

Física Experimental IV

Prof. Antonio Domingues dos Santos
adsantos@if.usp.br
Ramal: 6886
Mário Schemberg, sala 205

Prof. Leandro Barbosa
lbarbosa@if.usp.br
Ramal: 7157
Ala I, sala 225

Prof. Henrique Barbosa
(**coordenador**)
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin
carlin@dfn.if.usp.br
Ramal: 6820
Pelletron

Prof. Paulo Artaxo
artaxo@if.usp.br
Ramal: 7016
Basílio, sala 101

Aula 3 - Experiência 1 Circuitos CA e Caos 2013

<http://lababerto.if.usp.br/>

Notícias da disciplina

Podem me procurar! me encontrando, estou sempre a disposição.

Prof. Henrique Barbosa

hbarbosa@if.usp.br

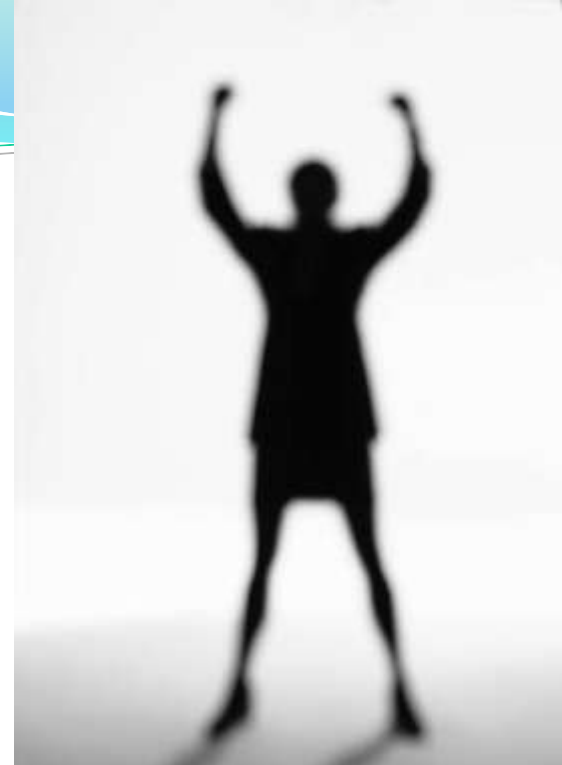
Ramal: 6647

Ed. Basílio Jafet, sala 100

<http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa>

Vejam as notas de aula e os manuais de preparação das sínteses e relatórios.

Usem a lista de discussão para tirar as dúvidas, pois pode ajudar outros alunos.



Notícias da disciplina

- As regras da disciplinas são conhecidas desde lab 3, estão disponíveis no site e serão aplicadas igualmente por todos os professores.
- Marcar horário no lab e não aparecer cancela uma presença pois:
 - Prejudica os outros alunos quando a sala esta cheia
 - Prejudica os professores e monitores quando a sala esta vazia
- **ATENÇÃO:** a nota da síntese depende da entrega dos pedidos **da síntese!** Os pedidos do relatório são comentados apenas para ajudar vocês! Os bonus vão na avaliação final do experimento.

Objetivos

- Estudar circuitos elétricos em corrente alternada com a finalidade de explorar fenômenos caóticos
- Aprender algumas técnicas avançadas de processamento de sinais e análise de dados
- 5 aulas
 - Noções de CA, filtro RC
 - Circuito integrador e análise de Fourier
 - Ressonância de um circuito RLC simples
 - Funções caóticas: mapa logístico
 - Caos em circuito RLD

TAREFAS DA SEMANA PASSADA

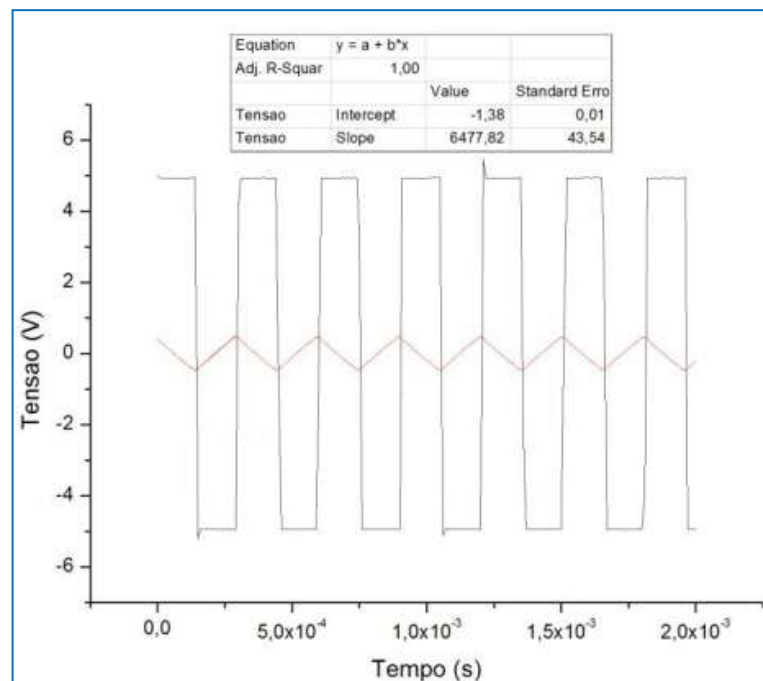
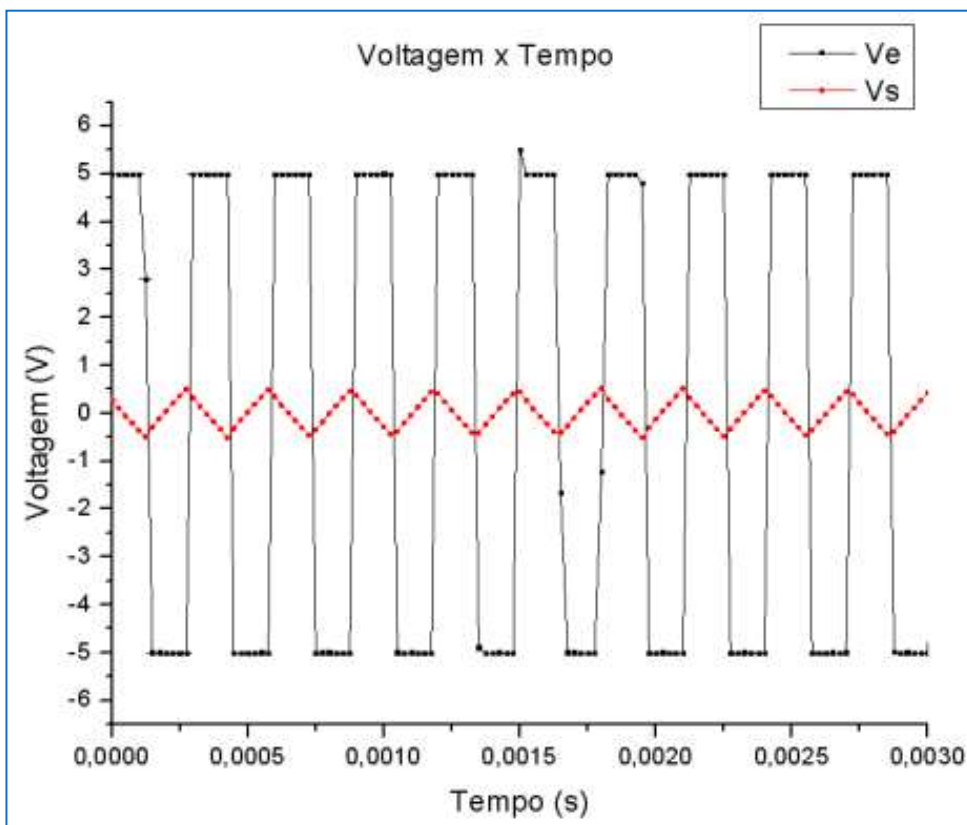
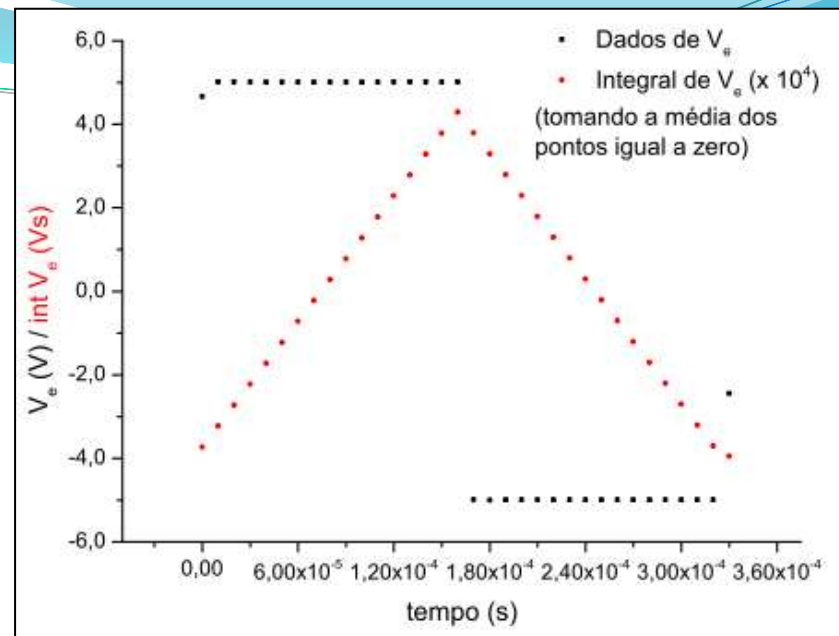


Tarefas 1 – Para Síntese

Usando o mesmo circuito da semana passada, mas agora com **uma onda quadrada na entrada e $f_c=200\text{hz}$** :

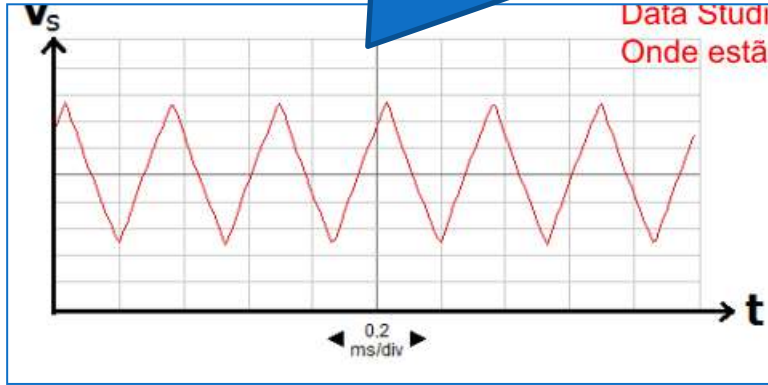
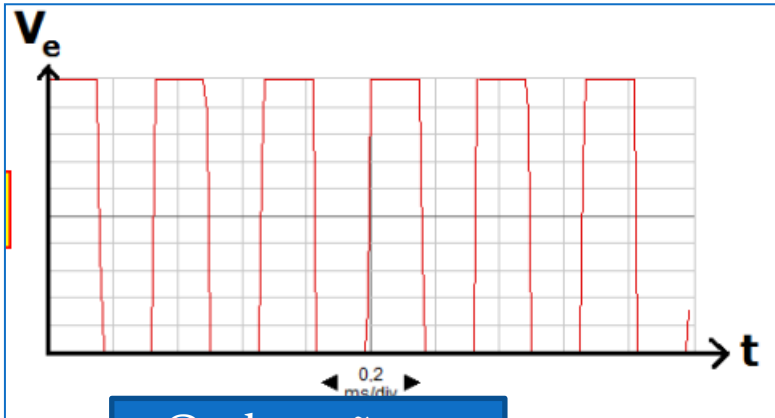
- Meça V_C e V_e no DataStudio e salve os dados para uma frequência tal que:
 - $\omega \gg \omega_c$ (~15 vezes maior)
- Mostre com os dados obtidos que o sinal de saída é proporcional à integral do sinal de entrada:
 - Neste caso, como a entrada é um sinal quadrado, significa que a saída será um triângulo, certo?
 - Mostre que as “inclinações” teóricas (sua dedução) e medidas (na tela do osciloscópio) da onda triangular na saída são compatíveis

Entrada x Saída



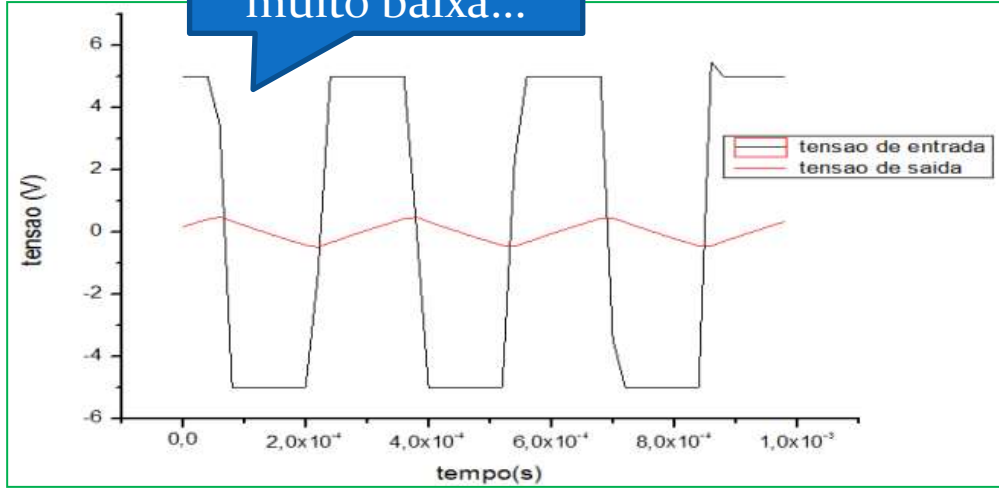
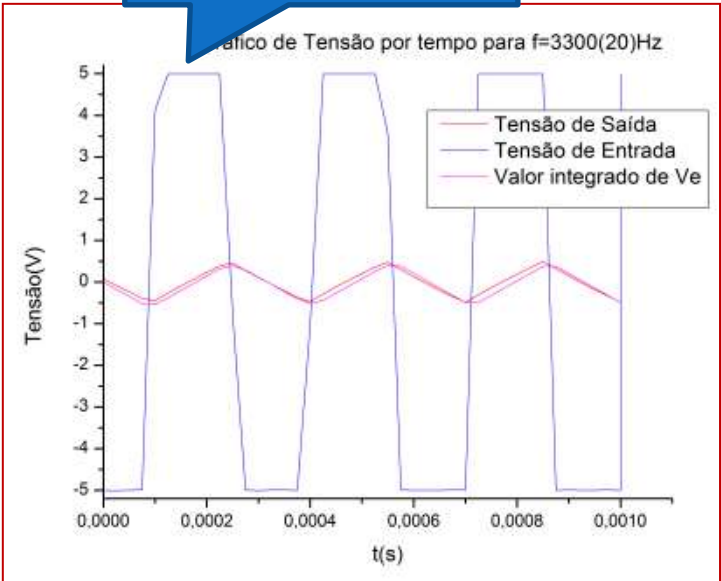
Problemas

Copy-paste do DataStudio...
Sem escala, legendas ou unidades...



Onde estão os pontos experimentais?

Taxa de amostragem muito baixa...



Circuito RC alta frequência

- Esta é a dedução de um dos grupos:

Em um primeiro momento, foi deduzida a relação entre o sinal de entrada e o de saída, partindo do pressuposto de que $\omega \gg \omega_c$ [1]. Sendo assim, pôde-se obter as relações [2] e [3]:

$$G_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \approx \frac{\omega_c}{\omega} \quad [2]$$

$$\frac{\omega}{\omega_c} \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(-\frac{\omega}{\omega_c}\right) \approx \tan^{-1}(-\infty) \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad [3]$$

De [2] e [3] e das relações do ganho \hat{G} [4a e 4b] e da voltagem de entrada \hat{V}_e [4c], obtém-se uma relação de proporcionalidade entre a integral do sinal de entrada e a voltagem de saída do circuito [4d]:

$$\hat{G} = G_0 e^{j\varphi} = \frac{1}{\omega RC} e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{j\omega RC} \quad [4a]$$

Circuito RC alta frecuencia

$$\hat{G} = \frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_e} = \frac{1}{j\omega RC} \Rightarrow \hat{V}_s = \frac{1}{j\omega RC} \hat{V}_e \quad [4b]$$

$$\hat{V}_e = V_e e^{j\omega t} \Rightarrow \int \hat{V}_e dt = \frac{1}{j\omega} V_e e^{j\omega t} \Rightarrow \int \hat{V}_e dt = \frac{1}{j\omega} \hat{V}_e \quad [4c]$$

$$\Rightarrow \hat{V}_s = \frac{1}{RC} \int \hat{V}_e dt \quad [4d]$$

Para testar o resultado desta dedução, foram tomadas duas abordagens, uma teórica e outra prática. O objetivo de ambas foi determinar um valor de “inclinação” para o gráfico do sinal de saída. Esta inclinação α foi obtida a partir do desenvolvimento de [4d]:

$$\alpha = \frac{d\hat{V}_s}{dt} = \frac{\hat{V}_e}{RC} \quad [5]$$

Da teoria....

Como:

$$\hat{V}_s = \frac{1}{RC} \int \hat{V}_e dt$$

Então:

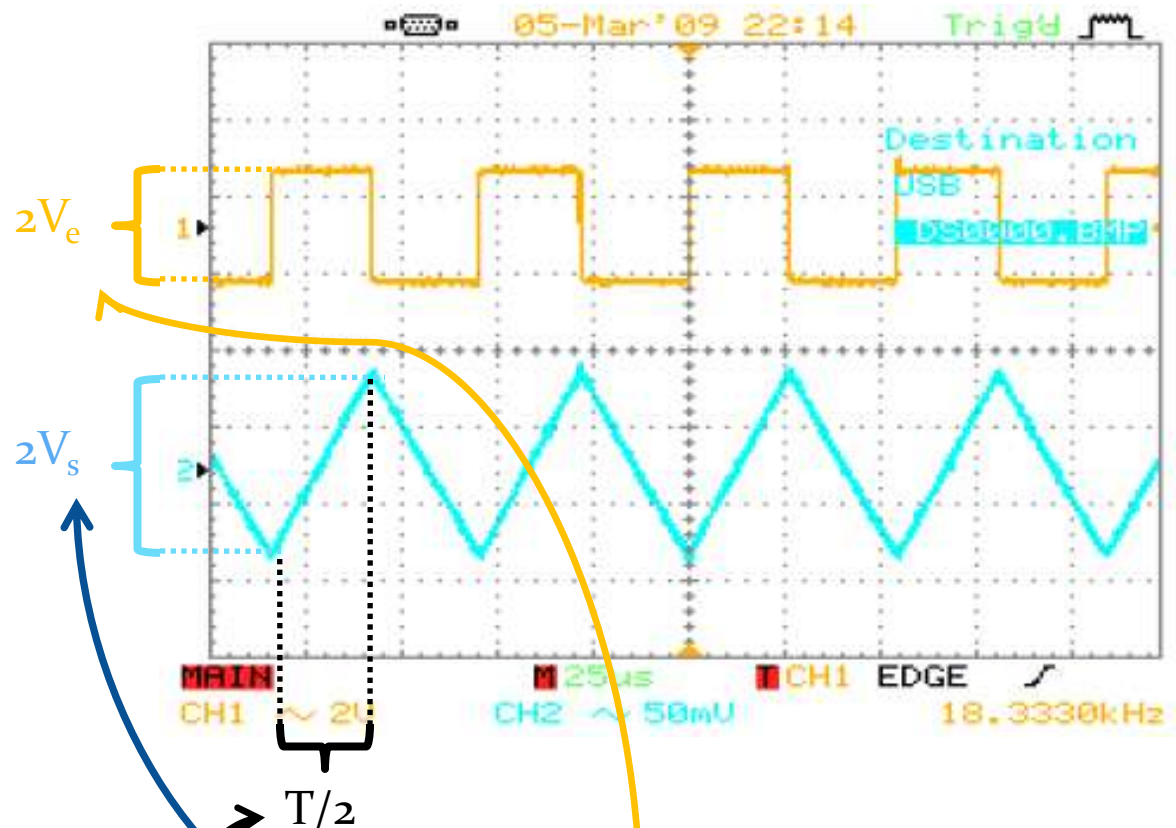
$$\frac{d\hat{V}_s}{dt} = \frac{1}{RC} \hat{V}_e$$

E como:

$$d\phi_s / dt = 0$$

Temos:

$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{RC} V_e \Rightarrow \text{inclinação} = \frac{2V_s}{T/2} = \frac{V_e}{RC}$$



Circuito RC alta frecuencia

Para o cálculo do valor teórico de α , foi utilizada a voltagem de entrada obtida a partir dos dados do DataStudio, sendo o seu erro calculado a partir do desvio padrão da média dos pontos do topo das ondas quadradas. Já para o valor prático, foram utilizados ajustes lineares para trechos de subida ou de descida da onda triangular determinada pelas voltagens de saída, sendo considerado o módulo do coeficiente angular neste caso.

Alguns fizeram a média das inclinações

Cuidado com o último ponto: pertence a qual lado da curva?

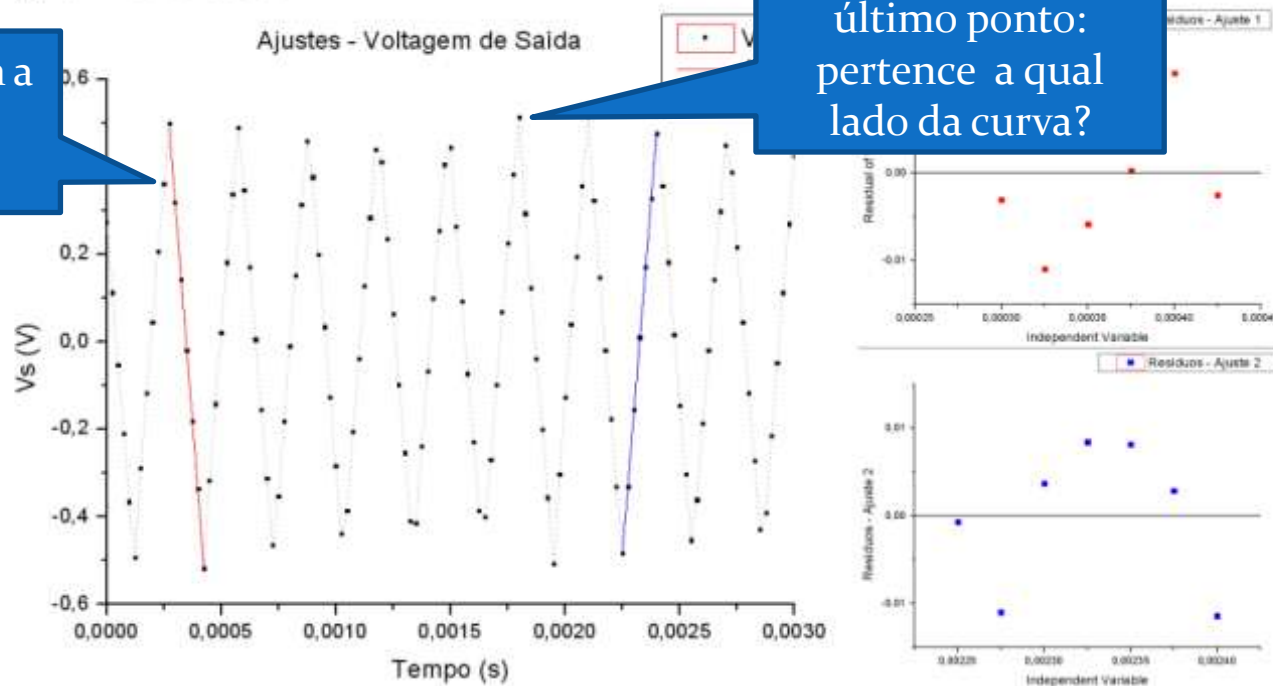
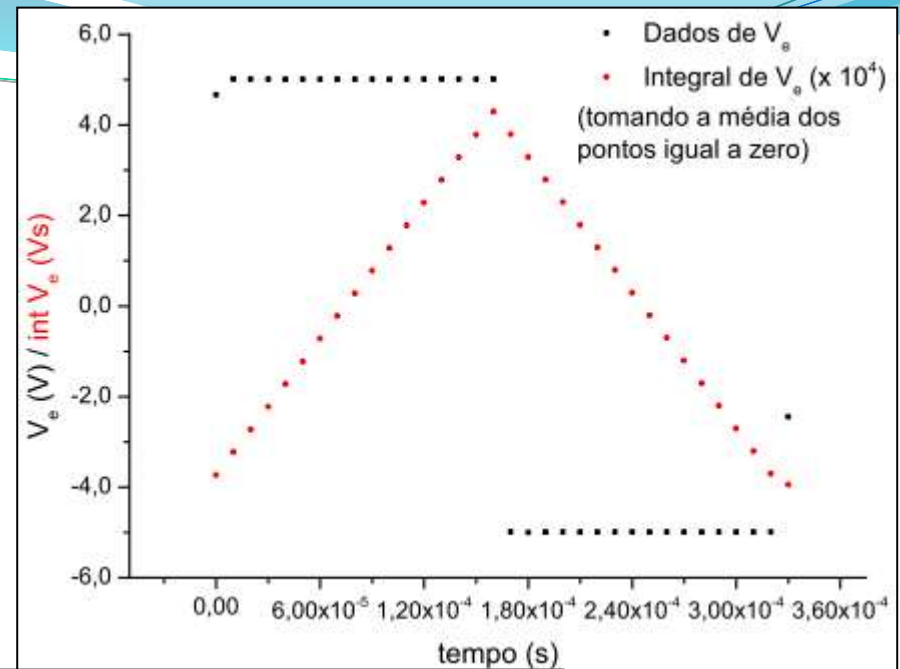
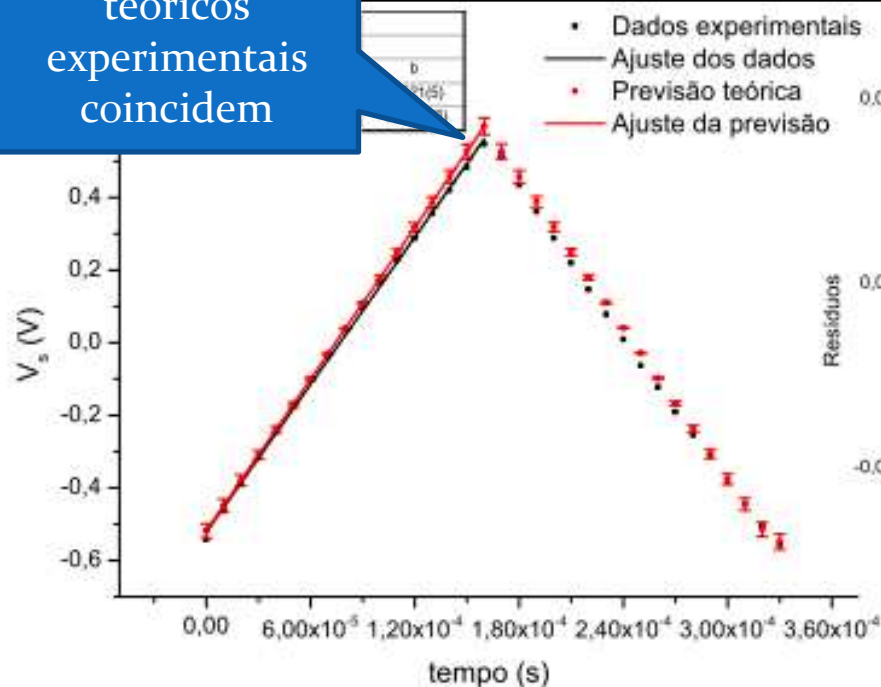


Figura 2. Gráfico dos ajustes para o sinal de saída. Barras de erros do tamanho dos pontos. Gráficos de resíduos ao lado, nas respectivas cores de cada ajuste.

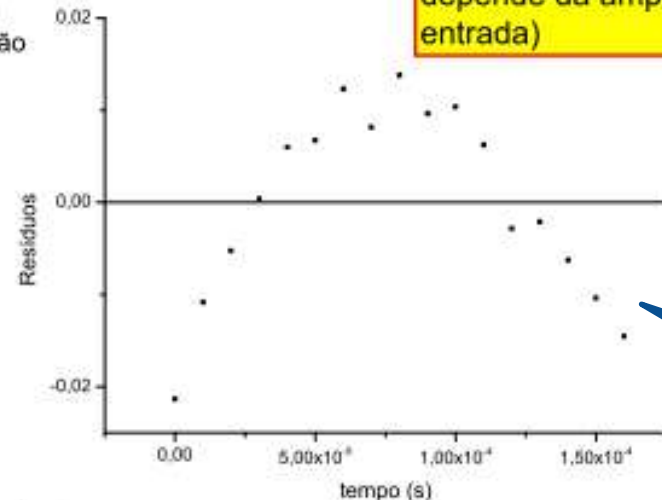
Interessante

- O grupo fez a integral do sinal de entrada / RC, de acordo com a teoria

Os triângulos teóricos experimentais coincidem



triângulo de saída batia com o teórico depende da amplitude de entrada)



Desvios bastante tendenciosos, e não discutidos

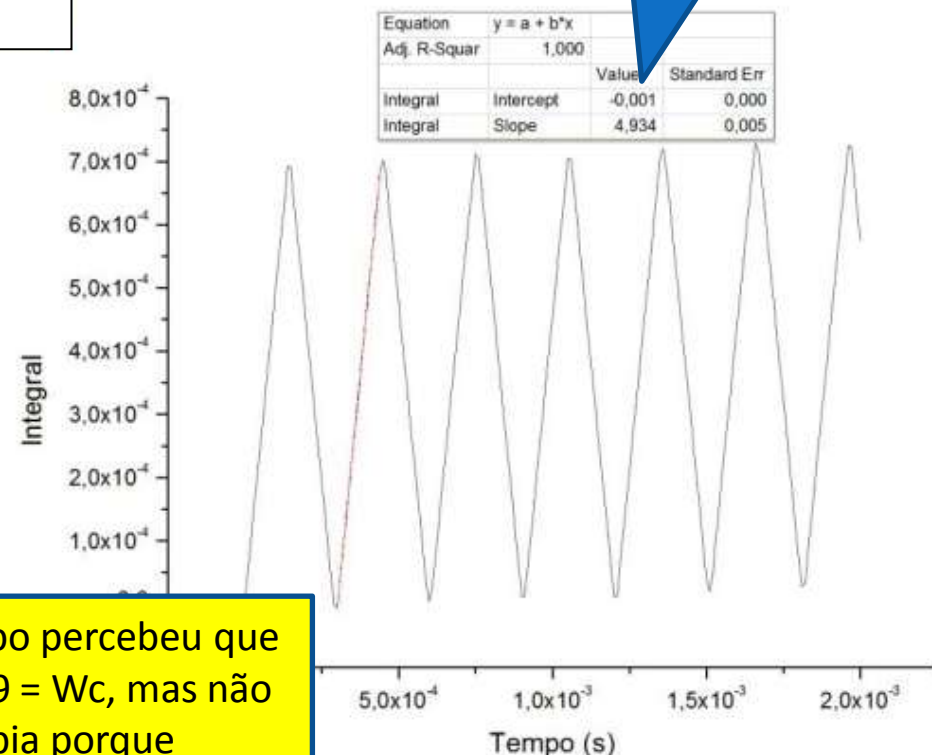
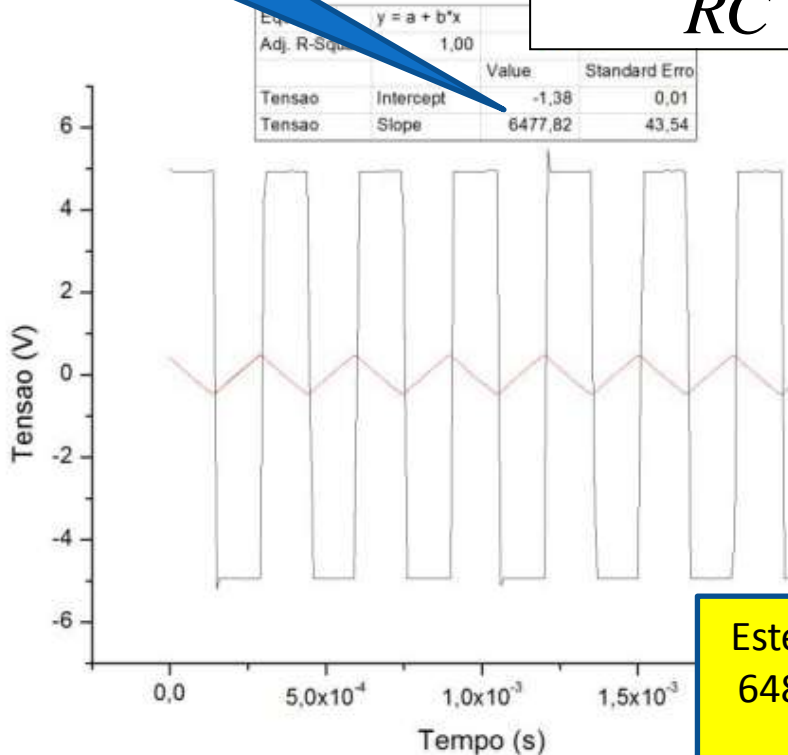
Outros resultados

- Este grupo calculou a inclinação do triângulo e a inclinação da integral da curva de entrada:

6488 V/s
Este é V_e/RC

$$\hat{V}_s = \frac{1}{RC} \int \hat{V}_e dt$$

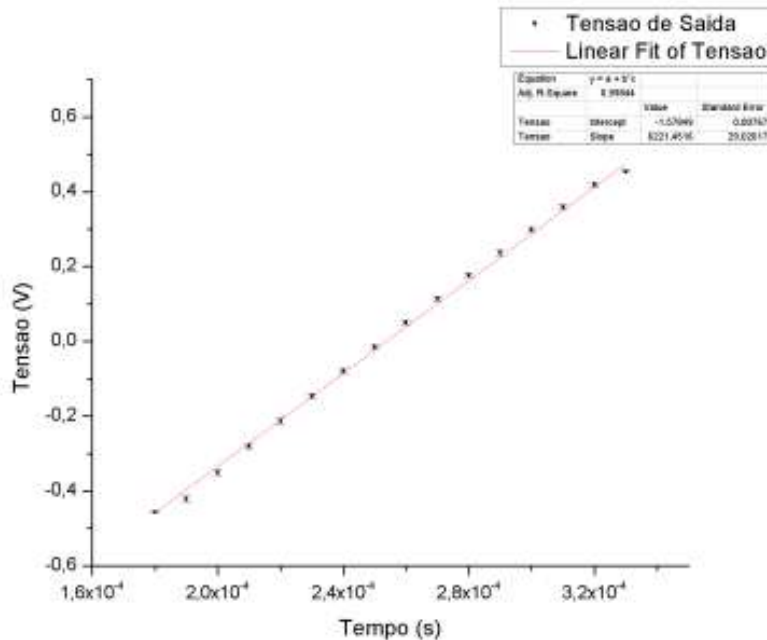
4.934 V
Este é V_e , certo?



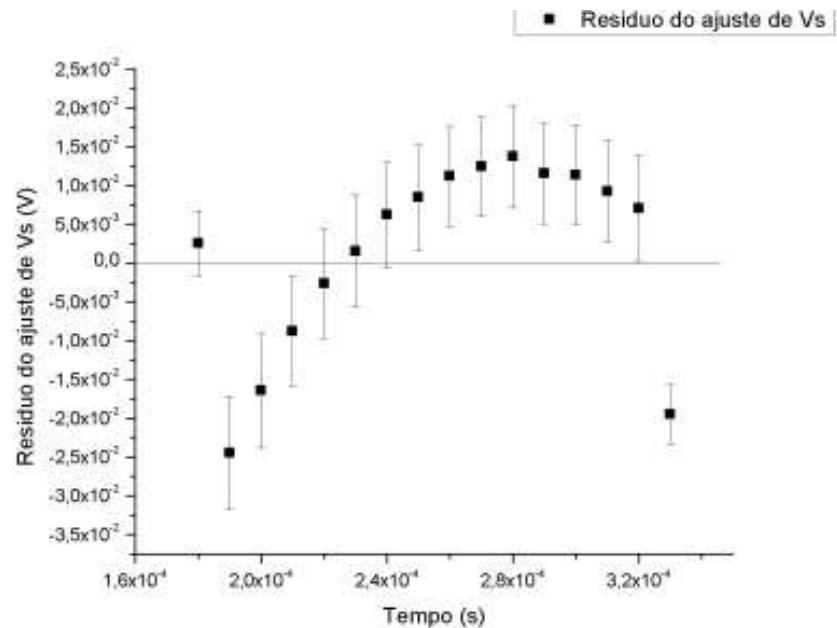
Este grupo percebeu que $6488/4.9 = Wc$, mas não sabia porque

Freq não muito alta?

- Alguns grupos mediram um sinal de saída que não era um triângulo perfeito, mas não souberam explicar...



(c) Ajuste linear aos dados de V_s .



(d) Residuos do ajuste linear aos dados de V_s .

Resultados dos vários grupos

	experimental (kV/s)		teórica (kV/s)	
H01	6.68 6.45	0.07 0.07	6.89	0.35
H02	0.642×10^{-6}	0.002×10^{-6}	0.66×10^{-6}	0.03×10^{-6}
H03	6.5	0.1	6.9	0.2
H04	6.181	0.221	6.608	0.264
H05	6.70	0.13	?	?
H06	6.22	0.06	6.9	0.7
H07	6.48	0.43	?	?
H08	6.76	0.05	7.0	0.3
H09	6.734	0.056	6.666	0.004
H10				

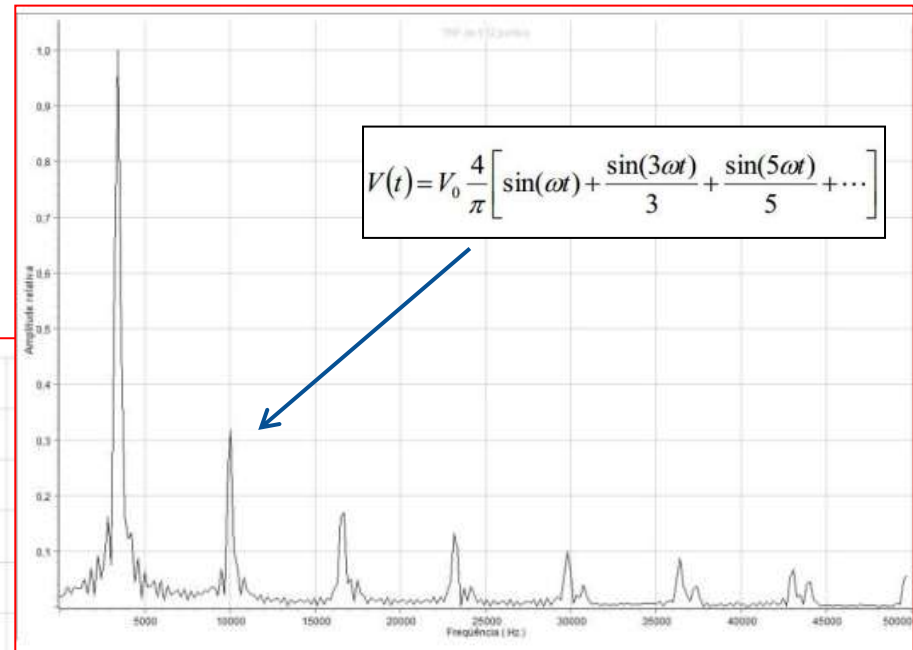
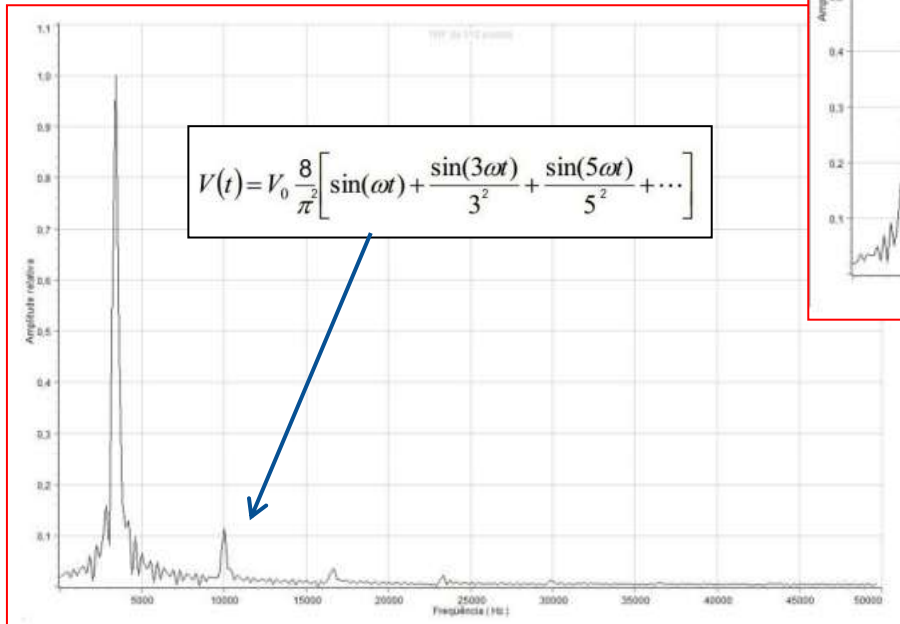
Tarefas 2 – Para Relatório

- Faça a análise de Fourier de uma **onda quadrada** no DataStudio. Fotografe e anote as amplitudes e frequências
 - ▣ Gráfico de **amplitude X frequência**.
 - ▣ Lembre que deve usar a onda quadrada fornecida pela fonte do DataStudio para analisar a onda quadrada usando a função fft do mesmo
- Faça a análise de Fourier de uma **onda triangular** no DataStudio. Fotografe e anote as amplitudes e frequências
 - ▣ Gráfico de **amplitude X frequência**.
- Compare ambas com a previsão teórica, quantitativamente. Comente.

$$Quad(t) = V_0 \frac{4}{\pi} \left[\sin(\omega t) + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \frac{\sin(5\omega t)}{5} + \dots \right]$$
$$Trian(t) = V_0 \frac{8}{\pi^2} \left[\sin(\omega t) + \frac{\sin(3\omega t)}{9} + \frac{\sin(5\omega t)}{25} + \dots \right]$$

H07

- E a comparação com os valores teóricos?



Exemplo: Onda Quadrada

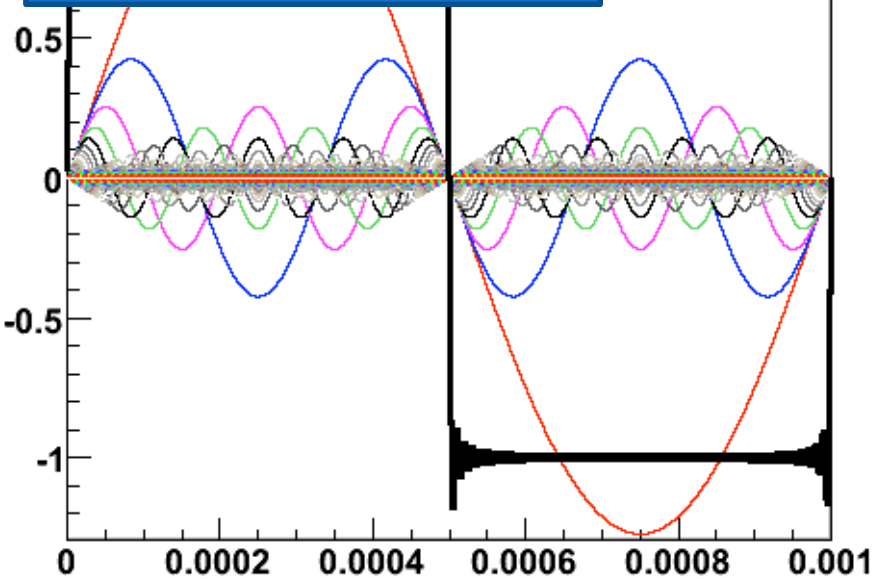
$$V(t) = V_0 \frac{4}{\pi} \left[\sin(\omega t) + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \frac{\sin(5\omega t)}{5} + \dots \right]$$

Cada frecuencia presente no sinal vai produzir uma delta na transformada de fourrier!

Freq ω

Freq 3ω

Freq 5ω



Amplitude

ω

3ω

5ω

Freq

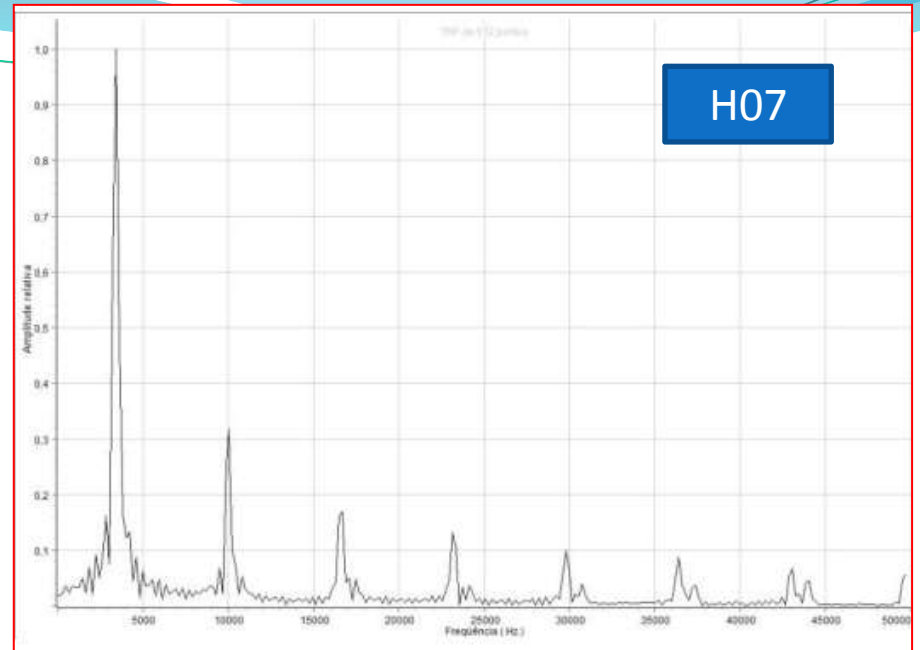
Tarefa 3 - EXTRA

- Meça V_C e V_e também para:

- $\omega \sim 2 \omega_c$
- $\omega \ll \omega_c$ (~ 3 vezes)

Ninguém fez
corretamente

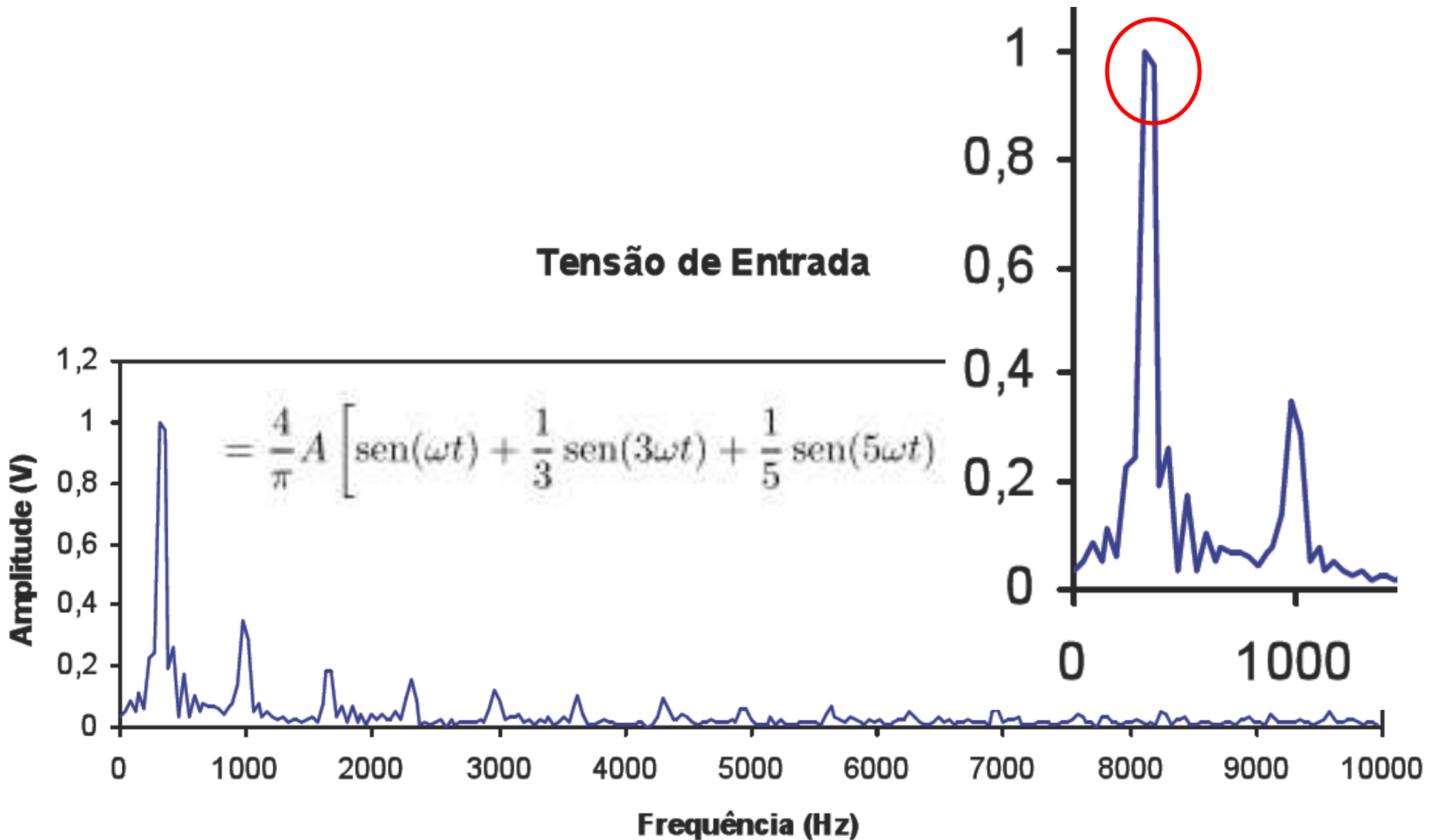
- Com essas medidas e com a medida de $\omega \gg \omega_c$, mostrar numericamente que $V_C(t)$ pode ser obtido através da aplicação do ganho e da fase para cada frequência que compõe a onda quadrada de entrada
- Compare a sua previsão-via-Fourier com a medida experimental de $V_C(t)$.
 - Discuta o efeito da escolha do número de termos na série de Fourier no seu resultado



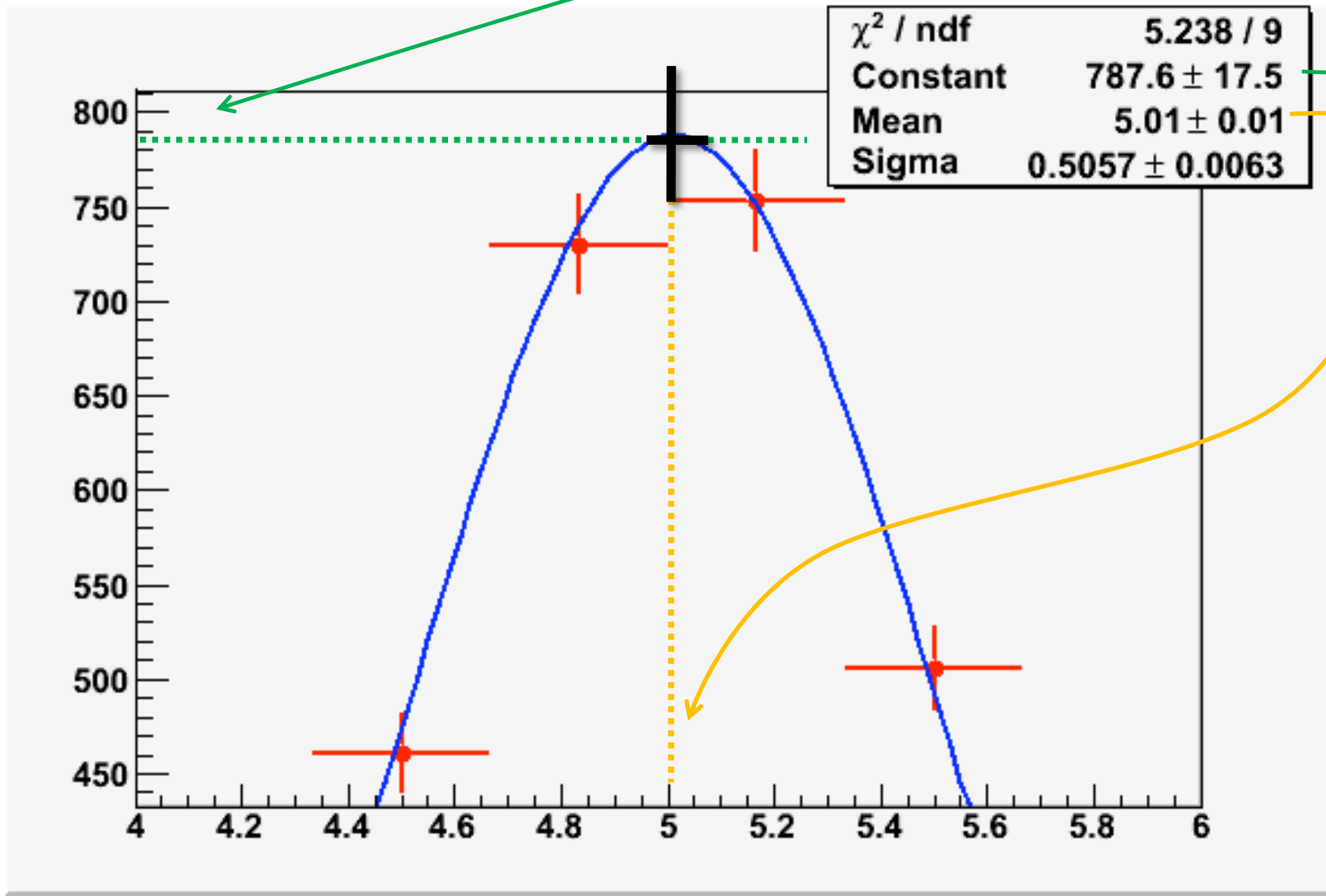
Discussão extra:

1. Pico e ruído da FFT

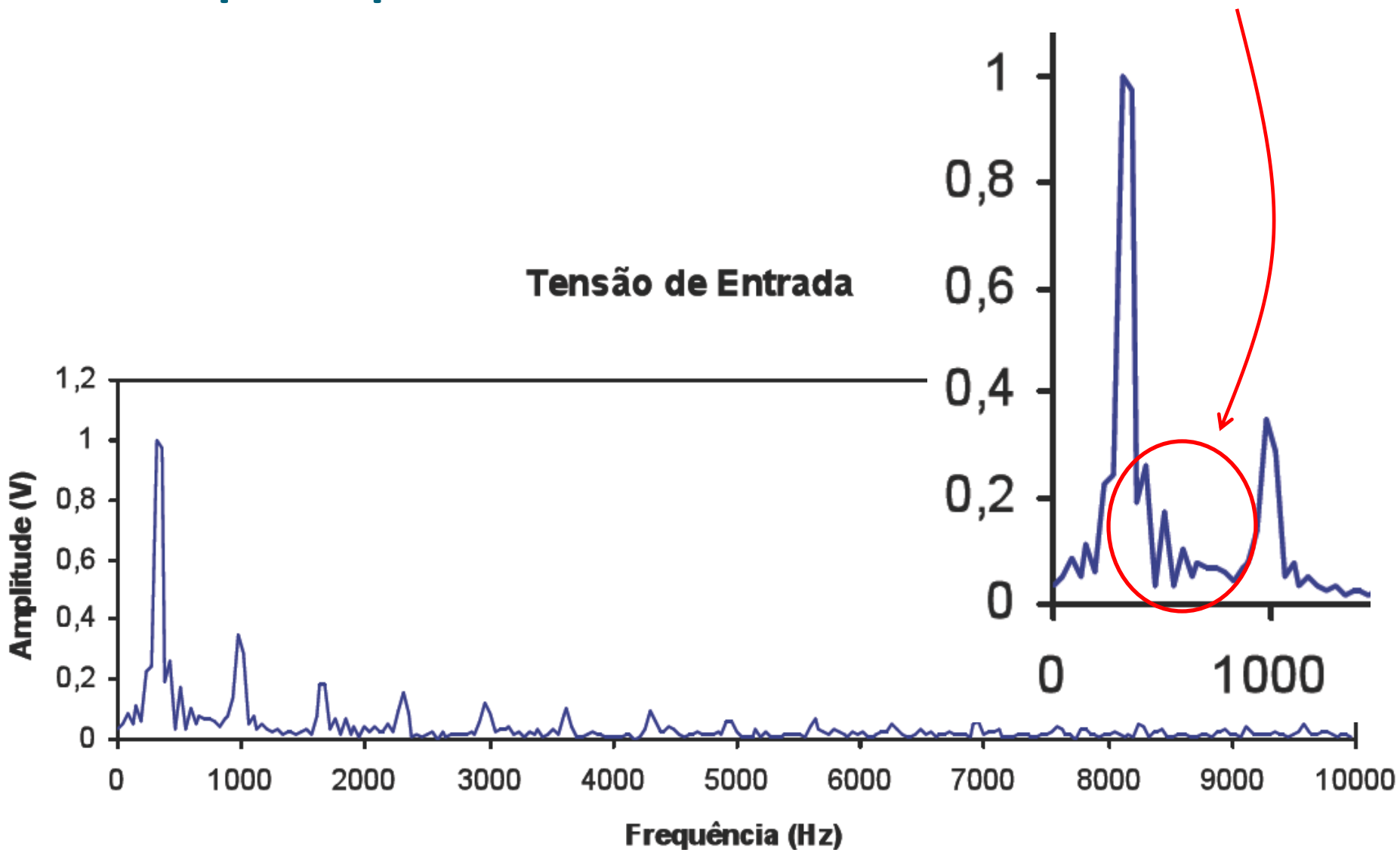
Onde está o pico?



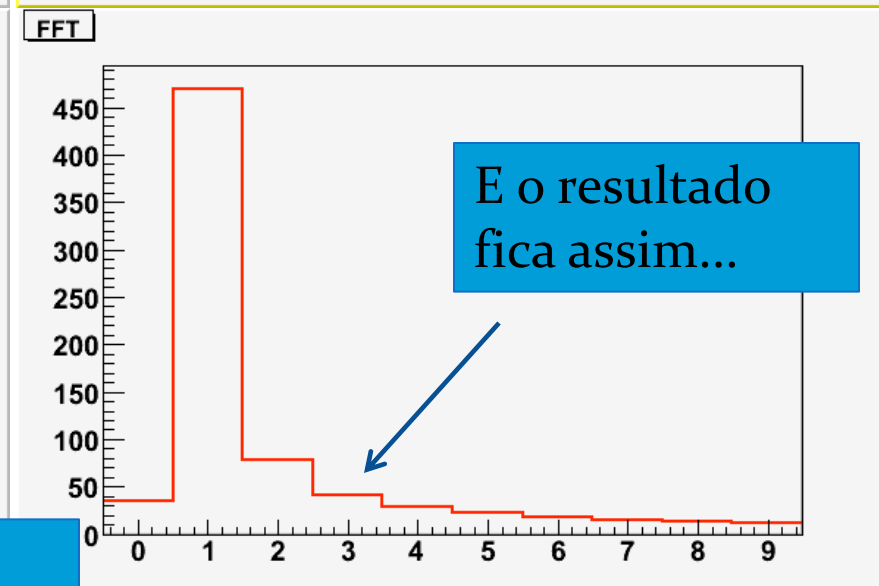
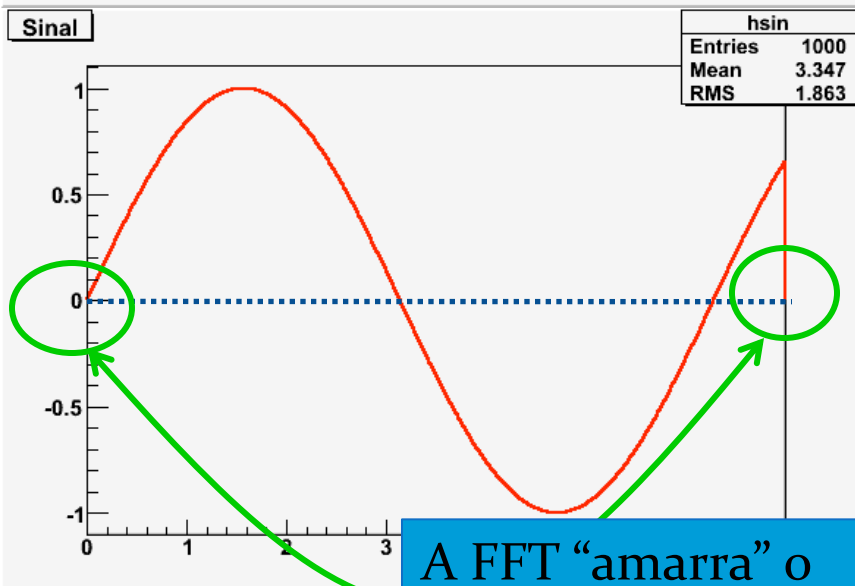
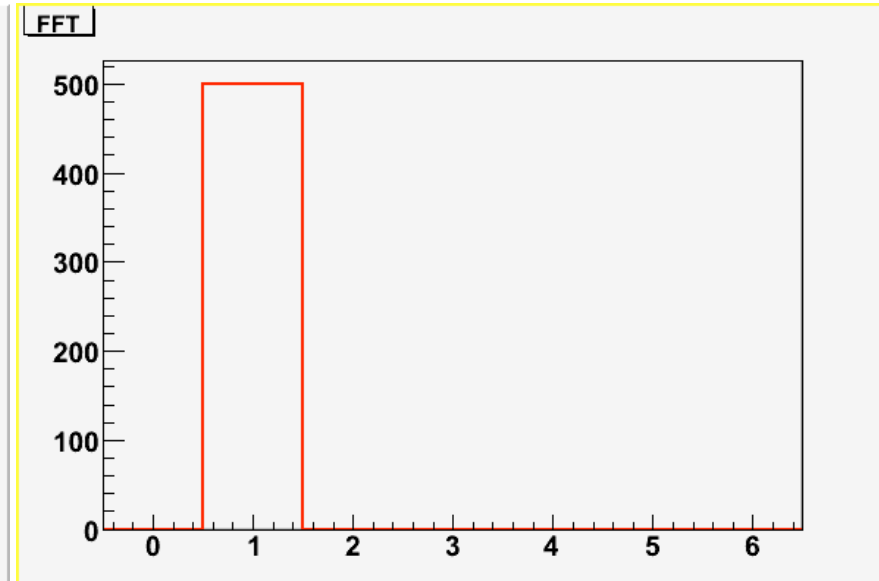
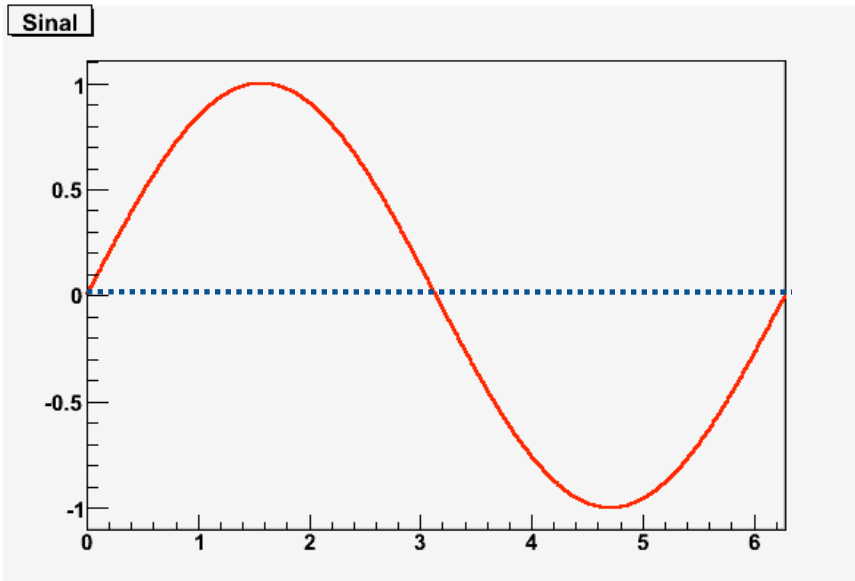
Como medir os picos?



Mas porque a FFT tem tanto ruído?



O Intervalo de Amostragem



A FFT "amarra" o começo com o final



Discussão extra:

2. Medindo o ganho em 5min

FFT e Ganho

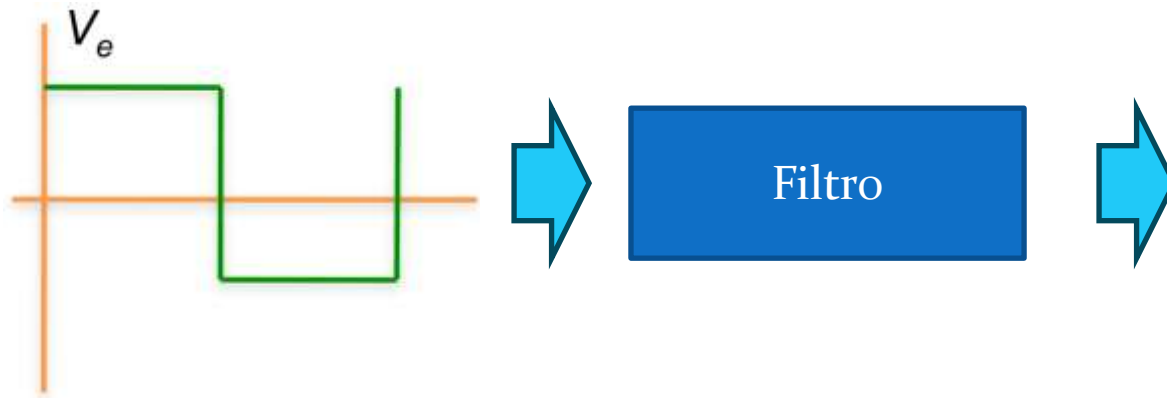
- A medida do Ganho x ω do circuito RC da primeira semana foi bastante cansativa
 - Ajustar frequência
 - Medir V_e
 - Medir V_c
 - Repetir procedimento para cada frequência
 - Pelo menos 1 hora de tomada de dados
- Que tal fazer a mesma medida sem precisar variar a frequência e em 5 minutos?

Sinal de entrada e saída



- O sinal de entrada é composto de várias frequências diferentes.
- Desde que o filtro seja um filtro de frequências, ou seja, $G=G(\omega)$, podemos medir $G(\omega)$ facilmente com a transformada de fourier de um sinal com várias frequências!

Exemplo: Sinal quadrado:



Cada frecuencia do sinal de entrada será transformada de uma maneira diferente!

$$V_e = \begin{cases} \frac{4V_0}{\pi} \sin(\omega t) + \\ \frac{4V_0}{3\pi} \sin(3\omega t) + \\ \frac{4V_0}{5\pi} \sin(5\omega t) + \\ \dots \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \\ \phi(\omega) = \tan^{-1}(-\omega/\omega_c) \end{cases} \quad \rightarrow \quad V_s = \begin{cases} G_\omega \frac{4V_0}{\pi} \sin(\omega t + \phi_\omega) + \\ G_{3\omega} \frac{4V_0}{3\pi} \sin(3\omega t + \phi_{3\omega}) + \\ G_{5\omega} \frac{4V_0}{5\pi} \sin(5\omega t + \phi_{5\omega}) + \\ \dots \end{cases}$$

Exemplo: Sinal quadrado:

- Dividindo as amplitudes de Fourier da saída pela entrada, temos para o primeiro pico em ω_0

$$\text{em } \omega = \omega_0 \Rightarrow \frac{\text{Amplitude Fourier Saída 1o pico}}{\text{Amplitude Fourier Entrada 1o pico}} = \frac{G_{\omega_0} \frac{4V_0}{\pi}}{\frac{4V_0}{\pi}} = G(\omega_0)$$

$$V_e = \left\{ \begin{array}{l} \frac{4V_0}{\pi} \sin(\omega_0 t) + \\ \frac{4V_0}{3\pi} \sin(3\omega_0 t) + \\ \frac{4V_0}{5\pi} \sin(5\omega_0 t) + \\ \dots \end{array} \right. \Rightarrow G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \Rightarrow V_s = \left\{ \begin{array}{l} G_{\omega_0} \frac{4V_0}{\pi} \sin(\omega_0 t + \phi_{\omega}) + \\ G_{3\omega_0} \frac{4V_0}{3\pi} \sin(3\omega_0 t + \phi_{3\omega}) + \\ G_{5\omega_0} \frac{4V_0}{5\pi} \sin(5\omega_0 t + \phi_{5\omega}) + \\ \dots \end{array} \right.$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1}(-\omega/\omega_c)$$

Exemplo: Sinal quadrado

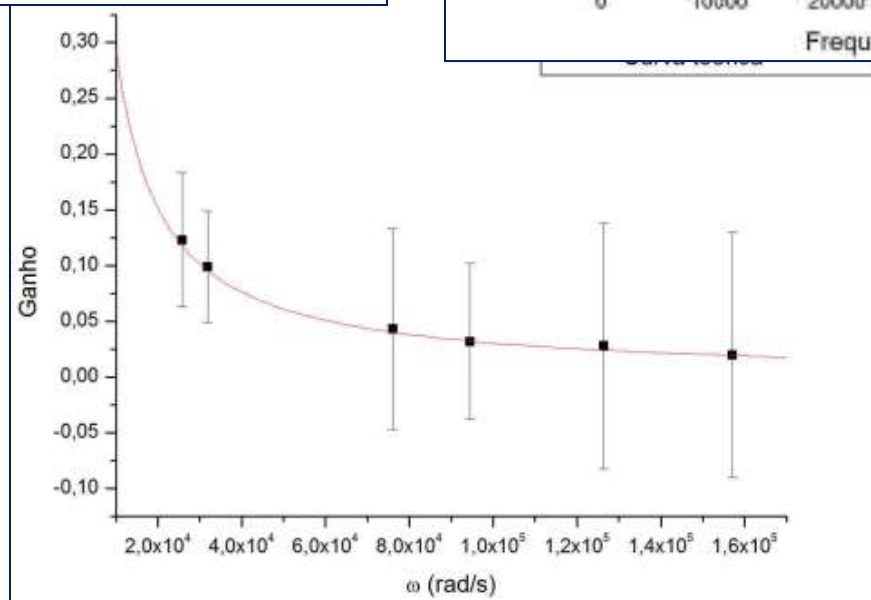
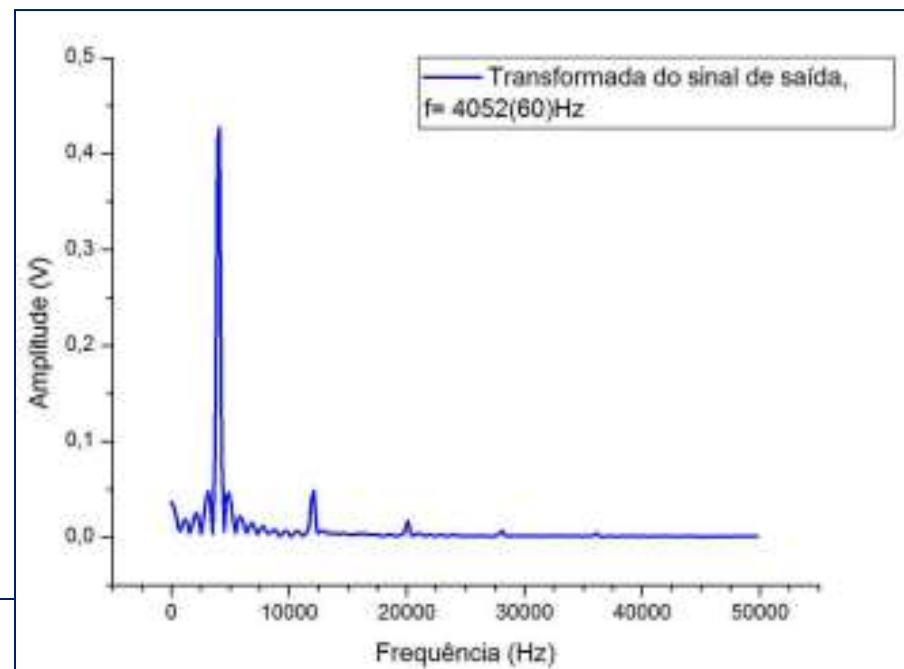
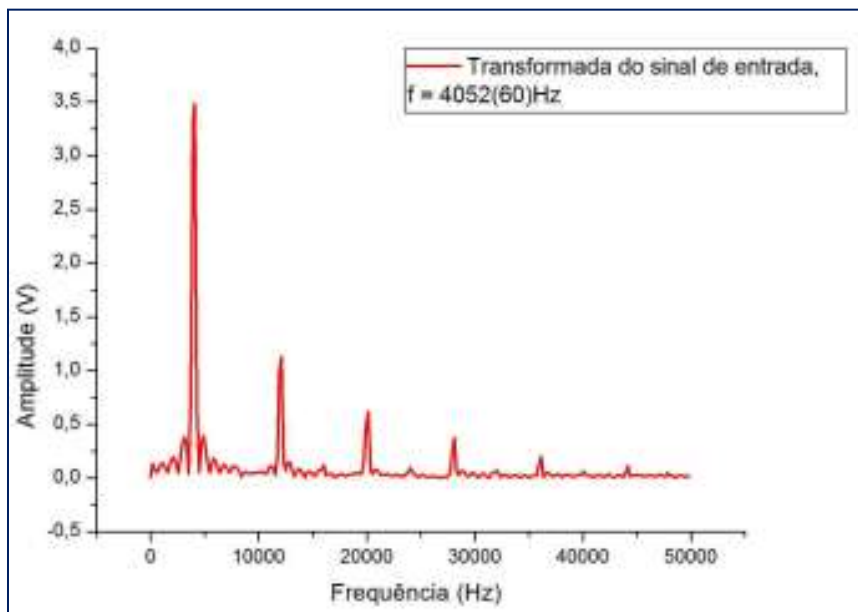
- O resultado é obviamente geral! E pode ser aplicado para obter o ganho (razão entre saída e entrada) para várias frequências de uma só vez.

$$\text{em } \omega = 3\omega_0 \Rightarrow \frac{\text{Amplitude Fourier Saida 1o pico}}{\text{Amplitude Fourier Entrada 1o pico}} = \frac{G_{3\omega_0} \frac{4V_0}{\pi}}{\frac{4V_0}{\pi}} = G(3\omega_0)$$

$$\text{em } \omega = 5\omega_0 \Rightarrow \frac{\text{Amplitude Fourier Saida 1o pico}}{\text{Amplitude Fourier Entrada 1o pico}} = \frac{G_{5\omega_0} \frac{4V_0}{\pi}}{\frac{4V_0}{\pi}} = G(5\omega_0)$$



Exemplo de 2010



Cuidados

- Quando usamos a FFT, só determinamos em algumas frequências. Porque?
 - Medimos as frequências correspondentes aos picos, pois o ruído dos dois sinais não são correlacionados!
 - Qual a resolução em frequência que conseguimos com uma onda quadrada? É o próprio ω_0
 - Até quantos picos é possível medir?

