



# Física Experimental IV – FAP214

[www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex](http://www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex)

[www.fap.if.usp.br/~hbarbosa](http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa)

## Aula 2, Experiência 3

### Placas de Onda

# TAREFAS SEMANA PASSADA



# Para entregar – Parte 1

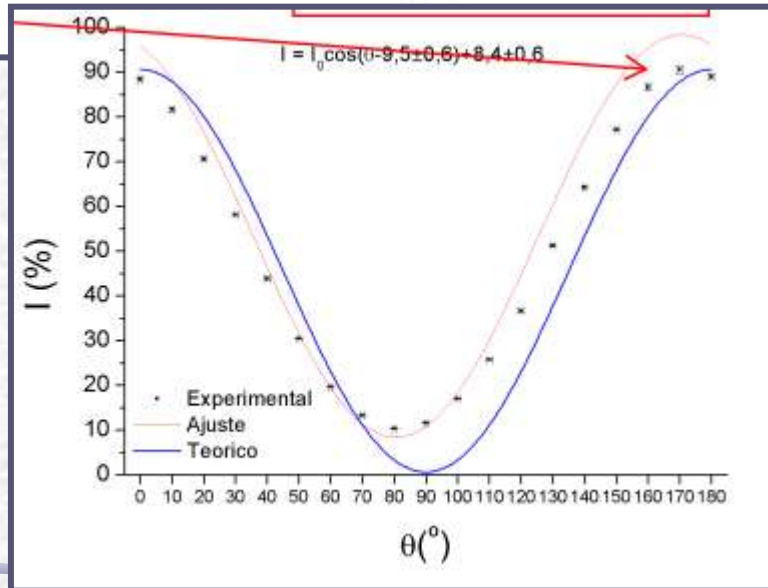
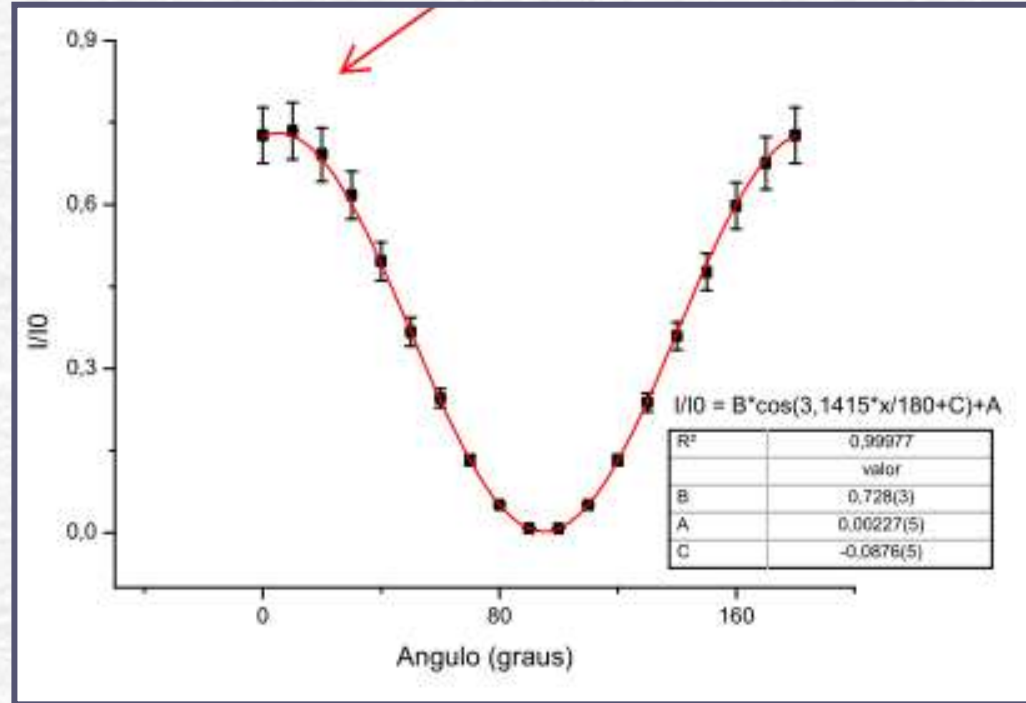
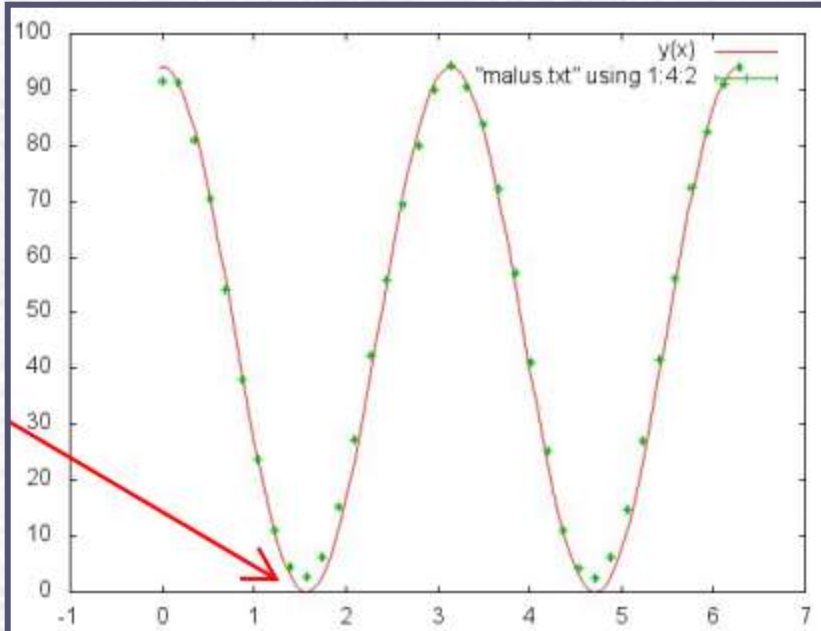
- Meça a intensidade luminosa **I** em função de  **$\theta$** .
- Entregue o gráfico de **I** por  **$\theta$** .
- Ajuste esse gráfico com a função teórica:

$$I_t(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

- Lembra do que foi falado sobre a vida real? Isso tem que ser levado em conta agora:
  - Talvez você vá ter que modificar o modelo teórico (Lei de Malus) para conseguir um bom ajuste.
  - Lembre que quaisquer parâmetros que introduzir devem ter significado físico.



# Malus



creve a situação é:

$$\frac{I}{I_0} = 0,728 * \cos^2(\theta - 5) + 0,00227$$

Polarizador deslocado do centro.

Radiação de fundo.

$$I = I_0 \cos^2(\theta - \theta_l) + I_r$$

# Para entregar – Parte 2

1. Meça as intensidades paralela e perpendicular variando o ângulo de incidência de  $5^\circ$  em  $5^\circ$ .
2. Para cada ângulo, faça duas medidas:
  - Intensidade paralela (polarizador em  $90^\circ$ ),
  - Intensidade perpendicular (polarizador em  $0^\circ$ )
3. Você não estará medindo os coeficientes de reflexão, mas algo proporcional a eles. Para resolver esse problema, apresente a razão  $I_{//}/I_{\perp}$ . Isso é  $R_{//}/R_{\perp}$ ? Justifique.
4. Superponha a curva teórica para essa razão à que você mediu.

# Para entregar – Parte 3

1. Determine o ângulo de Brewster com boa precisão (talvez precise fazer parte das medidas com passos angulares menores)
2. Determine o índice de refração do lucite.
3. Compare com os resultados obtidos pelos colegas (todo mundo tem bloco do mesmo material).

# Justificativa

A relação  $\frac{I_{pl}}{I_{pp}}$  é equivalente a  $\frac{R_{pl}}{R_{pp}}$  pois:

$$\frac{I_{pl}}{I_{pp}} = \left(\frac{E_{pl}}{E_{pp}}\right)^2 = \left(\frac{E_{pl}/E_i}{E_{pp}/E_i}\right)^2 = \left(\frac{r_{pl}}{r_{pp}}\right)^2 \approx \left(\frac{R_{pl}}{R_{pp}}\right)^2 \quad (3)$$

Aplicando a Lei de Snell ( $\frac{n_{ar}}{n_{lc}} = \frac{\text{sen}\theta}{\text{sen}\varphi}$ ), com  $n_{ar} = 1$ , obtivemos através do gráfico de  $\frac{R_{pl}}{R_{pp}} \times \theta_i$  o índice de refração do lucite e o ângulo de Brewster ( $\theta_b = \text{arctg}(n_{lc})$ ).

$$\frac{R_{pl}}{R_{pp}} = \frac{\frac{\text{sen}^2(\theta-\varphi)}{\text{sen}^2(\theta+\varphi)}}{\frac{\text{tg}^2(\theta-\varphi)}{\text{tg}^2(\theta+\varphi)}} = \frac{\cos^2(\theta+\varphi)}{\cos^2(\theta-\varphi)} \quad (4)$$

De  $\varphi = \text{arcsen}\left(\frac{\text{sen}\theta}{n_{lc}}\right)$ , temos:

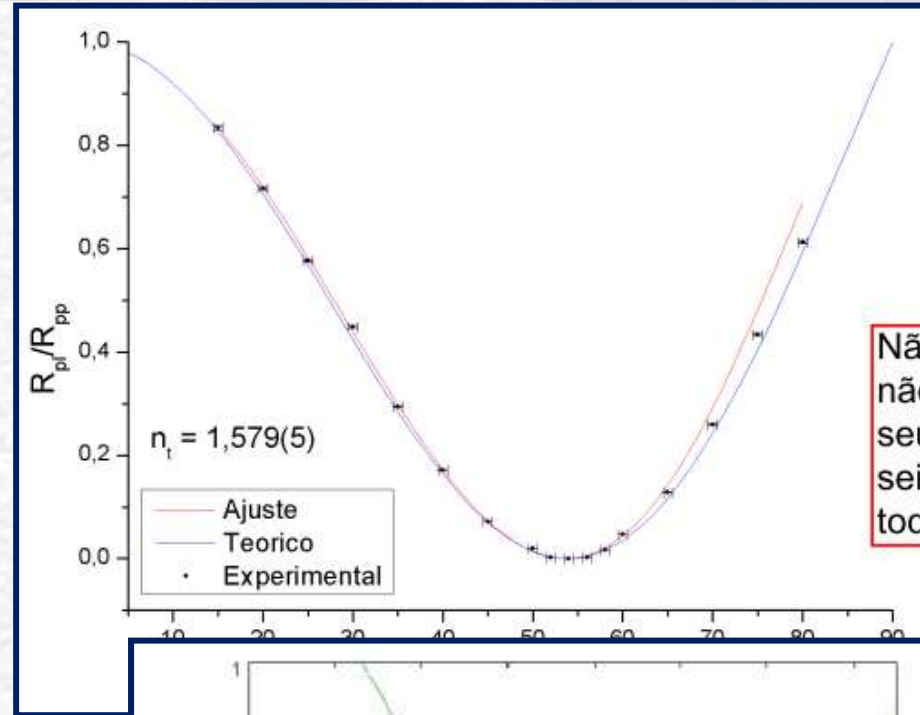
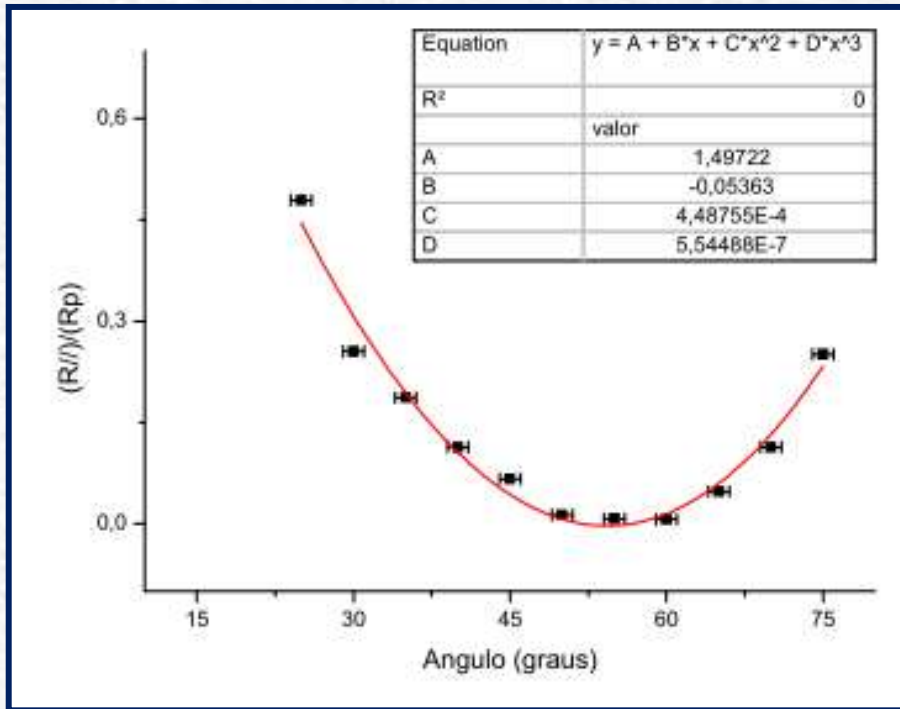
ok

$$\frac{R_{pl}}{R_{pp}} = \frac{\cos^2\left(\theta + \text{arcsen}\left(\frac{\text{sen}\theta}{n_{lc}}\right)\right)}{\cos^2\left(\theta - \text{arcsen}\left(\frac{\text{sen}\theta}{n_{lc}}\right)\right)} \quad (5)$$

Poderia substituir a lei de Snell e já determinar o índice de refração pelo ajuste!

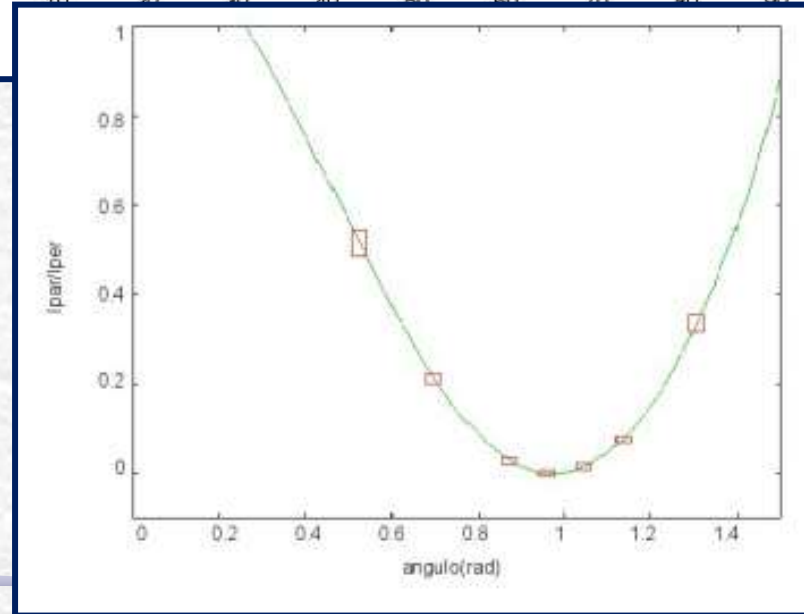


# Resultados



Nã  
nã  
se  
se  
tod

Parece que a equação não é a correta!





# AULA DE HOJE



**Birrefringência**

**Placas de onda**



# Birrefringência

- **Birrefringência**, ou refração dupla, é a decomposição de um raio de luz em dois raios (o raio **ordinário** e o **extraordinário**), dependendo da sua **polarização**, quando ele passa por certos tipos de materiais.
- Este efeito só pode acontecer se o material for **anisotrópico**, isto é, o índice de refração não for o mesmo em todas as direções e polarizações.



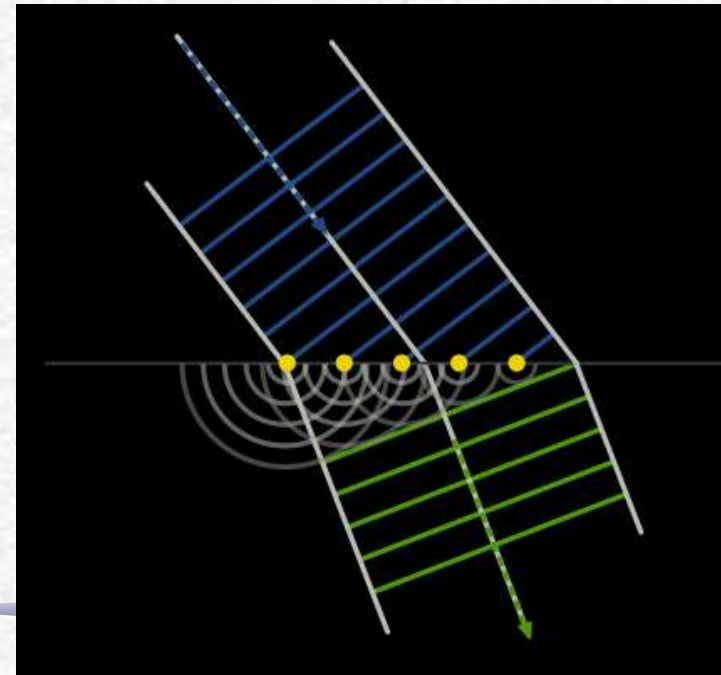


# Birrefringência: 2ª parte

- Se o material tiver apenas um **eixo de anisotropia** (eixo óptico), a birrefringência pode ser tratada associando dois **índices de refração** diferentes para as duas polarizações possíveis.
- Se o material tiver dois eixos ópticos, falamos de birrefringência **biaxial**. Neste caso o índice de refração em geral é um **tensor** complexo com três autovalores distintos  $n_{\alpha}$ ,  $n_{\beta}$ ,  $n_{\gamma}$ .
- Tipos diferentes de birrefringência
  - **Birrefringência simples (placas de onda)**
  - Rotação óptica ou dicroísmo circular

# Birrefringência: Modelo Simples

- A luz se propaga numa substância transparente excitando os elétrons do meio.
- Os elétrons oscilam forçados pelo campo elétrico e reemitem a radiação absorvida.
- Estas ondas secundárias se combinam e interferem, resultando na onda refratada.
- A velocidade da onda  $v$ , portanto o índice de refração, é determinada pela diferença entre as frequências do  $\mathbf{E}$  e da vibração natural dos elétrons.

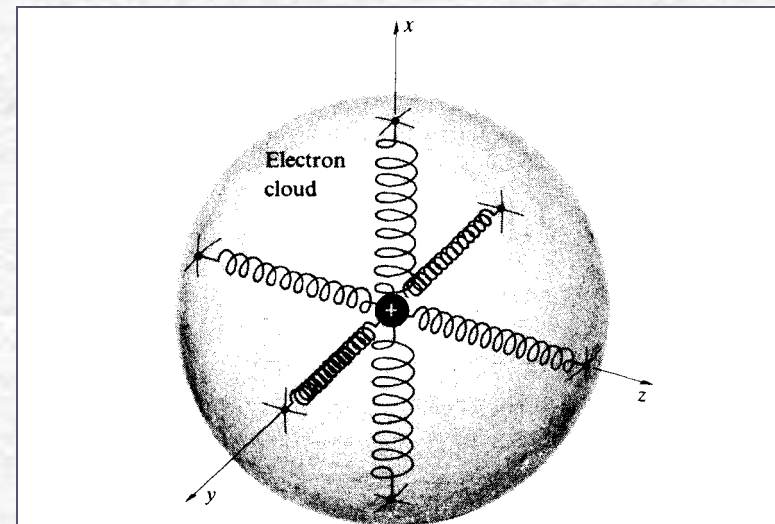




# Birrefringência: Modelo Simples

- O material será opticamente anisotrópico se a força de ligação da nuvem de elétrons ao núcleo for diferente para direções diferentes.
- É como se tivéssemos 3 constantes de mola diferentes. Neste caso, um elétron posto a vibrar na direção do conjunto de molas  $\mathbf{k}_1$ , vai oscilar com uma frequência diferente daquela que teria se estivesse vibrando ao longo de outra direção.

Lembrem-se, isto é apenas um modelo conceitual para facilitar o entendimento!

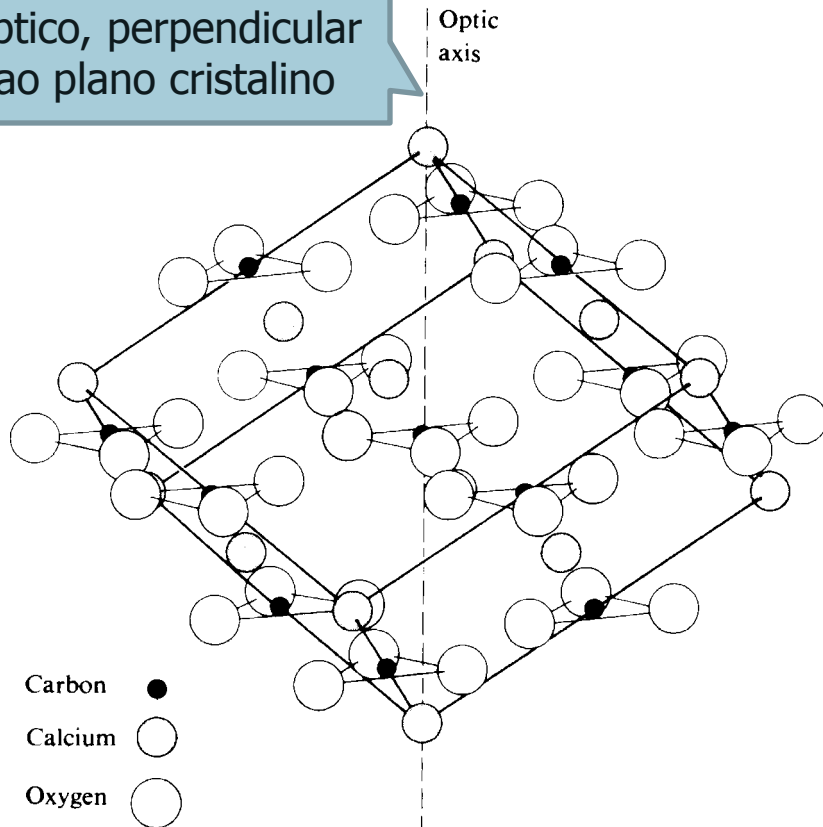


**Figure 8.14** Mechanical model depicting a negatively charged shell bound to a positive nucleus by pairs of springs having different stiffness.

# Calcite

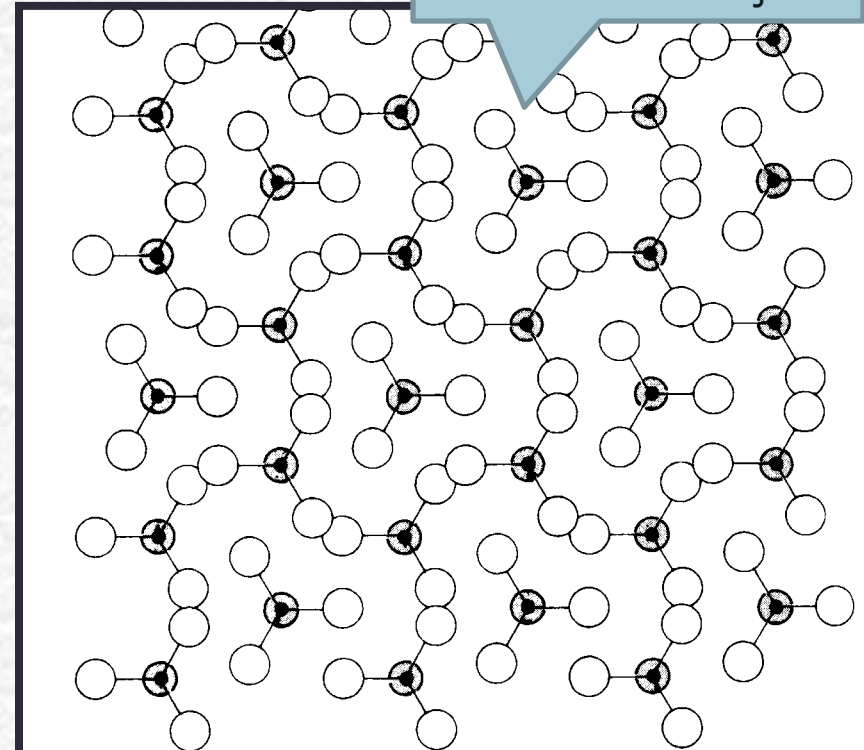
- Um típico cristal birrefringente é a calcite, ou carbonato de Cálcio ( $\text{CaCO}_3$ ).

Ela tem um eixo óptico, perpendicular ao plano cristalino



**Figure 8.16** Arrangement of atoms in calcite.

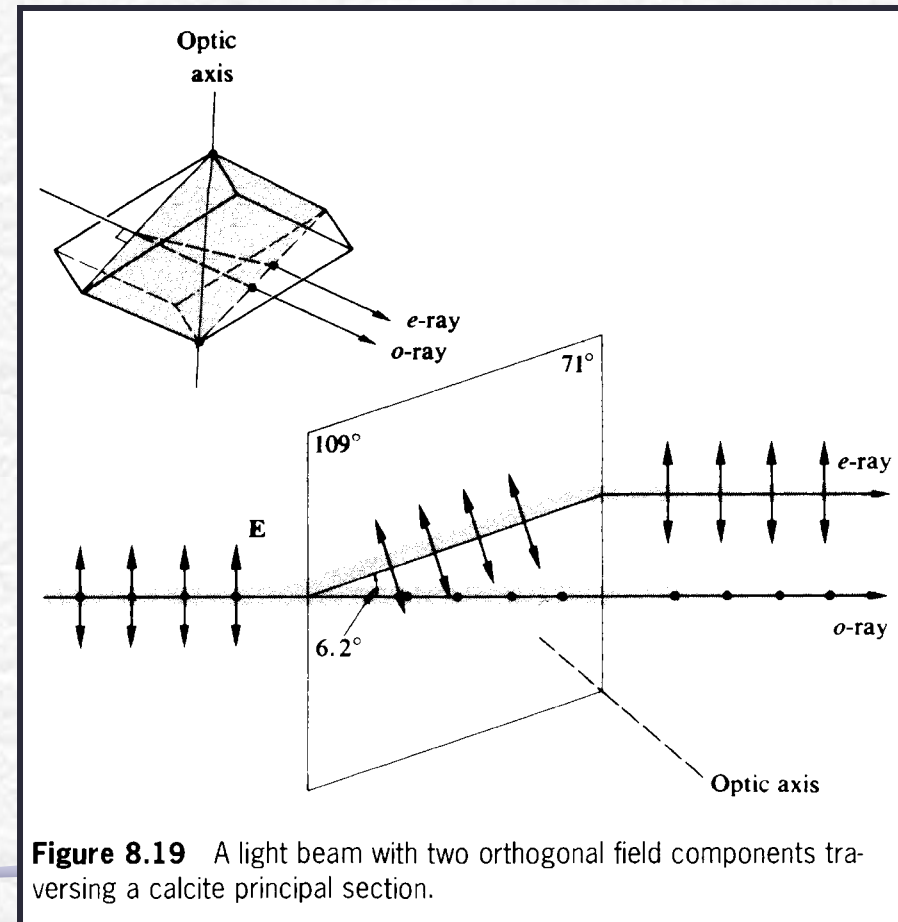
Plano perpendicular ao eixo óptico tem simetria de rotação.



**Figure 8.17** Atomic arrangement for calcite looking down the optical axis.

# Calcite

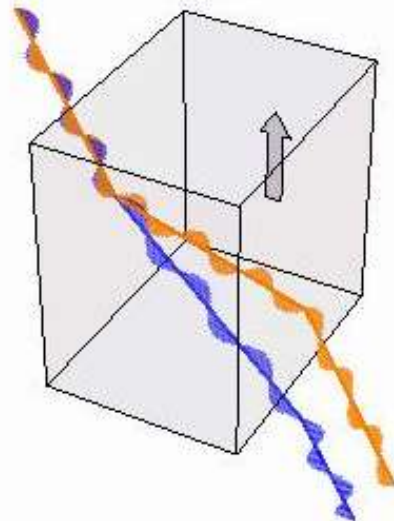
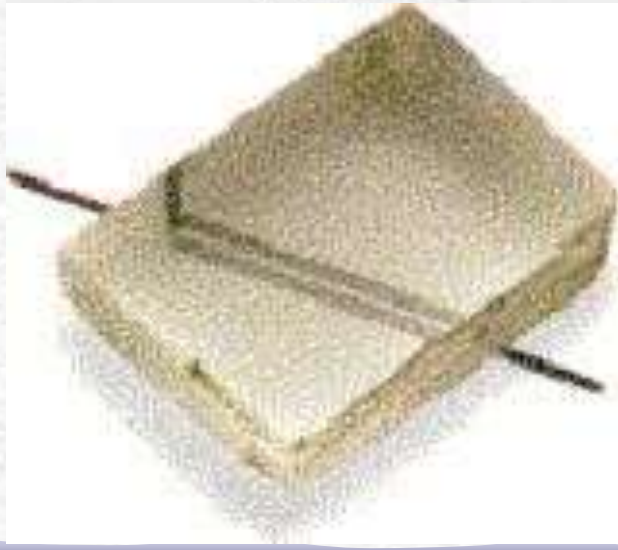
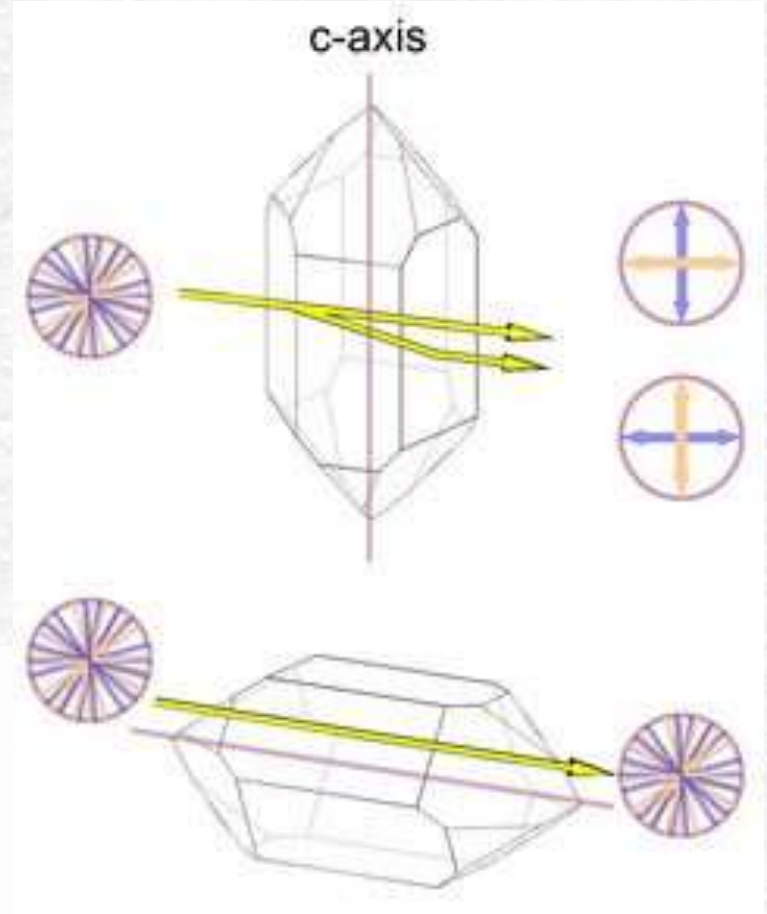
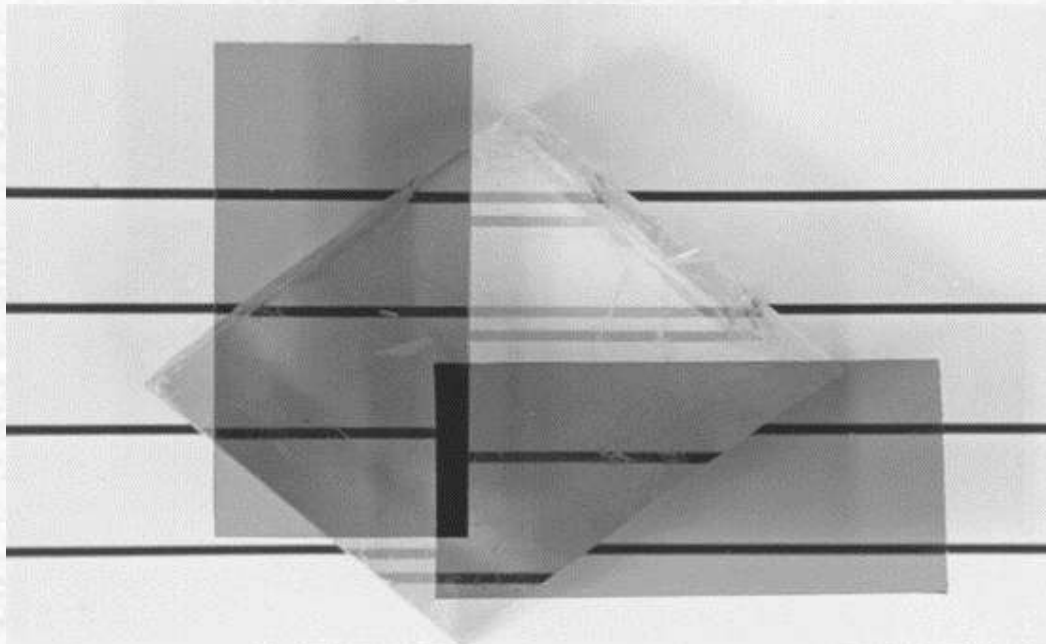
- Este material tem um eixo óptico apenas.
- Qualquer onda **EM** incidente pode ser decomposta em duas componentes: uma **no plano** formado pela direção da onda e do eixo óptico (**e**), e uma **perpendicular** a ele (**o**)
- O **raio-e** é desviado enquanto que o **raio-o** passa direto.
- Por isso formam-se duas imagens refratadas (birrefringência)!



**Figure 8.19** A light beam with two orthogonal field components traversing a calcite principal section.



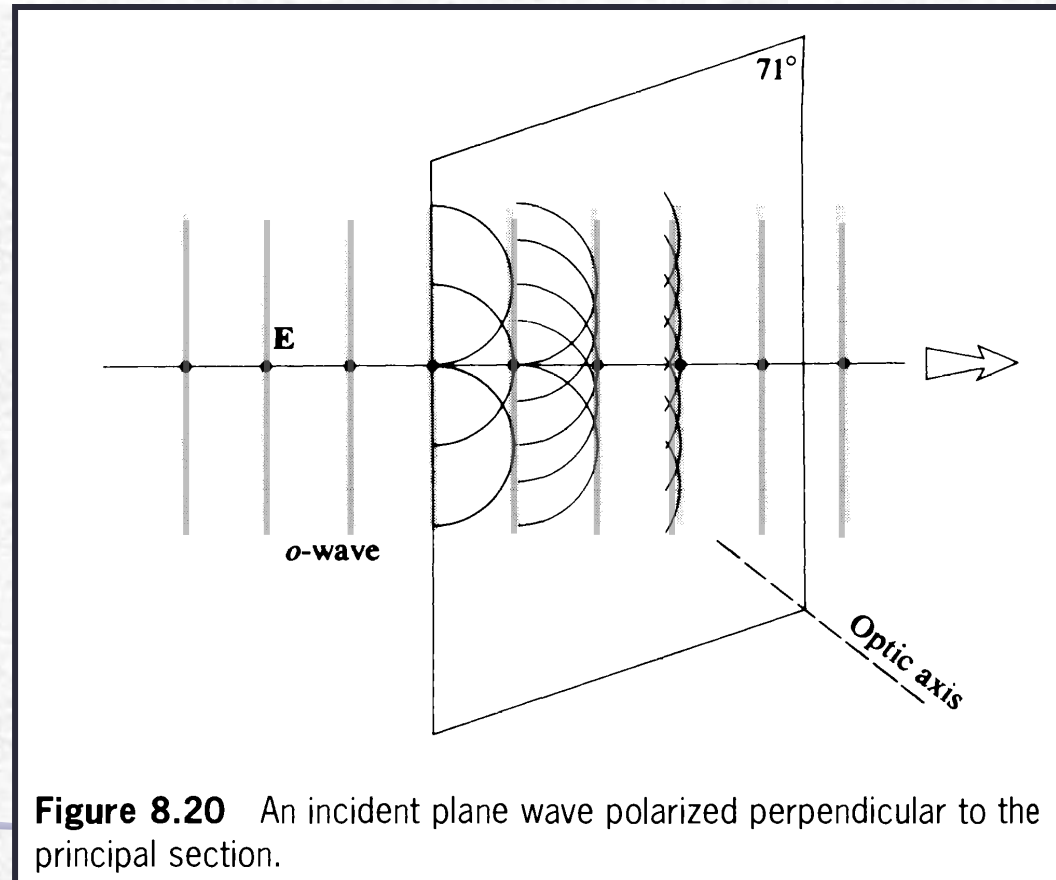
# Calcite





# As Duas Direções

- No plano perpendicular ao eixo óptico, as duas molas são iguais e a velocidade de propagação é mesma para qualquer orientação de  $\mathbf{E}$  no plano. Por isso **raio-o** não sofre desvio.



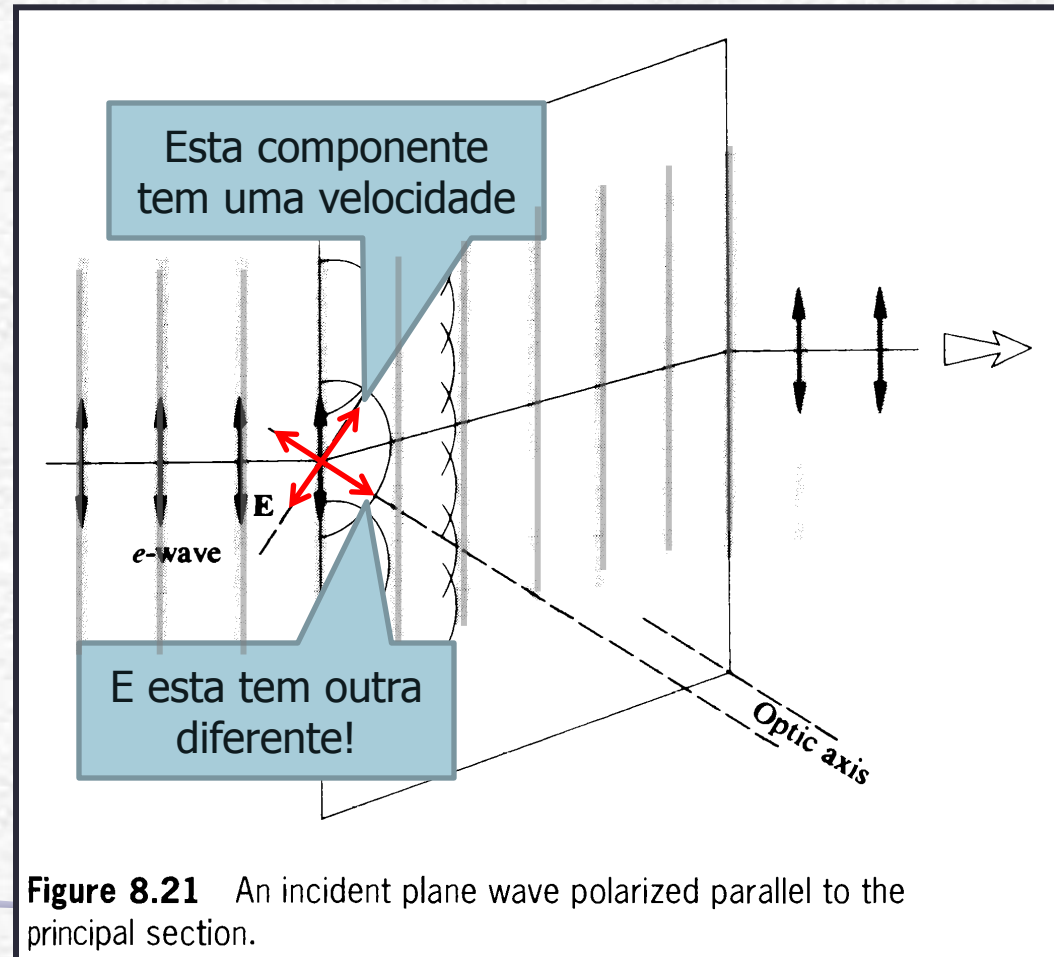
**Figure 8.20** An incident plane wave polarized perpendicular to the principal section.

# As Duas Direções

- No plano perpendicular ao eixo óptico, as duas molas são iguais e a velocidade de propagação é a mesma para qualquer orientação de  $\mathbf{E}$  no plano.

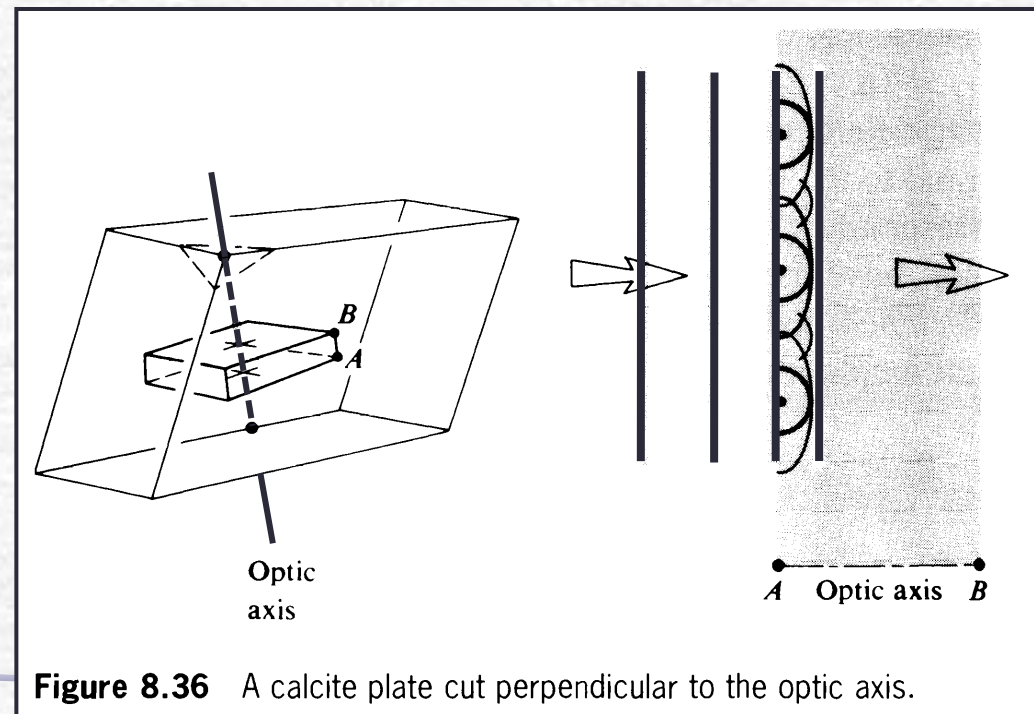
Por isso **raio-o** não sofre desvio.

- O **raio-e** tem duas componentes: uma na direção do eixo e outra perpendicular.
- Cada uma tem uma velocidade diferente e por isso o **raio-e** muda de direção.



# Placa de Onda

- Podemos cortar o material birrefringente de tal forma que o eixo óptico seja **perpendicular** a face onde incidimos a luz.
- Neste caso, para uma incidência perpendicular, o campo elétrico será sempre perpendicular ao eixo óptico!
- Assim, todas as componentes vão se propagar com a mesma velocidade  $v_{\perp}$ .
- Não há defasagem!





# Placa de Onda

- Podemos cortar de tal forma que o eixo óptico seja **paralelo** a face onde incidimos a luz.
- Neste caso, a componente do campo elétrico na direção do eixo terá uma velocidade  $v_{//}$  e a componente perpendicular terá outra velocidade  $v_{\perp}$  diferente!
- Mas as duas tem a **mesma** direção (não há desvio)!
- Como  $n_o \neq n_e$ , haverá uma defasagem que depende da espessura do material.

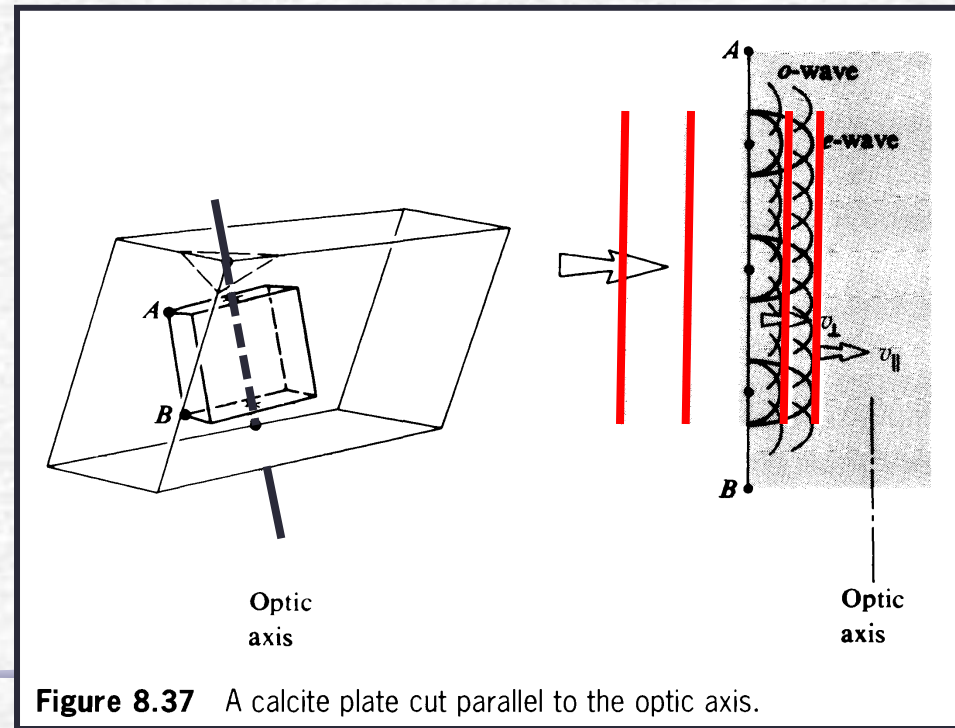


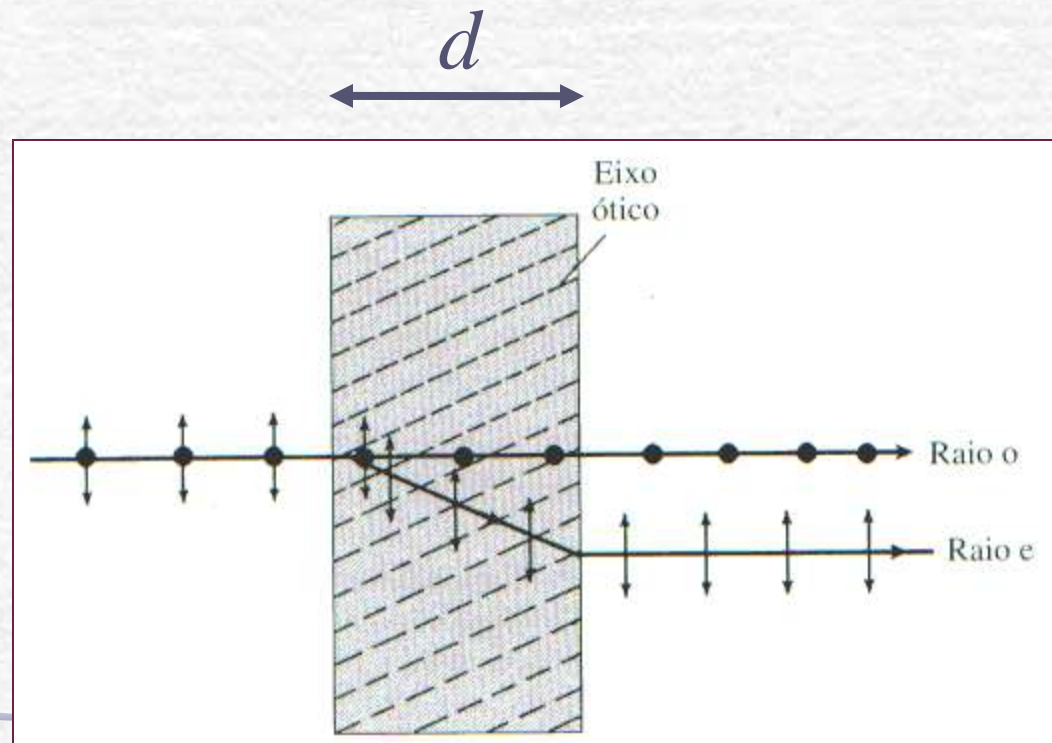
Figure 8.37 A calcite plate cut parallel to the optic axis.



# Placas de onda

- São placas confeccionadas a partir de materiais birrefringentes cujo objetivo é alterar as fases entre as componentes o e e da luz incidente

Seja uma placa de espessura **d**. Qual é a diferença de fase entre as duas componentes após sair da placa?



# Placas de onda

- Índice de refração para cada componente:

$$n_o = \frac{c}{v_o} \quad n_e = \frac{c}{v_e}$$

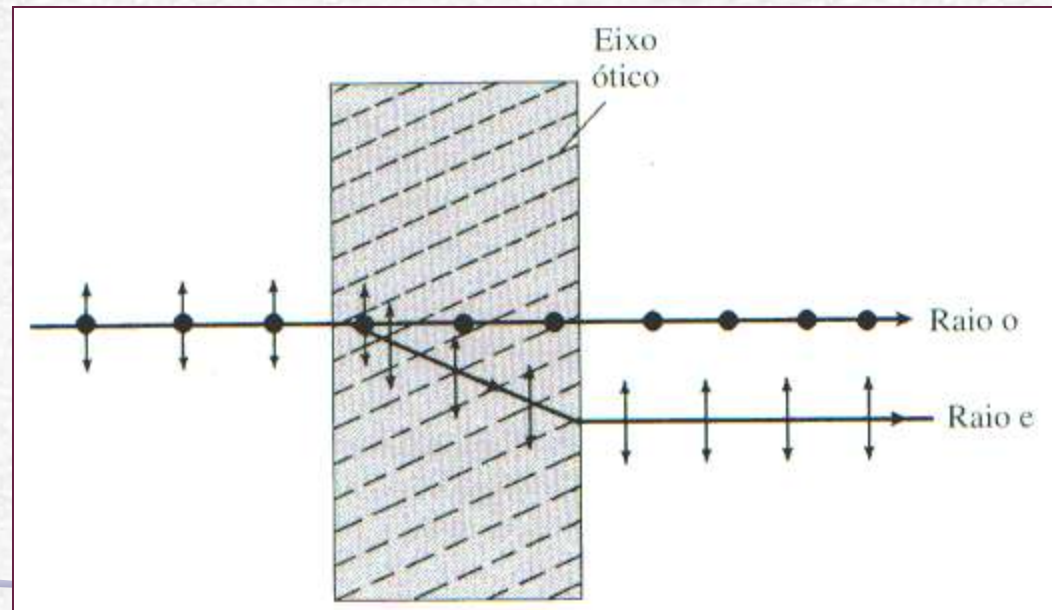
- Tempo que cada componente leva para atravessar a placa

$$t_o = \frac{d}{v_o} = d \frac{n_o}{c} \quad t_e = d \frac{n_e}{c}$$

- Diferença de tempo:

$$\Delta t = t_o - t_e = \frac{d}{c} (n_o - n_e)$$

$d$



# Placas de onda

- Se a diferença de tempo entre as duas ondas é

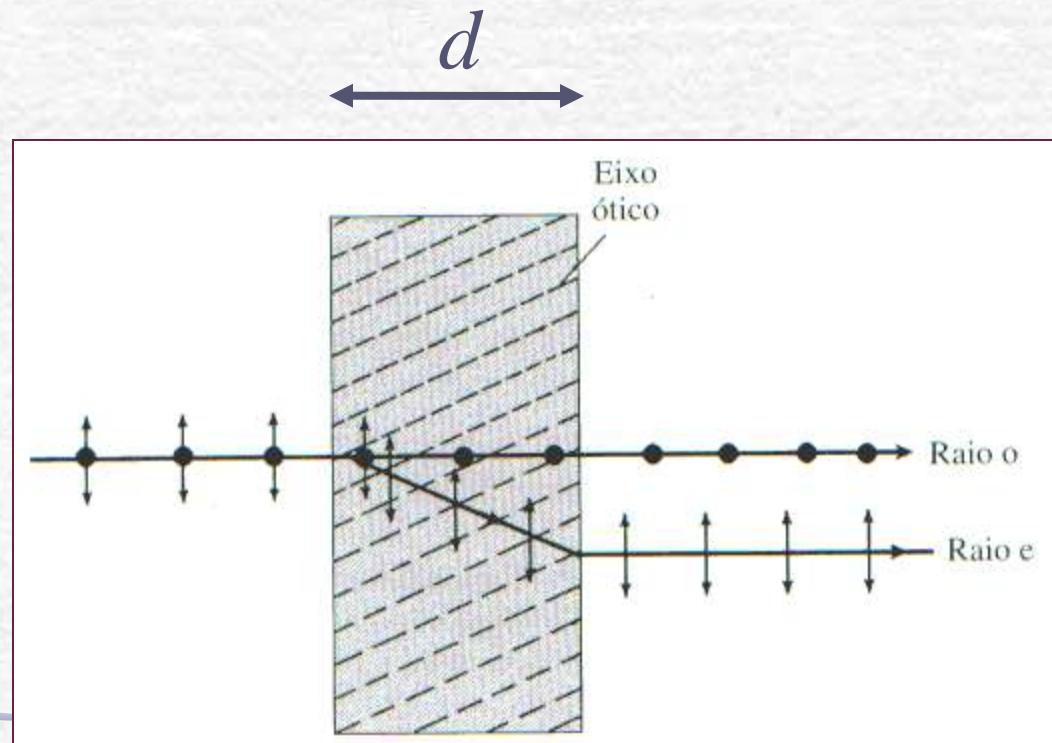
$$\Delta t = t_o - t_e = \frac{d}{c} (n_o - n_e)$$

- Então a diferença de fase é

$$\Delta \phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}, \quad T = \frac{\lambda}{c}$$

- Substituindo...

$$\Delta \phi = 2\pi \frac{d}{\lambda} (n_o - n_e)$$





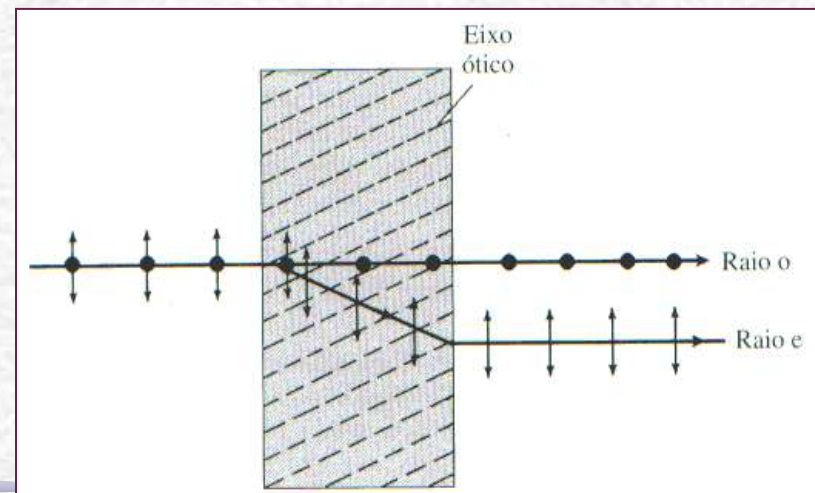
# Placas de $\frac{1}{2}$ onda

- A placa de  $\frac{1}{2}$  onda é aquela na qual a diferença de fase obtida entre as duas componentes é  $\frac{1}{2}$  do período, ou seja,  $\pi$ .

$$\Delta\phi = (2m + 1)\pi$$

- Isto somente ocorre quando a espessura da placa está bem relacionada com o comprimento de onda, de tal forma que:

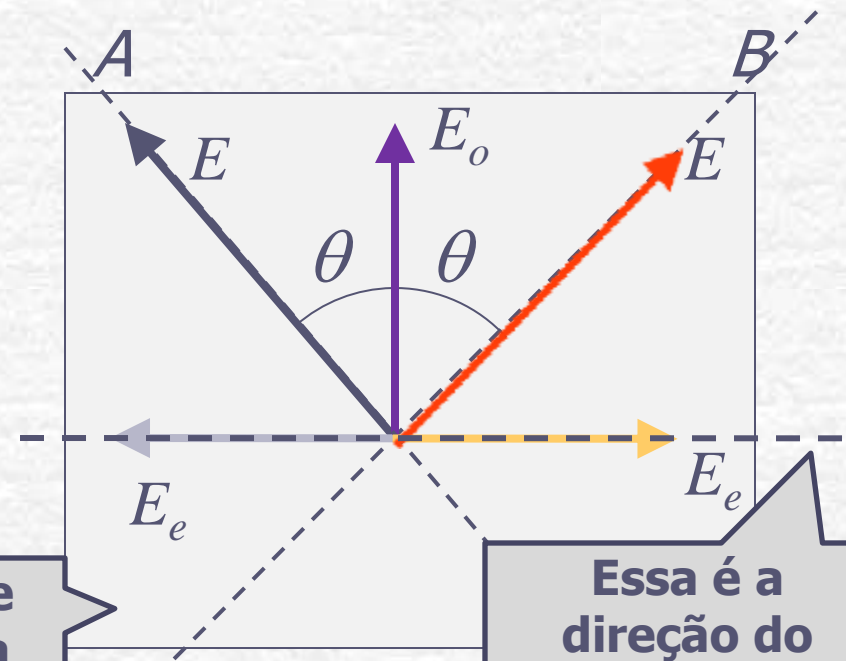
$$d = \frac{(2m + 1)}{2(n_o - n_e)} \lambda$$





# Placas de $\frac{1}{2}$ onda

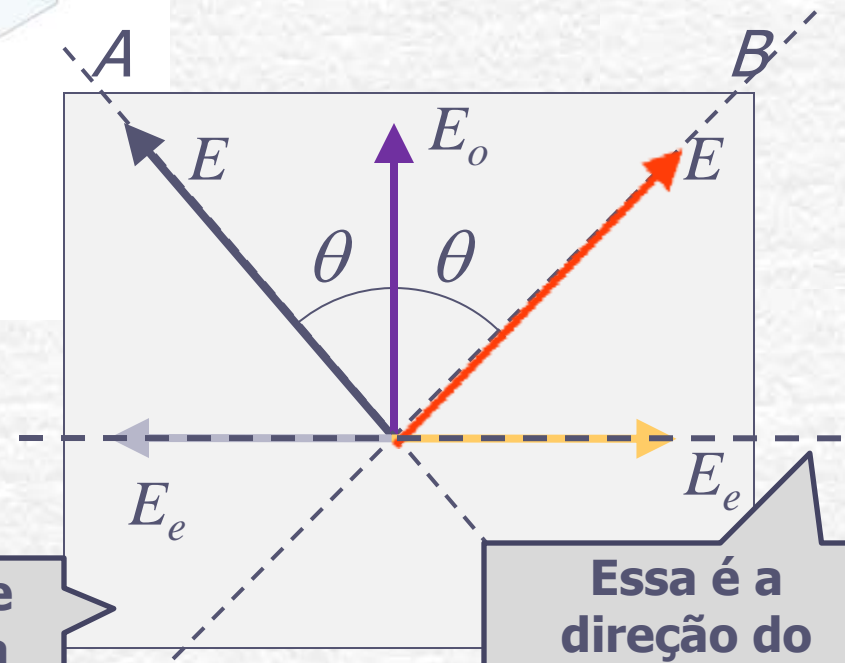
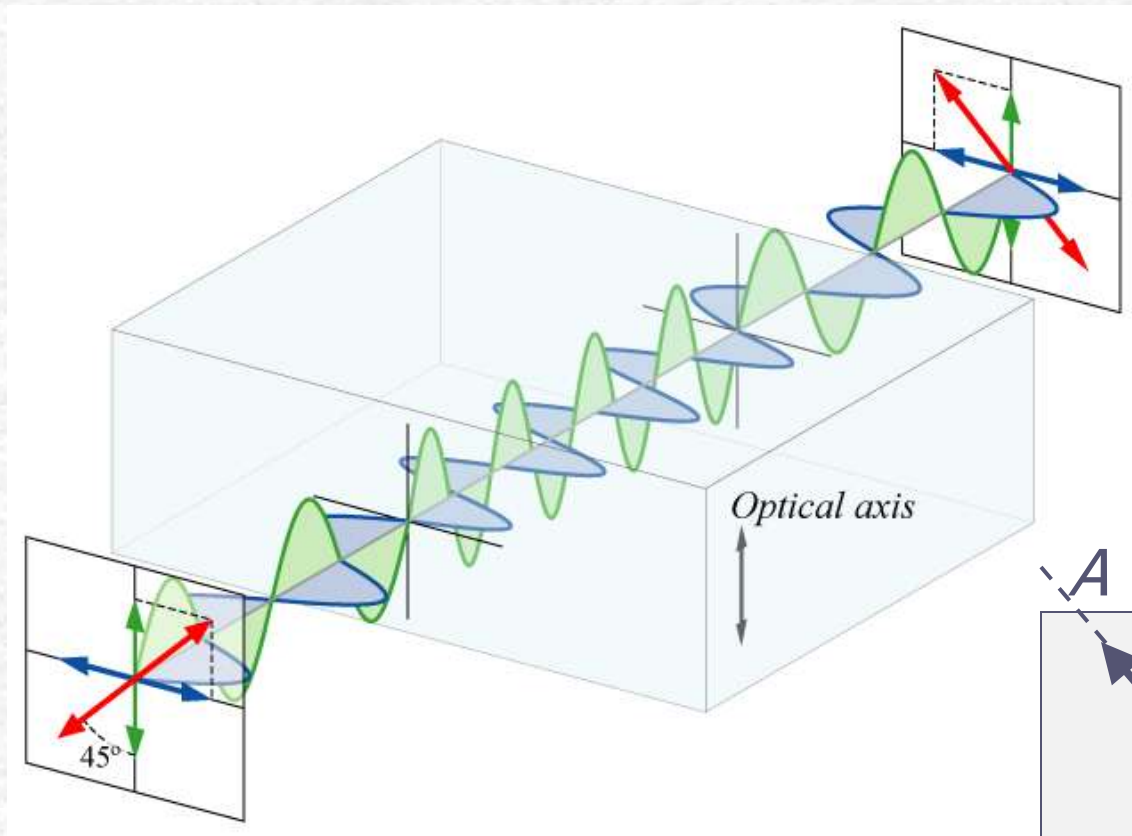
- Vamos ver as componentes do campo elétrico na entrada da placa
  - O campo elétrico está sempre oscilando ao longo da linha A
- E na saída a componente  $e$  está defasada de meia onda relativamente à componente  $o$ .
  - O campo elétrico vai oscilar ao longo da reta B
  - Ou seja, a placa de  $\frac{1}{2}$  onda gira o campo elétrico de  $2\theta$ .



Esta é a face onde a onda está incidindo.

Essa é a direção do eixo óptico

# Placas de $\frac{1}{2}$ onda



Esta é a face onde a onda está incidindo.

Essa é a direção do eixo óptico

# Placas de $\frac{1}{4}$ de onda

- A placa de  $\frac{1}{4}$  de onda é aquela na qual a diferença de fase obtida entre as duas componentes é  $\frac{1}{4}$  do período, ou seja,  $\pi/2$ .

$$\Delta\phi = (4m + 1)\frac{\pi}{2}$$

- Isto somente ocorre quando a espessura da placa está bem relacionada com o comprimento de onda, de tal forma que:

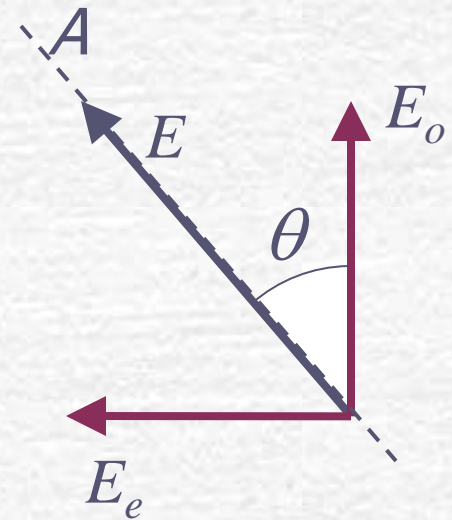
$$d = \frac{(4m + 1)}{4(n_o - n_e)} \lambda$$

# Placas de $\frac{1}{4}$ de onda

- Vamos ver as componentes do campo elétrico na entrada da placa
  - O campo elétrico está sempre oscilando ao longo da linha A
  - O campo elétrico pode, em qualquer instante de tempo, ser escrito como:

$$\dot{\vec{E}} = E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o} + E_e \cos(kx - \omega t) \hat{e}$$

- A placa de  $\frac{1}{4}$  onda introduz uma fase de  $\lambda/4$  na componente  $e$ .





# Placas de $\frac{1}{4}$ de onda

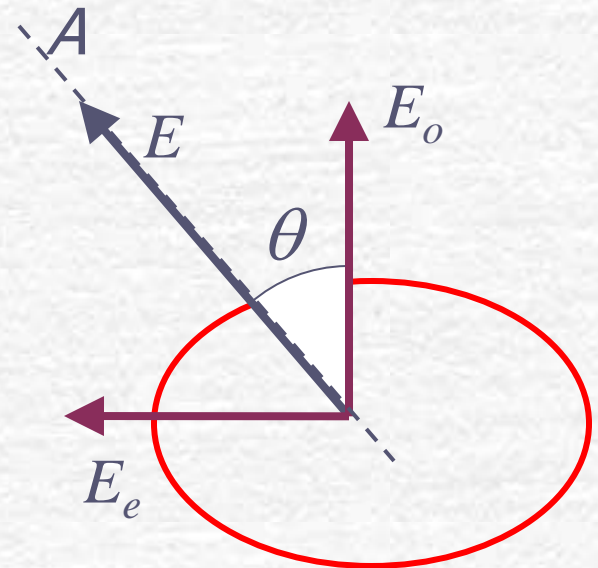
- Assim, o campo elétrico na saída da placa

$$\begin{aligned}\dot{E} &= E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o} \\ &+ E_e \cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) \hat{e}\end{aligned}$$

- Ou seja:

$$\begin{aligned}\dot{E} &= E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o} \\ &+ E_e \sin(kx - \omega t) \hat{e}\end{aligned}$$

- A onda que era inicialmente polarizada torna-se elipticamente polarizada



# Objetivos desta parte da aula

- Verificar se a **placa** de onda que está na bancada, é realmente de  $\frac{1}{4}$ :
  - se for é possível transformar uma onda linearmente polarizada em uma onda circularmente polarizada.
- caso a placa não seja perfeita
  - calcular o atraso que a sua placa introduziu entre as **2** componentes
  - Calcular qual a espessura da sua placa e qual a espessura que ela deveria ter se fosse perfeita.
  - Verificar o efeito na medida caso o **1<sup>o</sup>** polarizador não esteja em **45<sup>o</sup>**.

# Como são as nossas placas de onda?

- **Placas de  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{1}{2}$  onda** podem ser construídas “em casa” usando durex ou plástico de embrulhar alimentos ou papel celofane.
- Esses materiais têm moléculas alongadas alinhadas numa direção, o que os torna birrefringentes.
- Adicionando camada a camada desses materiais sobre uma placa de vidro, consegue-se placas de  **$\frac{1}{2}$  onda** ou de  **$\frac{1}{4}$  de onda** bastante razoáveis (razoável quer dizer que introduzem uma diferença de fase dentro de **10%** dos valores previstos).
- As que vão usar são feitas de durex.

# Placas de onda de durex

- O eixo ótico da placa corresponde à direção em que ela viaja mais rapidamente, é também chamado de eixo rápido.
- O **eixo rápido**, isto é, a direção de vibração da onda mais rápida corresponde à **direção transversal** da fita durex, e, o **eixo lento** (direção de vibração da onda mais lenta), corresponde ao **comprimento** da fita durex.



# IMPORTANTE

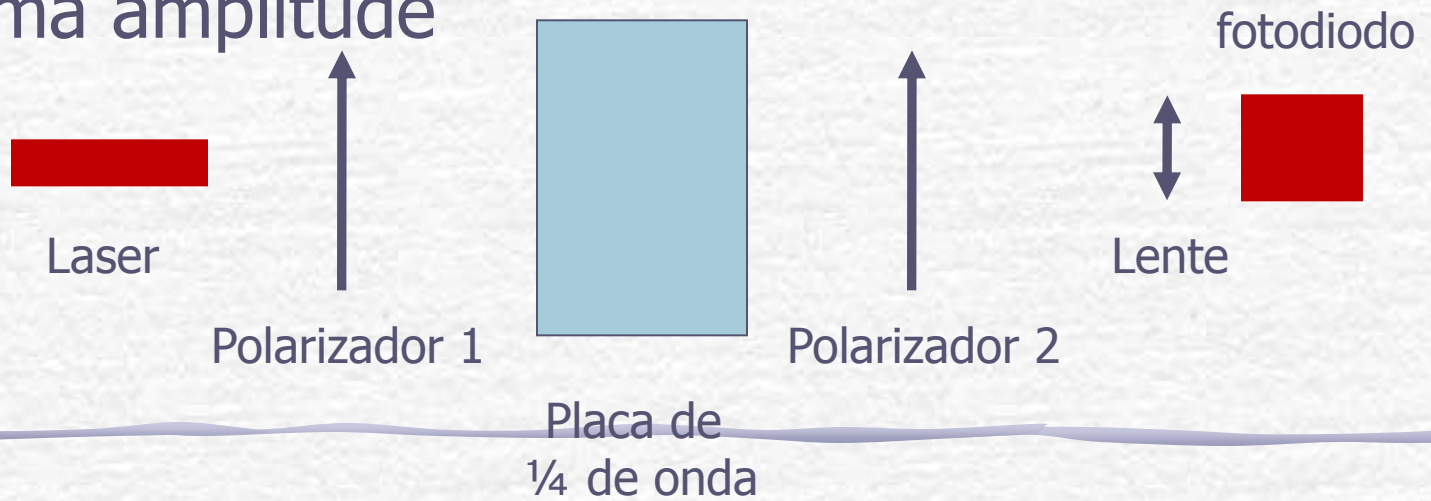
- Para quem quiser usar existe uma planilha Excel pronta, no Desktop, chamada “**Placas de Onda**” que faz o cálculo da função teórica que vão ter que ajustar aos dados experimentais.

“Observation of Elliptical Polarized light using Quarter Wave Plate”

U. Hasan, LUMS School of Science and Engineering (2010)

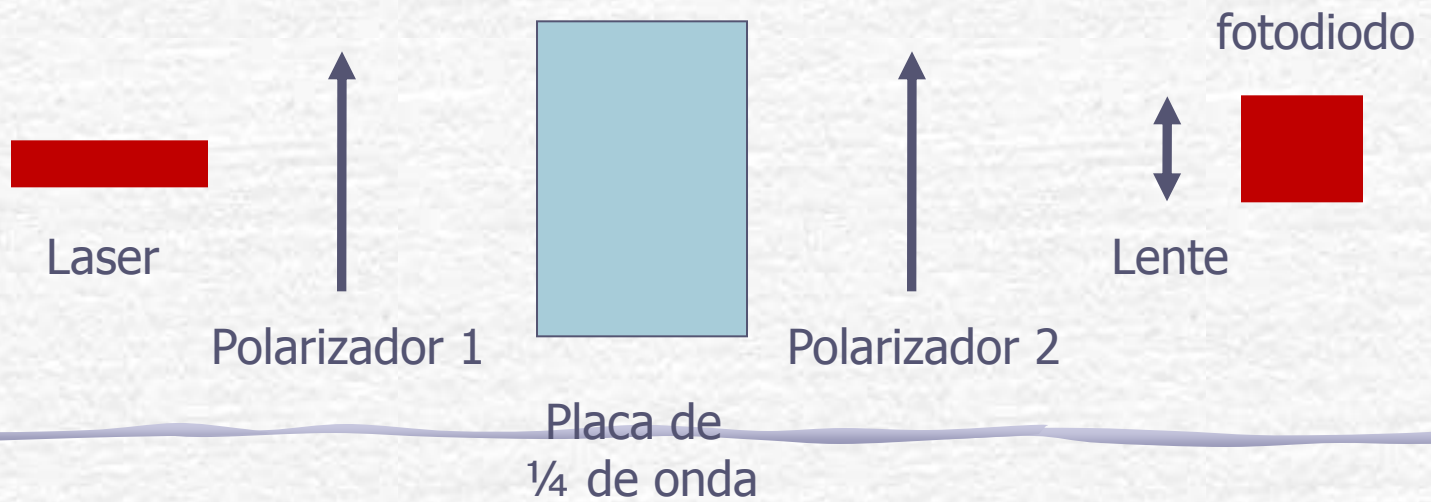
# Placa de $\frac{1}{4}$ de onda

- Montar o arranjo do laser + polarizador + placa de  $\frac{1}{4}$  de onda + polarizador + fotodiodo
- Ajustar o polarizador 1 para que fique a  $45^\circ$  em relação ao eixo óptico da placa de  $\frac{1}{4}$  de onda
  - Isso garante que as componentes  $e$  e  $o$  têm a mesma amplitude



# Placa de $\frac{1}{4}$ de onda

- Se a placa de  $\frac{1}{4}$  de onda funciona, a onda emergente será circularmente polarizada
  - Pois as componentes  $e$  e  $o$  têm a mesma amplitude na entrada
  - Qualquer que seja a direção do polarizador 2, a intensidade no fotodiodo será a mesma





# Situação Real de 1/4

- Pode-se calcular a intensidade de luz em função do ângulo do primeiro polarizador ( $\alpha$ ) e da defasagem que a placa provoca  $\gamma$ :
  - se  $\alpha$  não for **45°** a luz sai elipticamente polarizada, que é o caso geral
  - se  $\gamma$  não for **90°**, (2 componentes da luz incidente não têm a mesma intensidade), a placa não é perfeita.
- Esse cálculo está feito em detalhes no artigo:

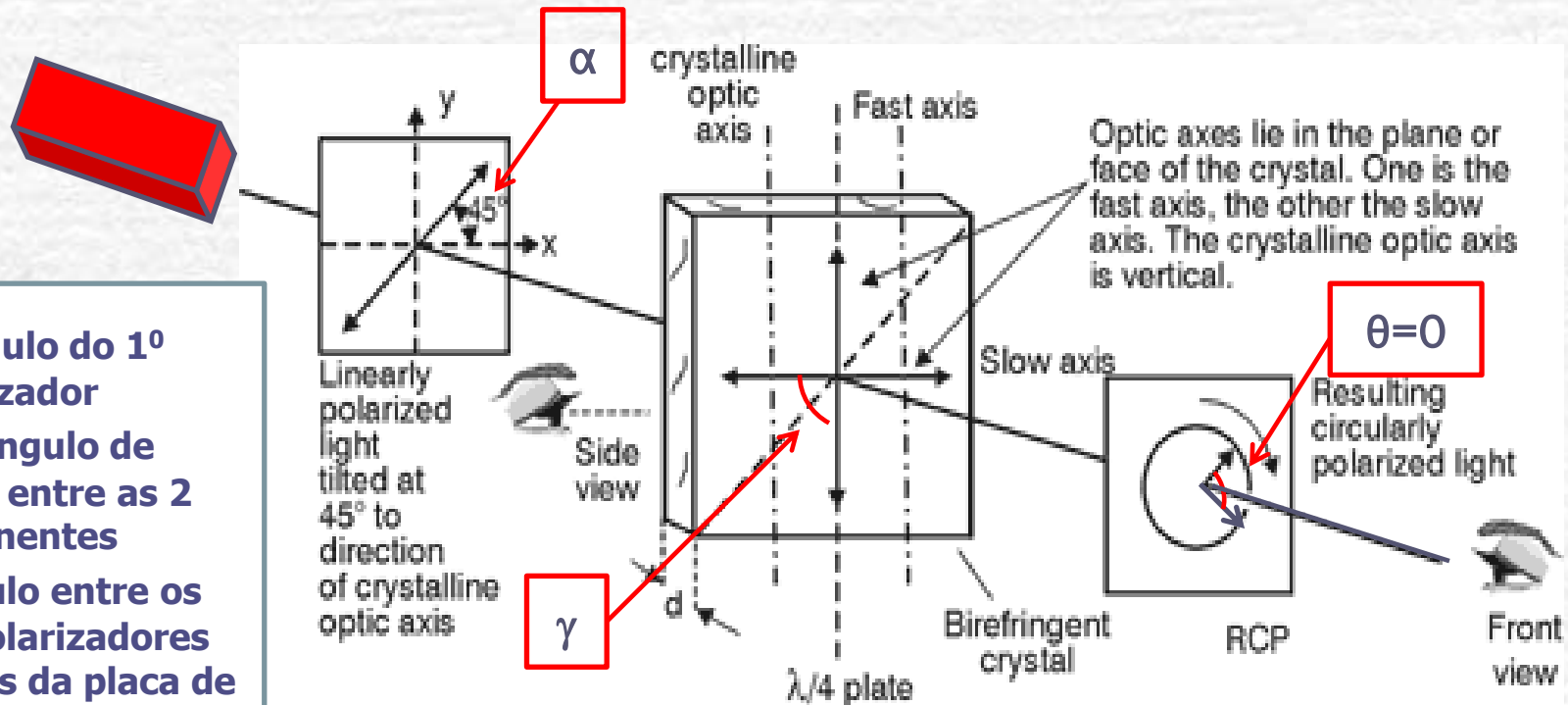
“Observation of Elliptical Polarized light using Quarter Wave Plate” U. Hasan, LUMS School of Science and Engineering (2010)

# A intensidade como função de $\alpha, \gamma, \theta$

- A expressão para a intensidade medida no plano de observação depois da placa, é:

$$I = \frac{1}{2} I_0 \left( 1 + (\cos^2(2\alpha) + \cos(\gamma) \operatorname{sen}^2(2\alpha)) \cos(2\theta) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \operatorname{sen}(4\alpha) \operatorname{sen}(2\theta) \right)$$

$\alpha$  é o ângulo do 1º polarizador  
 $\gamma$  é o ângulo de defasagem entre as 2 componentes  
 $\theta$  é o ângulo entre os eixos dos polarizadores antes e depois da placa de onda: qdo eles estiverem paralelos, em 45°,  $\theta=0$



# Intensidade $p/$ $\alpha=45^\circ$ , $\gamma=90^\circ$ em função de $\theta$

$$I = \frac{I_0}{2} \left[ 1 + \left( \cos^2 \left( 2 \frac{\pi}{4} \right) + \cos(\gamma) \sin^2 \left( 2 \frac{\pi}{4} \right) \right) \cos(2\theta) + \sin^2 \left( \frac{\gamma}{2} \right) \sin \left( 4 \frac{\pi}{4} \right) \sin(2\theta) \right]$$

=0      =1      =0

$$I = \frac{I_0}{2} [1 + \cos \gamma \cos(2\theta)]$$

Se  $\alpha \neq 45^\circ$ , estes termos não se anulam e devem ser levados em conta no ajuste!

se  $\alpha=45^\circ$  e  $\gamma=90$   
(placa de  $\frac{1}{4}$   
perfeita)

se  $\gamma \neq 90$  (a placa não  
é exatamente de  $\frac{1}{4}$ )

?

$\cos 2\theta$

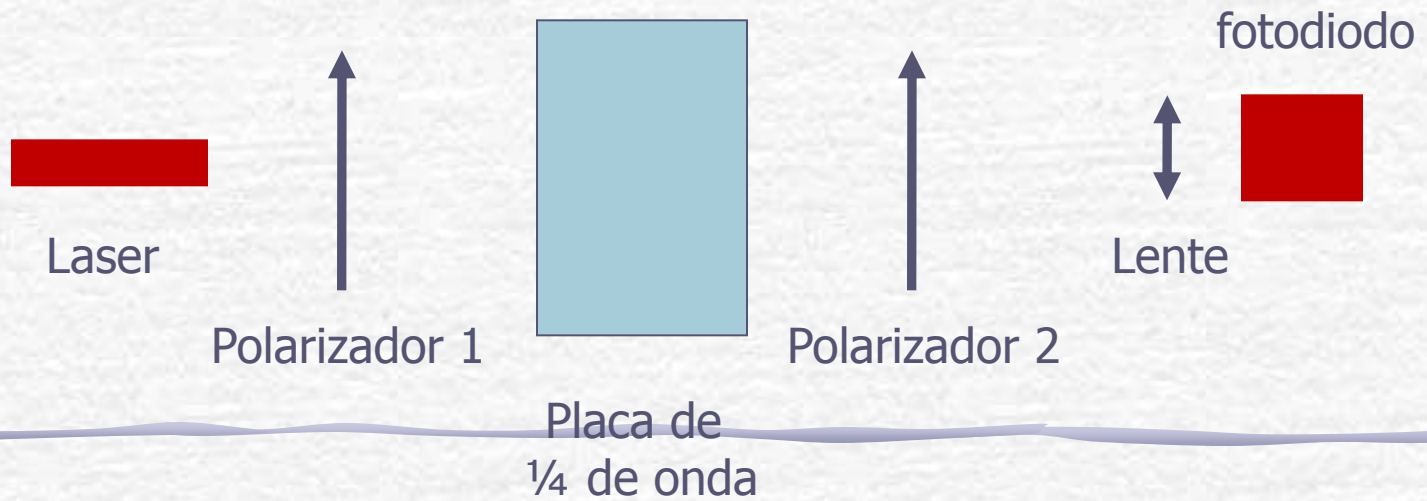
$\cos 2\theta$



# Para Entregar: Parte 1

## Placa de $\frac{1}{4}$ onda

- Medir a intensidade em função da posição do polarizador 2 no data studio
  - Fazer rápido para não ser influenciado pela variação de polarização e intensidade inicial do laser.



# Tarefa2 : análise da intensidade

- Faça o gráfico da intensidade **I** em função do **cos(2θ)**.
- Ajuste a curva teórica aos dados experimentais :
  - Quais os parâmetros livres?
  - Quais os valores de **θ** e **γ**?
- E verifique:
  - qual é o efeito do fato da placa não ser perfeita, considerando que o primeiro polarizador, **α=45°**
  - na sua medida avalie se de fato, o ângulo do **1°** polarizador era **45°** dentro dos erros experimentais
  - E compare os valores de **α**, **γ** e **θ** com os valores dos seus colegas.

# Tarefa 3: espessura da placa

A placa é de fato de **1/4 de onda**?

- Considerando a diferença entre os índices de refração para o raio "o" e do raio "e"  $\Delta n = (3,0 \pm 0,3) \times 10^{-4}$ , calcule:
  - qual a espessura da sua placa
  - qual a espessura que ela deveria ter para ser perfeita.
- Compare com resultados dos colegas
- Discuta os erros experimentais.

N. Carlin et al, Birrefringência em placas de onda e atividade óptica de uma solução de açúcar, RBEF, v. **27**, n. 3, p.349 (2005)

[http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v27\\_349.pdf](http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v27_349.pdf)