



Física Experimental IV – FAP214

www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Aula 1, Experiência 3

Leis de Malus e de Brewster

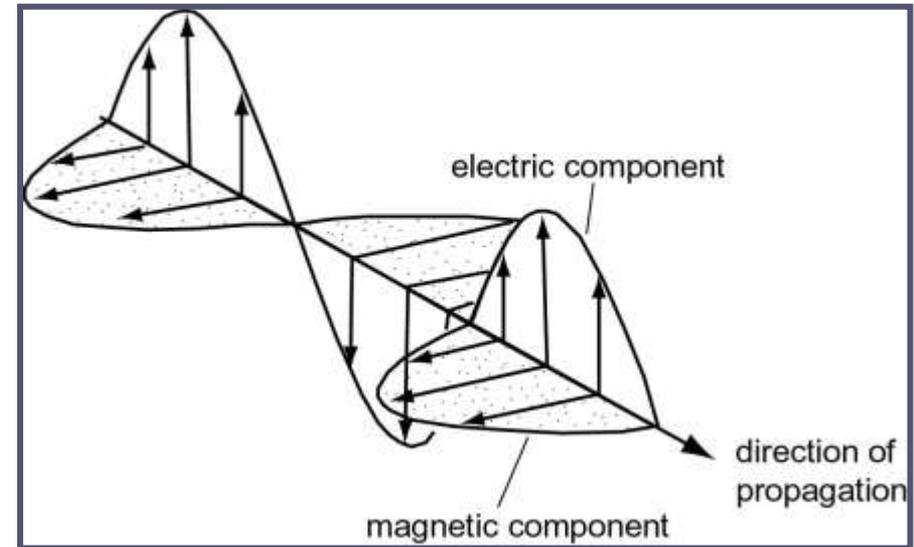
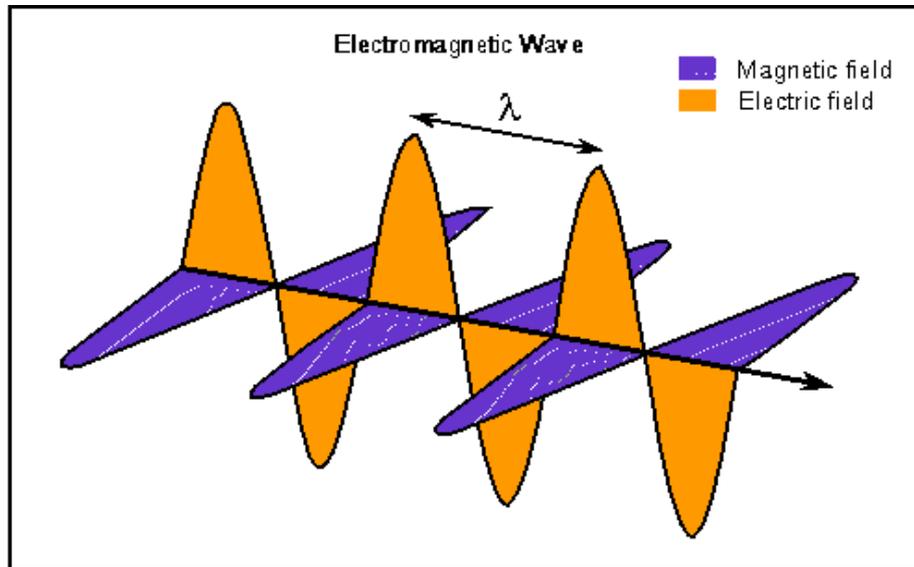
Lei de Malus e Lei de Brewster



Radiação eletromagnética

A radiação eletromagnética é uma onda transversal composta de um **campo elétrico** e um **campo magnético**, oscilantes no tempo, perpendiculares entre si e à direção de propagação.

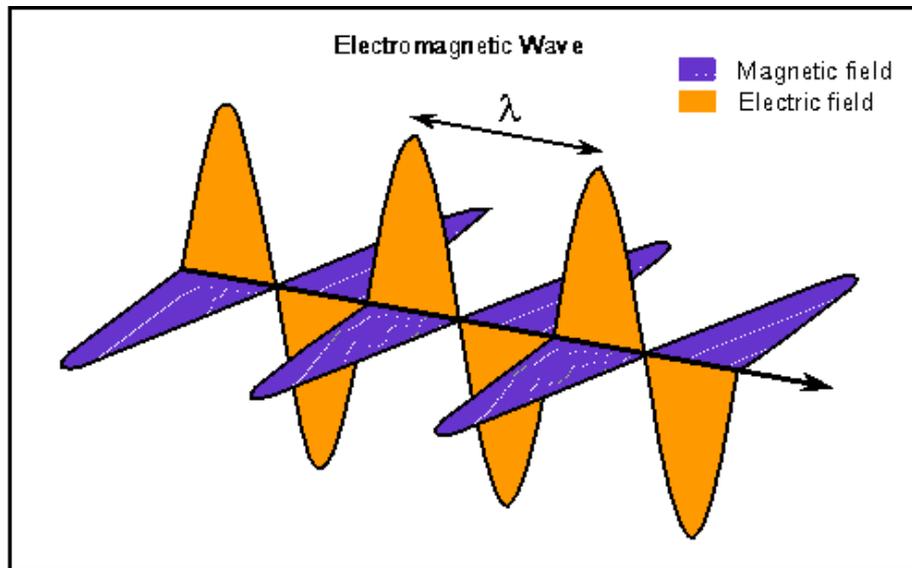
- Os campos elétrico **E** e magnético **B**, são dois aspectos de um único fenômeno que é o campo eletromagnético.



Radiação eletromagnética

A radiação eletromagnética é uma onda transversal composta de um **campo elétrico** e um **campo magnético**, oscilantes no tempo, perpendiculares entre si e à direção de propagação.

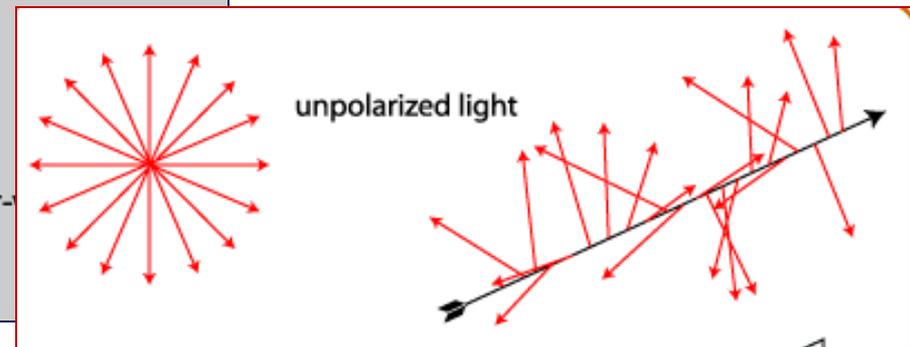
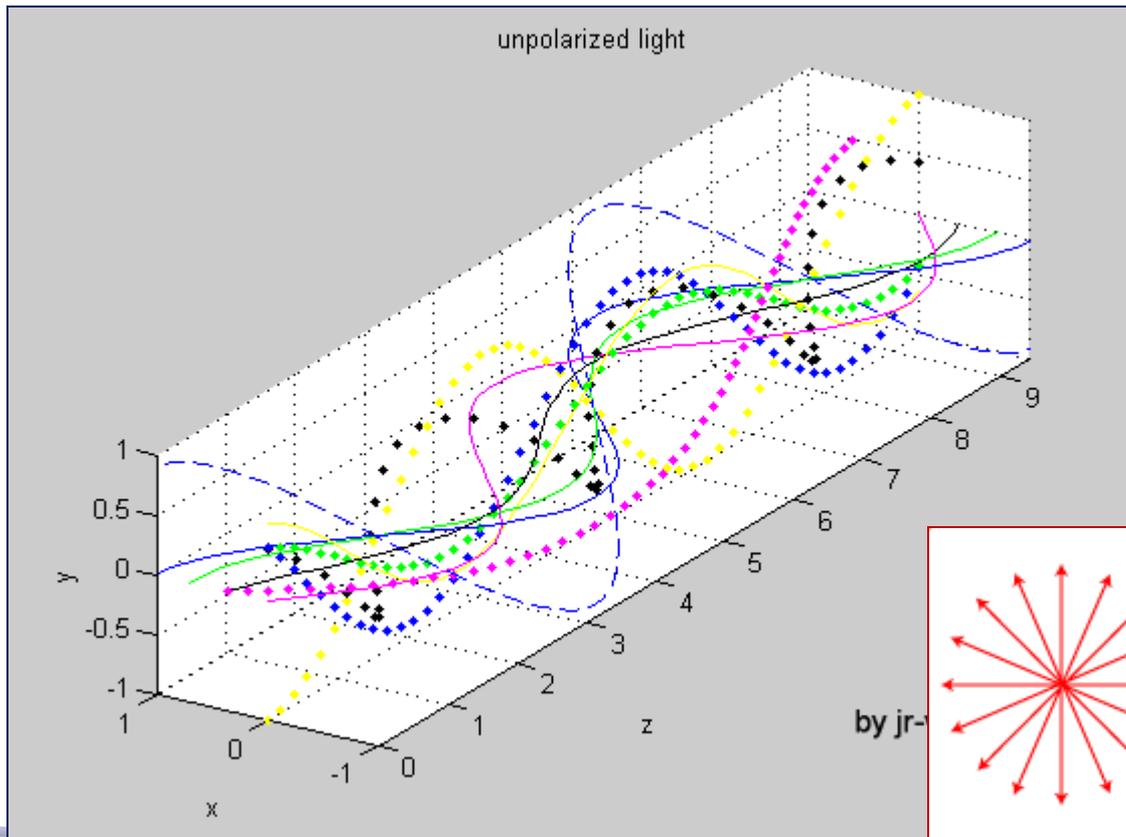
- Os campos elétrico **E** e magnético **B**, são dois aspectos de um único fenômeno que é o campo eletromagnético.



Podemos, por simplicidade nos referir somente ao campo elétrico, porque **sabendo** as leis que governam esse campo, **sabemos** também as leis que governam o campo magnético associado.

Polarização

- A luz é dita **não polarizada** quando a plano de vibração do campo elétrico varia rapidamente e de maneira completamente aleatória no tempo



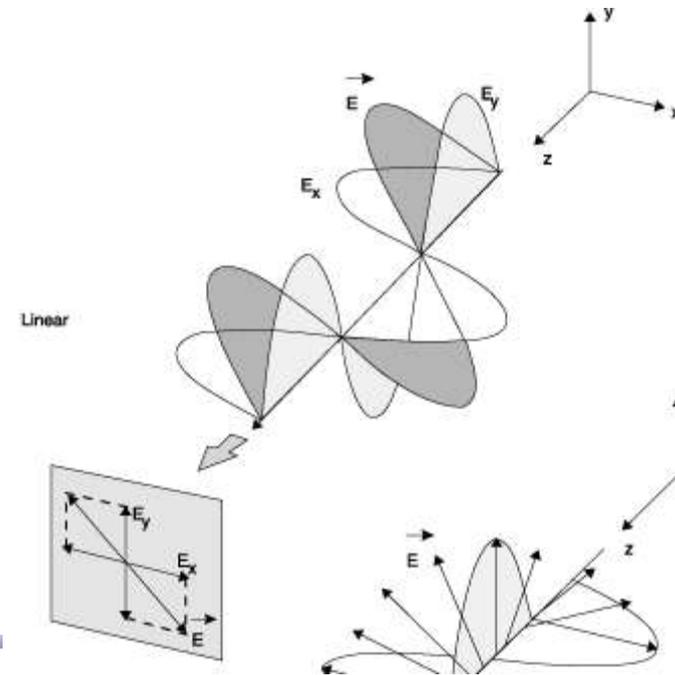
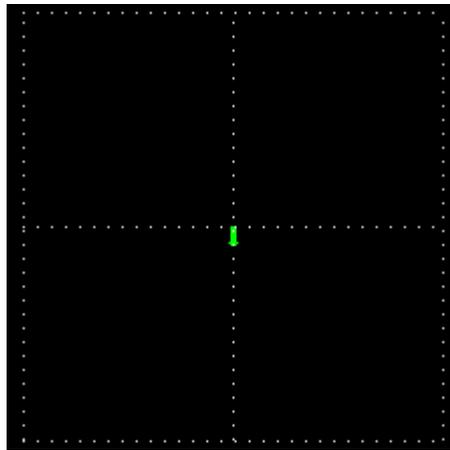
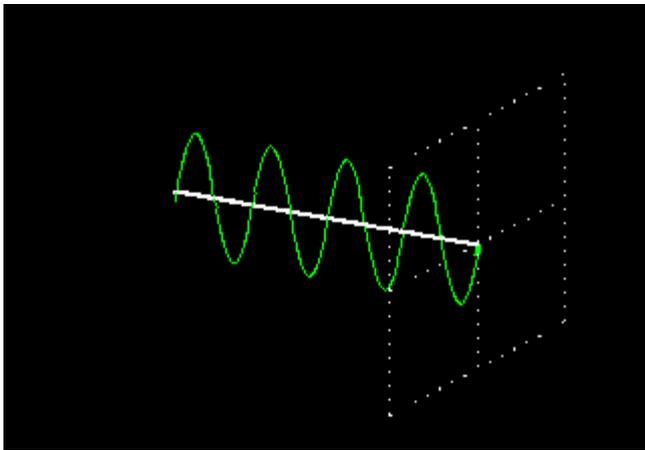
Estados possíveis de polarização

Há vários estados possíveis de polarização:

1. **Plano polarizada** ou **linearmente polarizada** quando o campo elétrico é sempre paralelo a um plano definido, chamado plano de polarização da onda
2. **Circularmente polarizada** quando o campo elétrico da onda gira em torno da direção de propagação, tendo módulo constante. Nesse caso, pode-se dizer que, numa dada posição o vetor campo elétrico realiza um movimento circular uniforme.
3. **Elipticamente polarizada** quando o vetor campo elétrico descreve uma elipse

Polarização linear

- Numa onda linearmente polarizada, campo elétrico vibra num único plano: **o plano de polarização da onda**



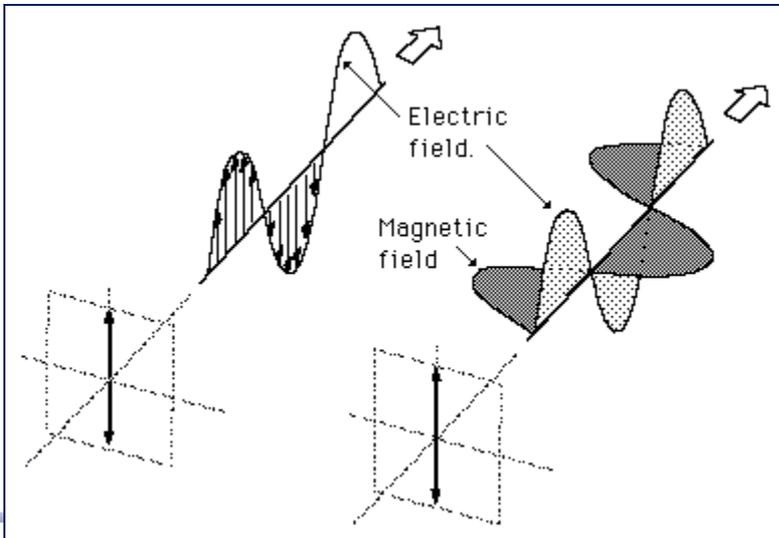
Polarização linear

- A polarização linear é o estado mais simples de polarização da luz. Por exemplo:

E_0 : amplitude do campo elétrico é constante, independente de y ou z , ou seja, a onda é plana

$$E(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t) \hat{j}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

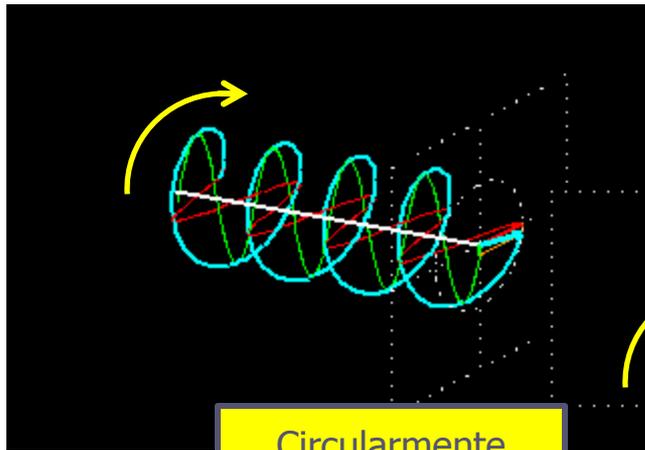


versor j garante que o campo **E** esteja só no plano **y**: polarizada neste sentido

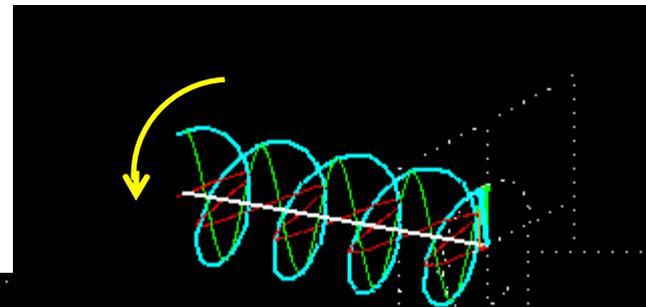
k é cte: onda monocromática

Polarização Circular

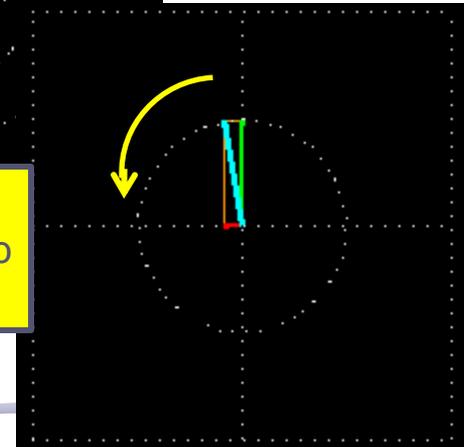
- **circularmente polarizada:** quando o campo elétrico da onda gira em torno da direção de propagação, tendo módulo constante.
 - Nesse caso, pode-se dizer que, numa dada posição, o vetor campo elétrico realiza um movimento circular uniforme.
- A polarização pode ser para a direita ou para a esquerda



Circularmente polarizada no sentido horário

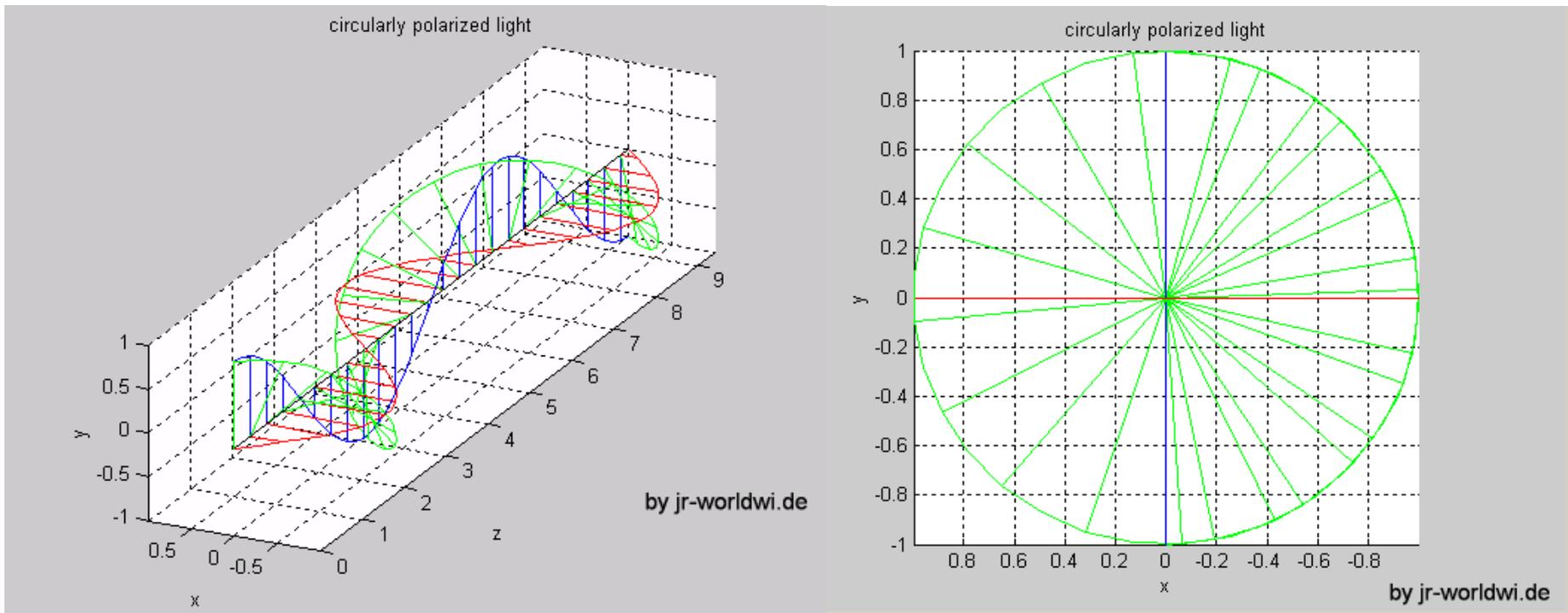


Circularmente polarizada no sentido anti-horário



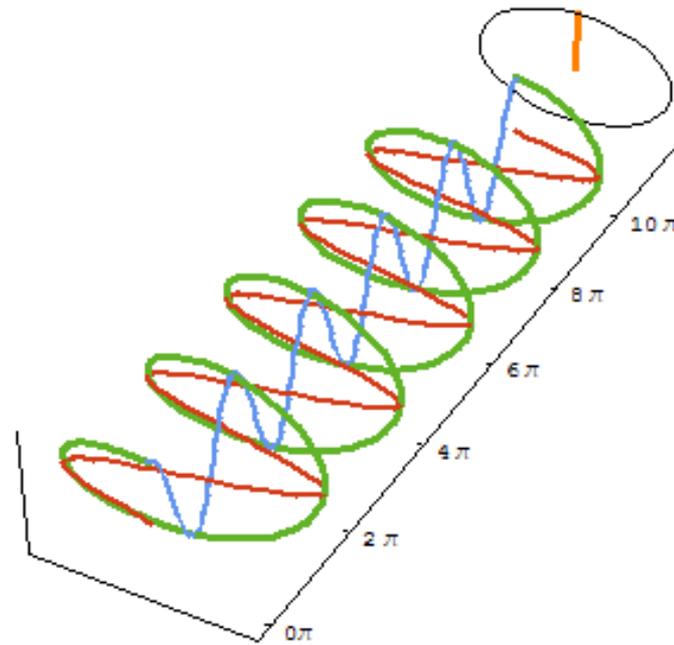
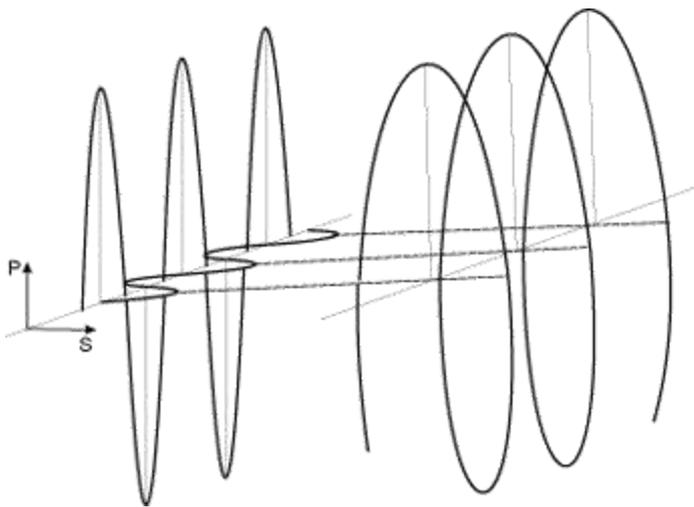
Polarização circular

A superposição de duas ondas plano polarizadas, **de mesma amplitude, defasadas de 90°** , resulta numa onda **circularmente polarizada**



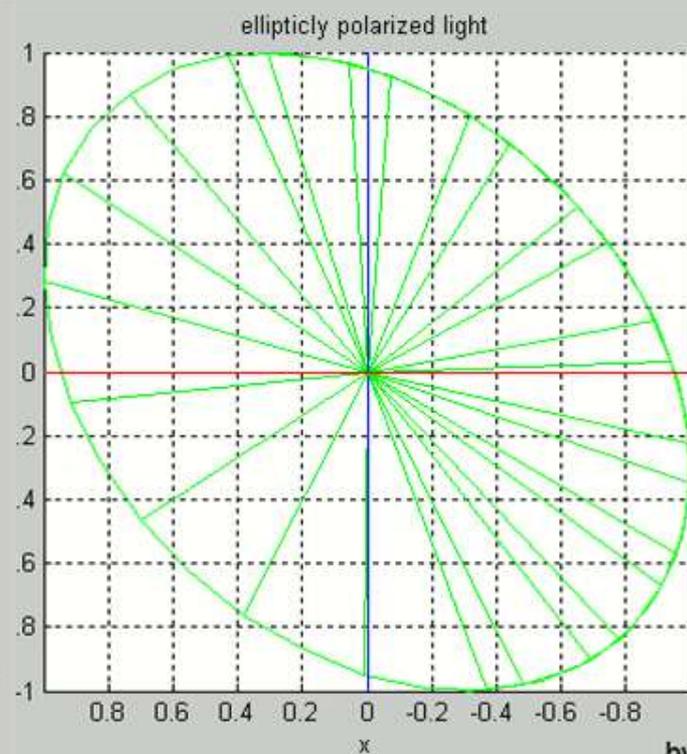
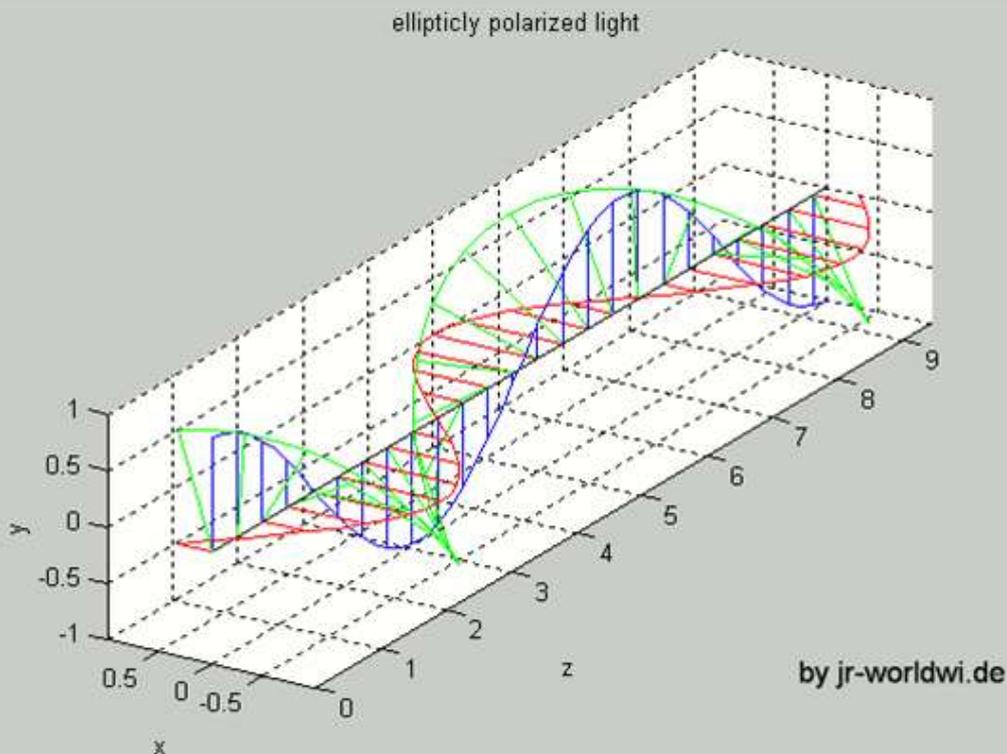
Polarização Elíptica

Elípticamente polarizada quando o vetor campo elétrico descreve uma elipse, nesse caso o módulo do vetor campo elétrico não é constante:



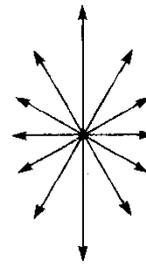
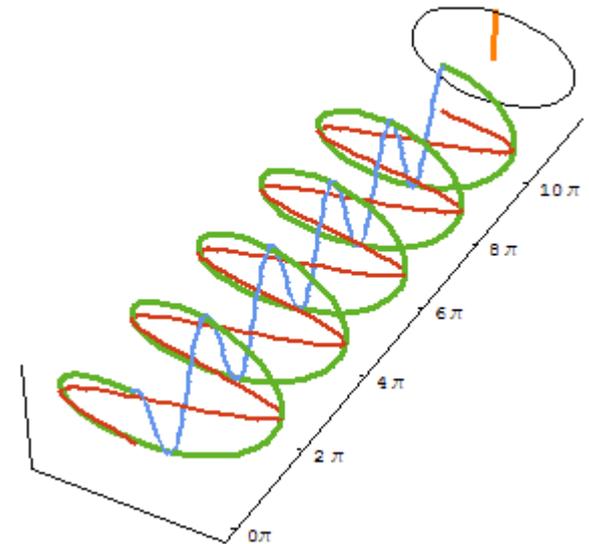
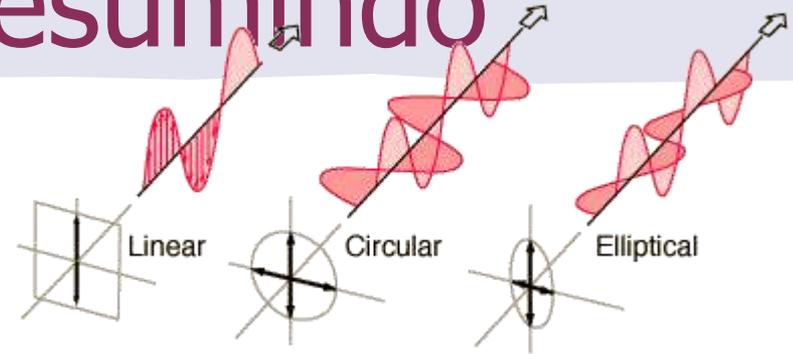
Polarização elíptica

Matematicamente, a onda **elípticamente polarizada** pode ser descrita como a superposição de duas ondas, de **amplitudes diferentes**, linearmente polarizadas em direções perpendiculares e **defasadas de 90°**



Polarização: resumindo

1. A onda elipticamente polarizada é o estado mais geral de polarização definida para uma onda eletromagnética no espaço livre.
2. A luz pode ser **parcialmente polarizada**, que é a superposição de radiação não polarizada com radiação de polarização definida.
3. Em geral, a luz de origem artificial ou natural, não é nem completamente não polarizada, nem completamente polarizada.
4. Os casos extremos são raros: **normalmente toda luz é parcialmente polarizada**

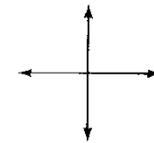


partly polarized

or



=



= unpolarized

+

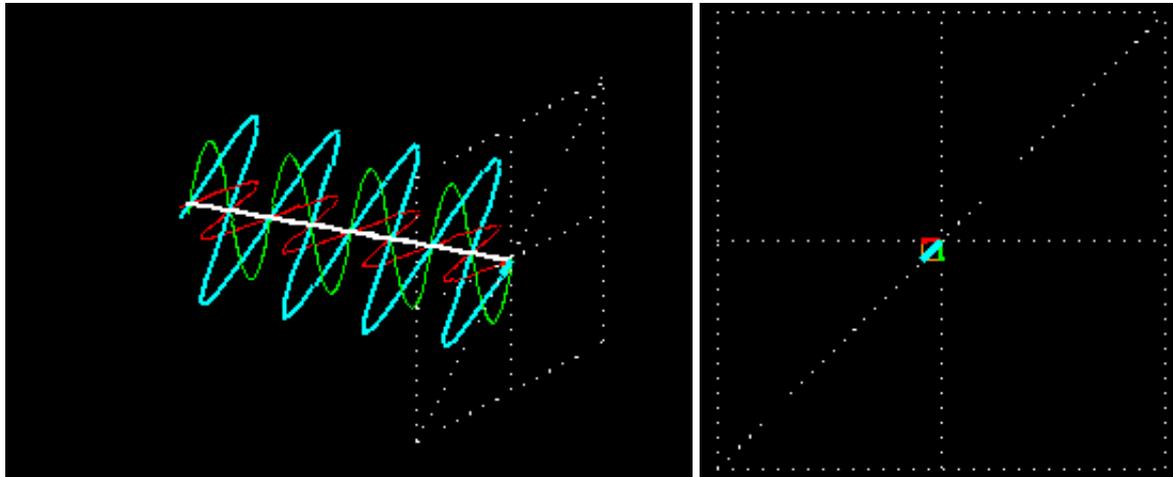


+

polarized

Luz polarizada: superposição

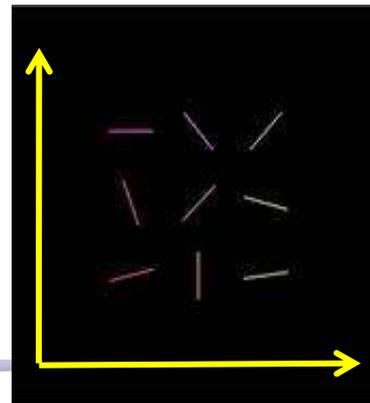
- Os campos elétricos de ondas eletromagnéticas polarizadas podem ser somados de acordo com as regras de soma vetorial. As propriedades da onda resultante vai depender das intensidades e da diferença de fase das componentes
- **Exemplo:** no caso de duas ondas plano polarizadas em dois planos perpendiculares entre si



Esta é a superposição de duas ondas de mesma amplitude e comprimento de onda, polarizadas em dois planos perpendiculares entre si e oscilando com a mesma fase

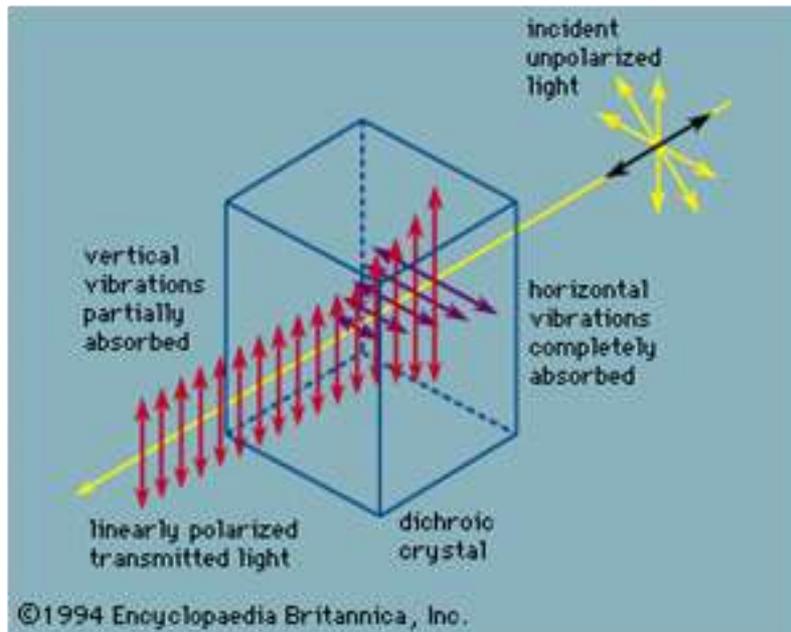
Luz não polarizada

- A luz não polarizada é usualmente representada como uma superposição de duas ondas polarizadas ortogonais, incoerentes e arbitrárias e de mesma amplitude. Este feixe é representado pela polarização paralela ao plano de incidência ($//$) e pela polarização perpendicular ao plano de incidência (\perp).
- Qualquer feixe de luz não polarizada pode ser decomposto em dois feixes, perpendiculares entre si, sendo um polarizado na direção paralela ao plano de incidência e outro na direção perpendicular ao plano de incidência



Polarização por dicroísmo

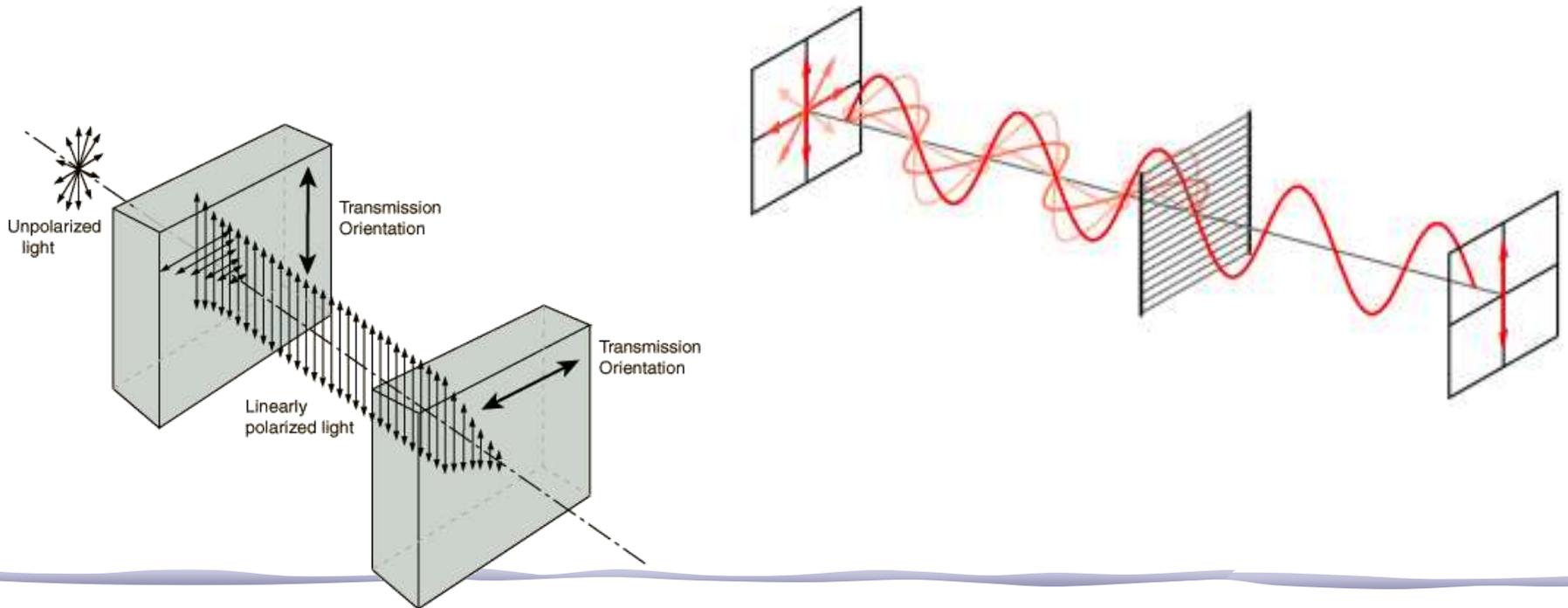
- Certos cristais e materiais sintéticos podem apresentar diferentes graus de absorção, conforme a polarização da radiação. Esta propriedade é chamada dicroísmo. Se a absorção é bastante acentuada para um estado de polarização, o material dicróico funciona como polarizador.



A turmalina é um poderoso polarizador. Esse cristal tem um único eixo ótico e qq componente de \mathbf{E} perpendicular a esse eixo é fortemente absorvida. Essa absorção é dependente de λ e o cristal parece mudar de cor quando visto de direções diferentes

Polarização por dicroísmo: polaróides

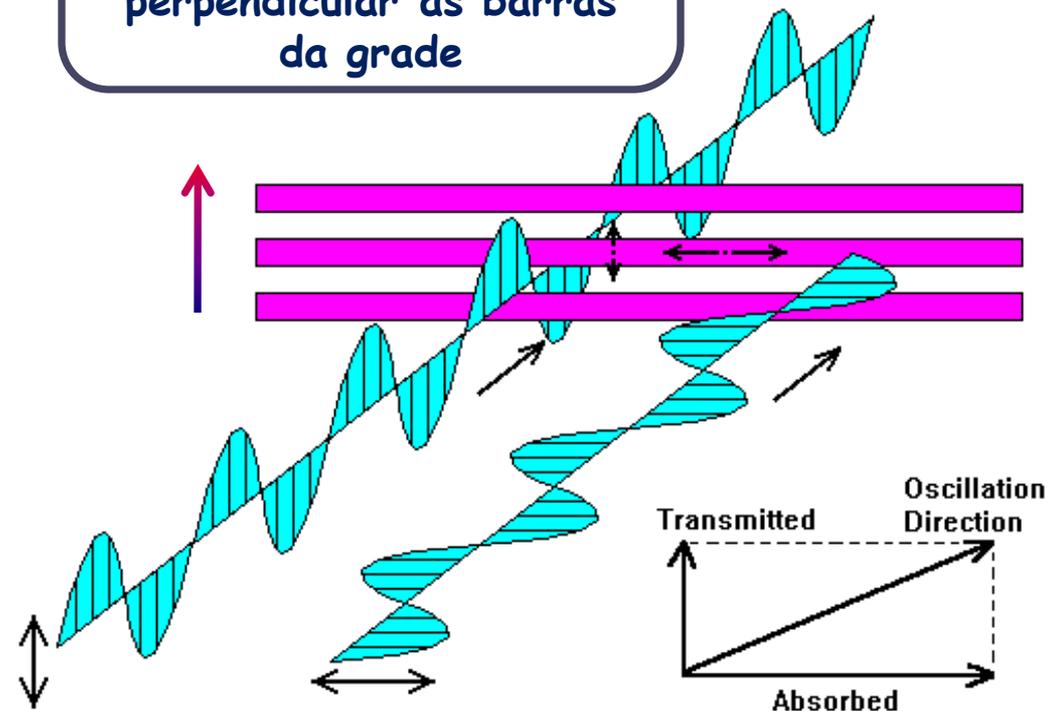
- Os materiais sintéticos chamados polaróides, só transmitem campo elétrico numa dada direção. A onda polarizada na direção perpendicular à direção de transmissão (indicada na figura) é absorvida.



Polaróides: dicroísmo

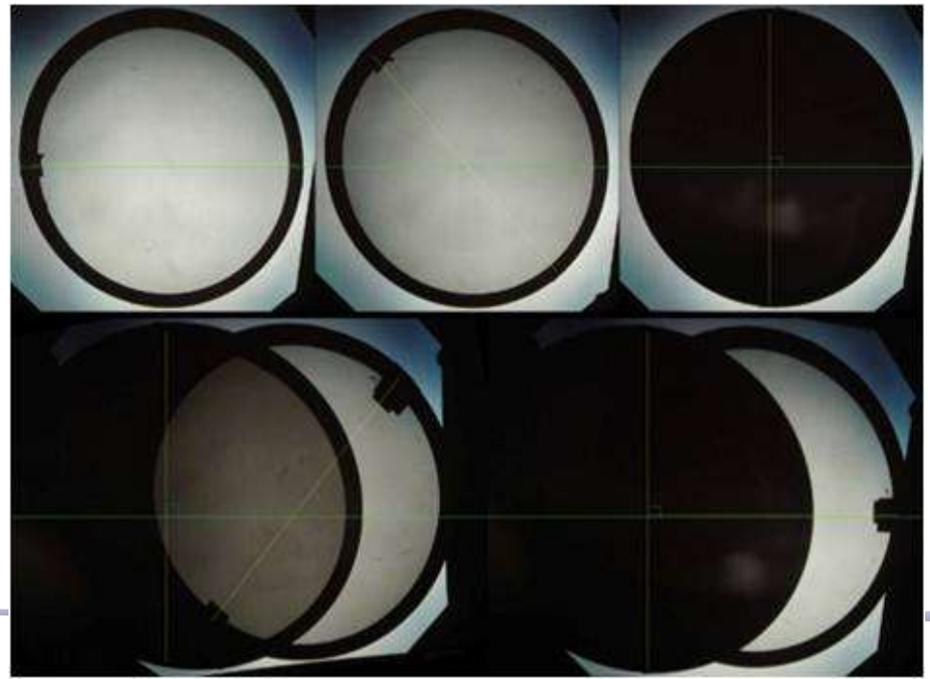
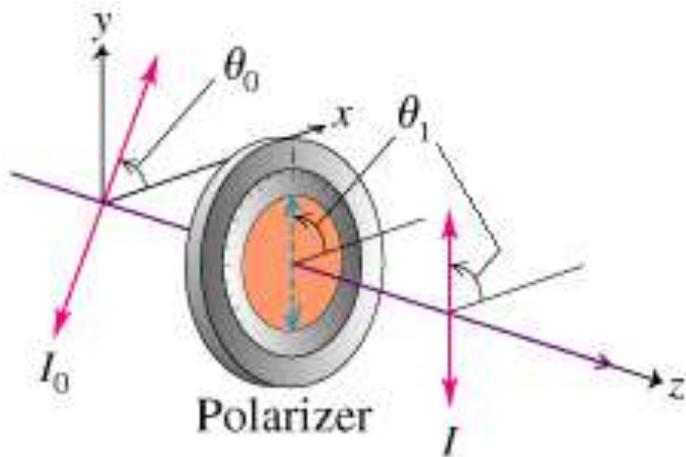
- Os polaróides são constituídos de uma série de barras horizontais metálicas. O diâmetro da grade e o espaçamento entre elas guardam uma relação de escala com o comprimento da onda a ser polarizada. Assim polaróides são fabricados para um determinado comprimento de onda.
- A transmissão ou absorção da onda tem a ver com os graus de liberdade dos elétrons na grade: se eles têm a possibilidade de serem postos em vibração pelo campo elétrico incidente ou não.
- A descrição do funcionamento desses materiais é dada na seção 8.3.3, capítulo 8 do livro Optics de E. Hecht

Importante: o eixo de transmissão do polaróide (ou eixo do polaróide) é perpendicular às barras da grade



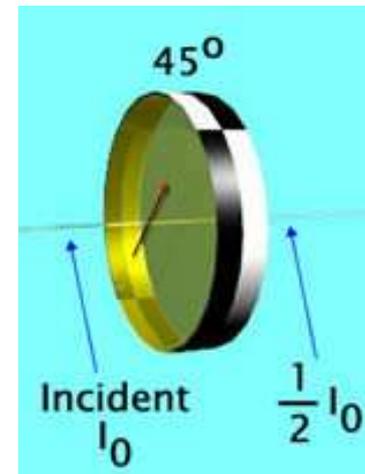
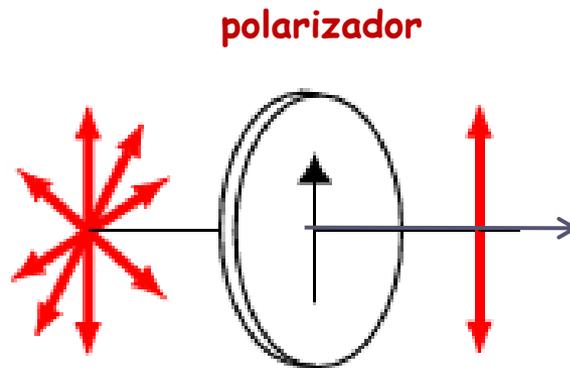
Polaróides

- Um dos inconvenientes do polaróide comum é a absorção relativamente alta, da ordem de 50%, também para a direção de polarização que deve ser transmitida.
- Além deste problema, polaróides comuns não funcionam muito bem para luz ultravioleta e para infravermelho. Mesmo nos extremos do espectro visível (vermelho e violeta), já é possível observar a deficiência.



Polarização: Lei de Malus

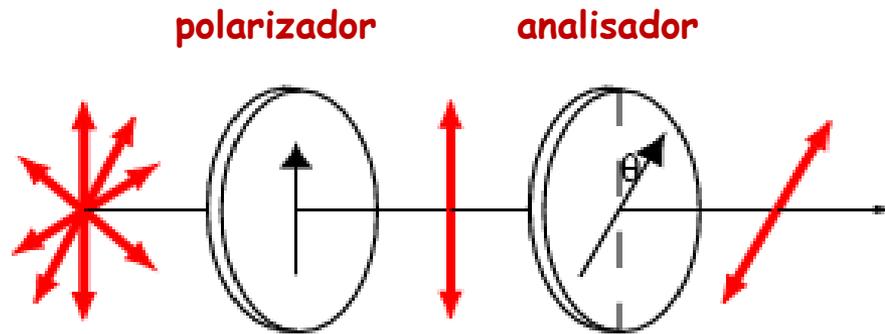
- Polaróides ou filtros podem então selecionar um único estado de polarização entre todos os estados que neles incidem.



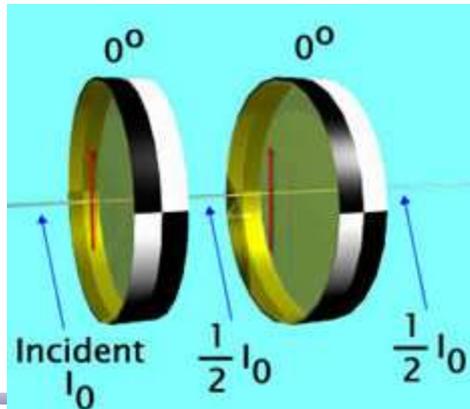
- O que acontece com a intensidade da luz transmitida?
 - Se toda a luz pode ser decomposta em 2 estados de polarização perpendiculares entre si e o polarizador seleciona um deles: a intensidade cai à metade

Polarização: Lei de Malus

- Agora colocamos um segundo polarizador (analizador) logo depois do primeiro.



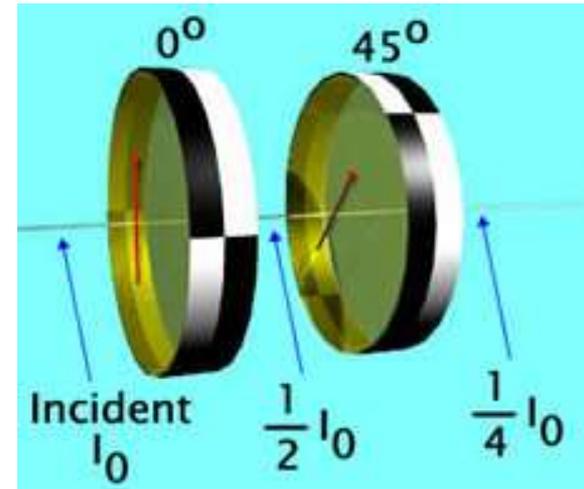
- O que acontece com a intensidade?



Se os eixos dos dois polaróides forem paralelos não acontece nada

Polarização: Lei de Malus

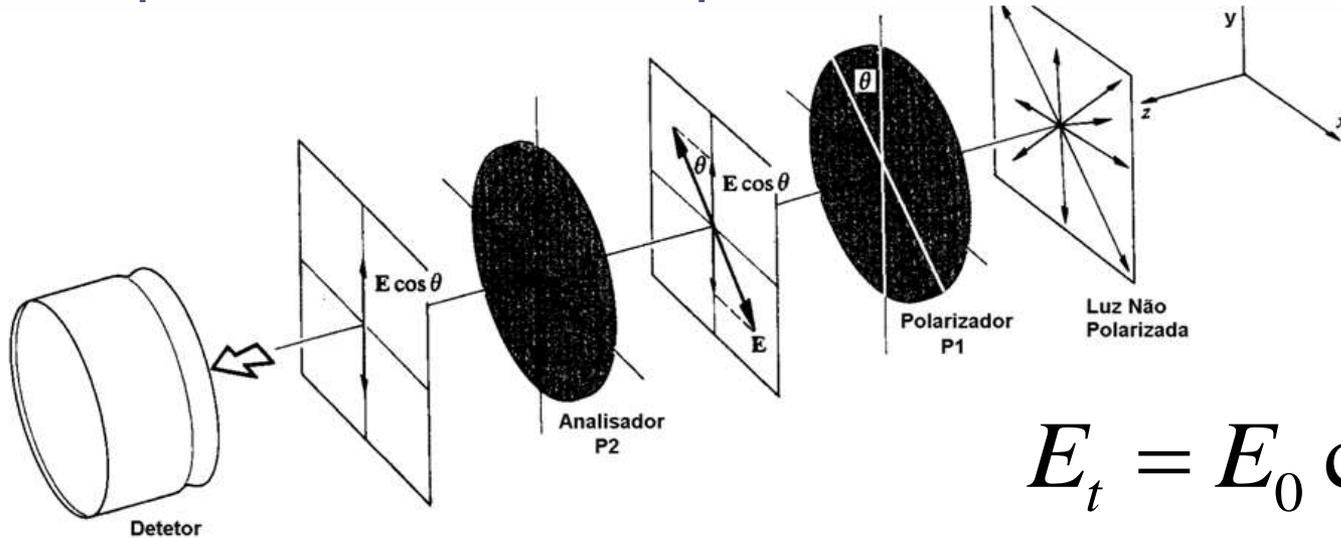
- Mas se os dois polarizadores estiverem defasados de **45°**, **só a metade da luz** que incide no segundo polarizador passa:
 - Ou seja, a metade da metade = $\frac{1}{4}$.
- Portanto a intensidade depende do ângulo entre os dois polarizadores e essa dependência é conhecida como **Lei de Malus**, em homenagem ao cientista que a descobriu: engenheiro, soldado e depois aluno de Fourier.



1775-1812

Polarização: Lei de Malus

- Primeiro polarizador **P1**: seleciona uma componente de campo elétrico paralela ao eixo do polarizador:



$$E_t = E_0 \cos \theta$$

- Segundo polarizador **P2** (chamado de polarizador analisador): seu eixo de transmissão faz um ângulo θ com o eixo de transmissão do polarizador **P1**, (direção y):
- Somente a componente de campo elétrico paralela ao eixo de transmissão desse segundo polarizador, \mathbf{E}_t , é transmitida.

Polarização: Lei de Malus

- O detector vai medir a **irradiância** que é a energia média por unidade de área por unidade de tempo, incidente no detector.
- Mas a irradiância da onda é proporcional ao quadrado do campo elétrico, portanto a irradiância transmitida pelo polarizador analisador ideal \mathbf{P}_2 é:

$$I_t = I_0 \cos^2 \theta$$

onde I_0 é a irradiância máxima, que ocorre quando $\theta = 0$: os dois polarizadores \mathbf{P}_1 e \mathbf{P}_2 com os eixos de transmissão paralelos

- Este resultado, descrito pela equação acima, é conhecido como **Lei de Malus**.
- Quando $\theta = 90^\circ$ a intensidade transmitida é **nula**, porque o campo elétrico transmitido pelo primeiro polarizador é perpendicular ao eixo de transmissão do segundo, que é o analisador (esse arranjo de polarizadores é dito cruzado).

Polarização: Lei de Malus

- **Vida real:**

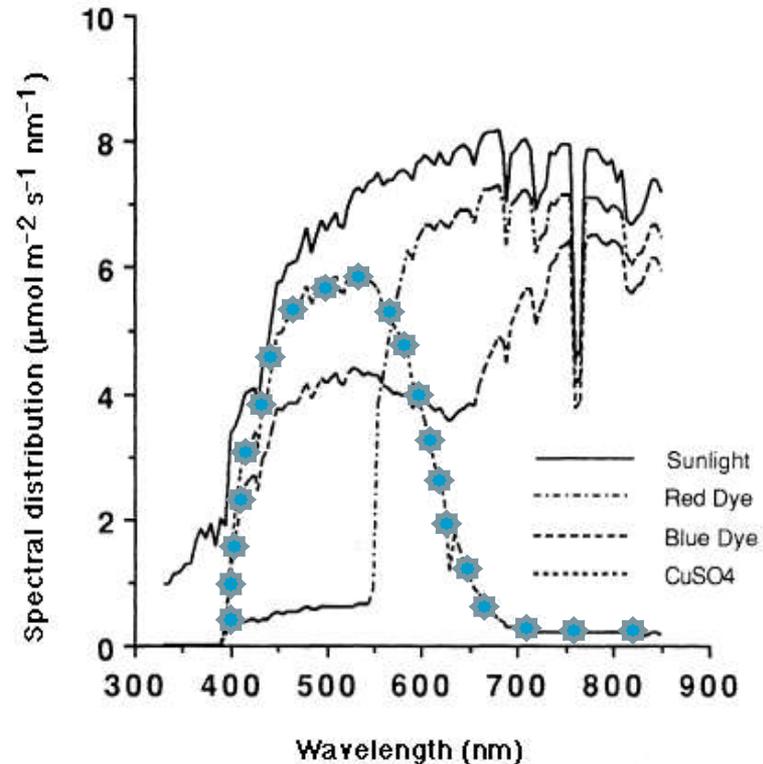
- O polaróide, por não ser bem transparente, absorve também parte da luz polarizada paralelamente ao eixo do polarizador
- O polaróide não funciona igualmente bem para todos os comprimentos de onda
- Há luz residual na sala que pode entrar no detector e que não passou pelos polaróides
- O detector é sensível ao infravermelho

- **Como vocês podem resolver isso?**

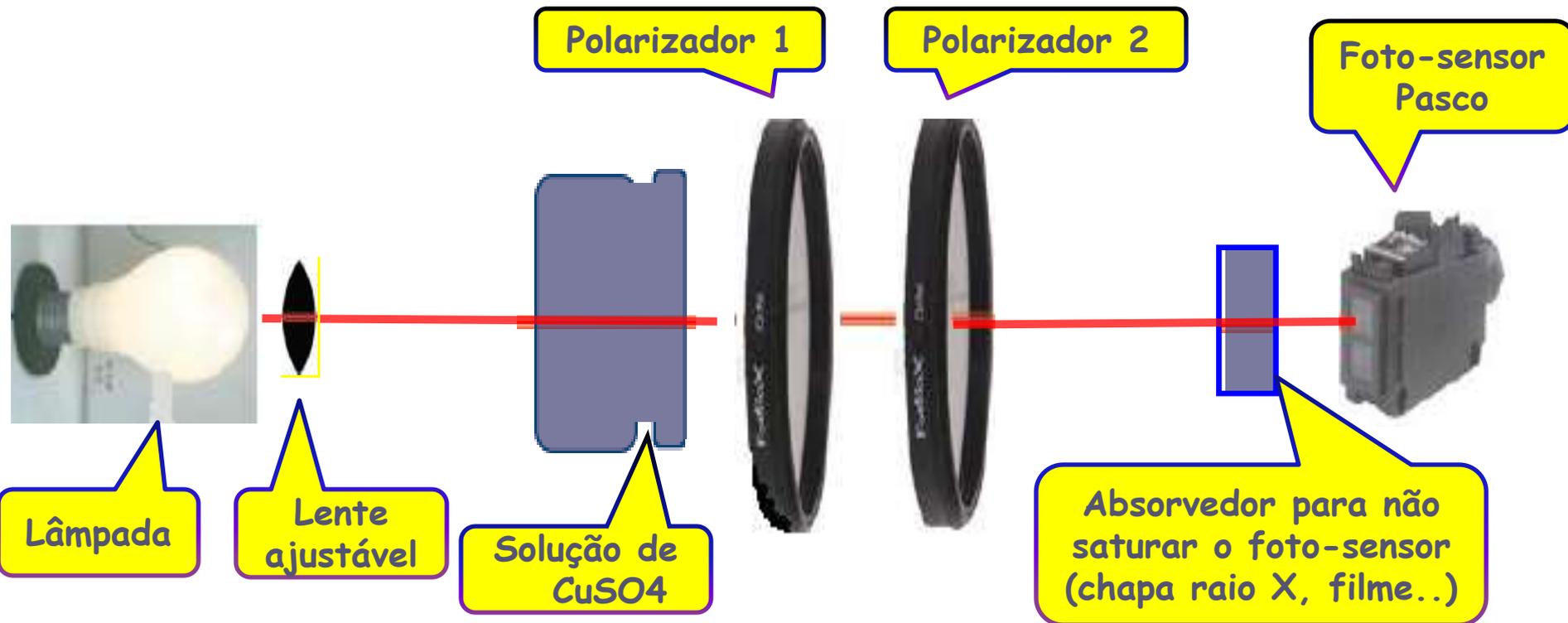
- Não esqueça de justificar

Absorção do infravermelho

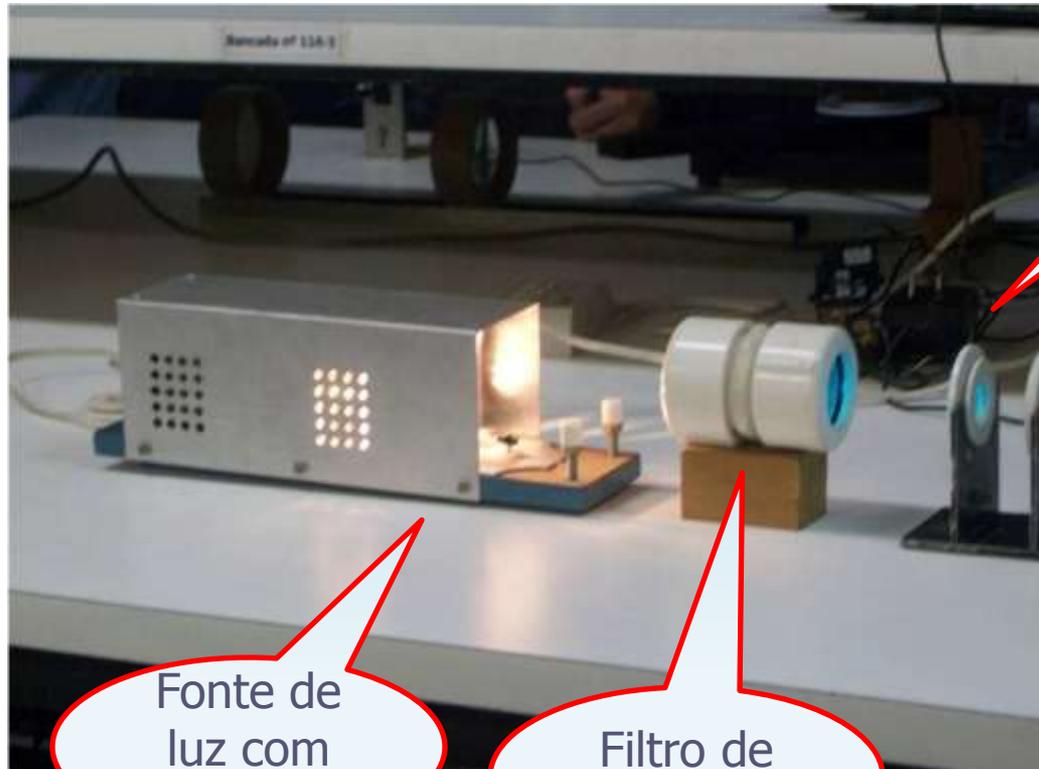
- Em Física Experimental 3, vimos que a maior parte da radiação emitida por uma lâmpada comum é no infravermelho.
- O detector de luz da Pasco funciona bem para o infravermelho, mas os polaróides não!
- Vamos usar um absorvedor de infravermelho: uma solução de CuSO_4 .



Aparato experimental: esquema

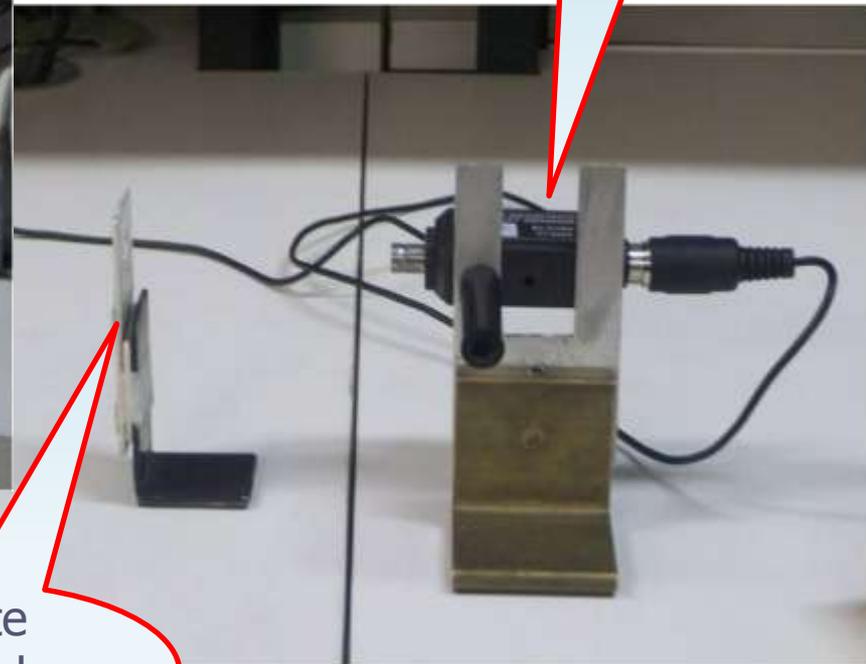


Aparato experimental



Fonte de luz com lente

Filtro de CuSO_4

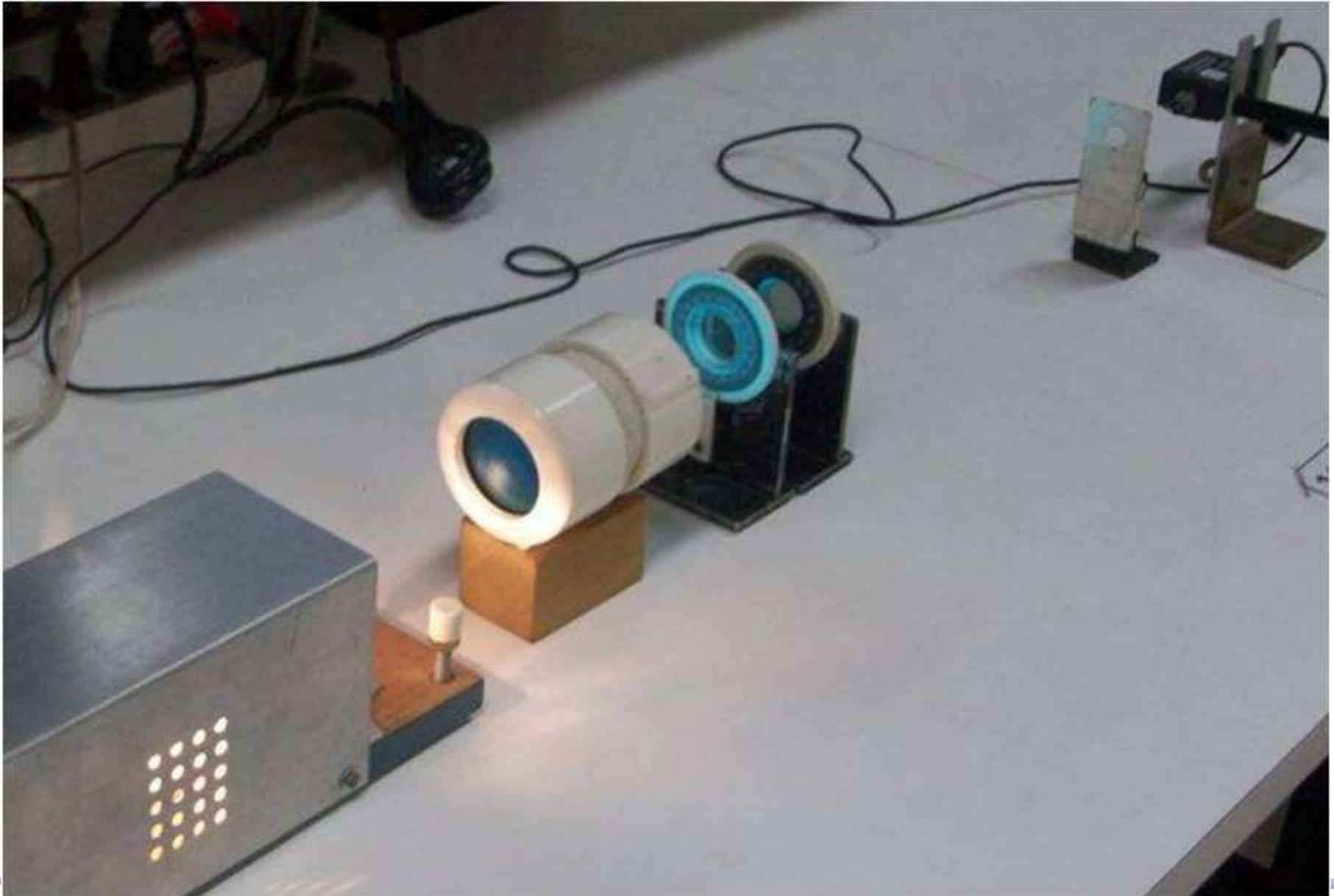


Polarizador P1

Foto sensor Pasco

Lente focalisadora do sensor

Aparato experimental



Lei de Malus : preparação

- É importante obter um bom alinhamento de todos os elementos na figura anterior
- Verifique que o feixe de luz está focalizado no centro da área sensível do detetor
- Verifique se o foto-sensor não está saturando (picos de intensidade máxima cortados)
- Mantenha a intensidade máxima $\sim 90\%$
- Cuidado ao medir os ângulos entre os polarizadores
 - Qual a incerteza dessa medida? Justifique.
- Qual a incerteza na medida da intensidade luminosa?

Para entregar – Parte 1

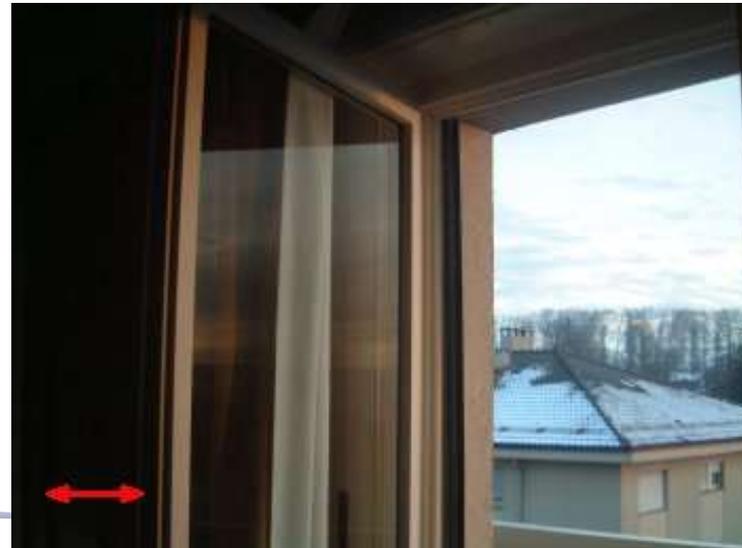
- Meça a intensidade luminosa \mathbf{I} em função de $\boldsymbol{\theta}$.
- Entregue o gráfico de \mathbf{I} por $\boldsymbol{\theta}$.
- Ajuste esse gráfico com a função teórica:

$$I_t(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

- Lembra do que foi falado sobre a vida real? Isso tem que ser levado em conta agora:
 - Talvez você vá ter que modificar o modelo teórico (Lei de Malus) para conseguir um bom ajuste.
 - Lembre que quaisquer parâmetros que introduzir devem ter significado físico.

Polarização por reflexão

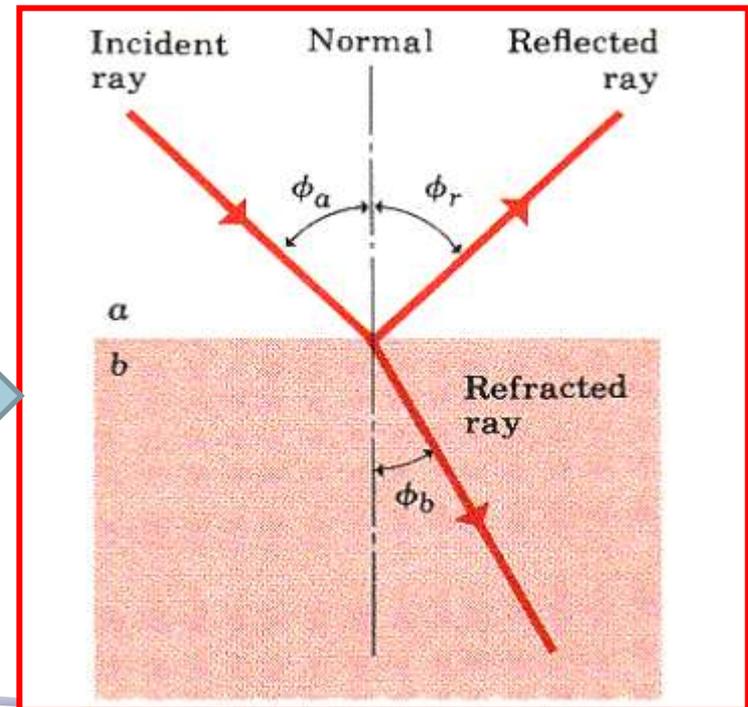
- O método mais direto de obter luz polarizada a partir de fontes luminosas comuns é por meio de reflexão em meios dielétricos.
- A luz refletida em janelas de vidro, na superfície polida de objetos plásticos, em bolas de bilhar, folhas de papel com um pouco de brilho e até no asfalto, é sempre parcialmente polarizada.



Polarização por reflexão

- Definição: **plano de incidência** é o plano que contém os raios incidente, refletido e refratado na superfície de separação entre dois meios.

Neste caso
é o plano
da tela



Polarização por reflexão

- Para explicar a polarização por reflexão, vamos utilizar o modelo de elétrons osciladores, que fornece uma explicação bastante simples do fenômeno.
 - Infelizmente esse modelo não proporciona uma descrição completa, porque ele não explica o comportamento observado com materiais magnéticos não condutores.
- Para o caso desta experiência esse modelo é razoável, por sua simplicidade e por fornecer explicações satisfatórias para as observações que vamos realizar.

Modelo dos elétrons osciladores

- Quando a luz penetra num material dielétrico transparente, o campo elétrico dessa onda vai obrigar os elétrons ligados do meio material a vibrar na sua direção.
 - Essa configuração é, na verdade, um dipolo, de um lado uma carga negativa (elétron) que vibra em relação a uma carga positiva (o átomo onde o elétron está ligado). Essa configuração de cargas, por sua vez, re-irradia e essa radiação é, obviamente, do tipo dipolar.

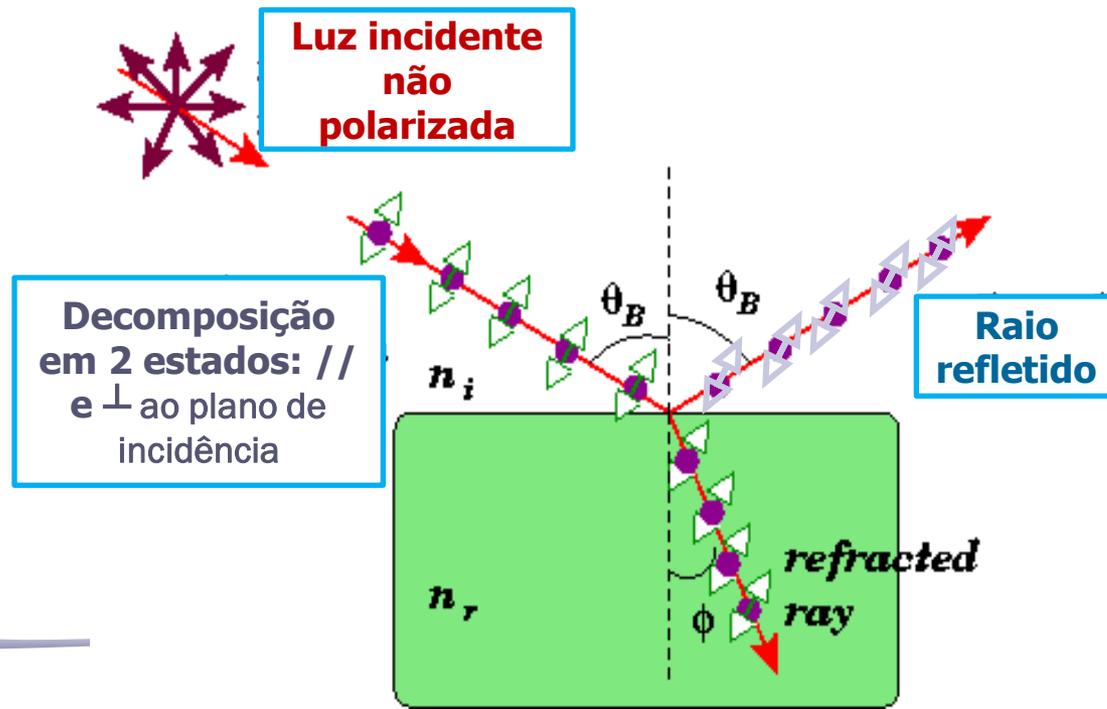


Modelo dos elétrons osciladores

- Uma parte dessa energia re-emitida vai aparecer na forma de uma onda refletida e outra como onda refratada.
- **Como isso acontece?**
- Toda onda não polarizada pode ser decomposta em duas componentes linearmente polarizadas segundo dois eixos perpendiculares quaisquer
- Vamos escolher um eixo paralelo ao plano de incidência e o outro perpendicular ao plano de incidência.

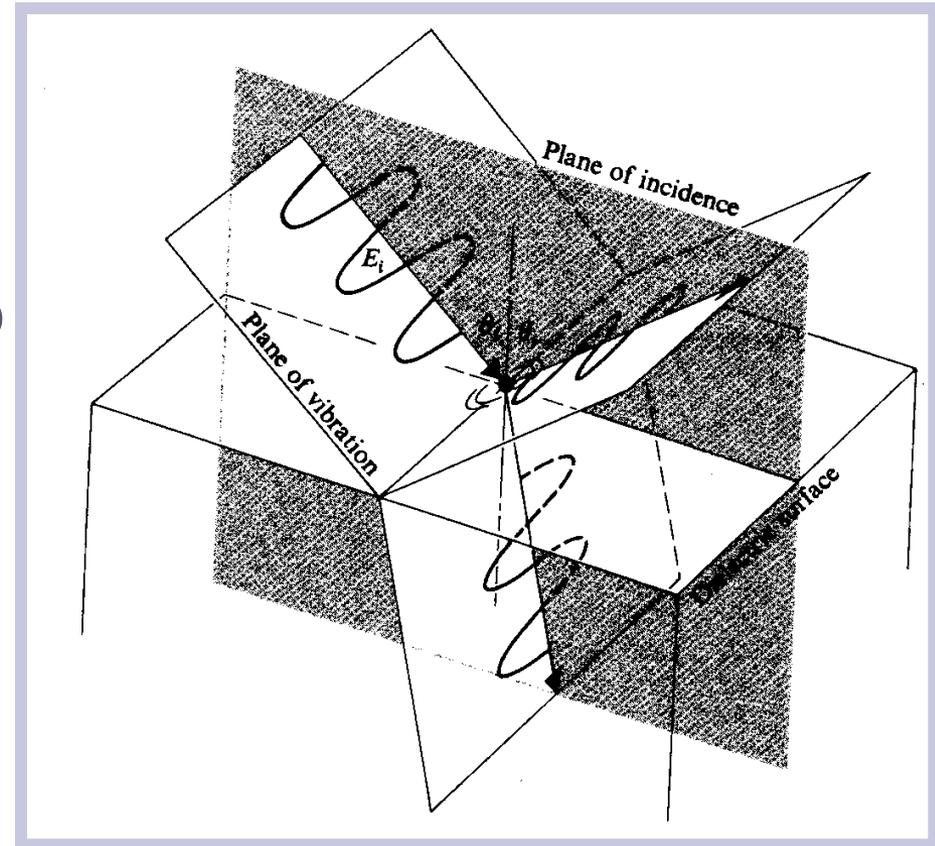
Modelo dos elétrons osciladores

- A onda que incide no material, por exemplo, uma placa de lucite, terá 2 componentes → duas ondas planas:
 - uma linearmente polarizada perpendicularmente ao plano de incidência
 - outra linearmente polarizada paralela ao plano de incidência.



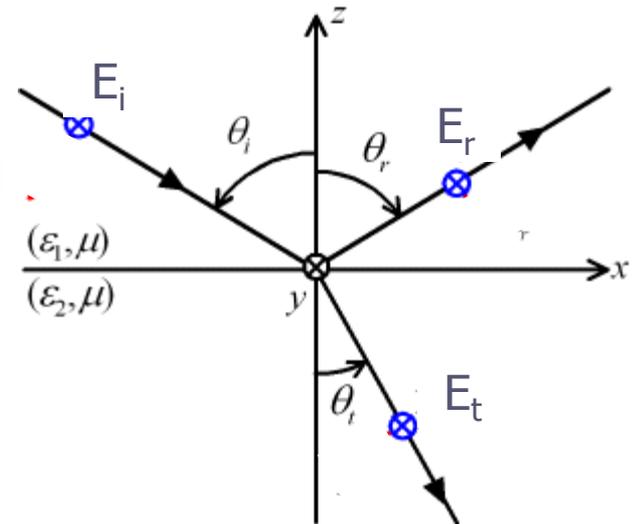
Perpendicular

- A componente perpendicular tem o campo elétrico \mathbf{E} perpendicular ao plano de incidência.
- Parte da onda sofre refração na interface de separação entre os dois meios e entra no meio dielétrico fazendo um ângulo θ_t (ângulo de transmissão ou de refração) com a normal à superfície dielétrica.
- A outra parte é refletida fazendo um ângulo θ_r com a mesma normal.



Perpendicular: dentro do material

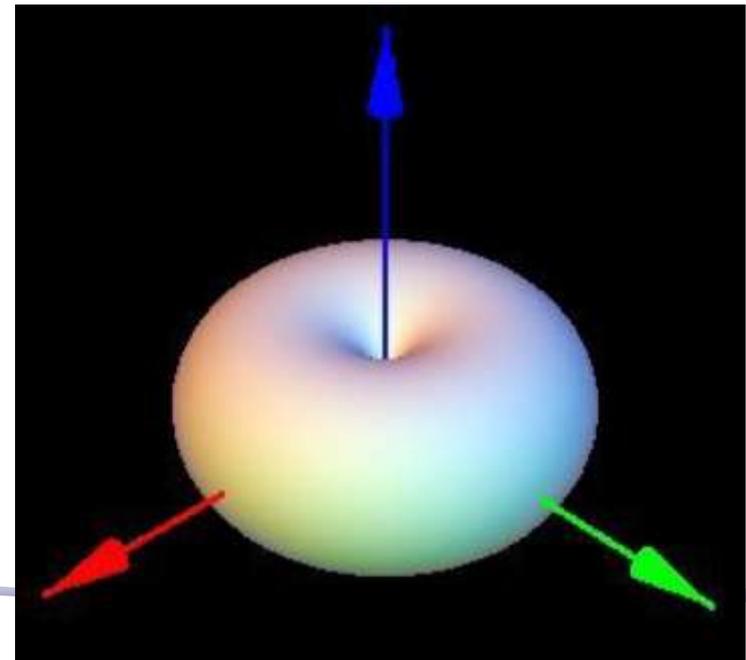
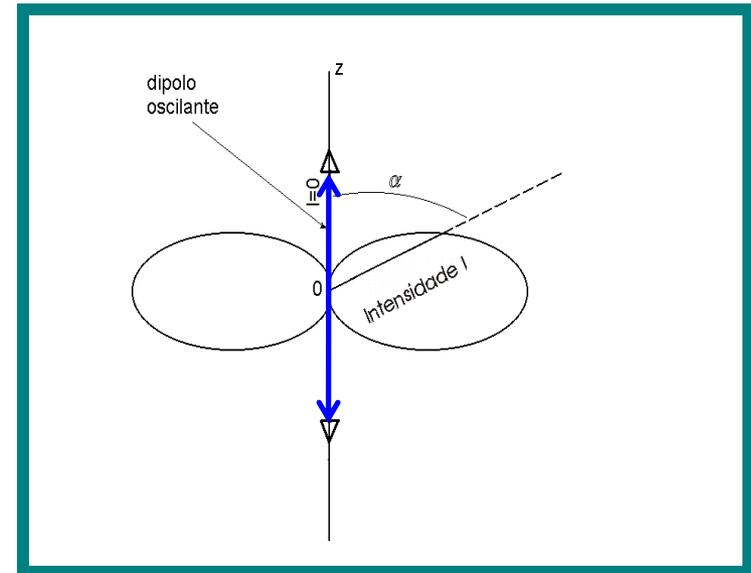
- Os elétrons ligados do material do meio vão vibrar na direção normal ao plano de incidência (a mesma direção do campo)
- Cada conjunto de elétron e seu átomo é um dipolo, que por sua vez, re-irradia e essa radiação é, obviamente, do tipo dipolar.
- Parte da energia re-emitada vai aparecer na forma de uma onda refletida e parte como a onda refratada.



Radiação de um dipolo

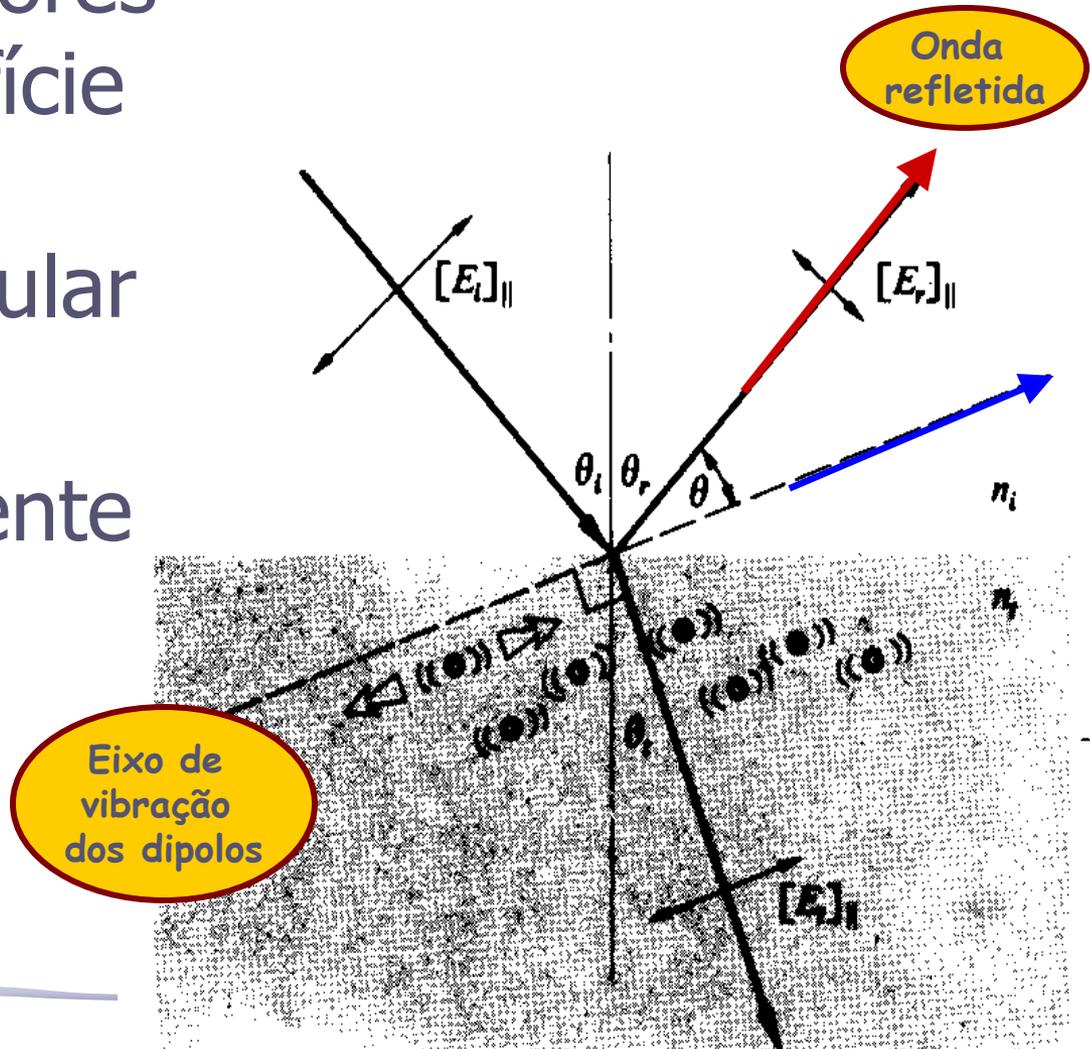
Como é a radiação bipolar?

- A distribuição angular da radiação dipolar não é isotrópica:
 - ela é nula ao longo do eixo que une as cargas (azul) e máxima na direção perpendicular a esse eixo
- Portanto as intensidades das ondas refletida e refratada serão regidas pela distribuição angular da radiação bipolar



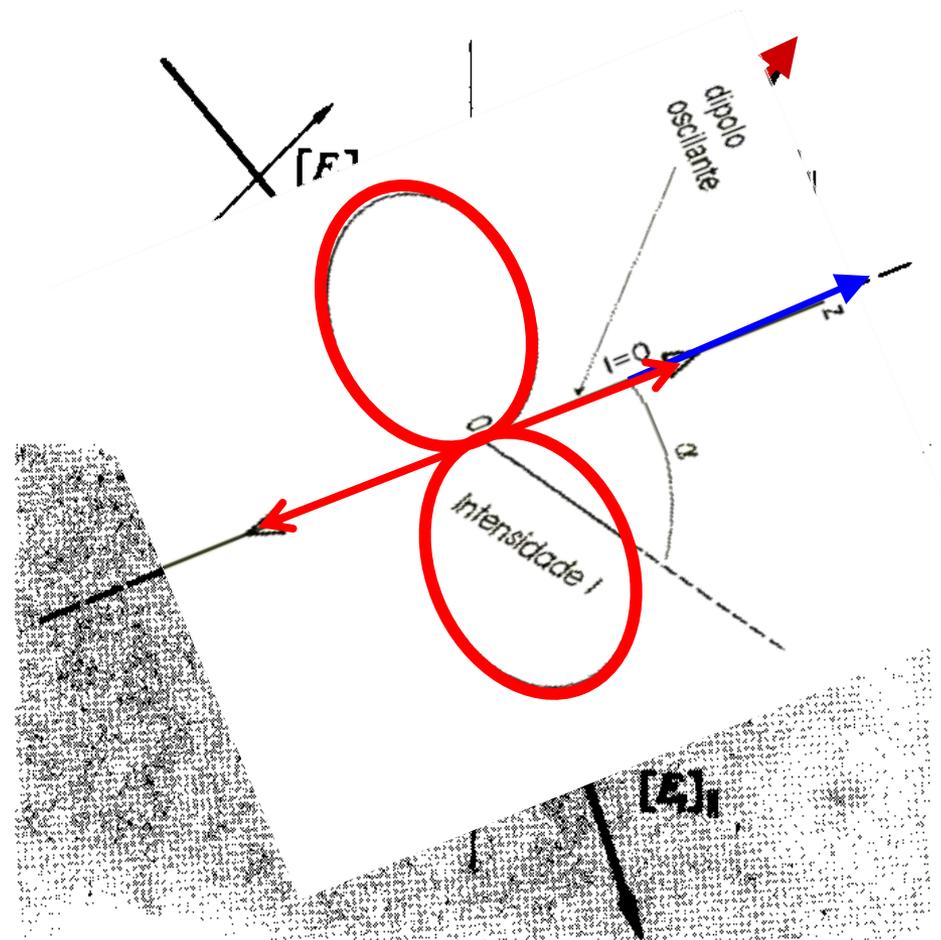
Componente paralela ao plano

- Os dipolos osciladores próximos à superfície tem que vibrar na direção perpendicular a onda refratada.
- Assim, a componente refletida tem uma amplitude menor



Polarização por reflexão

A intensidade da onda refletida é, agora, relativamente baixa porque a intensidade da radiação emitida cai muito à medida que a direção de vibração do campo elétrico da onda incidente se aproxima da direção do eixo dos dipolos.



Polarização por reflexão

Se o ângulo de incidência θ_i for tal que o ângulo θ seja igual a **zero**, a onda refletida desaparece porque o ângulo de reflexão coincide com o eixo dos dipolos e estes não emitem nessa direção.

Nessas condições:

$$\theta_r + \theta_t = 90^\circ$$

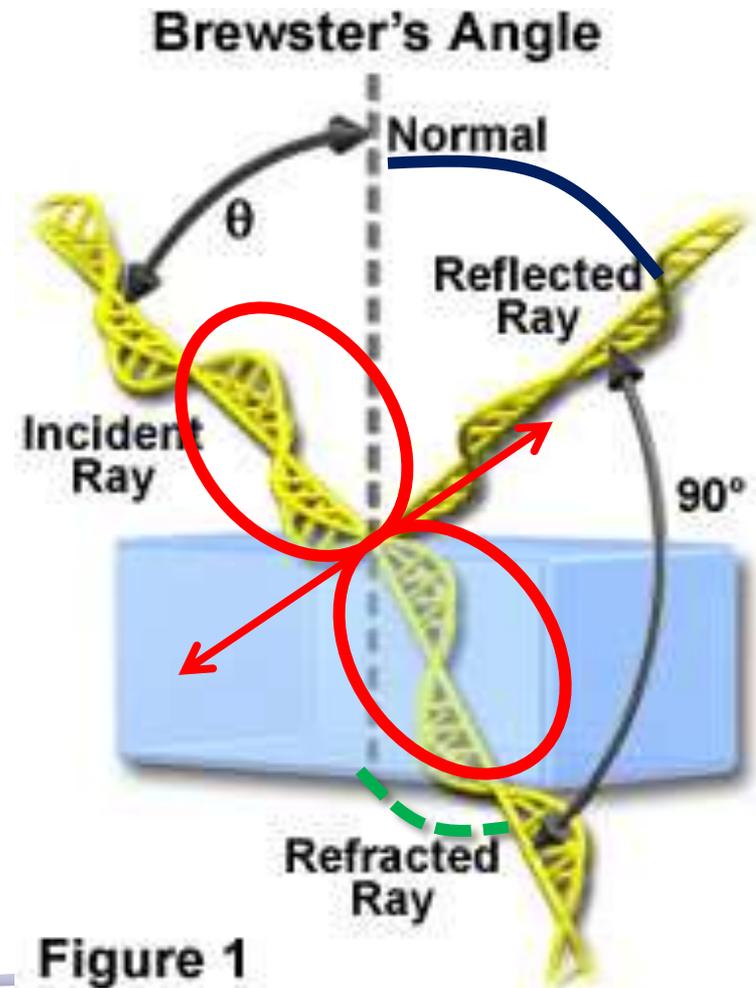


Figure 1

ângulo de Brewster

Nessas condições, ($\theta=0$) se a onda incidente for não polarizada, (lembrando que ela pode sempre ser decomposta em duas componentes polarizadas, ortogonais e incoerentes), apenas a componente polarizada na direção normal ao plano de incidência será refletida.

A outra componente, polarizada paralelamente ao plano de incidência, desaparece.

- Portanto no ângulo de incidência para o qual $\theta=0$, a luz refletida é totalmente polarizada.
- Esse ângulo é o **ângulo de Brewster** ou de polarização.

Lei de Brewster



Lei de Snell

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

n_i é o índice de refração do ar

n_t é o índice de refração do meio

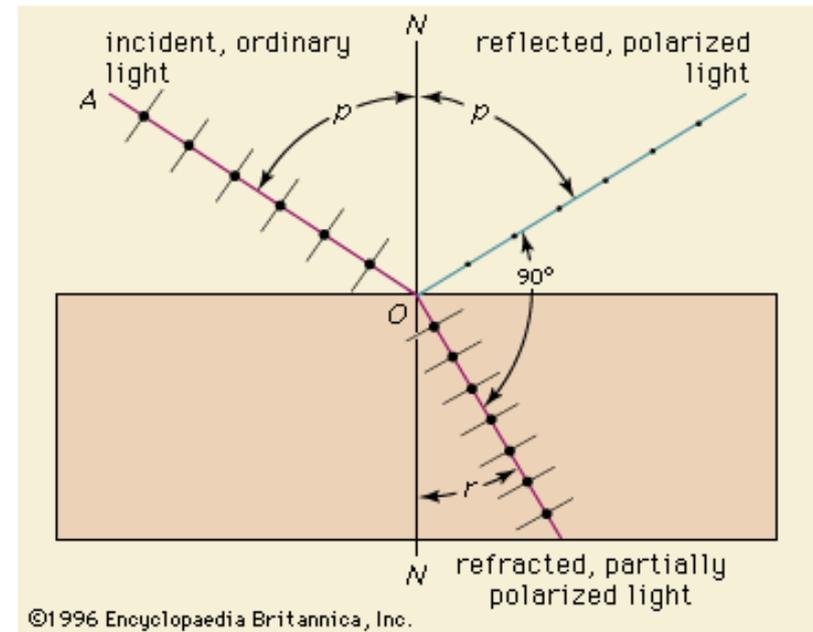
θ_i é o ângulo de incidência

θ_t é o ângulo de refração

Lei da reflexão: $\theta_r = \theta_i$

$$\theta_r + \theta_t = \theta_B + \theta_t = 90^\circ$$

θ_B ângulo de incidência para o qual a onda polarizada paralelamente ao plano de incidência desaparece



Lei de Brewster

Obtém-se:

$$n_i \cdot \text{sen} \theta_B = n_t \cdot \text{sen} \theta_t$$

mas $\theta_t = 90 - \theta_B$, portanto $\text{sen} \theta_t = \text{cos} \theta_B$:

$$n_i \cdot \text{sen} \theta_B = n_t \cdot \text{cos} \theta_B$$

Assim, temos que:

$$\text{tg} \theta_B = \frac{n_t}{n_i}$$

ângulo de
Brewster



David Brewster:
1761-1868

Essa **equação** é conhecida como **Lei de Brewster** em homenagem a **Sir David Brewster**, professor da St. Andrews University e inventor do caleidoscópio, que a descobriu empiricamente na segunda metade do século XIX.

Polarização por reflexão: resumindo

- Para incidência no ângulo de Brewster, a luz refletida é completamente polarizada na direção perpendicular ao plano de incidência
- Para um ângulo qualquer, a luz refletida em diversas superfícies é sempre **parcialmente** polarizada.

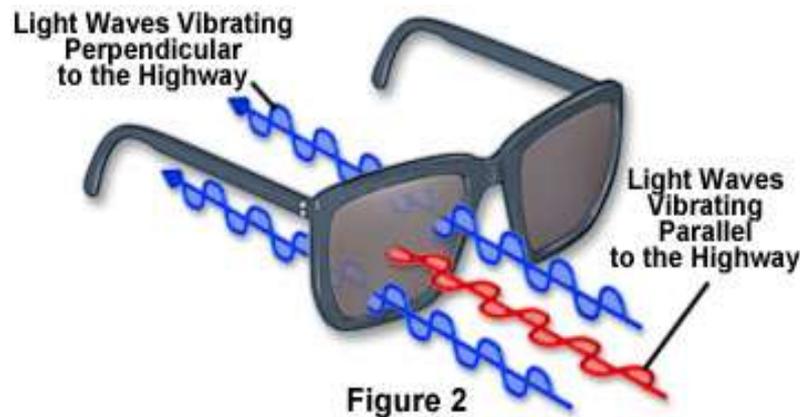


Figure 2

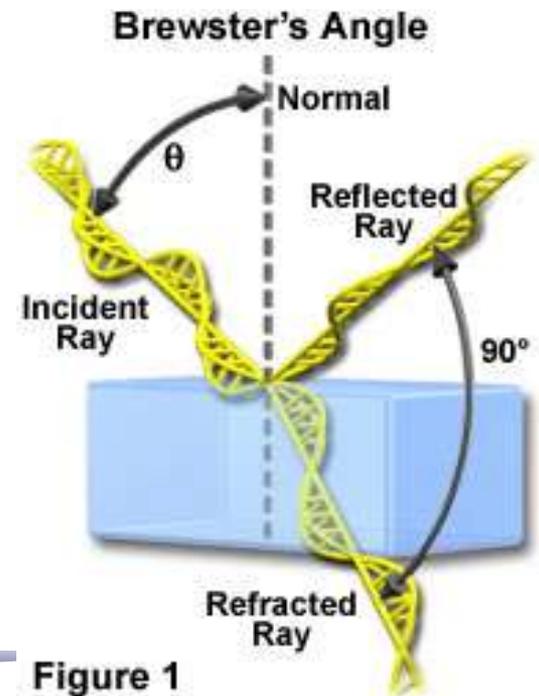


Figure 1

Coeficientes de Reflexão

- Quando a luz, ou radiação eletromagnética, incide na interface de separação entre dois meios dielétricos com índices de refração diferentes, vamos definir o coeficiente de reflexão, **R**, ou reflectância:

$$R = \frac{\text{dens de fluxo de energia refletida na interface de separação de 2 meios}}{\text{dens de fluxo de energia incidente}}$$

- A densidade de fluxo de energia radiante é a irradiância cuja unidade é Watt/m².

é a energia média, por unidade de tempo, cruzando uma unidade de área, perpendicularmente à direção de propagação

Coeficientes de Transmissão

O coeficiente de transmissão T , ou **transmitância**:

$$T = \frac{\text{dens de fluxo de energia refratada na interface de separação de 2 meios}}{\text{dens de fluxo de energia incidente}}$$

Esses coeficientes podem ser decompostos em duas componentes, uma delas com estado de polarização paralelo ao plano de incidência e outra com estado de polarização perpendicular ao plano de incidência. Assim teremos $R_{//}$ e R_{\perp} e $T_{//}$ e T_{\perp} .

A dedução das expressões para esses coeficientes não vai ser feita aqui, mas pode ser encontrada na **seção 4.6.2, capítulo 4** e na **seção 8.6.1 do capítulo 8** do livro **Optics** de E. Hecht.

Como obter os coeficientes

- Tanto \mathbf{R} como \mathbf{T} são deduzidos impondo condições de continuidade para os campos elétrico e magnético da radiação eletromagnética na superfície de separação entre os meios dielétricos que ela atravessa.
- As condições de continuidade para as componentes normais e tangenciais à superfície de separação fornecem as equações que levam às expressões para $\mathbf{R}_{//}, \mathbf{R}_{\perp}, \mathbf{T}_{//}, \mathbf{T}_{\perp}$.

Coeficientes de Reflexão

Os **coeficientes de reflexão** para polarização perpendicular ao plano de incidência (R_{\perp}) e para polarização paralela ($R_{//}$) são dados por:

$$R_{//} = \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}^2(\theta_i + \theta_t)}$$

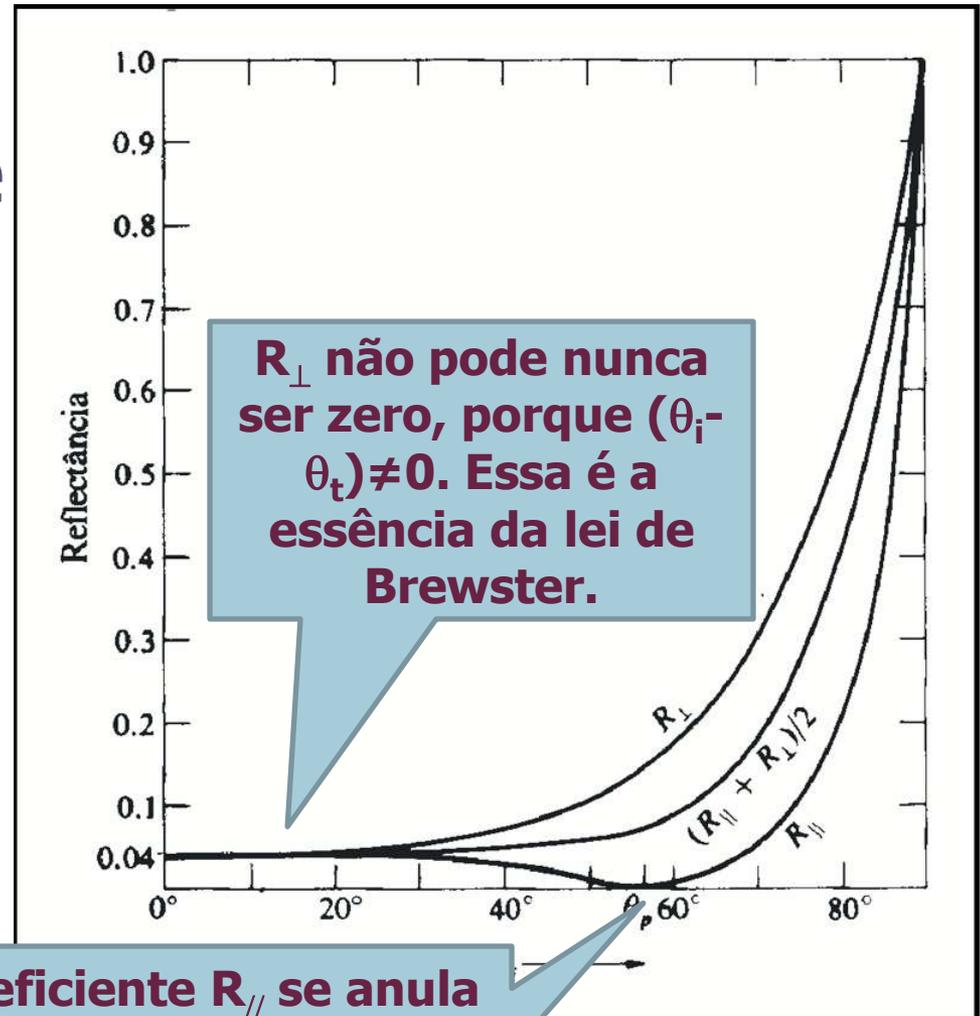
O coeficiente $R_{//}$ se anula quando $(\theta_i + \theta_t) = 90^\circ$, porque o denominador se torna infinito ($\operatorname{tg}90 = \infty$).

$$R_{\perp} = \frac{\operatorname{sen}^2(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{sen}^2(\theta_i + \theta_t)}$$

R_{\perp} não pode nunca ser zero, porque $(\theta_i - \theta_t) \neq 0$. Essa é a essência da lei de Brewster.

Coeficientes de Reflexão

Se medirmos a reflectância paralela e perpendicular (ao plano de incidência), em função do ângulo de incidência, vamos obter o gráfico ao lado.



R_{\perp} não pode nunca ser zero, porque $(\theta_i - \theta_t) \neq 0$. Essa é a essência da lei de Brewster.

O coeficiente R_{\parallel} se anula quando $(\theta_i + \theta_t) = 90^{\circ}$, porque o denominador se torna infinito ($\text{tg}90 = \infty$).

Objetivos

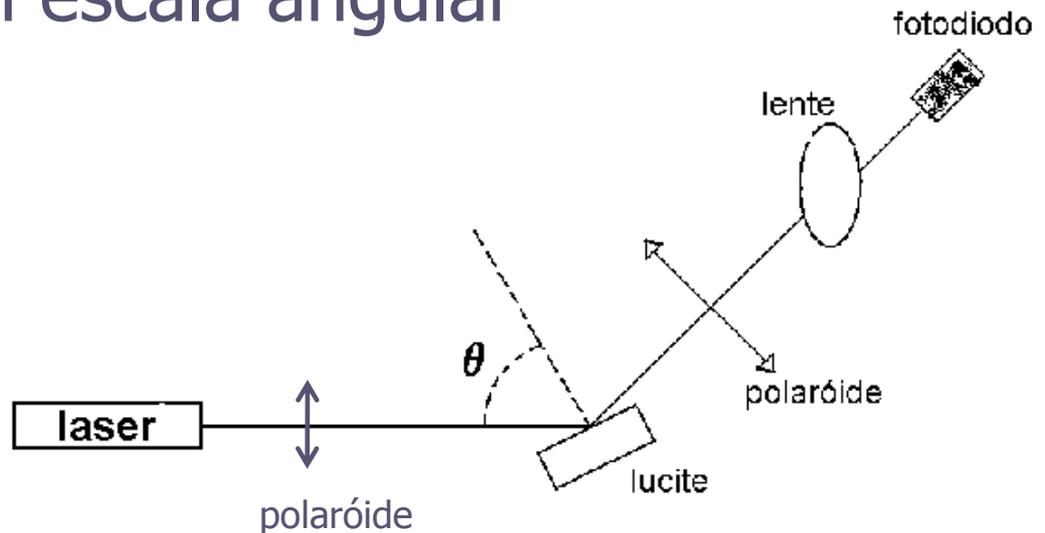
Verificar experimentalmente a polarização por reflexão no acrílico

- Medir a razão entre os coeficientes de reflexão $R_{//}$ e R_{\perp} em função do ângulo de incidência
- Determinar o **ângulo de Brewster** e o **índice de refração** do material refletor (mínimo de $R_{//}$) com boa precisão.

O aparato experimental:

O aparato consiste de:

- um suporte com escala angular com um braço fixo e um móvel
- sensor de luz da Pasco acoplado à interface (DataStudio)
- 2 polaróides com escala angular
- bloco de lucite
- lente auxiliar
- laser



Aparato experimental

laser

polarizador
de entrada

polarizador
para seleção
de $I_{//}$ e I_{\perp}

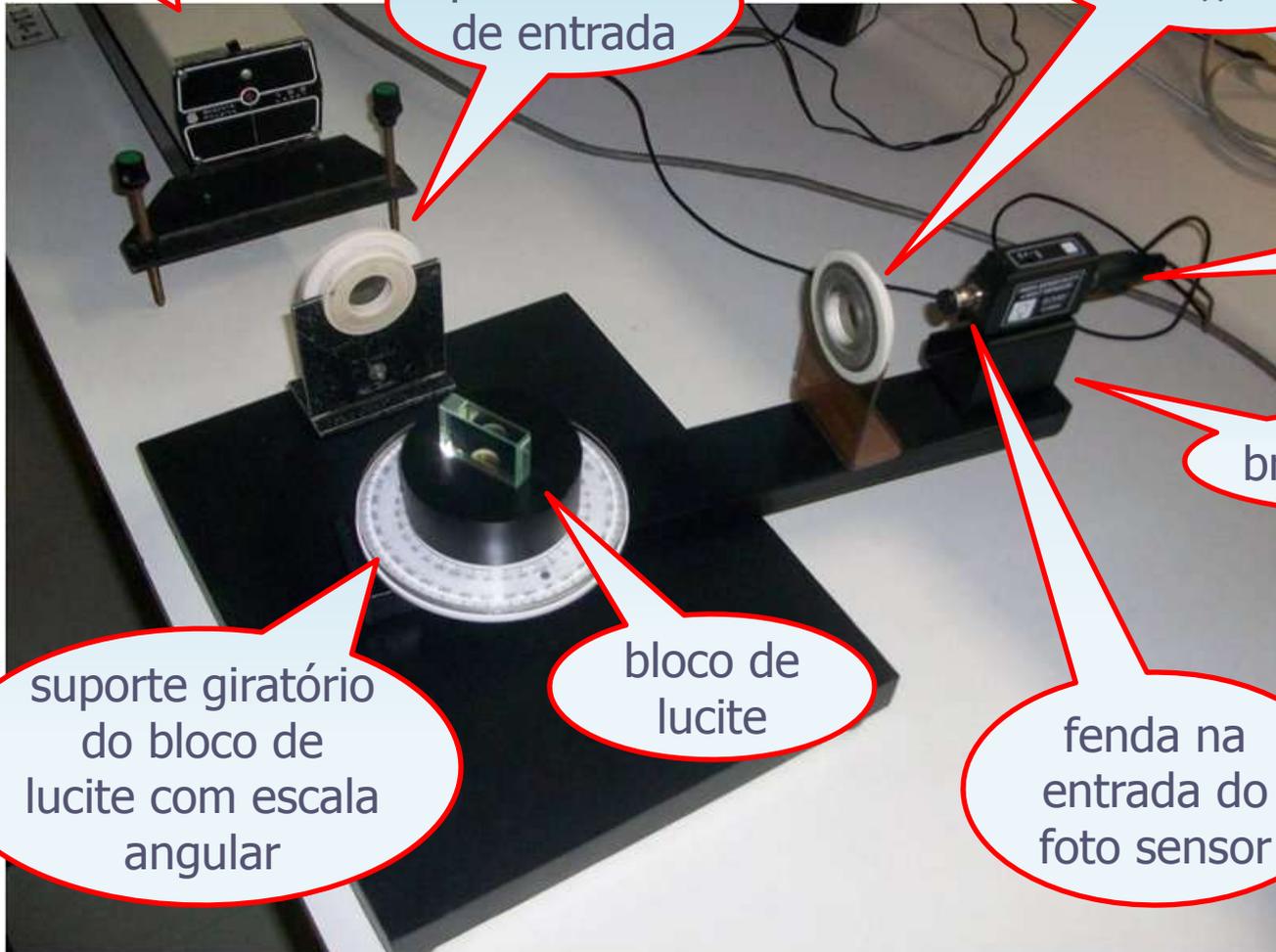
foto sensor
Pasco

braço móvel

suporte giratório
do bloco de
lucite com escala
angular

bloco de
lucite

fenda na
entrada do
foto sensor



Cuidado experimental:

- O polarizador na frente do laser deve ser colocado em 45° , e tem o objetivo de evitar os efeitos de uma possível polarização circular residual do laser. **Se o laser estiver estável** ele não precisa ser usado.
- Há dois feixes refletidos no bloco de lucite: um na primeira interface de separação entre os meios e outro na segunda.
- Certifique-se de estar colocando no detector o feixe correto.

Para entregar – Parte 2

1. Meça as intensidades paralela e perpendicular variando o ângulo de incidência de 5° em 5° .
2. Para cada ângulo, faça duas medidas:
 - Intensidade paralela (polarizador em 90°),
 - Intensidade perpendicular (polarizador em 0°)
3. Você não estará medindo os coeficientes de reflexão, mas algo proporcional a eles. Para resolver esse problema, apresente a razão $I_{//}/I_{\perp}$. Isso é $R_{//}/R_{\perp}$? Justifique.
4. Superponha a curva teórica para essa razão à que você mediu.

Para entregar – Parte 3

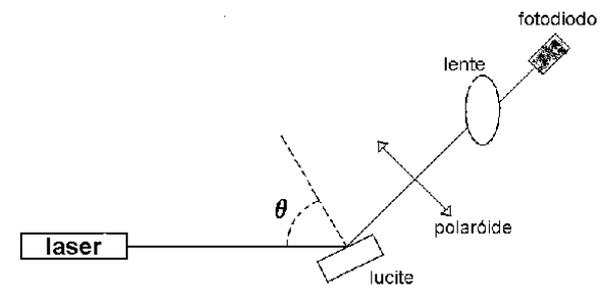
1. Determine o ângulo de Brewster com boa precisão (talvez precise fazer parte das medidas com passos angulares menores)
2. Determine o índice de refração do lucite.
3. Compare com os resultados obtidos pelos colegas (todo mundo tem bloco do mesmo material).

Dicas

Cuidado com o alinhamento do sistema

Em geral o ganho do sensor em (x_1) é adequado. Não esqueça de verificar no DataStudio se o ganho está de acordo com o escolhido no sensor.

Se verificar algo que não está de acordo com o esperado, pense.



Mais dicas

O índice de refração do material depende do comprimento de onda (pouco), portanto o ângulo de polarização também depende.

Use a função “keep” do DataStudio.

Dê uma olhada no procedimento desta parte na apostila de polarização.

NUNCA DESLIGAR O LASER

- O laser é não polarizado mas leva um tempo (algumas horas) para atingir essa situação e estabilizar. Alguns podem manter uma polarização circular residual.

Imagem sem polarizador



sem

com

A mesma imagem com polarizadores nas direções indicadas



without polarizer



with polarizer



With



Without





Sem polarizador

Com polarizador para amarelo e azul

