Física Experimental IV

Aula 2 - Experiência 1
Circuitos CA e Caos
2013

Prof. Antonio Domingues dos Santos
adsantos@if.usp.br
Ramal: 6886
Mário Schemberg, sala 205

Prof. Leandro Barbosa
lbarbosa@if.usp.br
Ramal: 7157
Ala1, sala 225

http://lababerto.if.usp.br/

Prof. Henrique Barbosa
(**coordenador**)
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin
carlin@dfn.if.usp.br
Ramal: 6820
Pelletron

Prof. Paulo Artaxo
artaxo@if.usp.br
Ramal: 7016
Basilio, sala 101

Objetivos

- Estudar circuitos elétricos em corrente alternada com a finalidade de explorar fenômenos caóticos
- Aprender algumas técnicas avançadas de processamento de sinais e análise de dados

- 5 aulas
  - Noções de CA, filtro RC
  - Circuito integrador e análise de Fourier
  - Ressonância de um circuito RLC simples
  - Funções caóticas: mapa logístico
  - Caos em circuito RLD

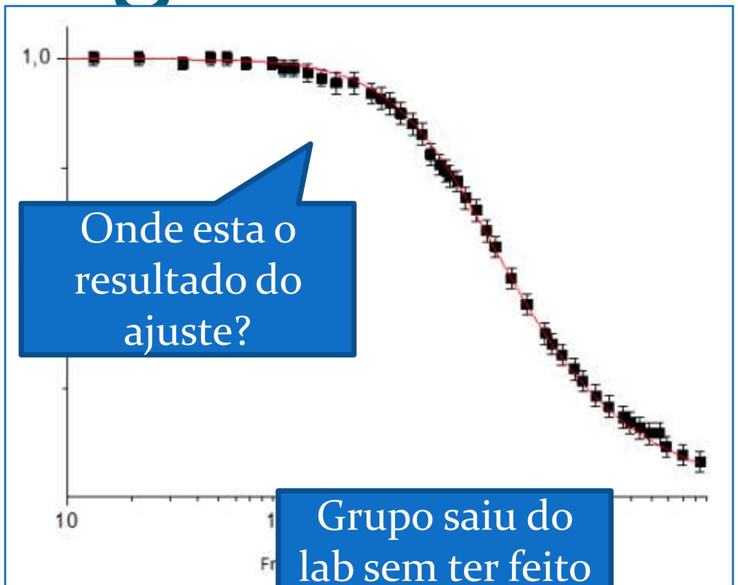
TAREFAS SEMANA PASSADA

Tarefas 1 – Para a Síntese

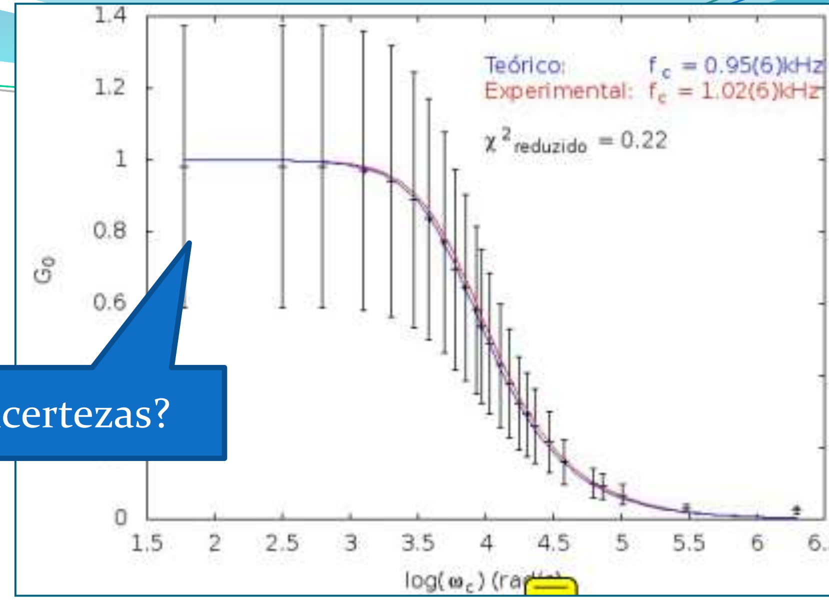
Montar um circuito RC com freqüência de corte ~1000Hz, por exemplo com 330Ω e 0.47μF. Usando um **sinal de entrada senoidal** e $V_{saida}=V_C$ fazer:

- Gráfico de G_0 em função de ω
  - Comparar com a curva teórica
  - Fazer os ajustes necessários e tratamento estatístico,
    - ou seja, ajuste não linear por mínimos quadrados e determinação da frequência de corte experimental
- Lembre-se de medir valores $\omega << \omega_c$ até $\omega >> \omega_c$ para poder fazer um bom ajuste.
  - **Vejam tutorial no site do prof. Henrique!**

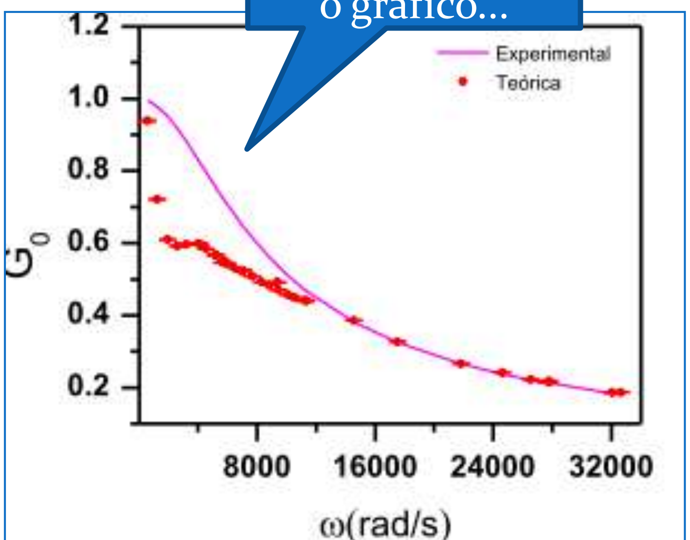
Alguns resultados



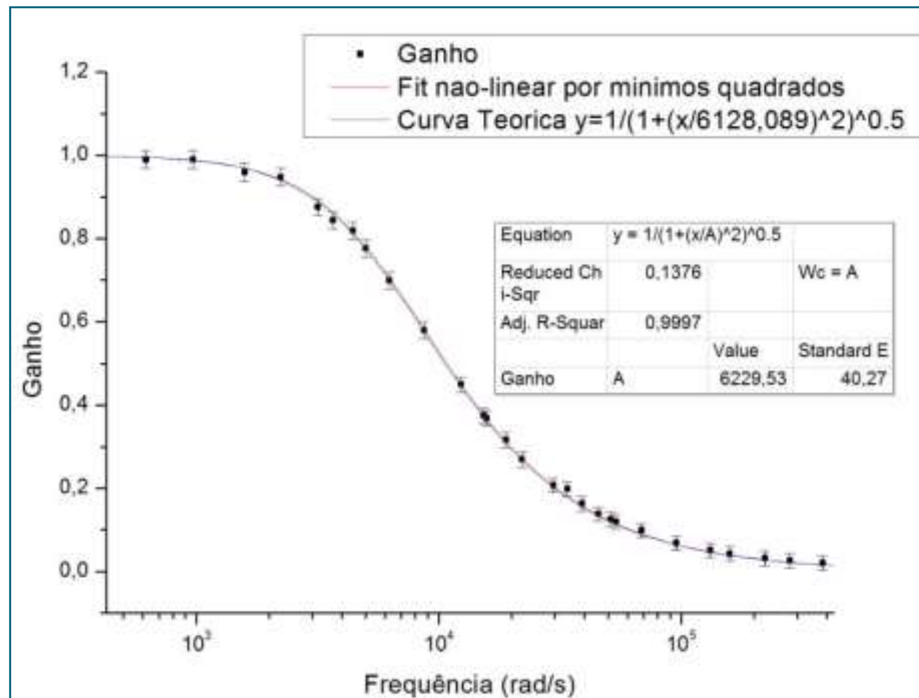
Onde esta o resultado do ajuste?



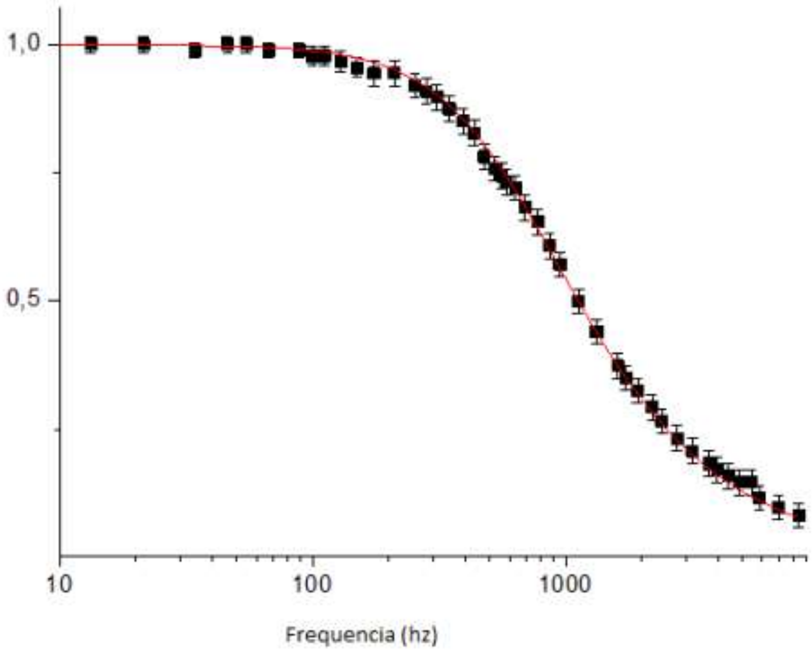
Incertezas?



Grupo saiu do lab sem ter feito o grafico...



Problemas 1



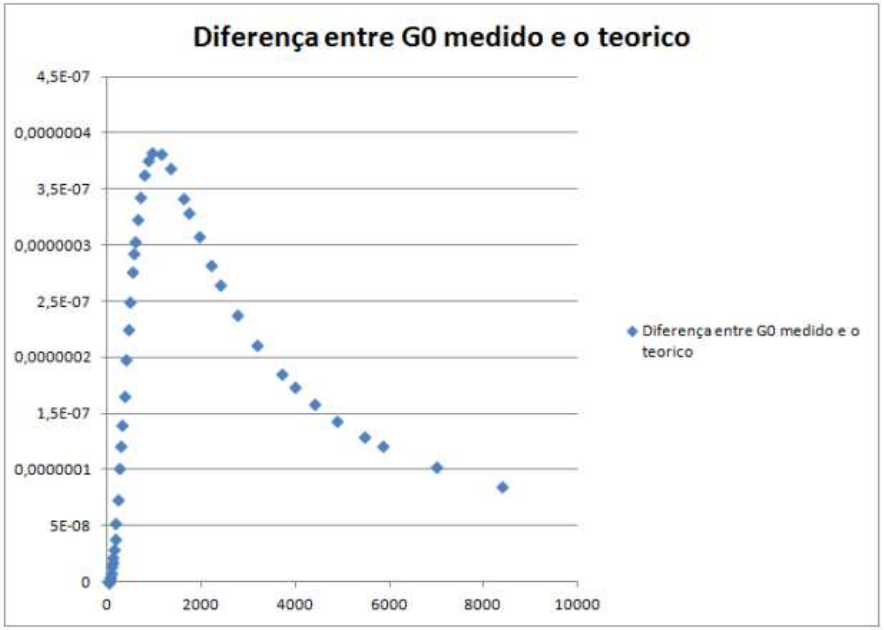


Figura 3: $|G_{0\mathrm{Teorico}} - G_{0\mathrm{Exp}}| \times$ Pontos obtidos

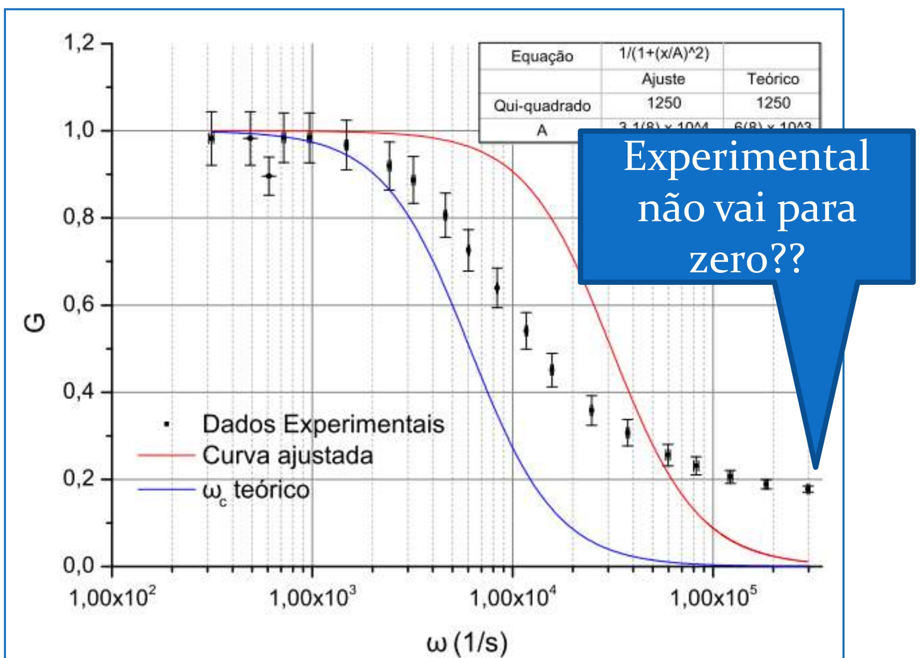
- Faz sentido o modulo do desvio? Os erros não deviam ser aleatórios em torno da curva teórica (pos/neg)?

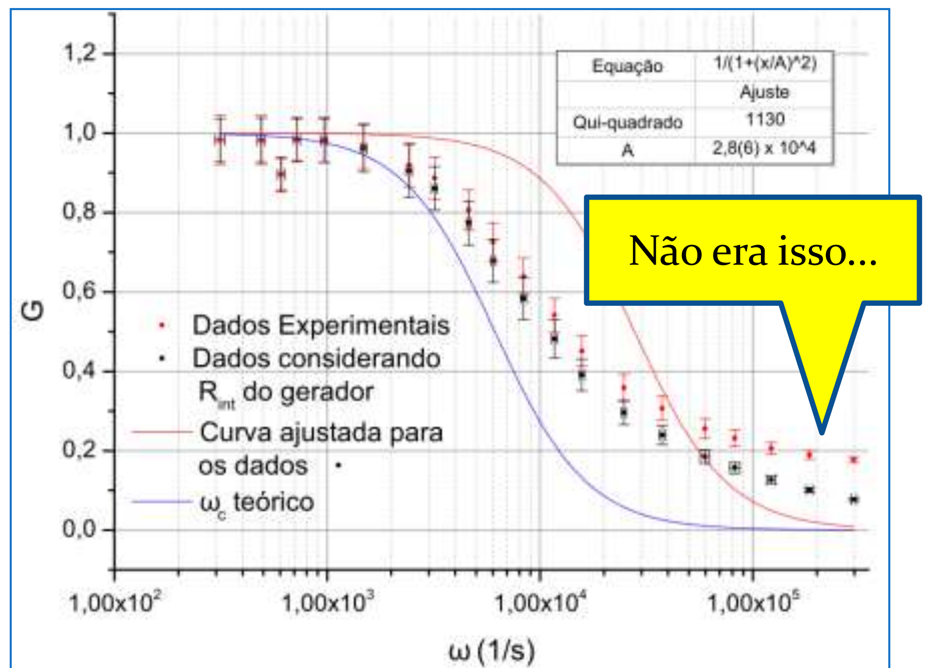
Problemas 2

Como primeira tentativa de corrigir a incompatibilidade entre o resultado experimental e o teórico para $G(\omega)$ (figura 1), considerou-se o fato de que o gerador de áudio não é ideal. Para tal, foi suposto que o ganho do circuito seja dado por $G = \frac{V_s}{\varepsilon}$, de modo que

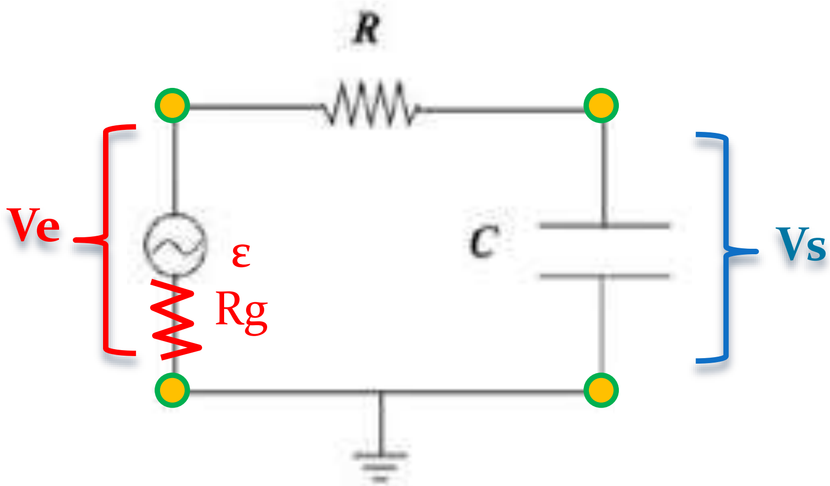
$$G = \frac{V_s}{\varepsilon} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{(R+R')C}\right)2}. \tag{6}$$

Para tal, usou-se o fato de que $V_e = \varepsilon + R'I$ e que $I = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV_s}{dt}$. Os resultados obtidos para os novos valores de G estão apresentados, juntos aos dados anteriores, na figura 3.





O que acontece se tiver Rg ??



- Em relação a V_e

$$\hat{G}=\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_e}=\frac{\hat{Z}_C\cdot\hat{i}}{(\hat{Z}_R+\hat{Z}_C)\cdot\hat{i}}=\frac{-\frac{j}{\omega C}}{(R-\frac{j}{\omega C})}$$

$$\omega_C=\frac{1}{RC}$$

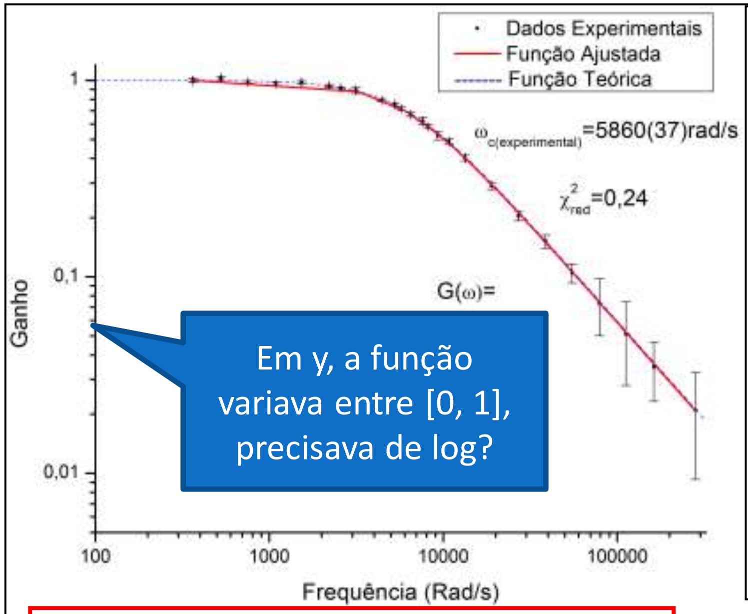
- Em relação a **ε**

$$\hat{G}=\frac{\hat{V}_S}{\varepsilon}=\frac{\hat{Z}_C\cdot\hat{i}}{(\hat{Z}_R+\hat{Z}_{Rg}+\hat{Z}_C)\cdot\hat{i}}$$

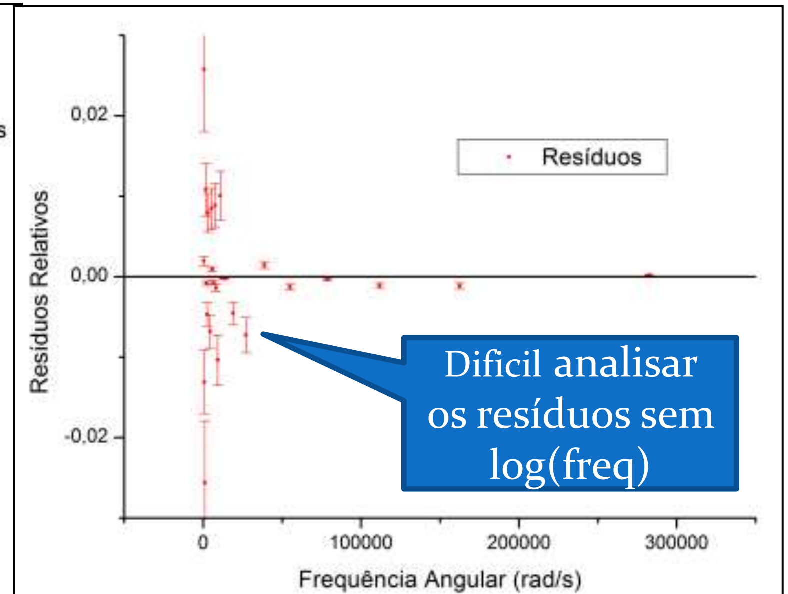
$$=\frac{-\frac{j}{\omega C}}{(R+Rg-\frac{j}{\omega C})}$$

$$\omega_C=\frac{1}{(R+R_g)C}$$

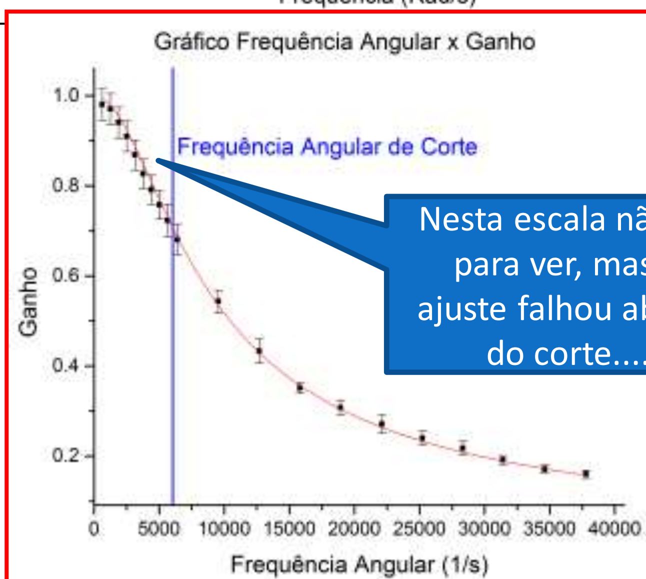
Problemas 4



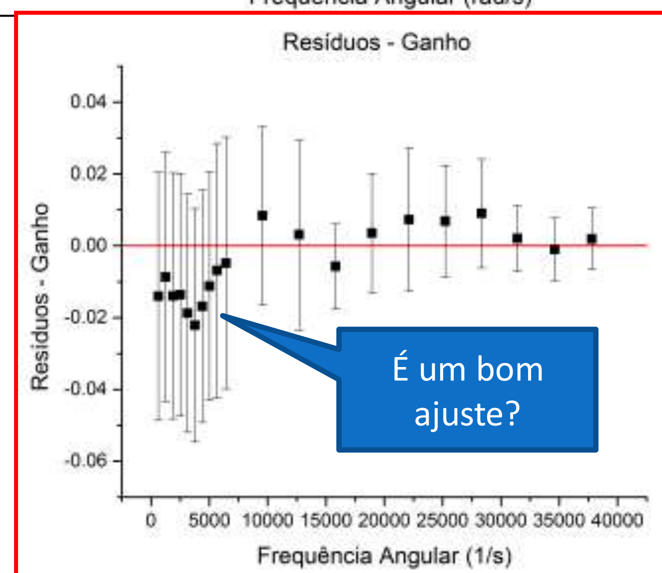
Em y, a função variava entre [0, 1], precisava de log?



Dificil analisar os resíduos sem log(freq)



Nesta escala não dá para ver, mas o ajuste falhou abaixo do corte....



É um bom ajuste?

Propagação de erros

- Cuidado com a propagação dos erros, um dos grupos usou que:

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2\omega^2C^2}}$$

$$\boxed{G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (R \pm \sigma_r)^2(C \pm \sigma_c)^2(\omega)^2}}}$$

- Quando deveria ser:

$$\left(\frac{\Delta\omega_c}{\omega_c}\right)^2 = \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2$$

$$(\Delta G)^2 = \left(\frac{\partial G}{\partial \omega_c}\Delta\omega_c\right)^2$$

$$\boxed{\left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2 = \left(\frac{\Delta\omega_c}{\omega_c}\right)^2\left(\frac{(\omega/\omega_c)^2}{1+(\omega/\omega_c)^2}\right)^2}$$

Ou algo assim...
Façam as contas!

Resultados da Turma

	R (Ω)	C (μF)	ωc teo. (krad/s)	ωc exp. (krad/s)
H1		0.47 ± 10%	6.351 (680)	5.944 (40)
H2	327.0 (30)	0.51 (2)	6.0 (3)	6.05 (4)
H3	328 (2)	0.511 (5)	5.966 (148)	5.860 (37)
H4	336 (4)	0.51 (5)	5.971 (45)	6.124 (54)
H5			5.9 (4)	6.4 (4)
H6	331 (6)	0.49 (3)	6.1 (4)	[illegible]23 (4)
H7				
H8	327 (6)	0.499 (32)	6.1 (4)	8.8 (3)
H9	328.0 (3)	0.508 (3)	6.283 (65)	4.137 (241)
H10	464 (23)	0.47 (?)	4.585 (?)	4.077 (25)

10x erro

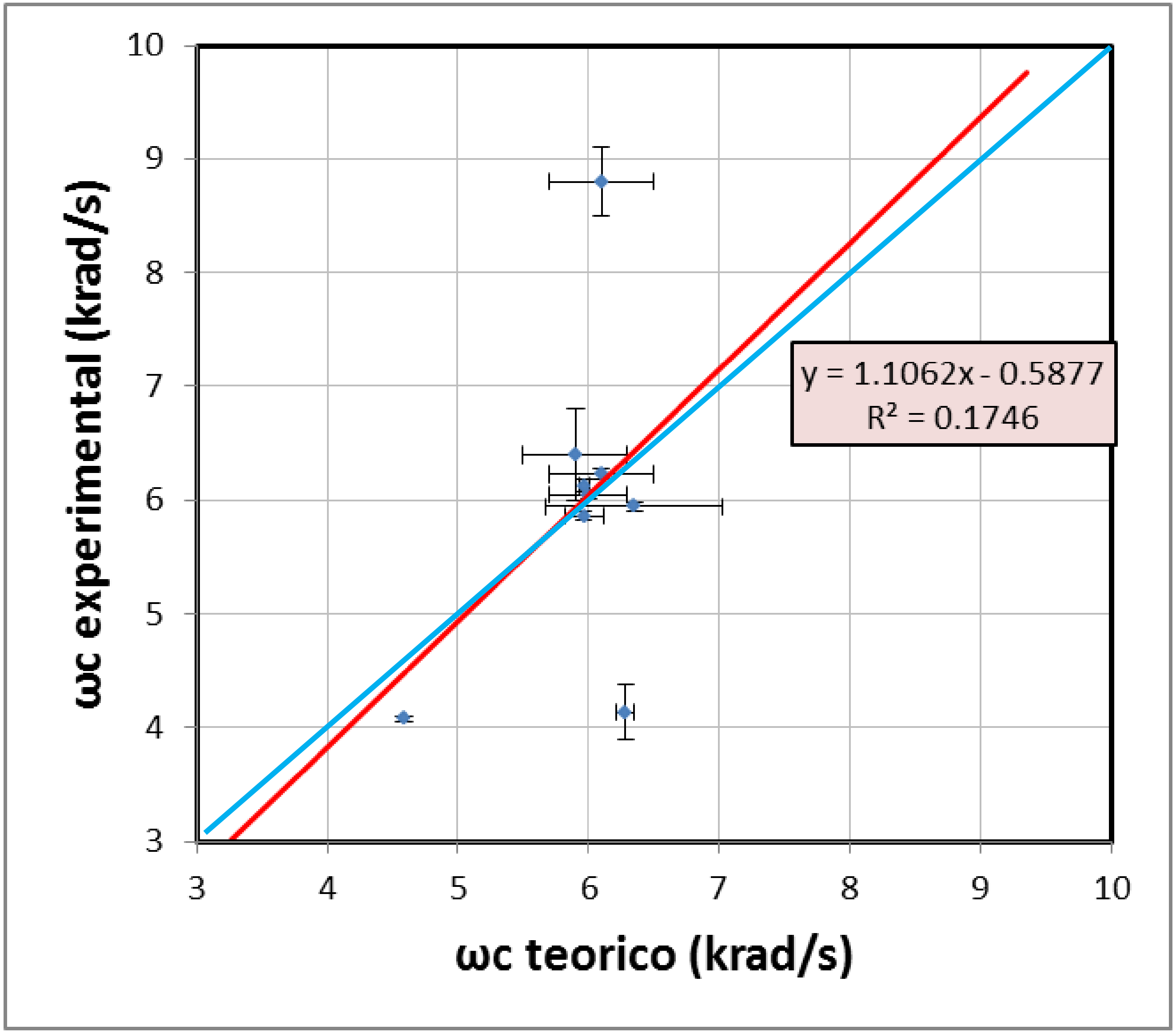
6084 ± 159 (rms)± 305 (med)

6193 ± 1268 (rms)± 144 (med)

Problema com o erro teórico!

Problema com os dados experimentais (e resultado do ajuste)

Resultados da Turma



Discussão extra

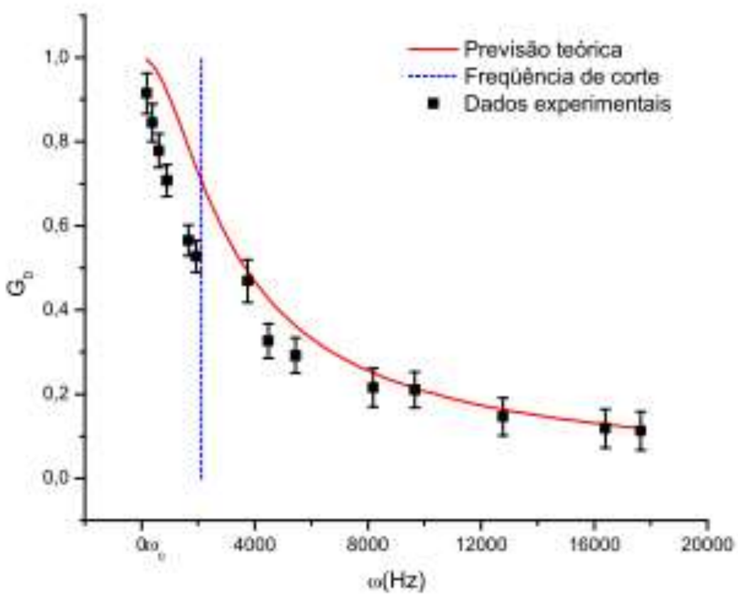
1. Experimental x Teórico

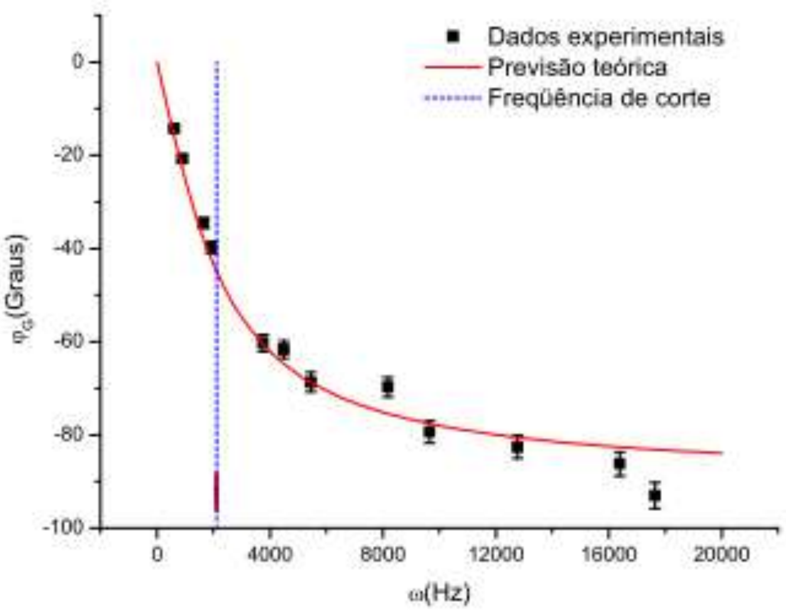
Comparar Medidas e Teoria

Filtro RC

- Gráfico de G_0 em função de ω
  - Comparar com o esperado teoricamente

O que significa comparar com a teoria ?
Será que uma comparação visual é suficiente ?

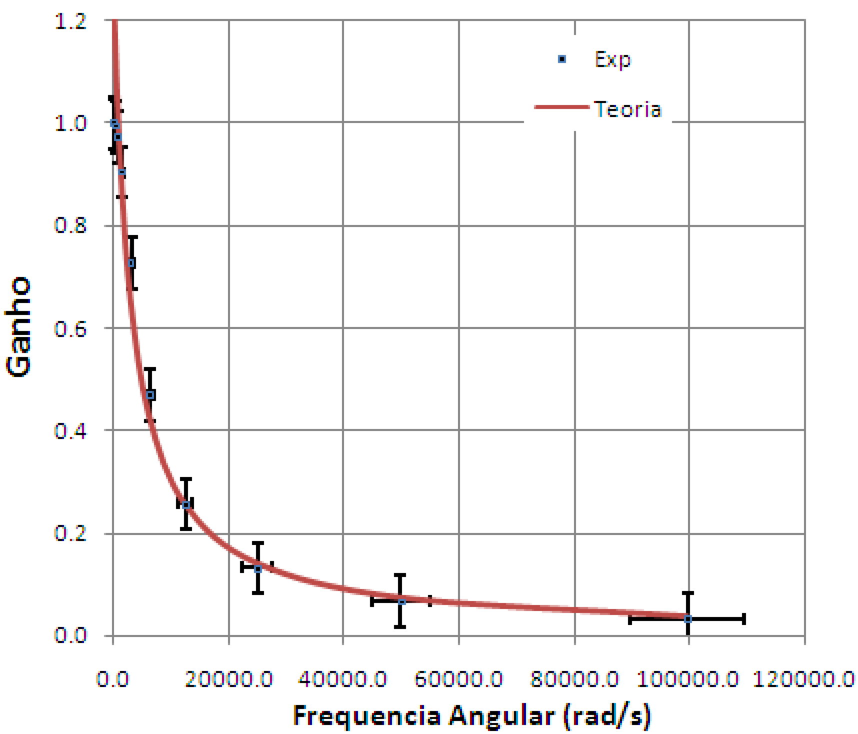


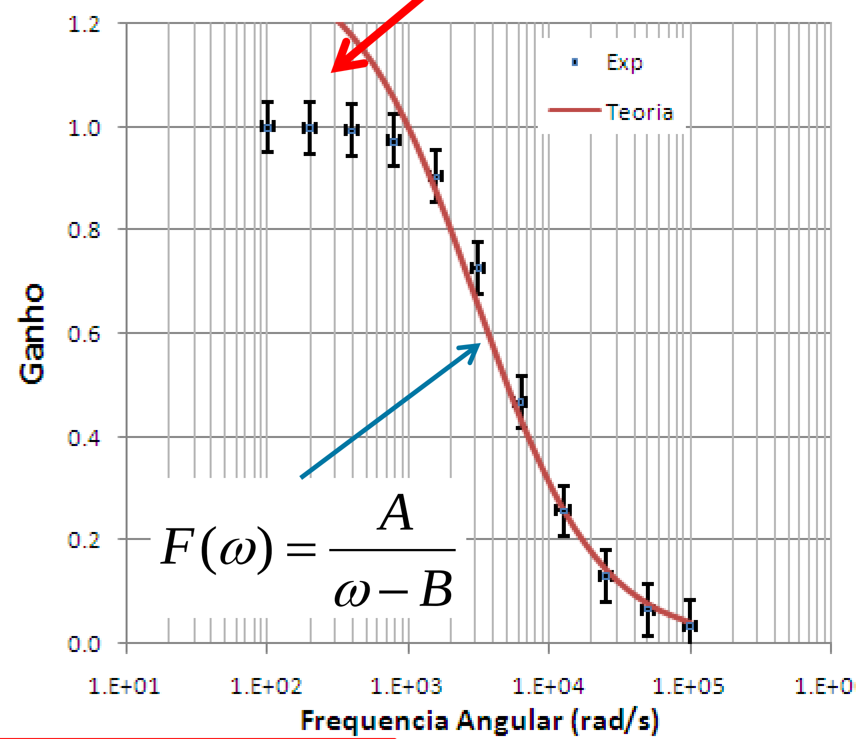


Comparação Visual

- Este ajuste está:
  - Bom ?
  - Muito bom ?
  - Perfeito?

Mesmo gráfico mas na escala apropriada. Completamente errado para baixas freqüências!





$$F(\omega) = \frac{A}{\omega - B}$$

Que outros métodos aprendemos nos lab1, 2 e 3 ?

Comparar Medidas e Teoria

- Ajustar os dados à função desejada
  - Comparar o valor experimental de ω_c com aquele esperado teoricamente

$$\omega_c^{\exp} \text{ é compatível com } \omega_C = \frac{1}{RC} \quad ??$$

- Para a comparação fazer sentido, o erro em $\omega_c^{\exp}$ deve ser pequeno. Como assegurar isso?
  - Tomada de dados $\Rightarrow$ Escolher como fazer as medidas
  - Quantos pontos? Em que região medir? Porque?

Mínimos Quadrados

- Neste caso, nossa função só tem M=1 parâmetros:

$$G_0(\omega) = \left(1 + (\omega / \omega_C)^2\right)^{-1/2}$$

- Portanto o χ^2_{red} também:

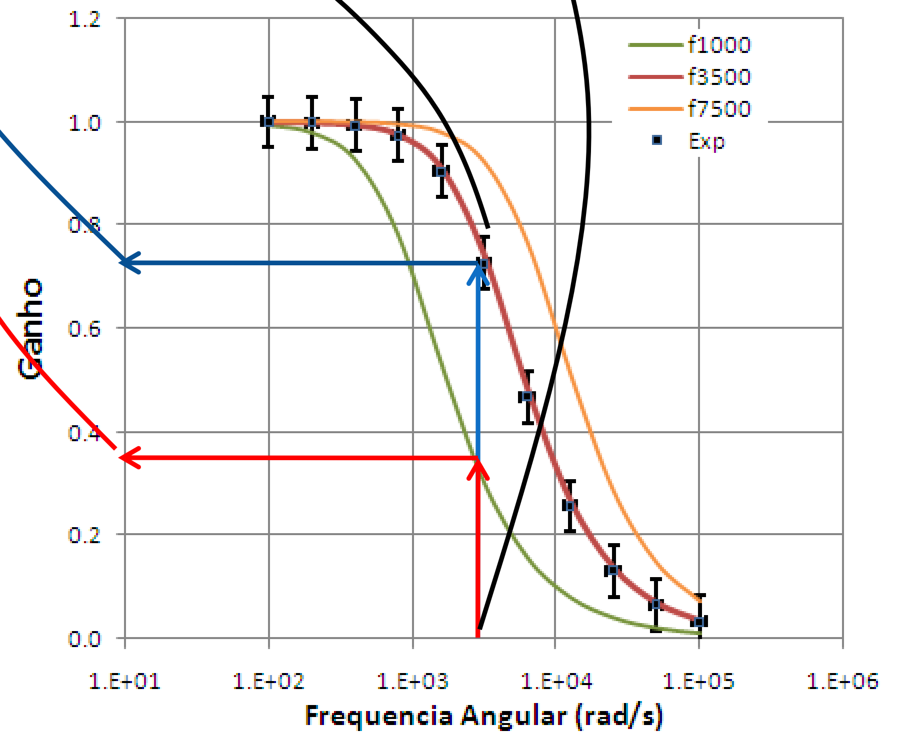
$$\chi^2{}_{red}(\omega_c) = \frac{1}{N-M} \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(y_i - f_i(x_i, \omega_c)\right)^2}{\sigma_i^2}$$

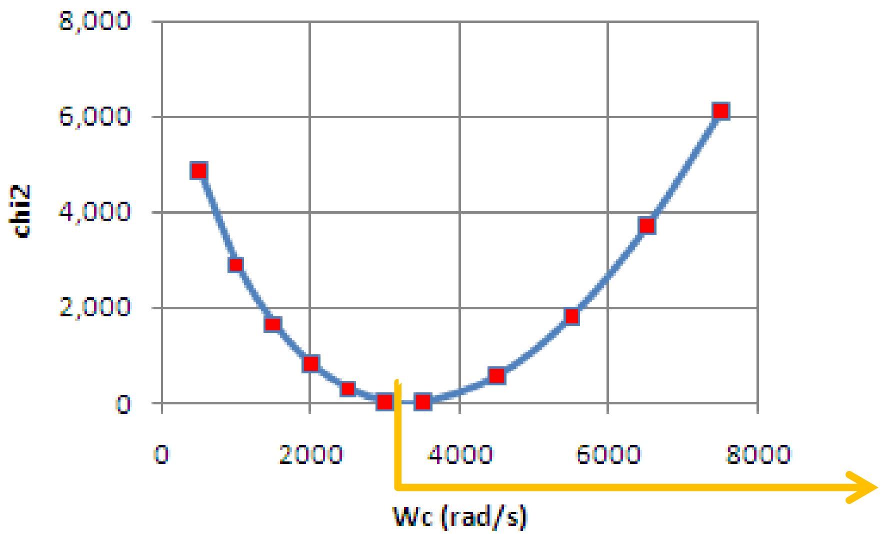
- Além disso, como χ^2_{red} depende dos erros σ_i, ele também é uma variável aleatória. O interessante é que sua média vale **1** e sua variância vale **2/N-M**.
  - **Os erros precisam ser gaussianos e independentes!**

Analisando X^2

$$\chi^2_{red}(\omega_c) = \frac{1}{N-M}\sum_{i=1}^{N}\frac{\left(y_i - f_i(x_i,\omega_c)\right)^2}{\sigma_i^2}$$

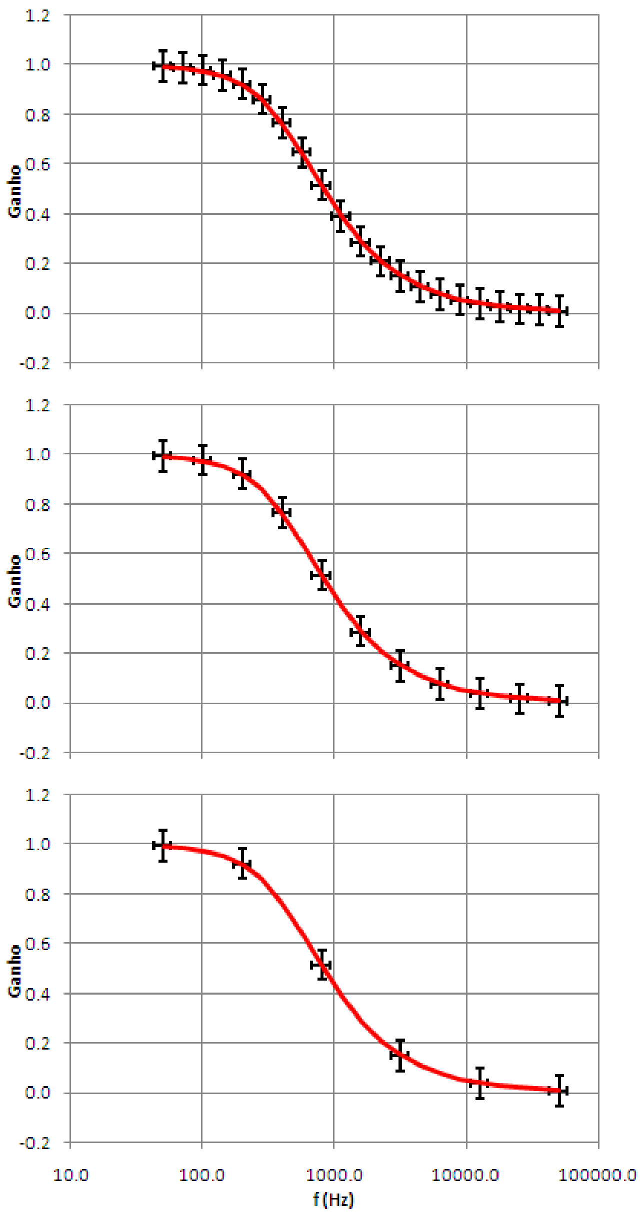
Repetindo o processo para vários valores diferentes de ω_c, podemos construir um gráfico de χ^2 x ω_c.



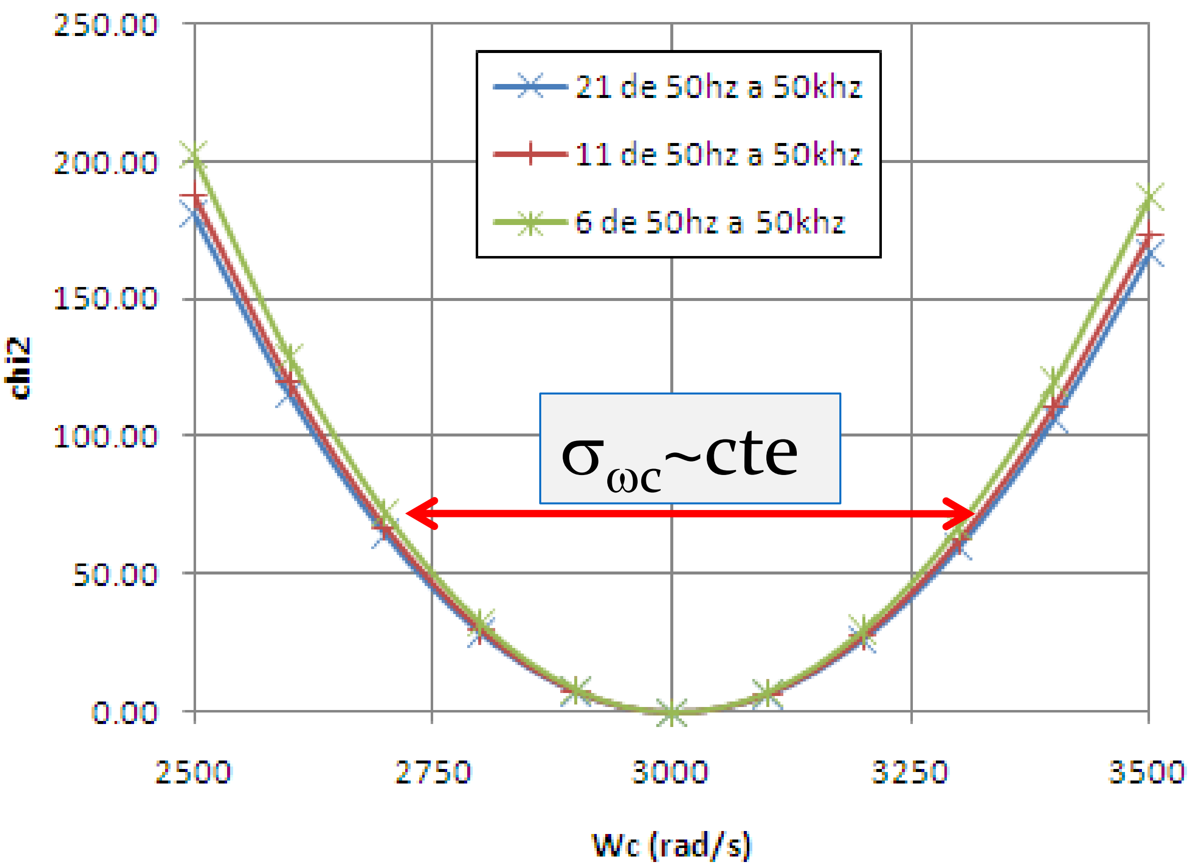


Escolhemos o ω_c que minimiza o χ^2

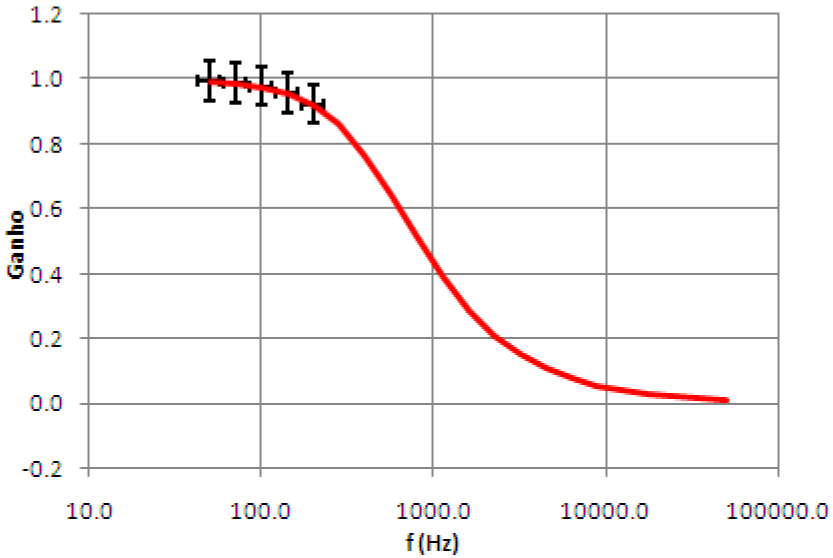
Número de Pontos?

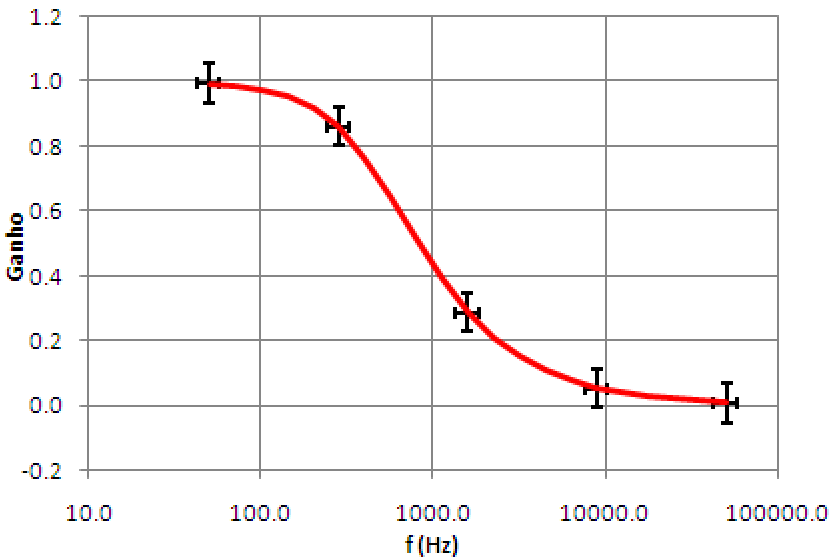


Pode-se tomar poucos pontos, desde que eles estejam suficientemente distribuídos ao longo da região em que a função varia!

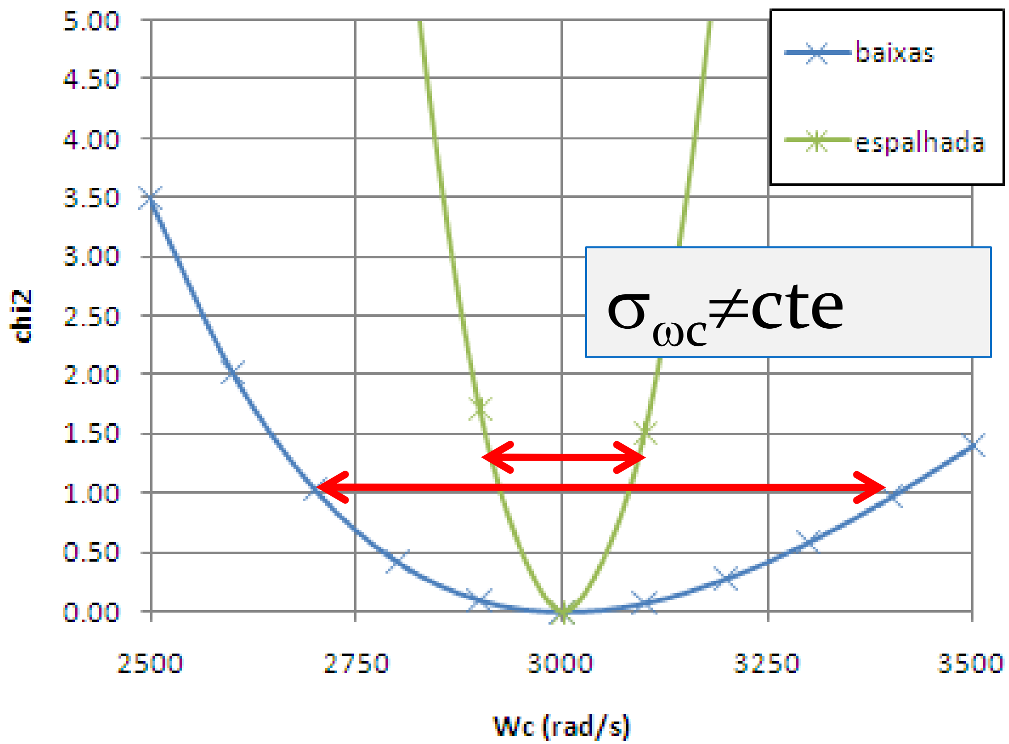


Que região medir?





Analisando a distribuição X^2 pode-se determinar que região medir e como espaçar os dados coletados!



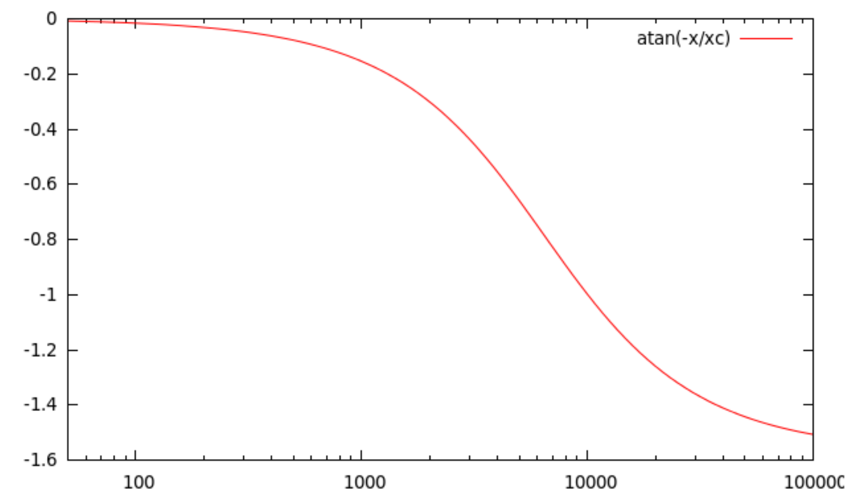
Tarefas 2 – Para o Relatório

Montar um circuito RC com freqüência de corte ~1000Hz, por exemplo com 330Ω e 47μF. Usando um **sinal de entrada senoidal** e $V_{saida}=V_C$ fazer:

- Gráfico de ϕ_G em função de ω
  - Comparar com o esperado teoricamente para o capacitor
  - Fazer ajustes necessários e tratamento estatístico

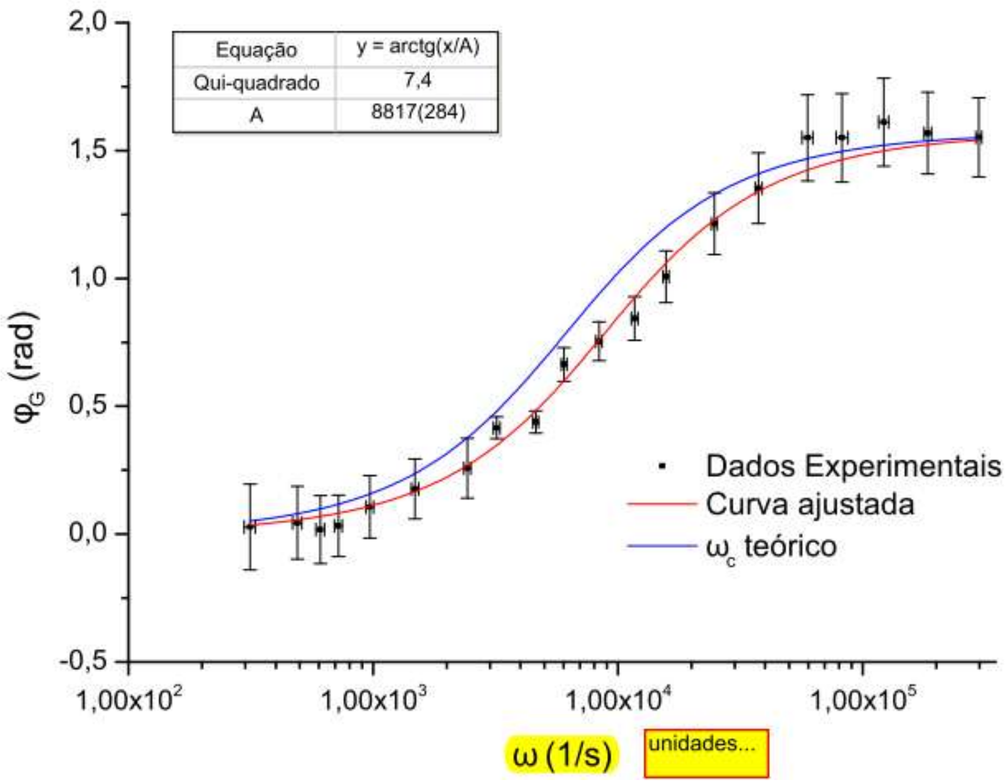
- Faça as medidas esta semana! Mas estes resultados/análise serão cobrados apenas no relatório.

Problemas 3



- A fase do capacitor devia ser positiva ou negativa?

$$\phi_G = \arctan\left(-\frac{\omega}{\omega_C}\right)$$



A fase devia ser negativa, certo? Já que o capacitor esta atrasado em relação a entrada!?