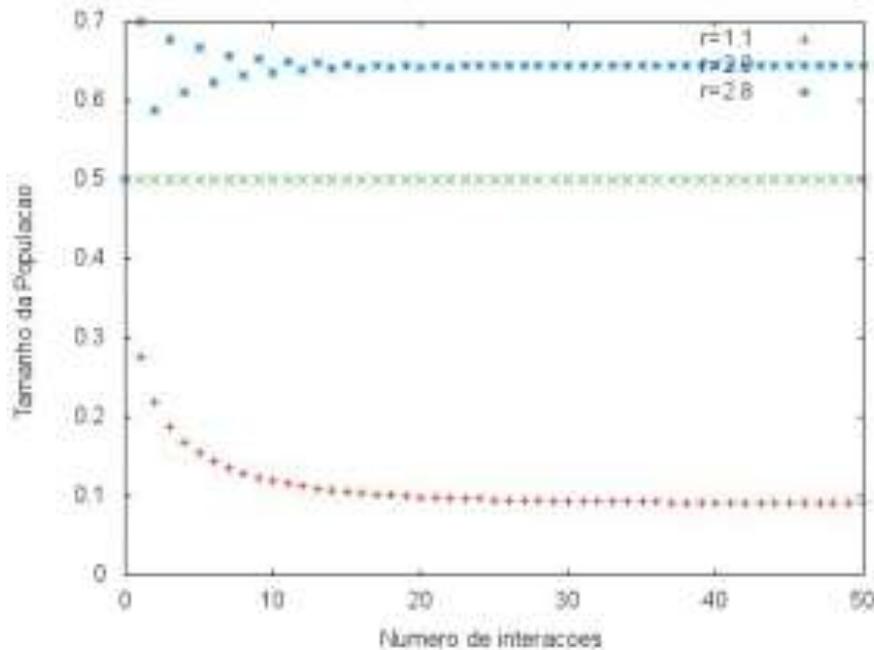
$0 < R < 1$ Solução $X_n \rightarrow 0$

Quanto menor o valor de r , mais rápido a população morre...

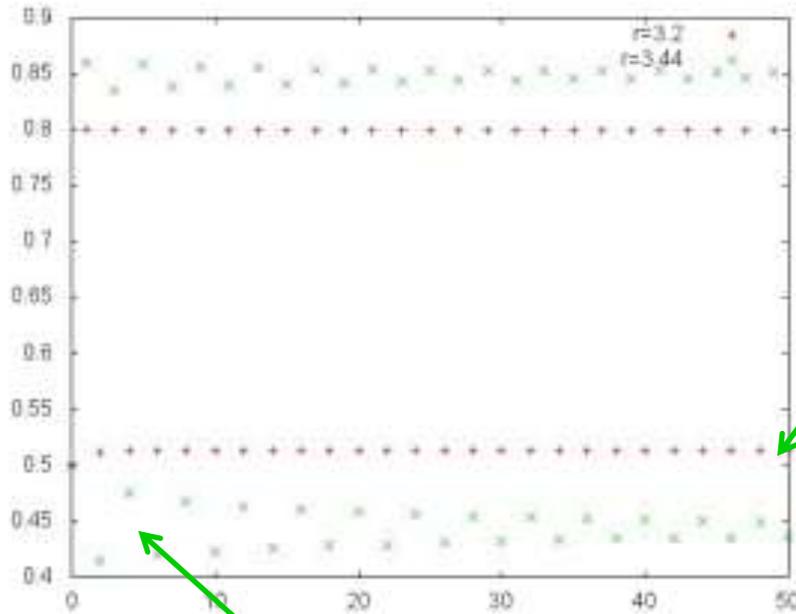


$1 < R < 3$ Solução $X_n \rightarrow 1 - 1/R$

Para $r > 2$, a população oscila antes de estabilizar
Para $r < 2$, a população vai mais suavemente

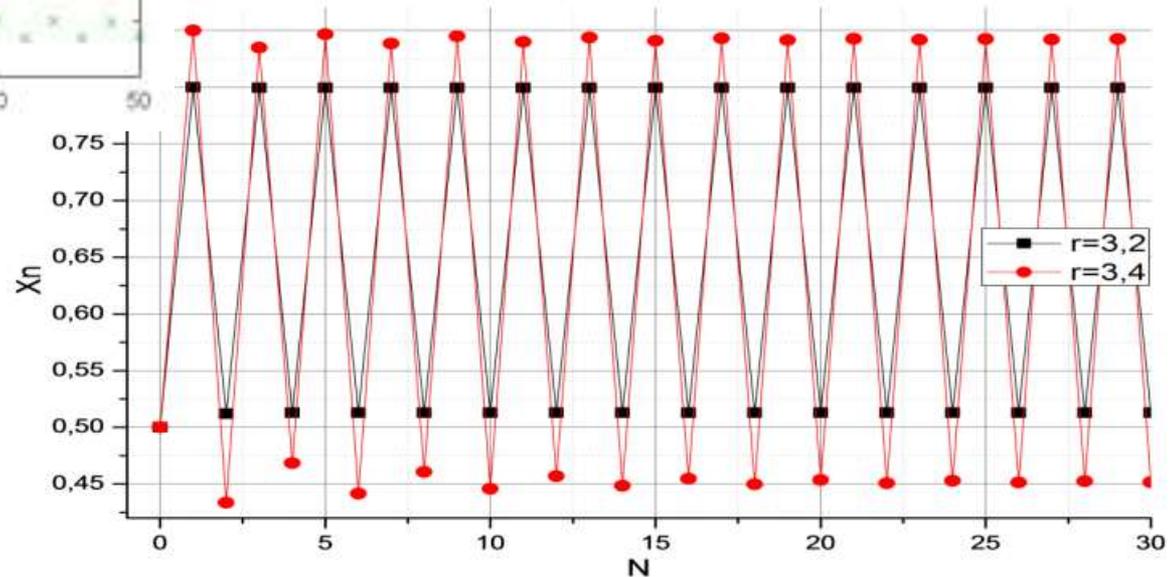


$3 < R < 1 + \sqrt{6}$ Dois Atratores

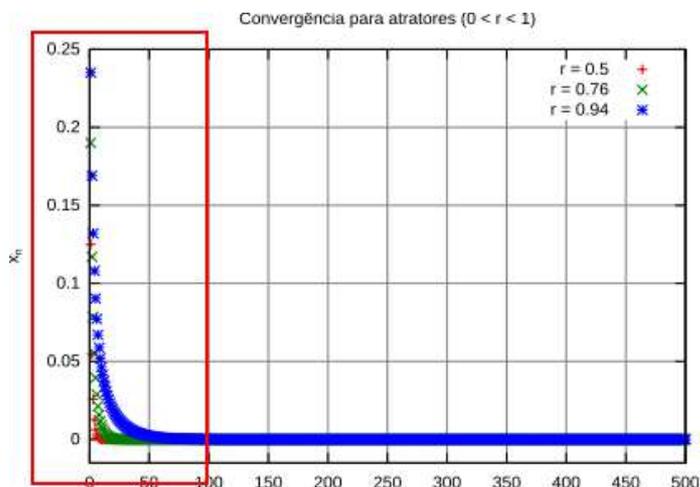
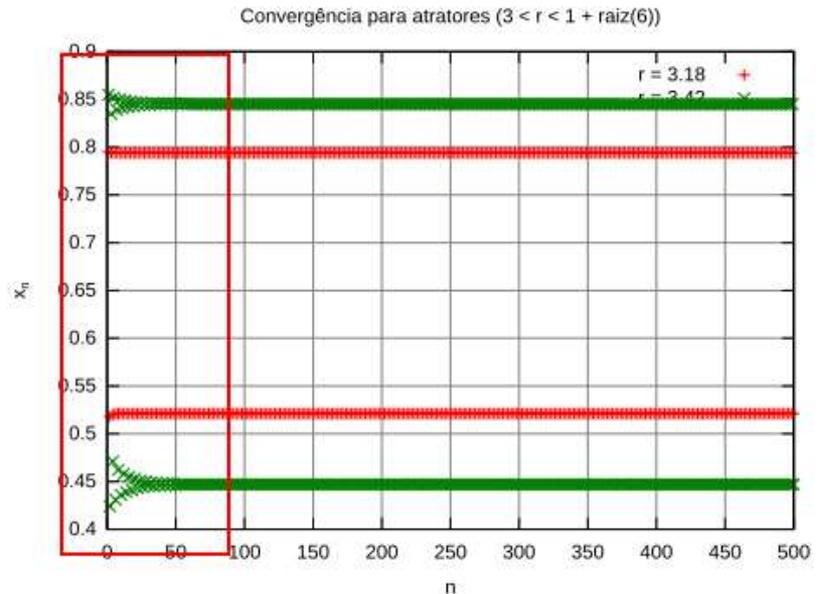
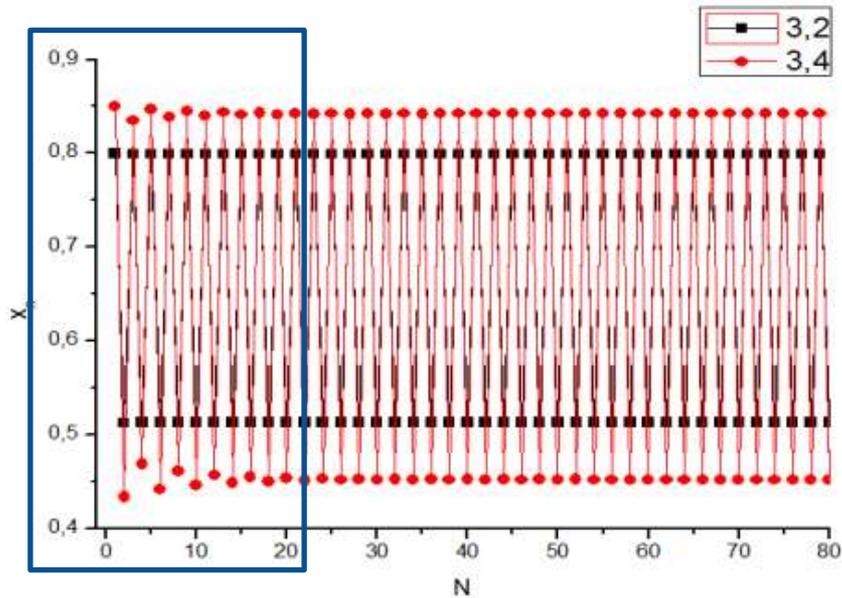


Nestes valores de r , há dois atratores.

Para valores maiores de R , a população oscila antes de estabilizar



Alguns problemas



Não precisava mostrar tantas interações para mostrar a convergencia

Tarefas 2 – para síntese

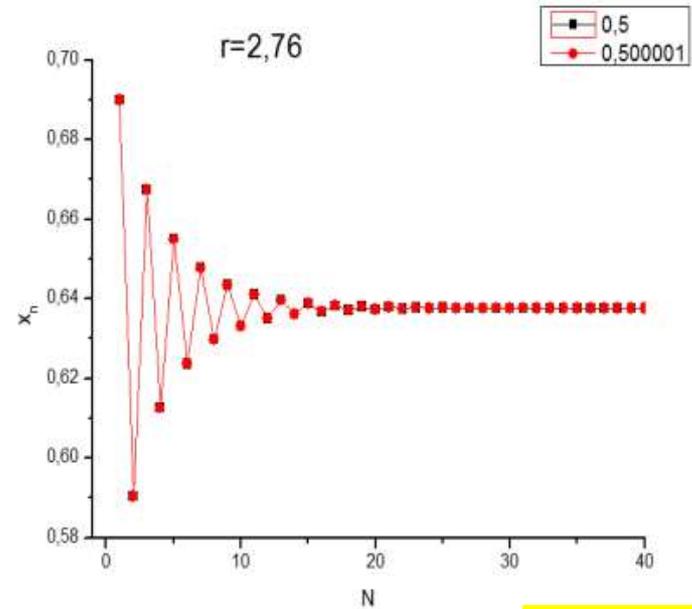
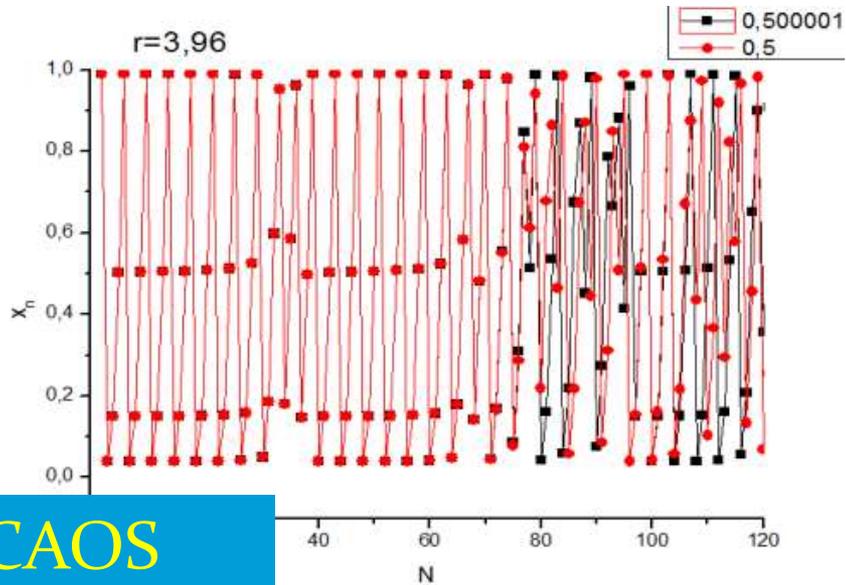
Sensibilidade a condição inicial:

- Fazer gráficos de x_n como função de n para os regimes **com e sem caos** partindo de **2** condições iniciais muito próximas:
 $x_0=0.5$, $x_0=0.500001$
 - **Atenção:** Queremos ver a separação das soluções!!

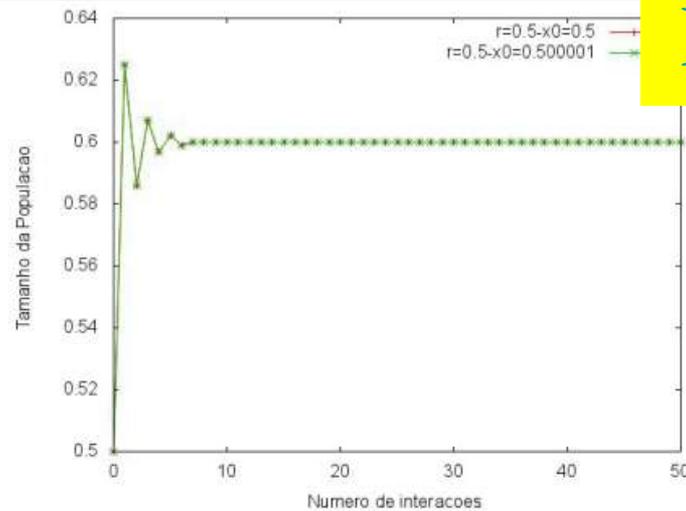
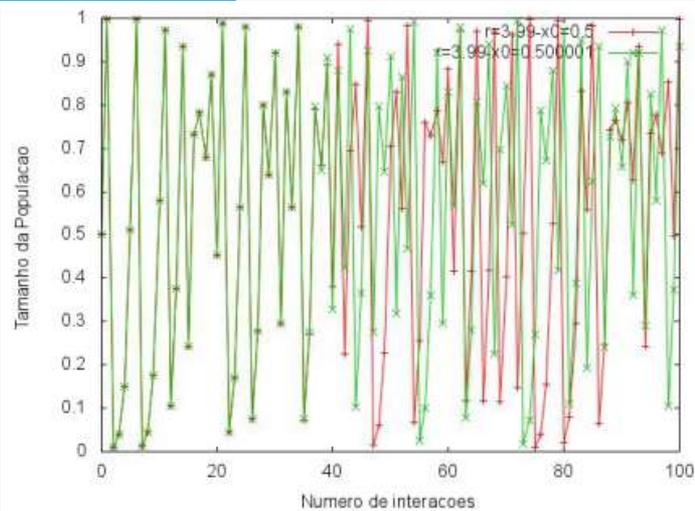
Diagrama de bifurcação:

- Faça um gráfico dos valores das soluções estabilizadas (os valores lá no final da tabela) em função do parâmetro de controle.
 - **Atenção:** O número de iterações é importante pois a solução deve atingir a estabilidade (quando existe). No mínimo **1000** iterações.
- Determine a posição da 1º, 2º e 3º bifurcação e calcule a constante de **Constante de Feigenbaum** (com incerteza)

Dependência das Condições Iniciais



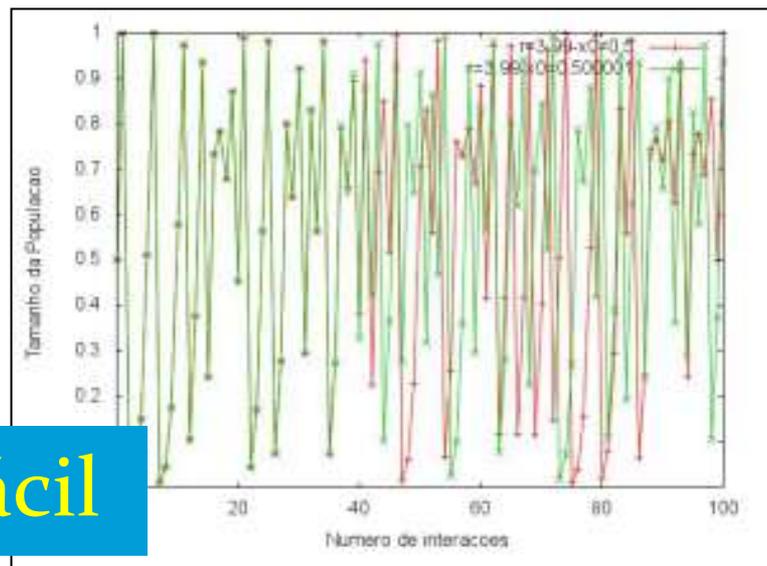
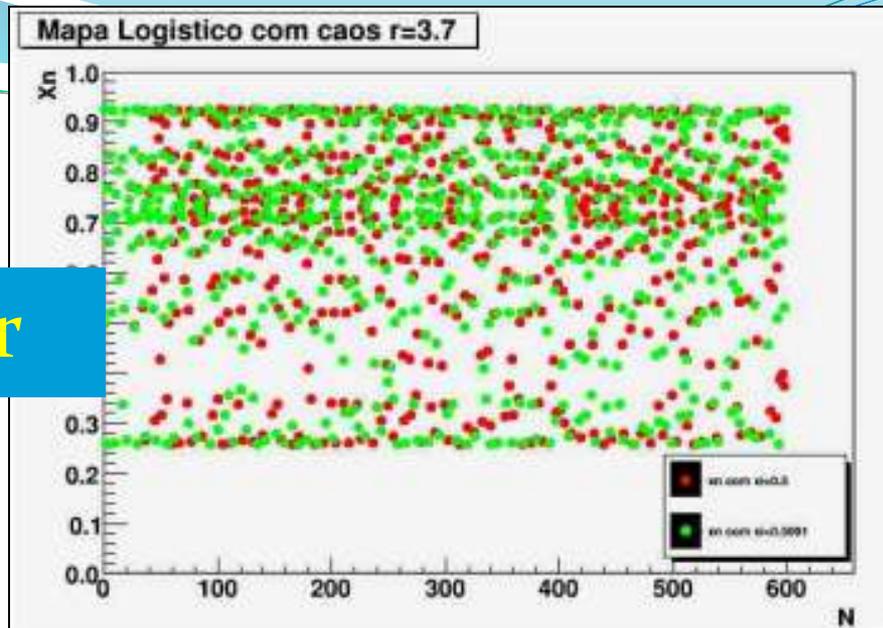
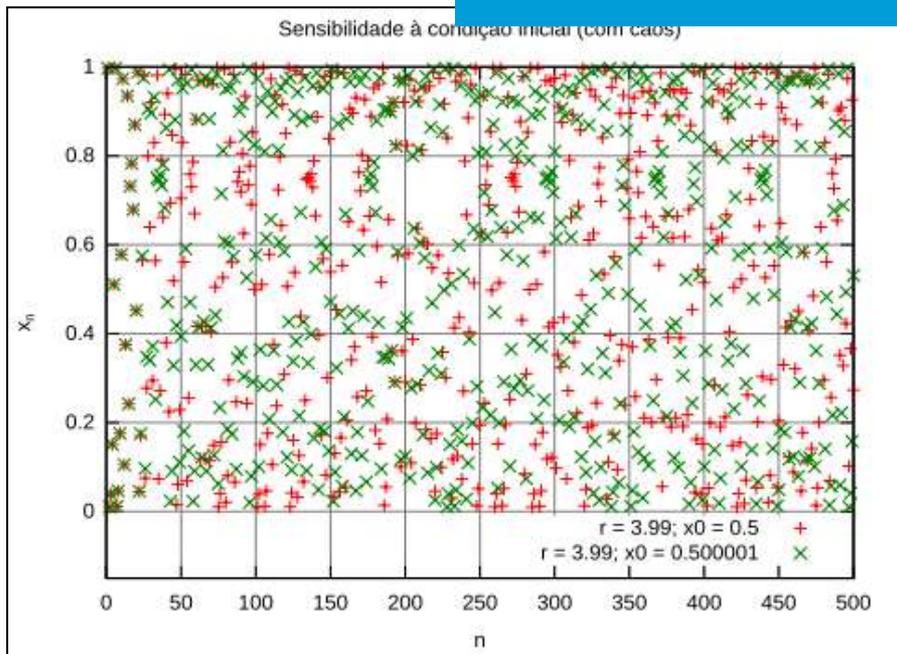
CAOS



Regular

Problemas...

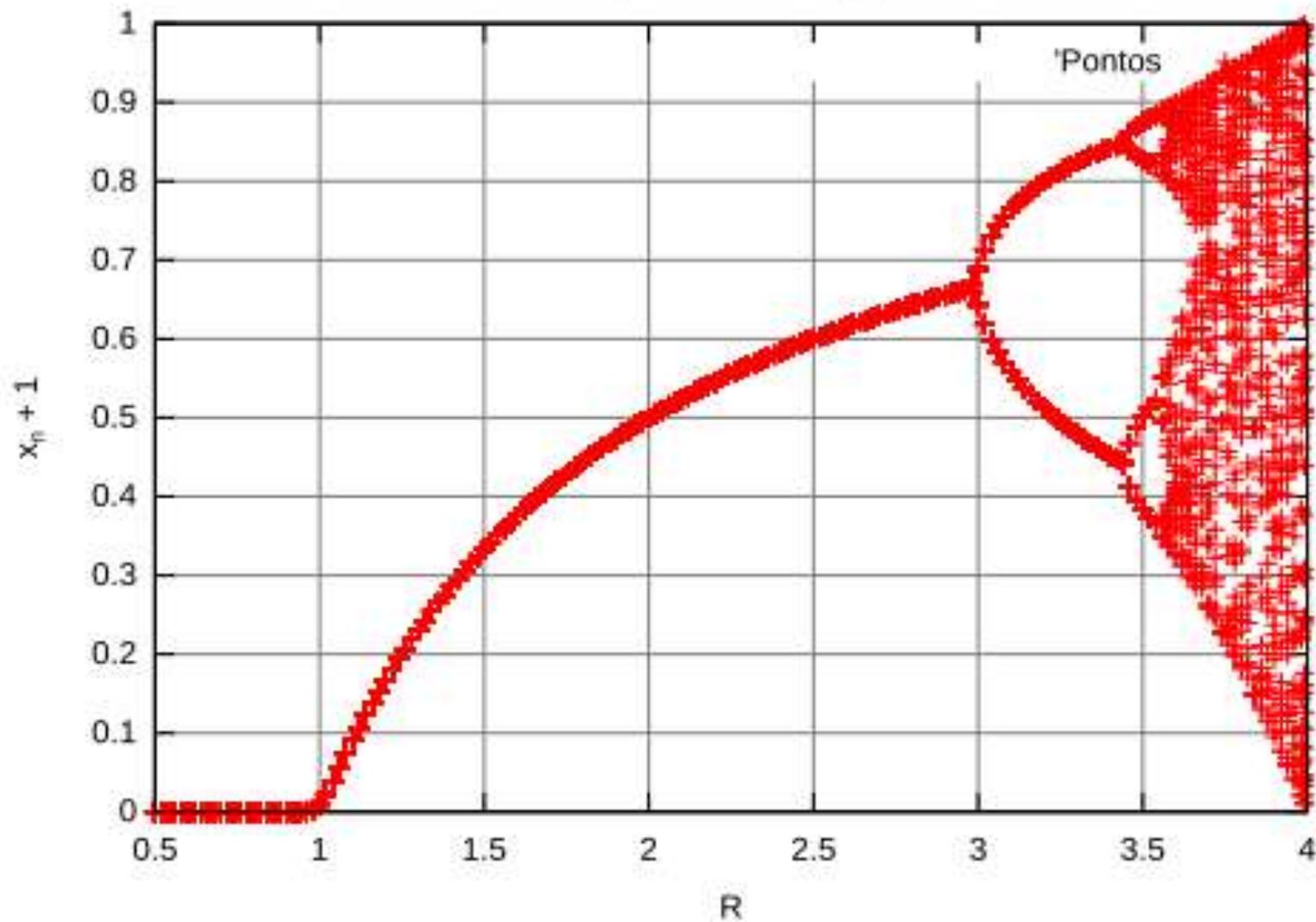
Difícil de ver



fácil

Diagrama de Bifurcação

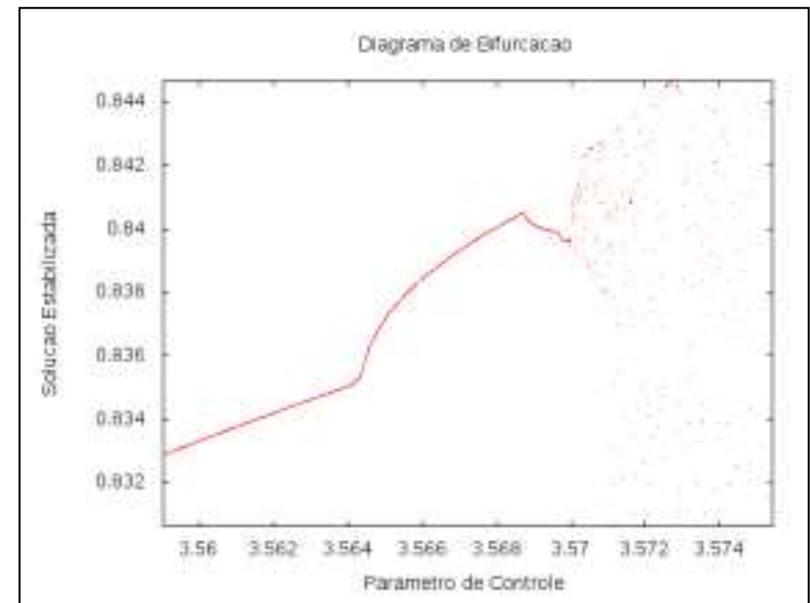
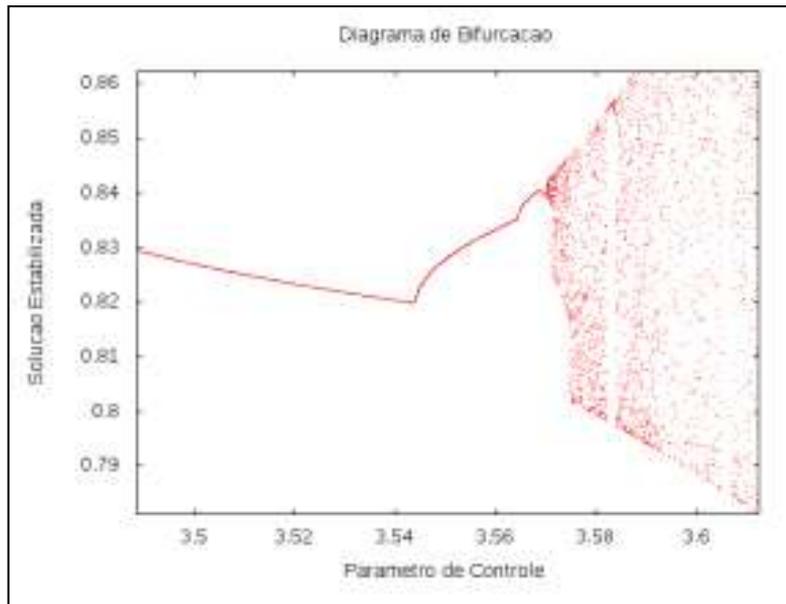
Diagrama de bifurcação



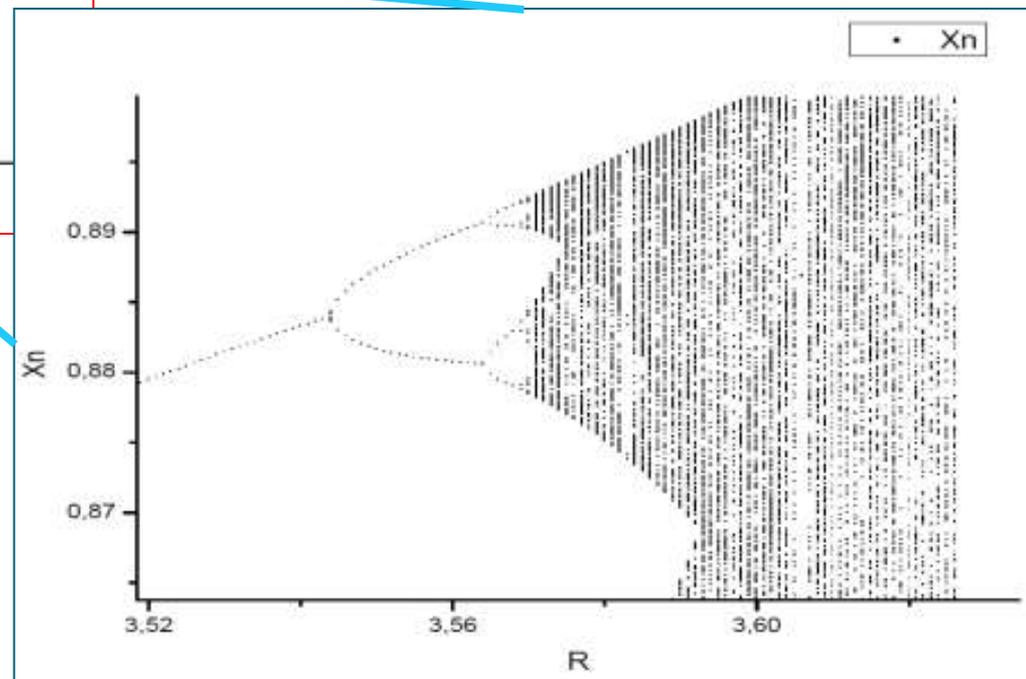
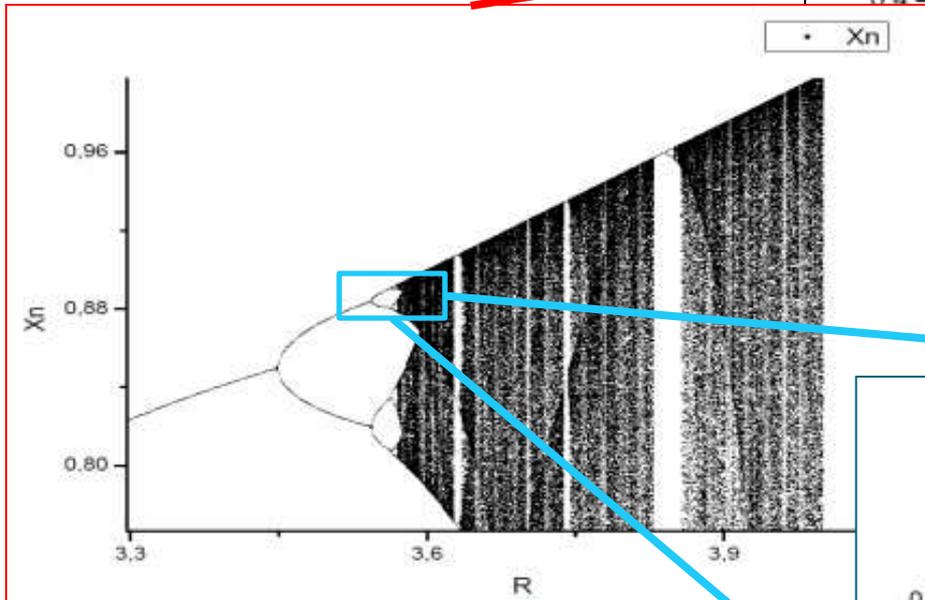
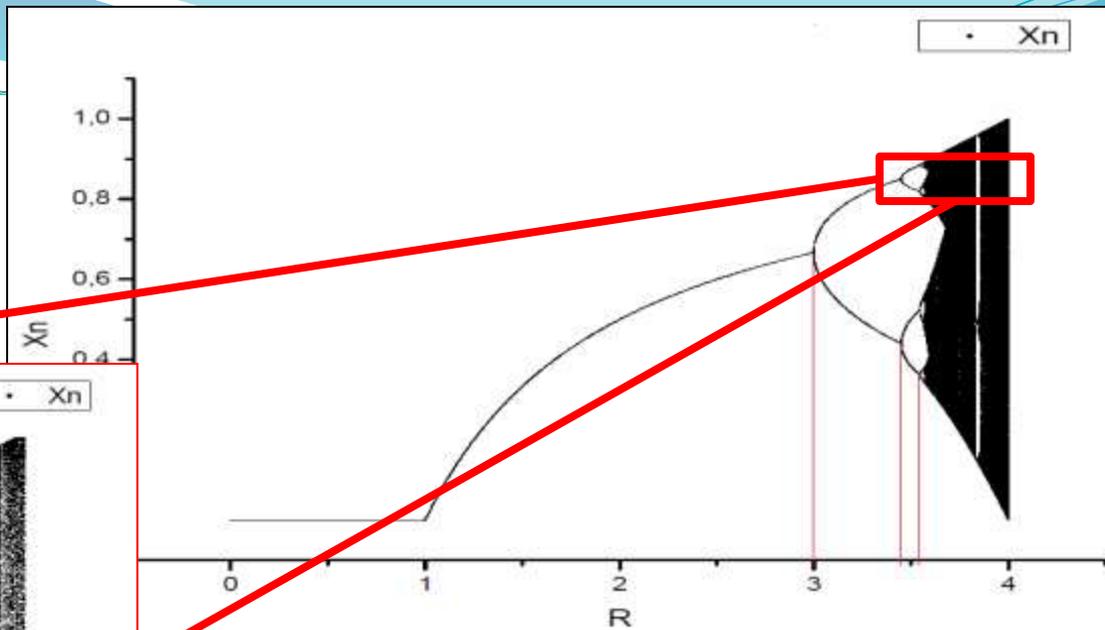
Fractal

- Da pra ver a reprodução dos padrões, mas seria melhor indicar a região do zoom

Ta perdendo resolução



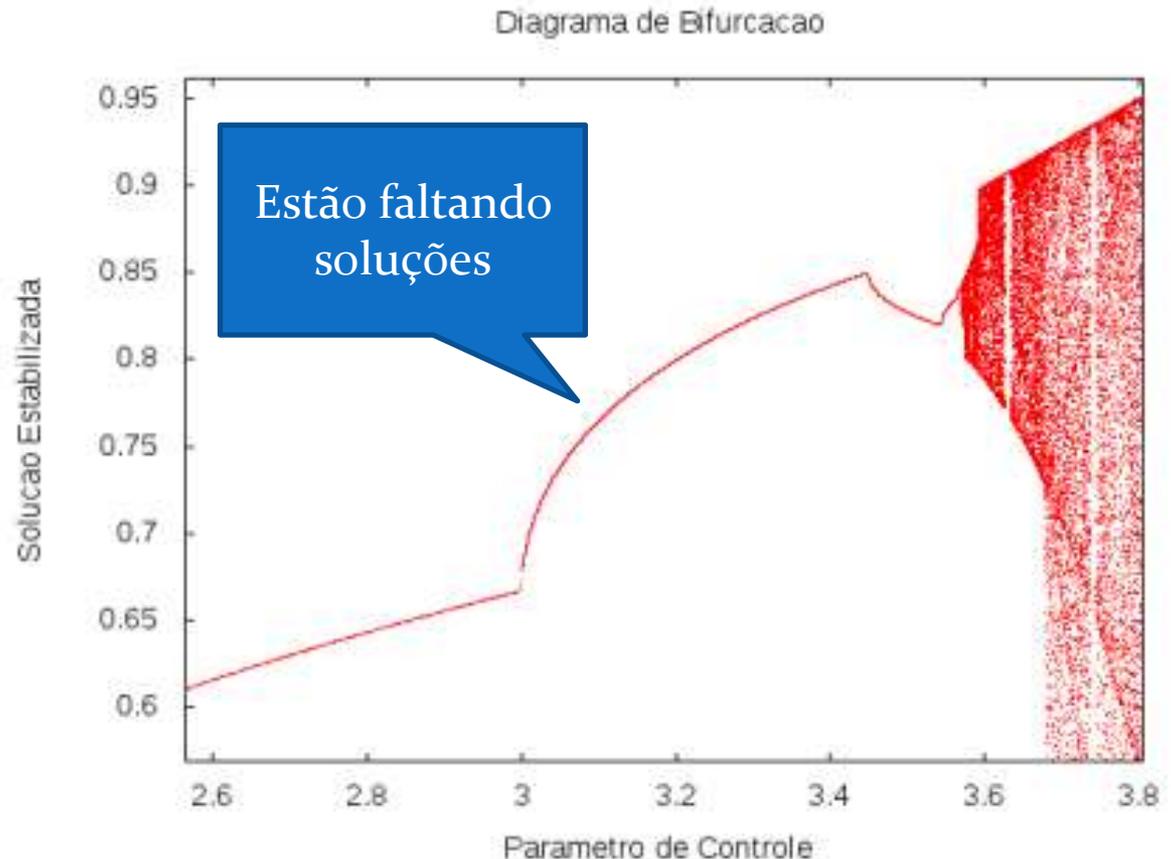
Fractal (2009)



Alguns grupos fizeram um programa e não usaram o excel. Um deles fez com resolução suficiente para “ver” a estrutura fractal do diagrama.

Problemas com o Diagrama

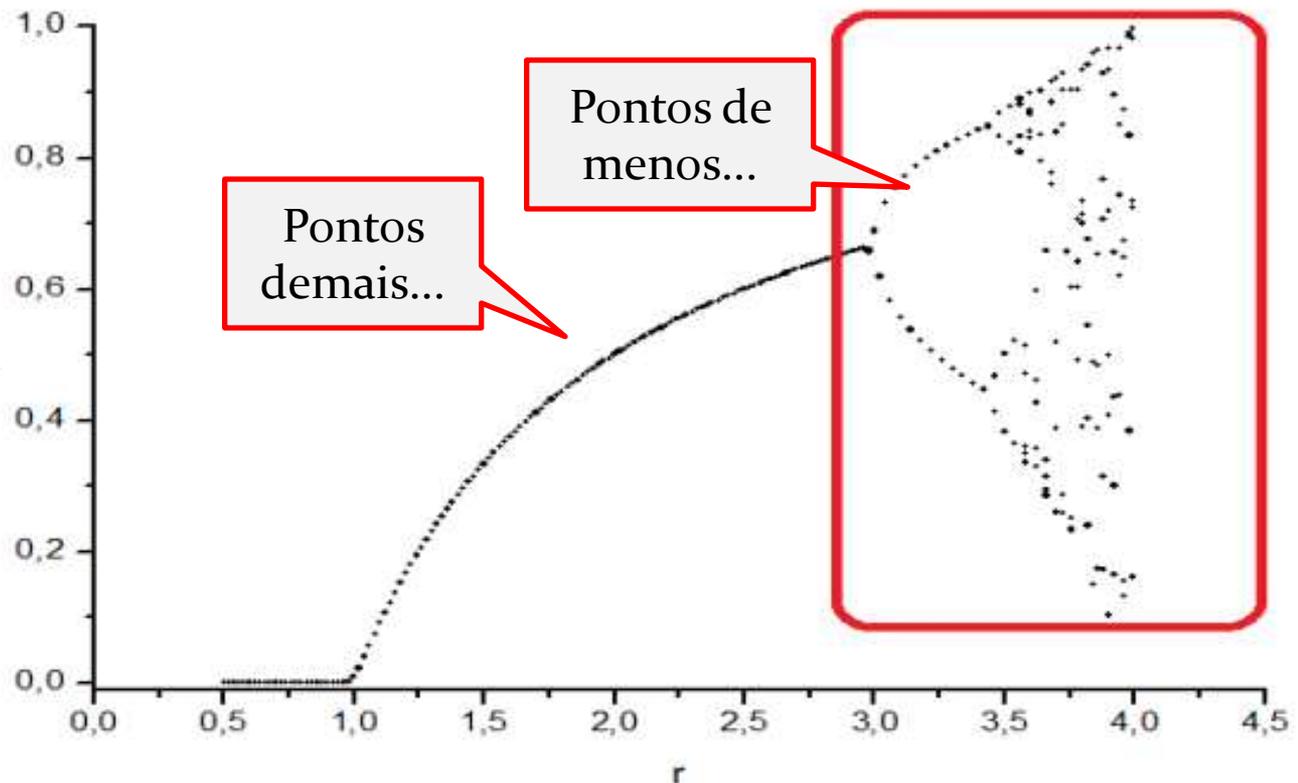
- O diagrama é formado por todas as soluções que convergiram (ou seja os atratores)



Problemas com o Diagrama

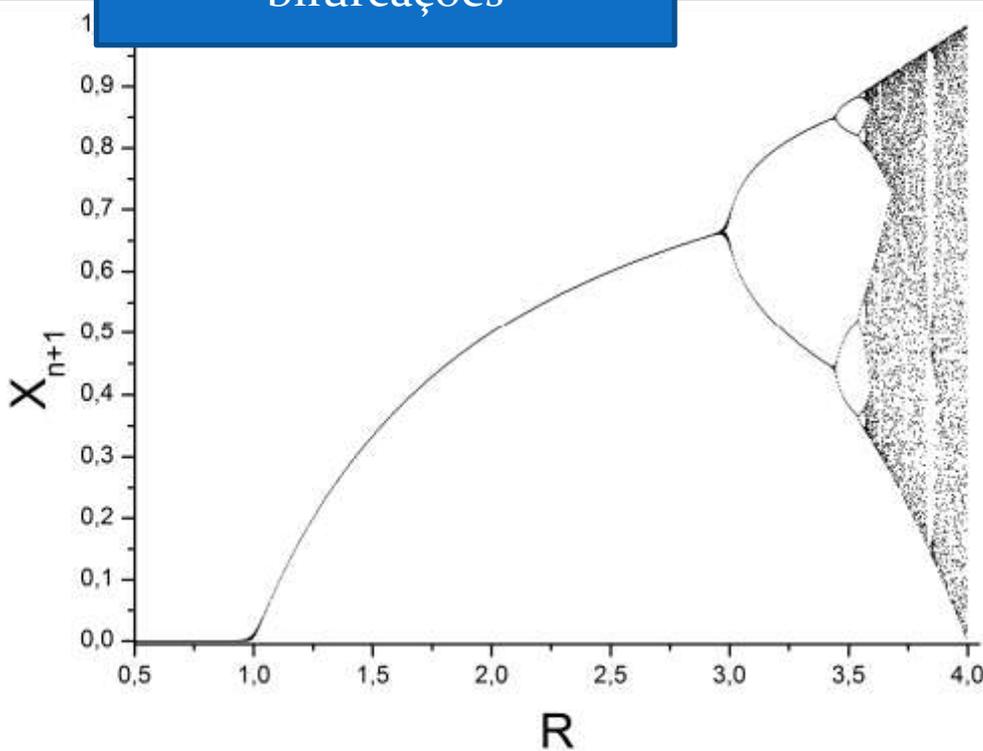
- Não é um problema, mas porque usar um intervalo constante de r ? Seria melhor se concentrar na região onde acontecem as bifurcações.

Eu não disse qual o espaçamento nos valores de r ... Apenas pedi para calcular o diagrama...



Bifurcações (2009)

Poderia olhar direto na tabela e procurar pelas bifurcações



Zoom para determinar as posições

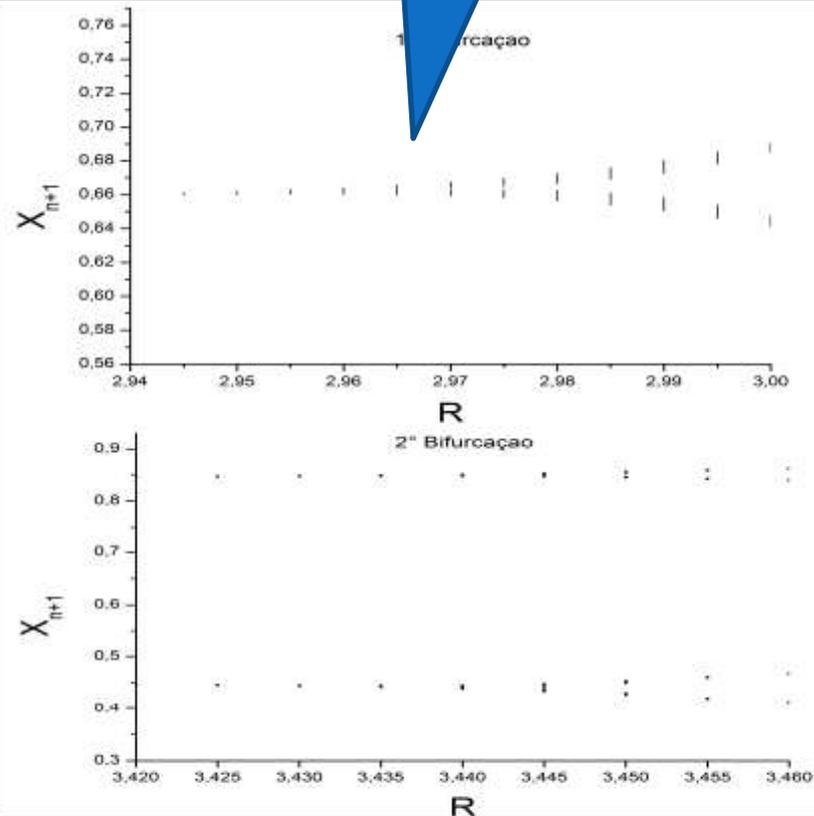
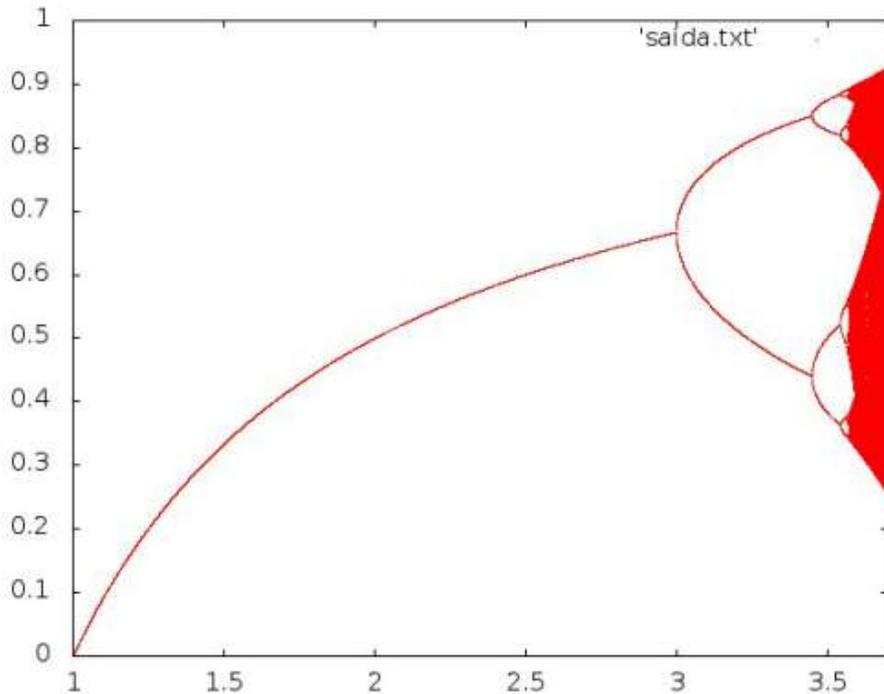


Figura 6: Diagrama de bifurcação de X_n em função do fator R .

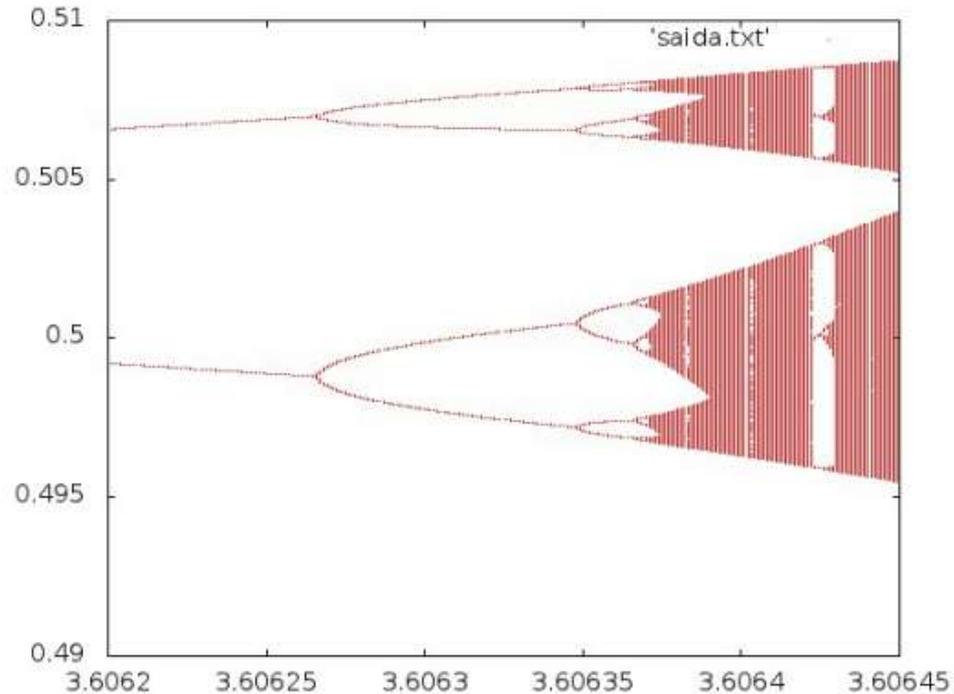
Figura 7: "Zoom" nas áreas da primeira e segunda bifurcação.

Bifurcações

- Melhor ainda com um programa em C com resolução variável...



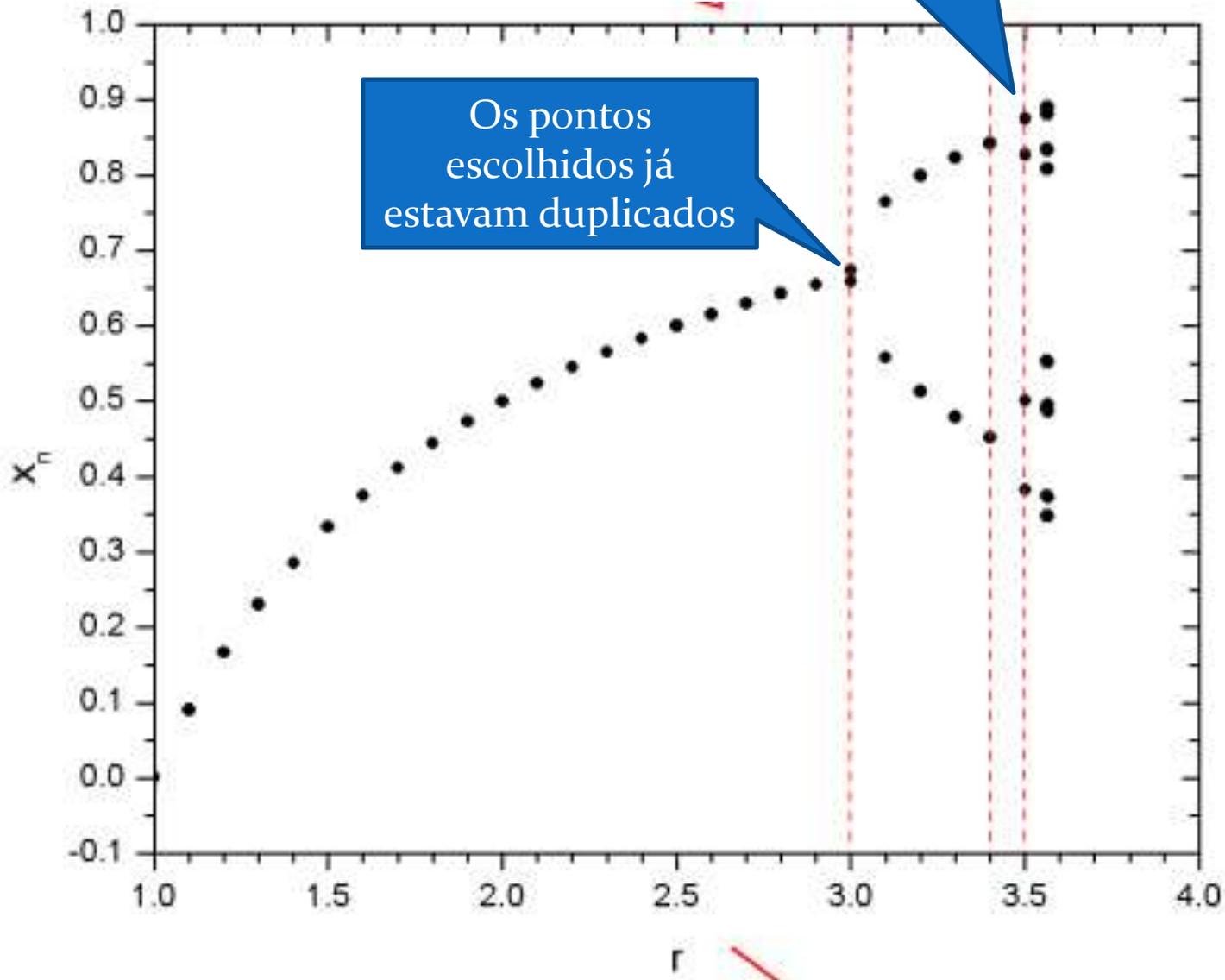
(a) Diagrama obtido



(b) Exemplo de zoom em uma bifurcação

Problema

Os pontos escolhidos já estavam duplicados



Os pontos escolhidos já estavam duplicados

$$\delta = 4,6692016091029909\dots$$

Feingenbaun

Os outros não disseram...

	R1	R2	R3	R4	F
H1	2,990 < r < 2,991	3,445 < r < 3,446	3,542 < r < 3,543		4.69 (2)
H2	3	1+raiz(6)	3.544 (8)		4.76 (21)
H3					4.60 (6)
H4	2.965 (5)	3. (5)			4.47 (25)
H5	3.00000 (15)	3.44953 (8)	3.54411 (7)	Até n=5	4.752 (6)
H6	2.994 (6)	3.438 (13)	3.538 (13)		4.44 (2)
H7					4.674 (5)
H8		448 (8)	3.54336(16)	3.56404 (4)	4.72 (6) 4.77 (6)
H9					4.708 (1)
H10	3	3.4	3.5		4.0 (1)

Tomaram os valores teóricos

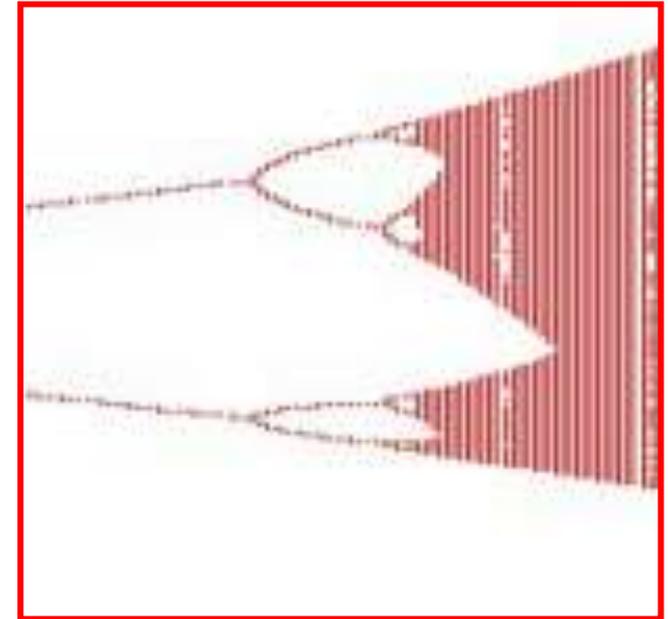
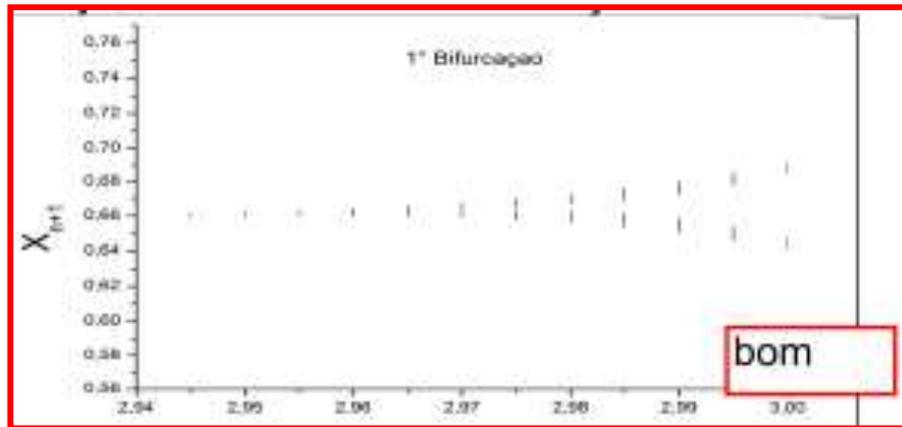
propagação

Fortran, 10k valores de R, 50k gerações

Metade da separação

Posição de uma bifurcação

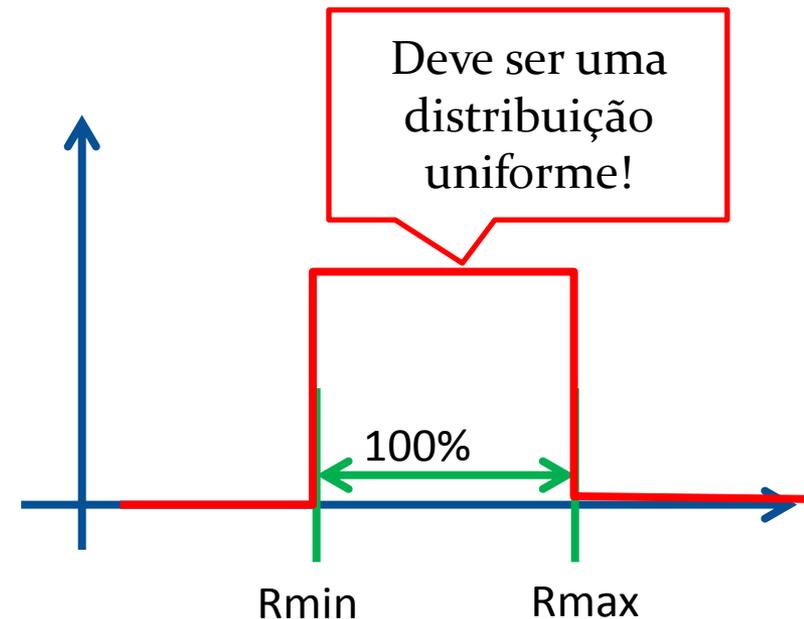
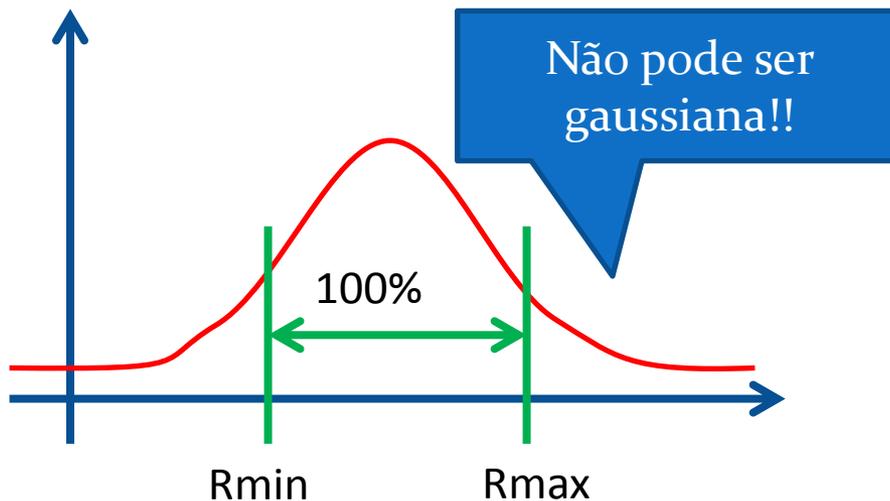
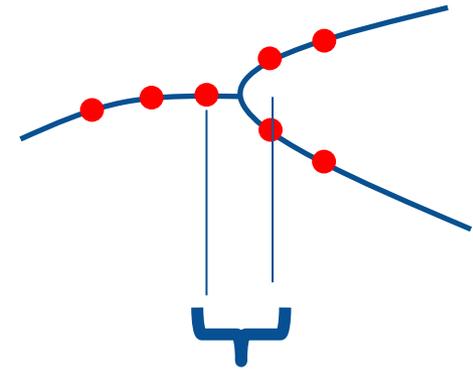
- Qual a incerteza na posição?



- Determinamos duas posições, antes e depois.
 - Vários grupos usaram metade desta divisão como a incerteza em R_1, R_2, \dots
 - Mas ela é gaussiana??

Posição de uma bifurcação

- Temos certeza que a bifurcação esta num certo intervalo
 - $[R_{min}, R_{max}]$
- Qual a distribuição de probabilidade da posição?



Propagação de incerteza

- Como calcular a incerteza na constante, se a incerteza em cada termo da equação não é gaussiana?

$$F \approx \frac{r_2 - r_1}{r_3 - r_2} \Rightarrow \Delta F = ?$$

- Temos que fazer um Monte-Carlo, usando a distribuição de probabilidade da incerteza em R_1 , R_2 e R_3 .
 - Podemos fazer isso até mesmo no Excel
 - Usar a função rand()

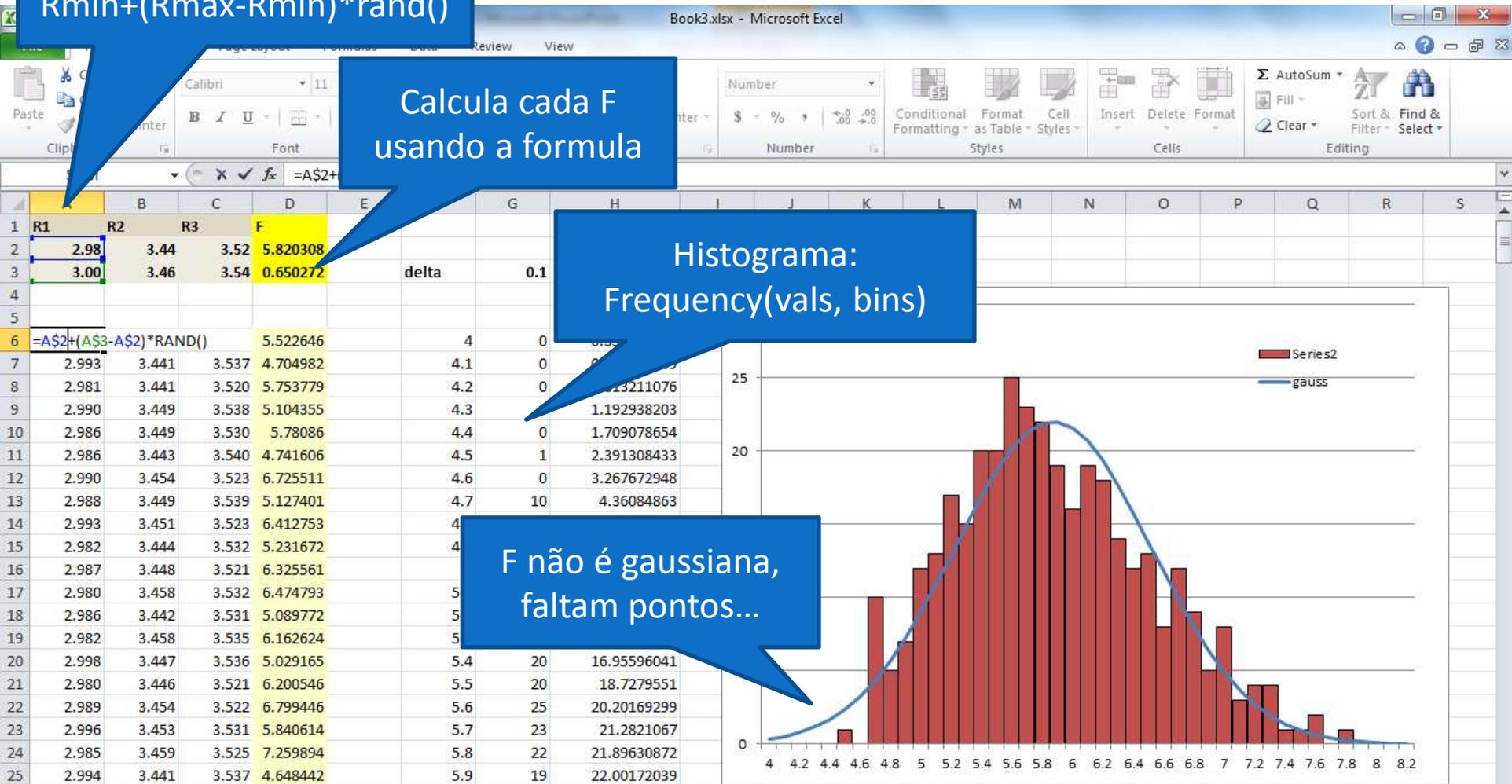
Propagação com MC

Sorteio uniforme:
 $R_{min} + (R_{max} - R_{min}) * rand()$

Calcula cada F
usando a formula

Histograma:
Frequency(vals, bins)

F não é gaussiana,
faltam pontos...

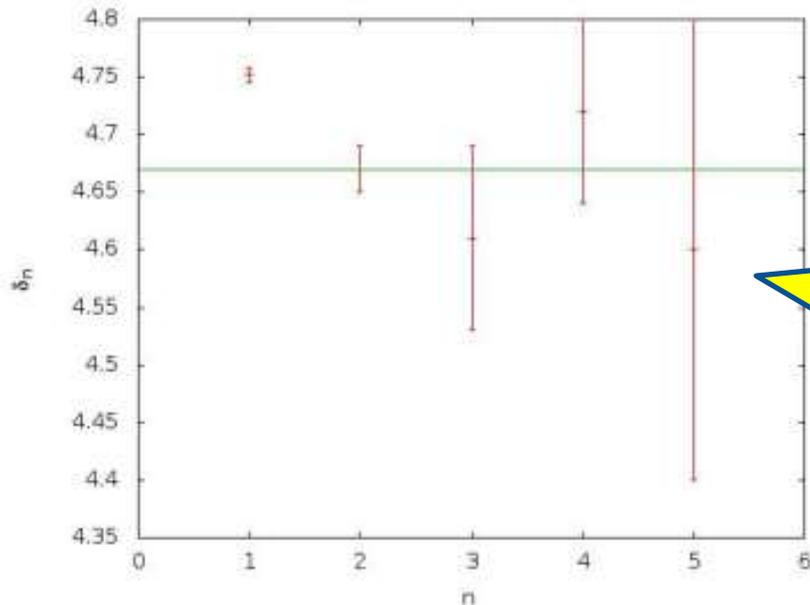


Tarefas 4 - EXTRAS

- Você viu que o sistema tem 1 atrator diferente de 0 quando $1 < r < 3$. Demonstre porque os valores X_n :
 - convergem suavemente para a solução única, para $1 < r < 2$
 - oscilam em direção a solução única para $2 < r < 3$
- Você calculou a constante de Feigenbaum usando as intersecções 1º, 2º e 3º. Calcule também usando:
 - 2º, 3º e 4º
 - 3º, 4º e 5º
 - Etc...
- Faça um gráfico da constante encontrada versus intersecções usadas, mostrando que ela converge para o valor esperado.

Convergência da constante...

A figura 6 mostra os diferentes valores de δ_n para cada n , assim como o valor conhecido de δ . A partir de μ_5 o programa foi rodado novamente e foram utilizados 100000 valores diferentes de r , para aumentar a precisão. Mas não foi possível atingir precisão suficiente para observar uma convergência, embora todos δ_n , com exceção apenas de δ_1 , possuem o valor conhecido dentro de uma incerteza.



Porque a incerteza aumenta?

$$\delta = 4,6692016091029909\dots$$