

# Física Experimental IV

[www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex](http://www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex)

[www.fap.if.usp.br/~hbarbosa](http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa)

## Aula 5 – Computador Óptico

### Montagem do Computador Óptico

Profa. Eloisa Szanto  
[eloisa@dfn.if.usp.br](mailto:eloisa@dfn.if.usp.br)

Ramal: 7111

Pelletron

Prof. Henrique Barbosa  
[hbarbosa@if.usp.br](mailto:hbarbosa@if.usp.br)

Ramal: 6647

Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin  
[nelson.carlin@dfn.if.usp.br](mailto:nelson.carlin@dfn.if.usp.br)

Ramal: 6820

Pelletron

Prof. Paulo Artaxo  
[artaxo@if.usp.br](mailto:artaxo@if.usp.br)

Ramal: 7016

Basílio, sala 101

# Programação da Experiência 2

- Aula 1: óptica geométrica
  - Medidas com lentes convergente e divergente
- Aula 2: laser
  - Associação de lentes e aumento do diâmetro do laser
- Aula 3: difração
  - Figuras de difração e espectrofotômetro
- Aula 4: transformada de fourier
  - Estudo no plano de fourier
- Aula 5: computador ótico
  - Filtro na transformada de Fourier e recompor a imagem filtrada
- Aula 6: ImageJ
  - Tratamento de imagem no computador

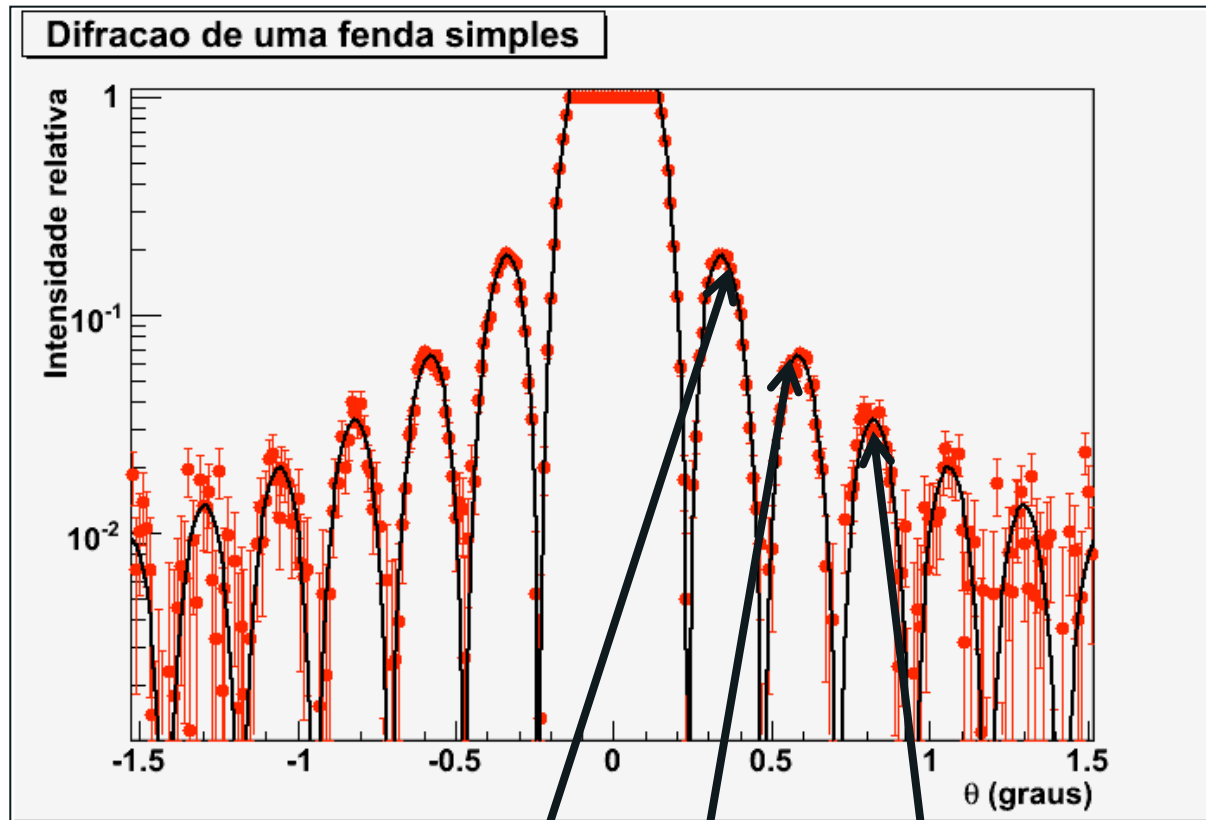
# Tarefas 1 – Para relatório

Com os dados da semana passada, do espectro de difração da fenda simples:

- Obtenha a razão entre as intensidades de cada máximo secundário e aquela do primeiro máximo secundário
  - Determine as posições e amplitudes
  - Compare com a previsão teórica.

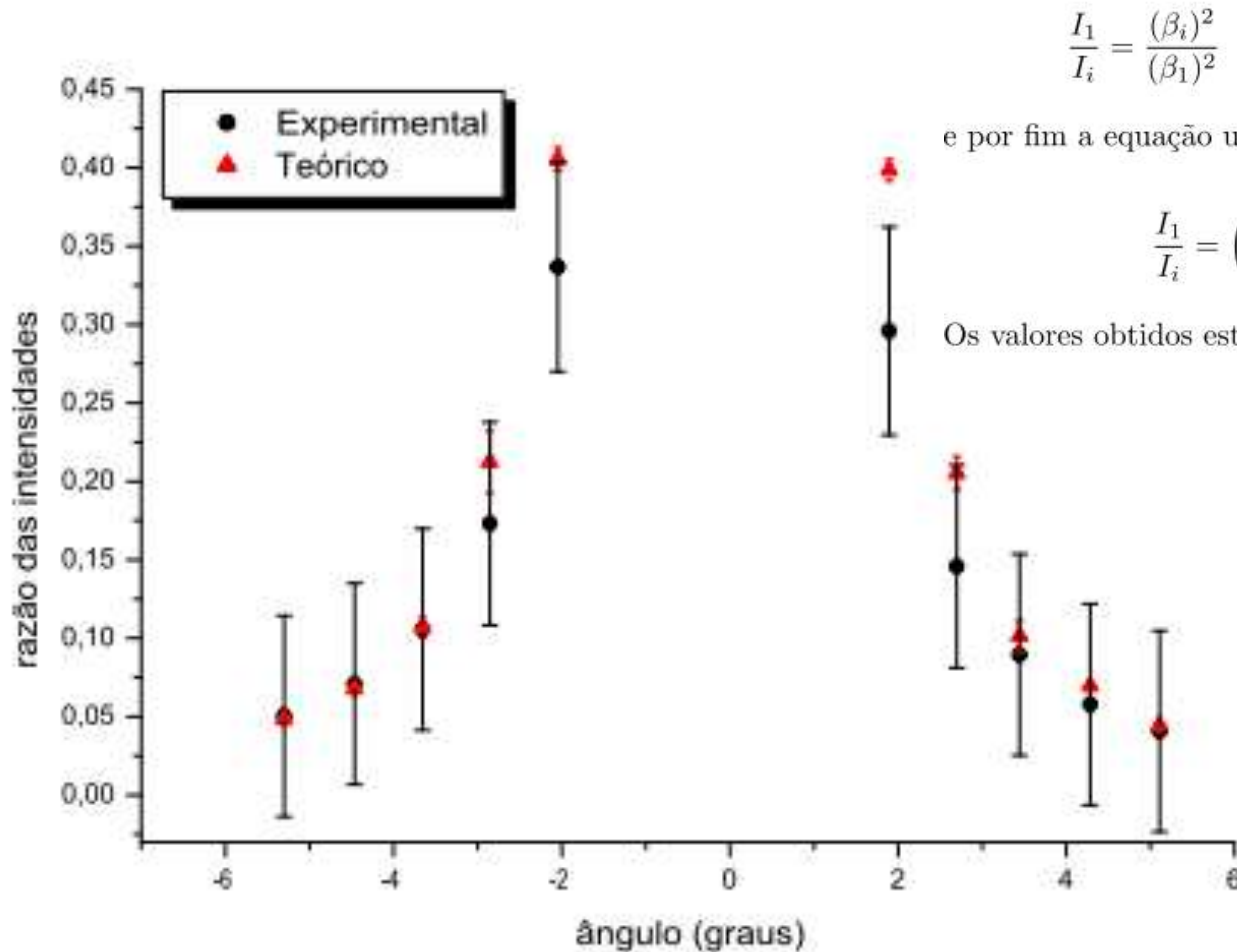
# Exemplo: Fenda Simples

- Para os máximos SECUNDÁRIOS,  $\sin(\beta) = \pm 1$



$$I(\theta_{\max}) = \frac{I_0}{\beta^2} = \frac{1}{(2m+1)^2} \frac{4I_0}{\pi^2} = 1 \frac{4I_0}{\pi^2}, \frac{1}{9} \frac{4I_0}{\pi^2}, \frac{1}{25} \frac{4I_0}{\pi^2}, \dots$$

# Um grupo tentou fazer



$$\frac{I_1}{I_i} = \frac{(\beta_i)^2}{(\beta_1)^2} \quad \beta = \pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta \quad (2)$$

e por fim a equação utilizada foi a eq. 3:

$$\frac{I_1}{I_i} = \left( \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_1} \right)^2$$

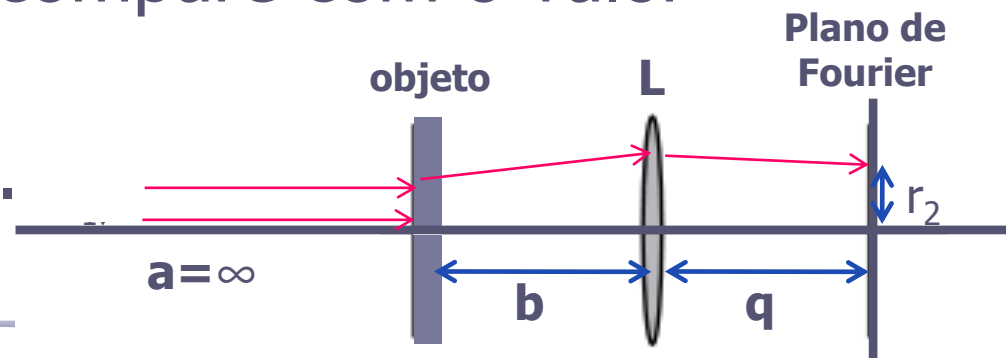
a equacao teorica é  $1/n^2$  nao eh ??

Os valores obtidos estão na figura 2.

Figura 2: Razões entre as intensidades de radiação secundárias comparadas

# Tarefa 2 – Para síntese

- Ilumine o objeto, com o feixe paralelo (fonte no  $\infty$ ):
  - Use a rede de difração de 300 linhas/mm como objeto
- Identifique o plano de Fourier  $q=f$
- Verifique que a posição do plano de Fourier não depende da posição do objeto em relação à lente
  - Faça pelo menos 3 medidas
- A partir das medidas das posições dos máximos ( $r_2$ ) da transformada de Fourier, determine as dimensões da grade e compare com o valor nominal de 300 l/mm
- Comente os resultados.



# Posição do plano

TABLE 1  
MEDIDAS DA POSIÇÃO DO PLANO DE FOURIER

Pos. Objeto (cm)	Pos. Plano (cm)	Pos. Lente (cm)
30.0(3)	70(1)	50.0(1)
35.0(3)	70(1)	50.0(1)
40.0(3)	70(1)	50.0(1)

Objeto (cm)	Máximo 1 (cm)	Máximo 2 (cm)	Máximo 3(cm)
48,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
50,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
52,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
53,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
55,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
58,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
61,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
64,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
65,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
66,5(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
67(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
8,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
9,0(5)	3,65(5)	7,40(5)	20,90(5)

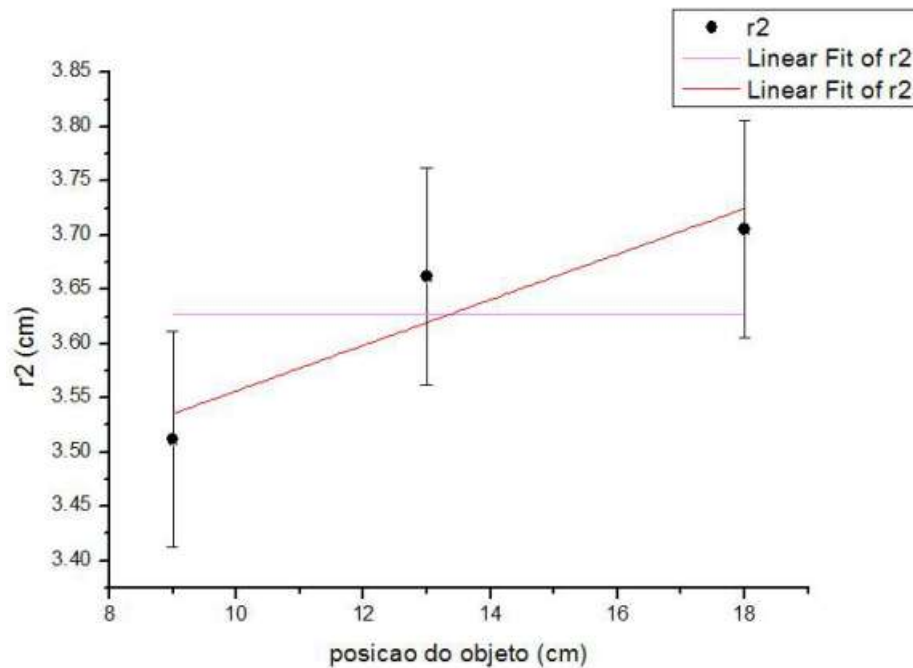


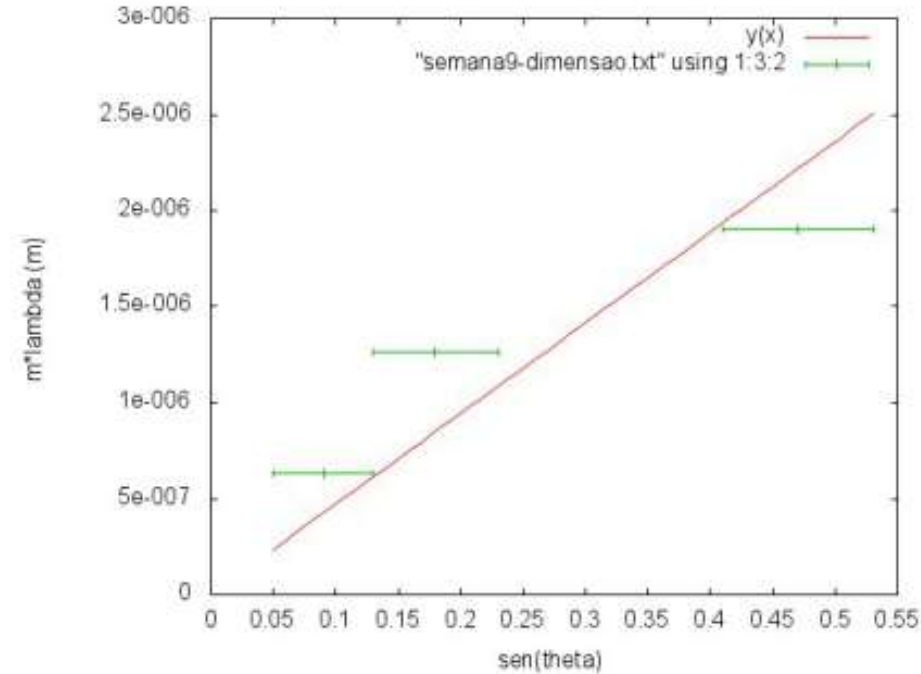
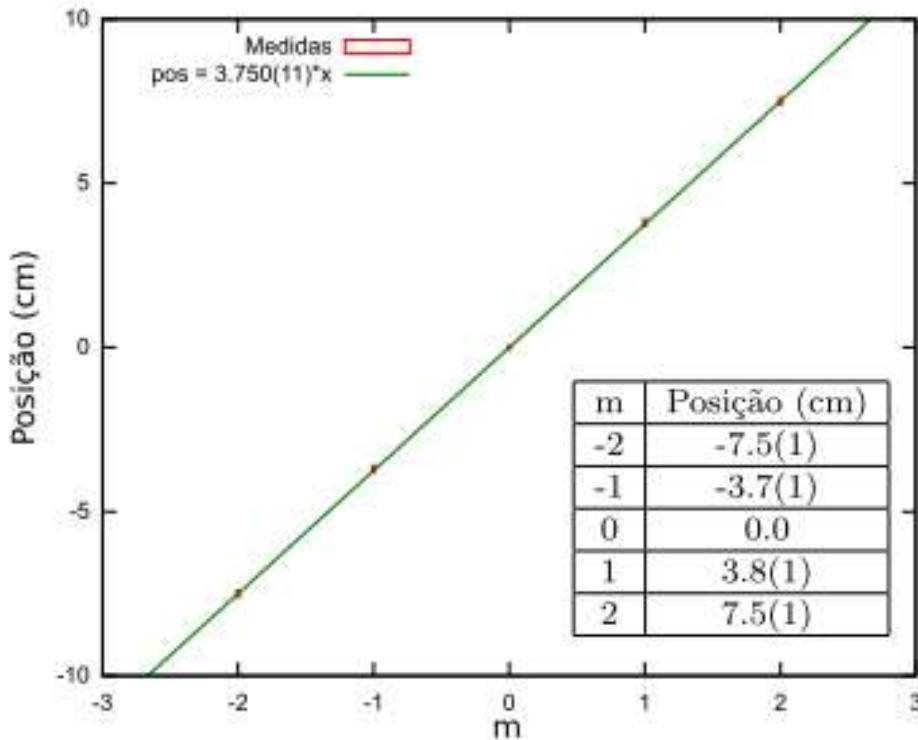
Tabela 1: Máximos em função da posição do objeto.

**Tabela1.** Medições de  $r_2$  e  $b$

$r_2$ (cm)	$b$ (cm)
3,7 (1)	14 (1)
3,6 (1)	20 (1)
3,5 (1)	24 (1)



# Máximos da TF



$$d \sin(\theta) = m\lambda$$

Então foi feito um ajuste (mostrado com os dados na FIG. 2), para obter a distância média entre os pontos de máximo; o valor obtido foi  $d_{\text{medio}} = 3.750(11)\text{cm}$ . Então, utilizando a Eq. 1, foi possível calcular a quantidade de linhas da grade de difração, obtendo um valor de 301(17) linhas/mm, um valor muitíssimo próximo do valor nominal da grade (300 linhas/mm).

algo errado... isso vai com  $m \cdot \lambda$ , portanto deviam ser igual espaçados, mas pula de 7.5 para 21.05...

$$n_{\text{linhas}} = f \frac{m\lambda}{d_{\text{medio}}} \quad (1)$$

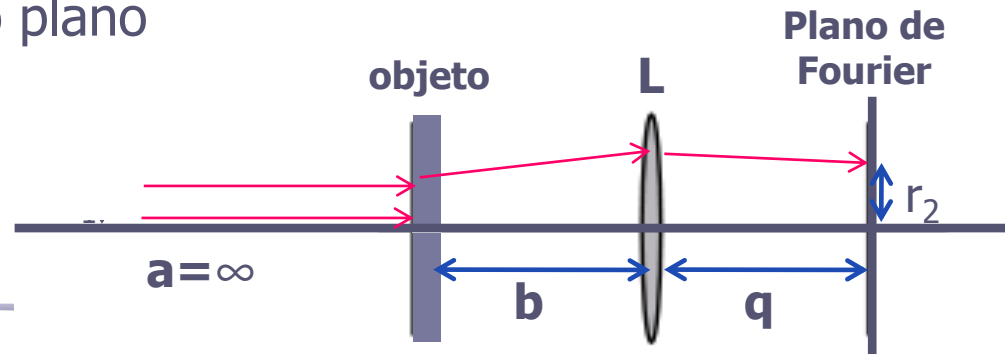


# Tamanho da grade

	$\lambda$ (nm)	f (cm)	r2 (cm)	Grade (#/mm)
H2			3.750 (11)	301 (17)
H3	633	20.0 (7)		212 (40)
H4	632.8	20		278-292
H5	628	20.0 (2)	3.6 (1)	287 (3)
H6	632.8	20.0 (2)	3.560 (14)	288 (3)
H7	632.8	20	3.6 (1)	284 (6)
H8			3.66 (4)	289.2 (37)
H9	632.8			292 (18)

# Tarefas 3 - Relatório

- Crie uma fonte pontual, ajustando a divergência do feixe
- Coloque o objeto no foco da convergente, isto é,  $b=f$
- Determine a posição do plano de Fourier em função da posição da fonte pontual e compare com o previsto teoricamente
  - repita o procedimento para pelo menos 3 posições diferentes da fonte em relação ao objeto ( $a$ ) para comparar com a previsão teórica da posição do plano em relação à lente ( $q$ )
- Verifique que, se o objeto estiver no foco  $b=f$ , as posições dos máximos ( $r_2$ ) não variam: independem da posição da fonte em relação ao objeto ( $a$ ):
  - Desde que a figura esteja no plano de Fourier, ( $q$  vai variar)



# Se $b=f$ , a posição dos máximos= $cte$

a (cm)	anteparo (cm)	Máximo 1 (cm)	Máximo 2 (cm)	Máximo 3(cm)
30,0(5)	112,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
33,0(5)	113,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
40,0(5)	114,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
45,0(5)	116,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)
50,0(5)	119,0(5)	3,70(5)	7,50(5)	21,05(5)

Tabela 2: Posições da fonte, anteparo e distância entre os máximos.

**Tabela2.** Medições de  $r_2$  e  $q$

$r_2$ (cm)	$q$ (cm)	$a$ (cm)
3,4 (1)	39,2 (1)	14,9 (1)
3,4 (1)	31,8 (1)	23,4 (1)
3,5 (1)	34,0 (1)	21,4 (1)

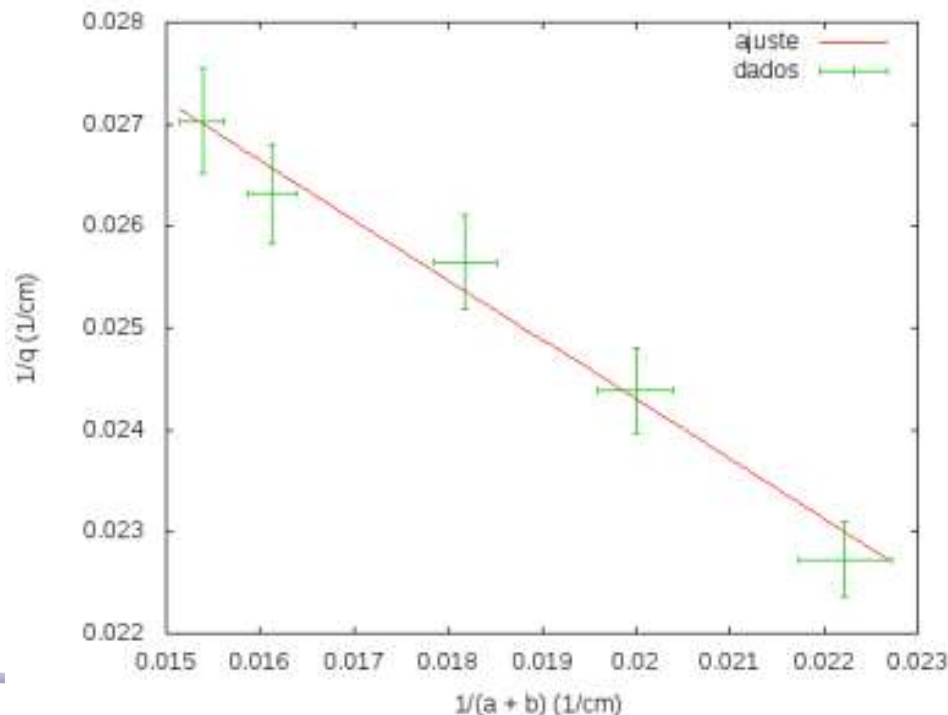
**Tabela 2:** Resultados obtidos para a fonte pontual. As medidas 1 a 3 correspondem a determinar o plano de Fourier em função da fonte pontual. As medidas 4 a 6 correspondem a verificar que os máximos ( $r_2$ ) não variam.

Medida	$b$ (cm)	$a$ (cm)	$q$ (cm)	$r_2$ (cm)	$q_{teórico}$ (cm)
1	20±0,1	22,4±0,1	36±0,5	3,4±0,1	37,9±0,1
2	20±0,1	26,4±0,1	33±0,5	3,4±0,1	35,2±0,1
3	20±0,1	32,4±0,1	30±0,5	3,5±0,1	32,4±0,1
4	20±0,1	30,9±0,1	31±0,5	3,5±0,1	32,9±0,1
5	20±0,1	24,9±0,1	35±0,5	3,4±0,1	36,1±0,1
6	20±0,1	16,9±0,1	42±0,5	3,5±0,1	43,4±0,2

# Verificação da posição do P.F.

- Neste caso,  $b=f$ . Variamos  $a$  e medimos  $q$

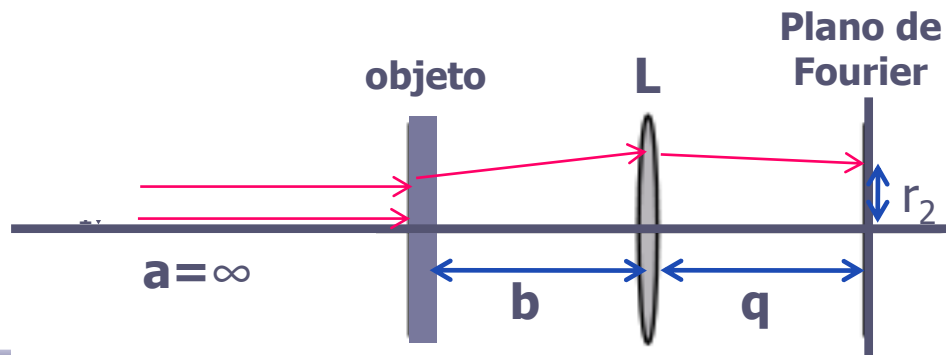
Os parâmetros obtidos foram, para o que chamamos ajuste livre,  $a = 0,036(3) \text{ cm}$  e  $b = -0,59(16)$ , o coeficiente linear **compatível com o esperado** para  $z = 3$ , mas o **linear incompatível**; nesse caso obtivemos  $\chi_{red}^2 = 0,29$ , indicando possível superestimação das incertezas. Forçando o ajuste com o coeficiente linear  $\frac{1}{20} \text{ cm}$ , obtivemos  $b = -1,37(2)$ , portanto incompatível com  $-1$ , e  $\chi_{red}^2 = 24$ ; a própria Figura 2 deixa claro que o ajuste livre (sem forçar o coeficiente linear) é mais adequado à série de dados. Isso sugere que a distância focal da lente seja, na verdade,  $f = 28(2) \text{ cm}$  (evidentemente calculado com o coeficiente linear do ajuste livre).



$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a+b}$$

# Parte 1 - Feixe incidente paralelo

- Ilumine, com o feixe paralelo, o objeto
  - Use a grade de **300 linhas/mm** como objeto
- Identifique o plano de Fourier  **$q=f$**
- Verifique que a posição do plano de Fourier não depende da posição do objeto em relação à lente
  - Pelo menos **3** medidas
- A partir das medidas das posições dos máximos da transformada de Fourier, determine as dimensões da grade e compare com o valor nominal de 300 l/mm
- Comente os resultados.



# Montagem

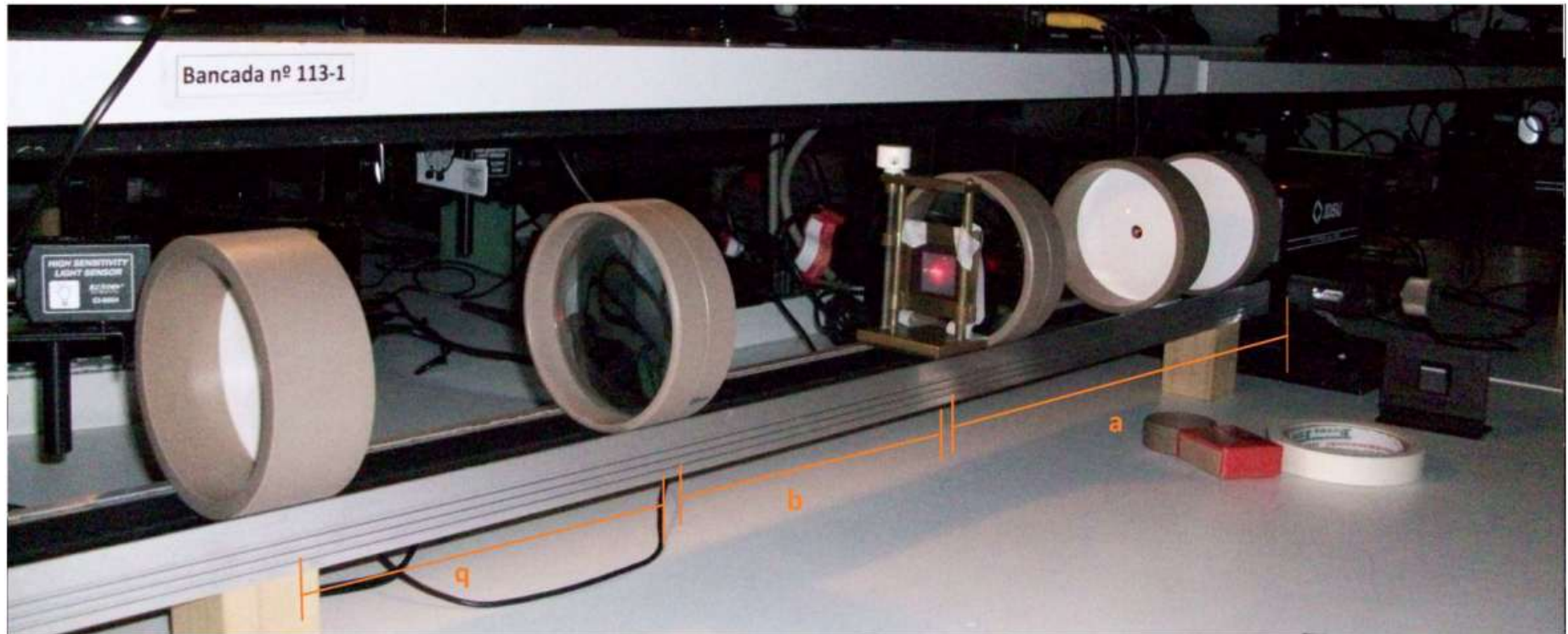
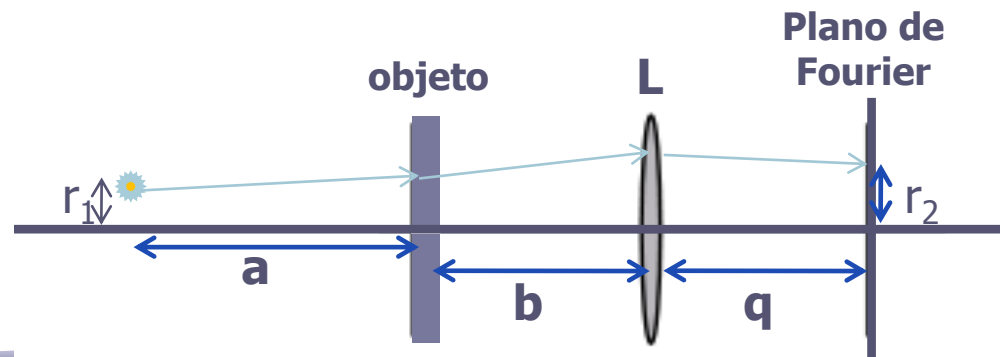
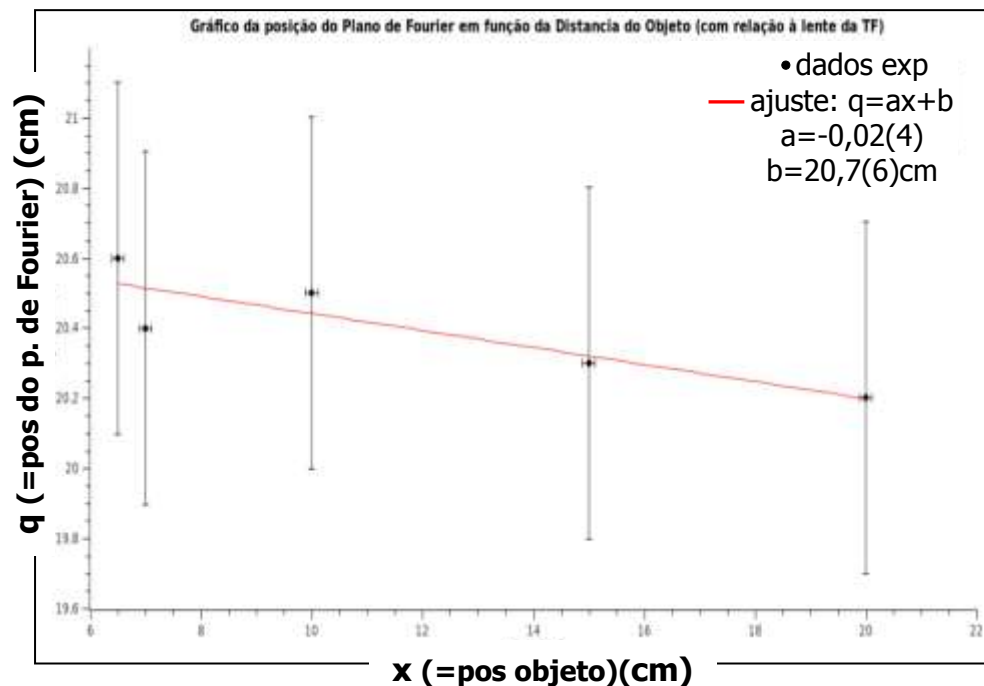


Figura 1 – Arranjo experimental para a parte 1





# Posição do Plano de Fourier (q)



- $q=(a\pm\Delta a)x+(b\pm\Delta b)$
- O ideal é que quando o coeficiente angular é compatível com zero e você tem uma teoria onde se espera que seja zero, tente refazer o ajuste assumindo que o coeficiente angular é zero!
- O resultado  $(b'\pm\Delta b')$  será o valor médio da posição do plano de Fourier, ponderado pelo erro.
- Esse valor constante é que devia ser comparado com a distância focal.

O gráfico acima mostra que a distância do plano de Fourier independe da distância do objeto à fonte, o que é evidente, já que a fonte está no infinito (ondas planas, raios paralelos). Nesse gráfico, portanto, o coeficiente angular deve ser zero, o quanto ele se afasta de zero depende de quão paralelo está o feixe. No caso acima, está razoável porque devido ao erro, o coeficiente angular é compatível com zero. O coeficiente linear é a posição do plano de Fourier que deve ser igual à distância focal da lente  $q=f$

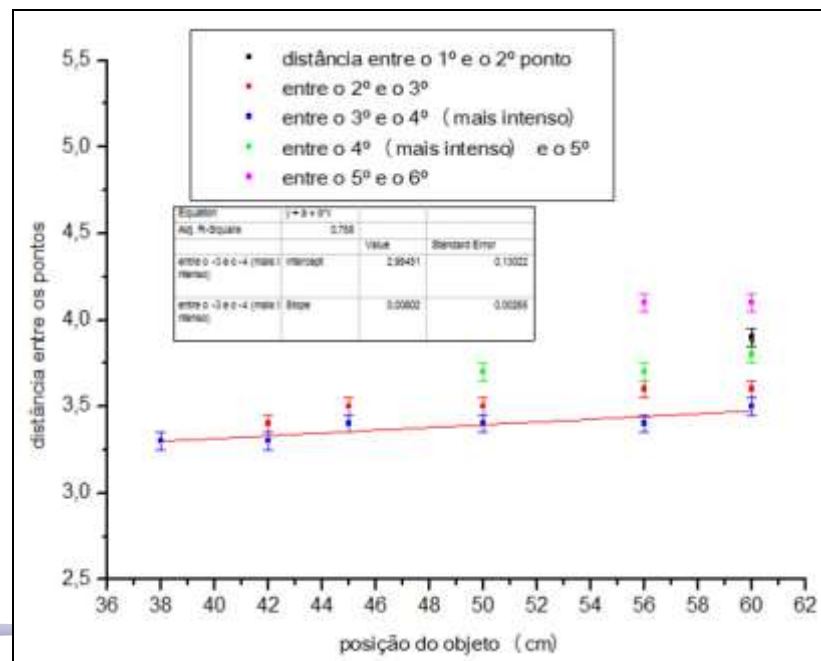


# Poucos grupos fizeram...

- Apenas 1 grupo colocou os valores em uma tabela e outro fez um gráfico das posições dos máximos de difração.
- Os outros apenas comentaram que a TF aparecia no mesmo lugar, ou nem isso fizeram.

Tabela 1: Dados para o feixe paralelo

Grade (cm)	Lente $f = 20$ (cm)	Plano (cm)	$d_1$ (cm)	$d_2$ (cm)
83,5(1)	90,0(1)	110,0(5)	3,6(1)	3,6(1)
80,0(1)	90,0(1)	110,0(5)	3,6(1)	3,6(1)
75,0(1)	90,0(1)	110,0(5)	3,6(1)	3,7(1)



# “Tamanho” da grade: $r_2$

Grupo	Linhas/mm
1	324 (12)
2	293 (17)
3	??? [minha conta: 300]
4	55 (6) [minha conta: 276]
5	295 (15)
6	192 (16)



*figura III – figura de difração da grade*

b (mm)	distancia entre os maximos da difração (mm)
$250 \pm 2$	$35 \pm 1$
$150 \pm 2$	$35,5 \pm 1$
$50 \pm 2$	$35,5 \pm 1$

# Parte 2 - Fonte pontual

- Crie uma fonte pontual, colocando uma lente divergente na frente da lente de 5cm de distância focal:

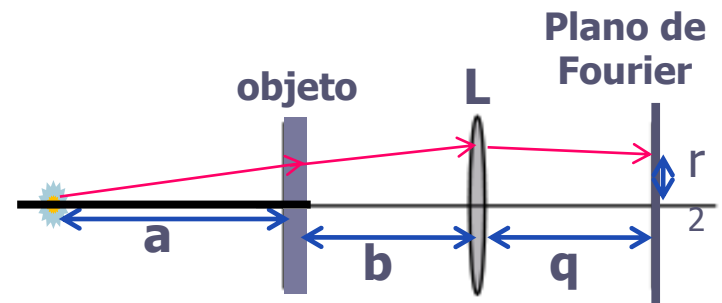
esse cálculo para o relatório

distância focal dessa lente está numa tabela, na sala embora seja evidente, calcule a posição dessa fonte: o sistema não é ideal, então será que o **a** é esse mesmo que medi

- Coloque a fenda no foco da convergente, isto é, **b=f**
- Determine a posição do plano de Fourier em função da posição da fonte pontual e compare com o previsto teoricamente:
  - repita o procedimento para pelo menos **3** posições diferentes da fonte pontual para comparar com a previsão teórica.

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a+b}$$

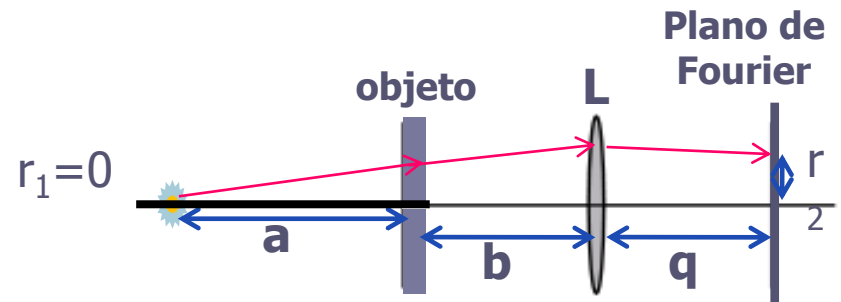
$$r_1 = 0$$



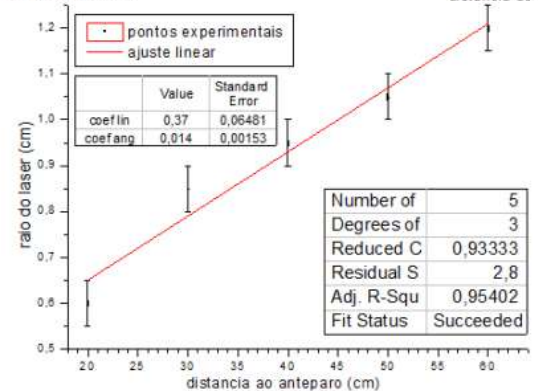
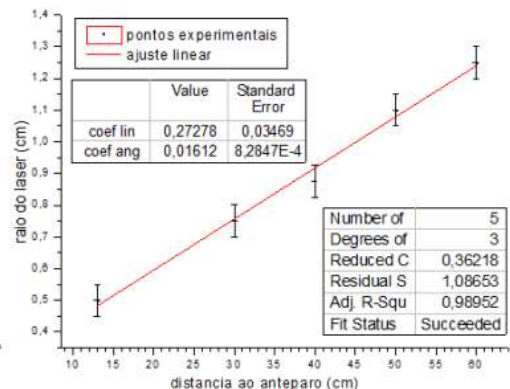
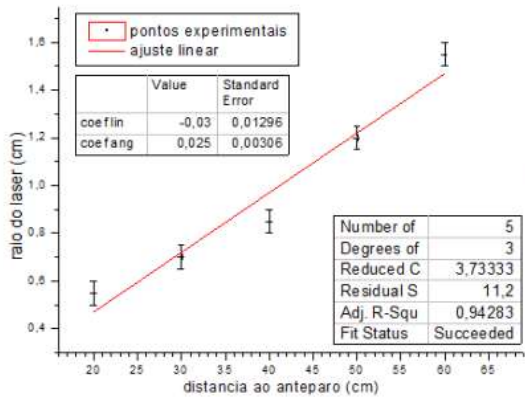
# Continuação Parte 2

- Verifique que, se o objeto estiver no foco  $\mathbf{b=f}$ , as posições dos máximos não variam: independem da posição da fonte em relação ao difrator:
  - isso se medido sobre o plano de Fourier, porque a posição do plano ( $\mathbf{q}$ ) muda se  $\mathbf{a}$  variar:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a+b}$$



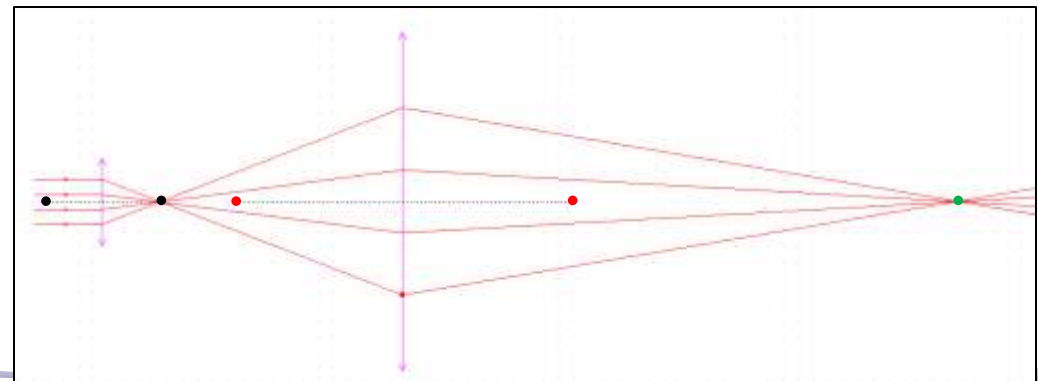
# Criando a fonte pontual



- era importante determinar onde a fonte pontual estava!
- apenas 2 grupos fizeram a regressão..

montagem	1	2	3
Distancia entre as lentes (mm)	54,0(5)	100,0(5)	150,0(5)
Coefficiente linear (mm)	-0,30(13)	2,73(35)	3,70(65)
Coefficiente angular	0,025(3)	0,016(1)	0,014(2)
Posição da fonte (cm)	1,20(52)	-16,9(23)	-26,4(55)

Afastando as lentes de 1cm e 20cm, podia-se projetar o foco na frente das lentes e, com uma medida, encontrar a origem da fonte pontual!



# Posição da TF x fonte pontual

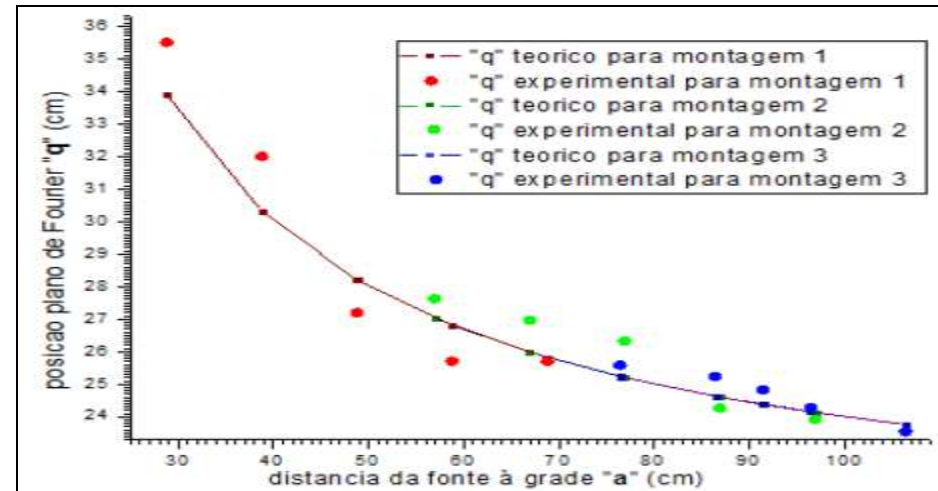
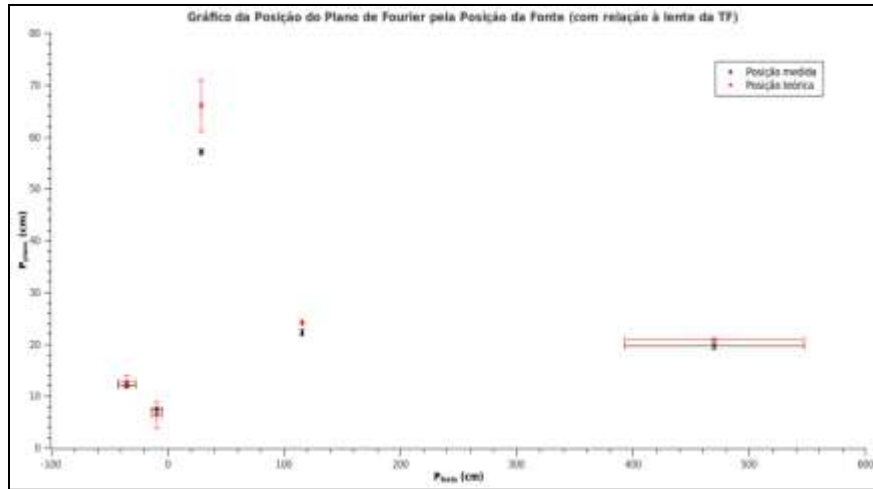


Figura 3: posição do plano de Fourier "q" em função da distância da fonte a grade "a", bem como a previsão teórica para permitir uma comparação.

Tabela 3: Dados para o feixe divergente.

Experimental		Teórico	Teste Z
a (cm)	$q_e$ (cm)	$q_t$ (cm)	
118(7)	24,00(22)	23(3)	0,2
20(4)	43,50(22)	40(4)	0,9
57(3)	26,00(21)	27,1(4)	2,3

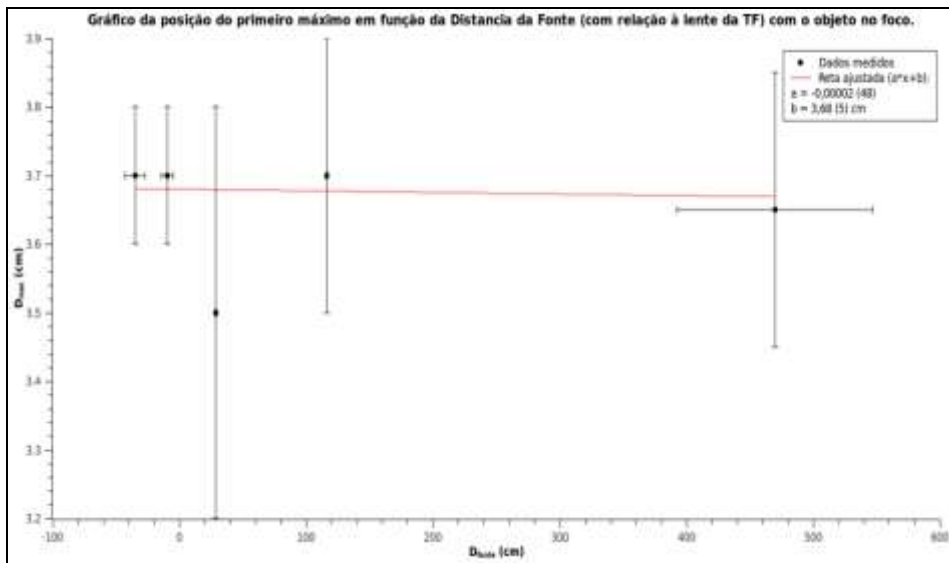
Tabela 1: Dados e resultados obtidos, com suas respectivas incerteza.

a (cm)	Incerteza (cm)	q Teórico (cm)	Incerteza (cm)	q Experimental (cm)
7,25	6	75,2	62	65,4(2)
30,4	6,7	33,2	7,3	35,3(2)
57,2	4	27	1,8	26,0(2)

d (mm)	$a_{\text{calculado}}$ (mm)	a extraído de $q_{\text{medido}}$ (mm)	$q_{\text{medido}}$ (mm)	q extraído de $a_{\text{calculado}}$ (mm)	separação dos máximos (mm)
128,0 (2,1)	194,4 (2,1)	388,3 (1,9)	303,0 (2,1)	405,8 (2,2)	35,5 (0,5)
188,0 (2,1)	200,9 (2,1)	421,1 (2,2)	295,0 (2,1)	399,1 (2,0)	35,0 (0,5)
88,0 (2,1)	226,4 (2,1)	307,7 (1,2)	330,0 (2,1)	376,7 (1,6)	35,0 (0,5)

Tabela 2 – distâncias medidas e calculadas para a fonte pontual

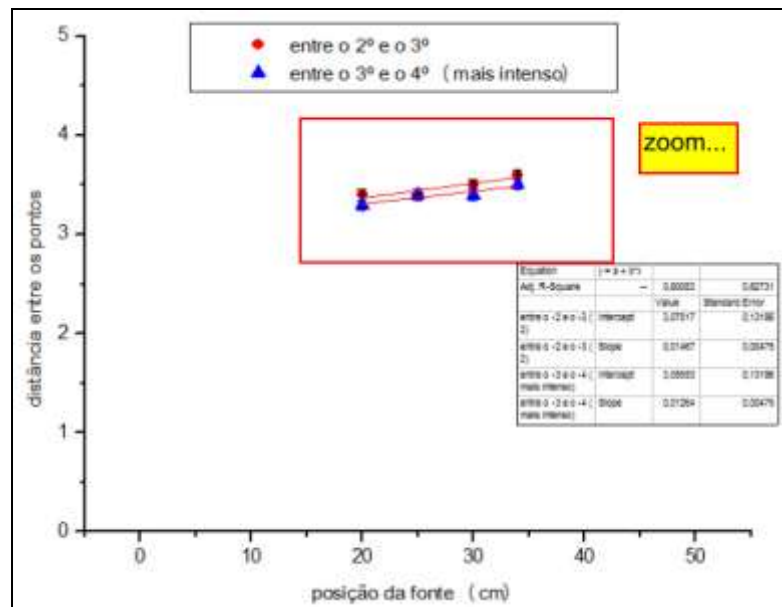
# Tamanho da TF( $r_2$ ) x posição da fonte $a$



$a$ (cm)	Incerteza (cm)	Máximo1 (cm)	Máximo2 (cm)
7,25	6	3,9(2)	3,7(2)
30,4	6,7	3,7(2)	3,7(2)
57,2	4	3,9(2)	3,9(2)

Tabela 4: Posição dos máximos, na situação em que  $b = f$ .

$a$ (cm)	$d_1$ (cm)	$d_2$ (cm)
118(7)	3,9(2)	3,7(2)
20(4)	3,7(2)	3,7(2)
57(3)	3,7(2)	3,8(2)



$d$ (mm)	$a_{\text{calculado}}$ (mm)	$a$ extraído de $q_{\text{medido}}$ (mm)	$q_{\text{medido}}$ (mm)	$q$ extraído de $a_{\text{calculado}}$ (mm)	separação dos máximos (mm)
128,0 (2,1)	194,4 (2,1)	388,3 (1,9)	303,0 (2,1)	405,8 (2,2)	35,5 (0,5)
188,0 (2,1)	200,9 (2,1)	421,1 (2,2)	295,0 (2,1)	399,1 (2,0)	35,0 (0,5)
88,0 (2,1)	226,4 (2,1)	307,7 (1,2)	330,0 (2,1)	376,7 (1,6)	35,0 (0,5)

Tabela 2 – distâncias medidas e calculadas para a fonte pontual



# Programação da Experiência 2

- Aula 1: óptica geométrica
  - Medidas com lentes convergente e divergente
- Aula 2: laser
  - Associação de lentes e aumento do diâmetro do laser
- Aula 3: difração
  - Figuras de difração e espectrofotômetro
- Aula 4: transformada de fourier
  - Estudo no plano de fourier
- Aula 5: computador ótico
  - Filtro na transformada de Fourier e recompor a imagem filtrada
- Aula 6: ImageJ
  - Tratamento de imagem no computador

# AULA DE HOJE: computador óptico



## Computador Óptico



A Bit-Serial Optical Computer (BSOC), the first computer to store and manipulate data and instructions as pulses of light.

# Três “aproximações” para a ótica:

- **Ótica geométrica**

$\lambda \rightarrow 0$  e a luz é tratada como raio

- **Ótica física**

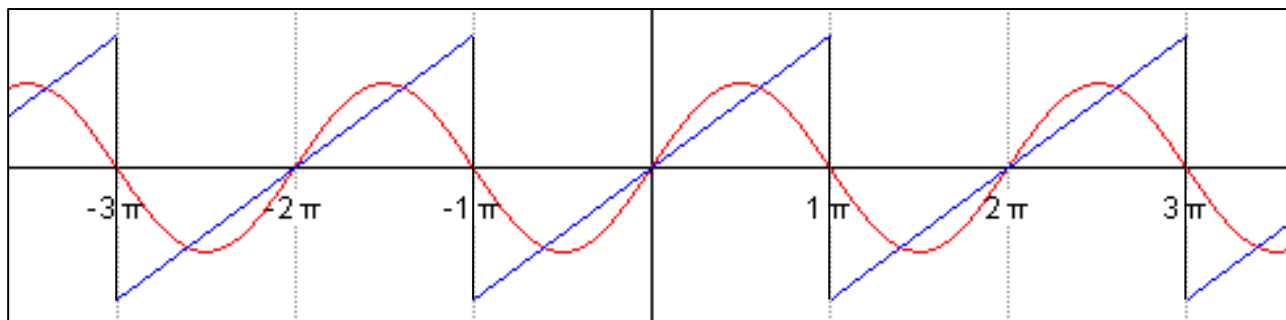
Princípio de Huygens-Fresnel: cada frente de onda é uma superposição de ondas esféricas

- **Ótica de Fourier**

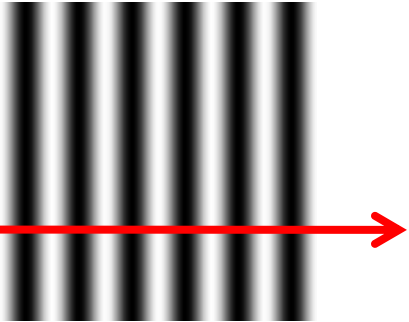
Trata a propagação da luz como uma série de ondas planas: para cada ponto de uma frente de onda há uma onda plana cuja propagação é normal àquele ponto

# Série de Fourier

- Para lembrar: a teoria de Fourier afirma que qualquer sinal pode ser representado por uma série de ondas senoidais:
  - isso funciona para qualquer tipo de onda, seja no espaço ou no tempo
  - qualquer imagem pode ser representada por uma série de ondas senoidais



# Série de Fourier: imagens

- 
- A amplitude é representada pelo contraste: a diferença entre o claro e escuro na imagem.
  - A freqüência espacial é a freqüência com que linhas claras e escuras se alternam ao longo de eixo  $x$ .
  - a fase representa o deslocamento da onda em relação à sua origem, no caso da imagem acima representa quanto a senóide é deslocada para a direita ou para a esquerda.

- Uma transformada de Fourier de uma imagem bidimensional qualquer inclui toda uma série de senóides com amplitudes e freqüências espaciais diferentes, partindo da freqüência zero.



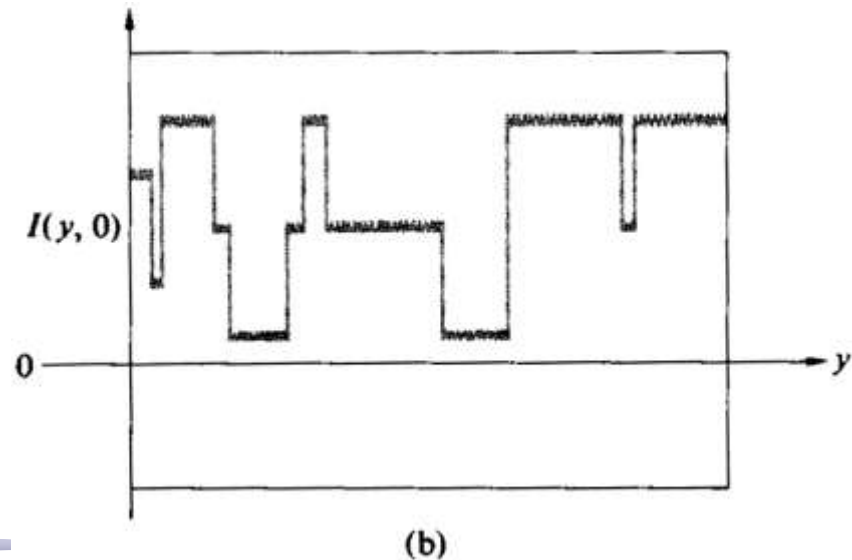
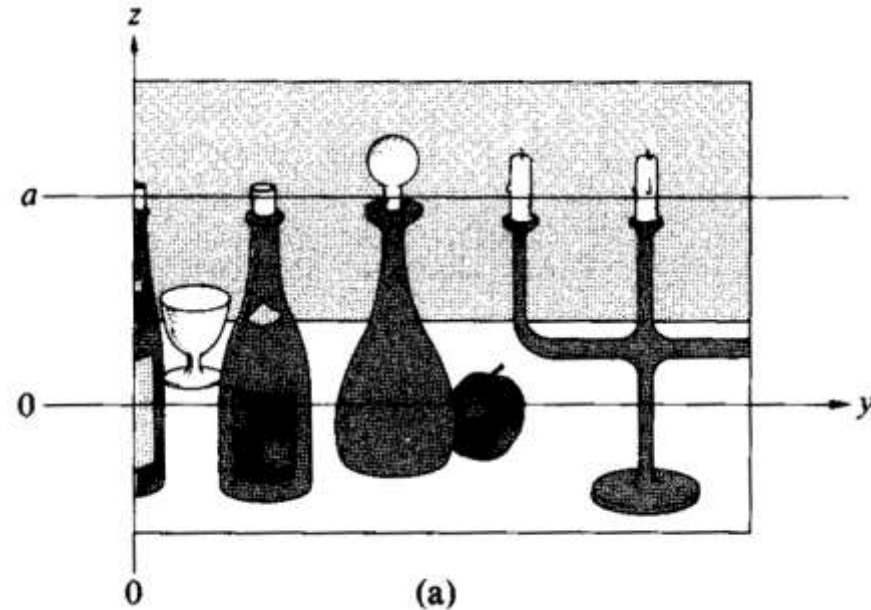
# A informação ótica

## O que é a informação ótica?

- Ela é simplesmente qualquer imagem.
- Em qualquer caso, a imagem pode ser descrita por uma distribuição bidimensional de fluxo luminoso.
- Sendo um fluxo, pode-se presumivelmente descrevê-lo por uma função  $\mathbf{I}(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ , que atribui um valor de irradiância  $\mathbf{I}$  para cada ponto do espaço onde se distribui a imagem.
- **Freqüência espacial**: esse conceito facilita o tratamento da informação ótica.

# Freqüência Espacial

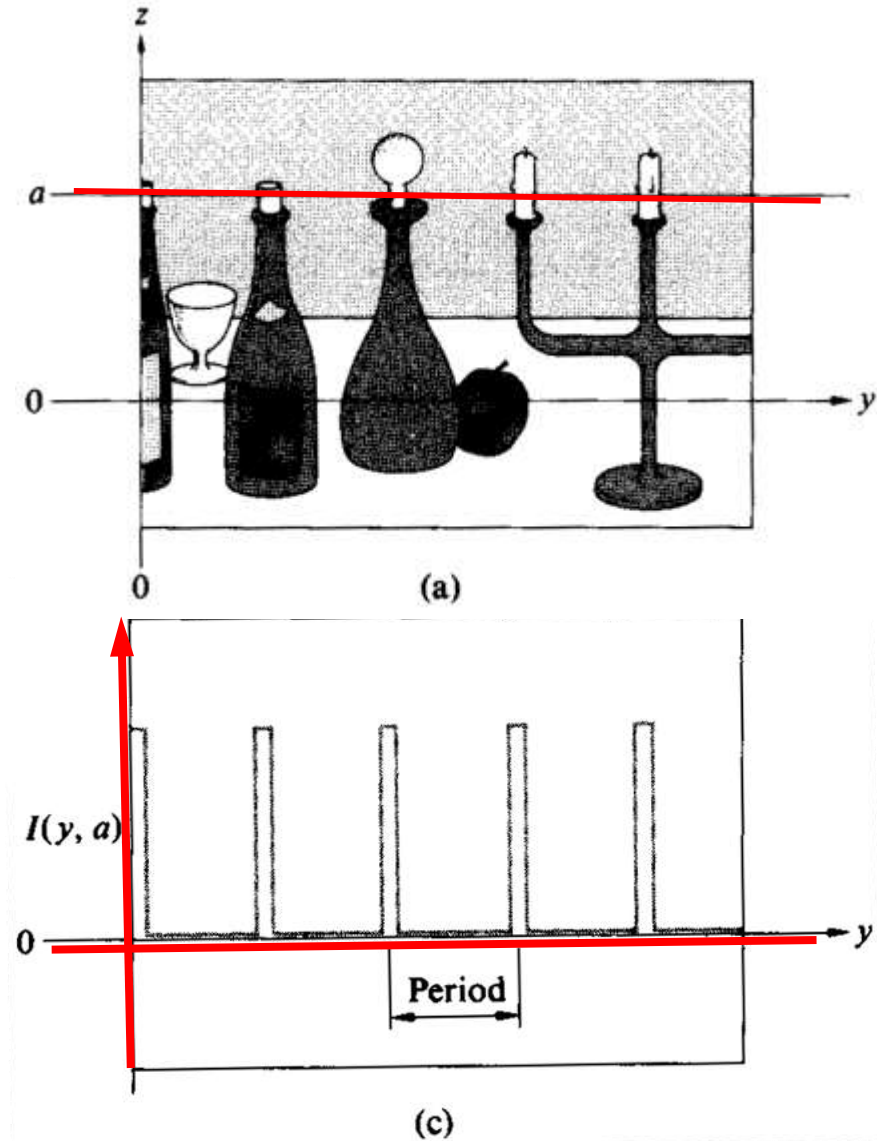
- Há um valor de  $I$  para cada ponto dessa imagem.
- Como se comporta  $I$  ao longo do eixo  $z=0$ ?
- Vamos passar um sensor que dá o valor da irradiância  $I(\mathbf{y}, \mathbf{0})$ , em cada ponto dessa linha.
- A função  $I(\mathbf{y}, \mathbf{0})$  é uma superposição de "ondas quadradas" que se pode representar por uma série de funções harmônicas usando a técnica de análise de Fourier.





# Freqüências Espaciais

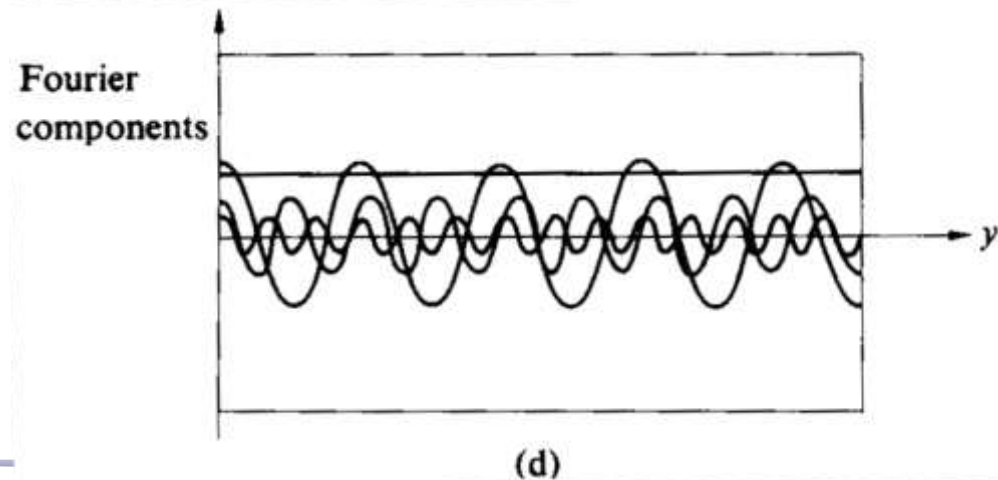
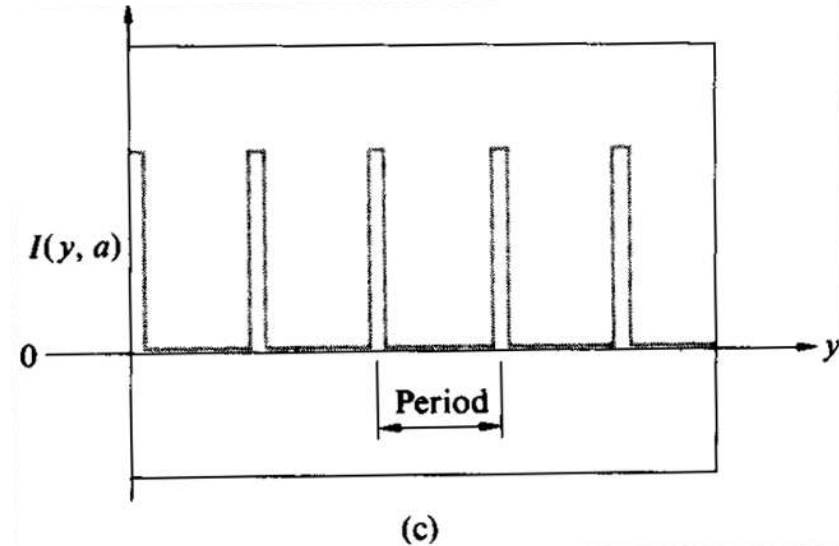
- Para ficar mais fácil de se compreender: vamos passar o mesmo sensor em uma outra linha, na linha  $z=a$ , fazendo o mesmo procedimento já descrito:
- essa função é uma série de pulsos retangulares igualmente espaçados, que pode ser descrita por uma série de funções harmônicas que são as suas componentes de Fourier.



# Espectro de Fourier

- Se os pulsos retangulares estão separados, centro a centro, por intervalos de, digamos, **1cm**: o **período espacial** é igual a **1cm** e seu inverso é a **freqüência espacial** que é igual a **1 ciclo por centímetro**.

Esses são os conceitos básicos da óptica de Fourier. Vamos aplicá-la para entender melhor.



# Ótica de Fourier

- Pode ser demonstrado (Optics cap 11, seção 11.3) que a figura de difração de Fraunhofer, ou difração de campo distante, de uma abertura é idêntica à transformada de Fourier da função da abertura.
  - estudamos isso na última semana.
- A função da abertura é uma função que descreve as variações de fase e de amplitude produzidas pela abertura na onda plana que nela incidiu.

# Difração de Fraunhofer:

- Para cada ponto da **figura de difração** há uma frequência espacial correspondente (ou seja um  $\mathbf{k}_x$  e um  $\mathbf{k}_y$ ) e o campo difratado é escrito como:

$$\hat{E}(k_x, k_y) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

- Isso quer dizer que a distribuição de campo elétrico na figura de difração de Fraunhofer é a transformada de Fourier da distribuição do campo elétrico na abertura.
- Essa distribuição é dada pela transformada inversa:

$$\varepsilon(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint E(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

A função da abertura é o campo incidente transformado pelo objeto/fenda/lente/etc onde ocorre a difração.

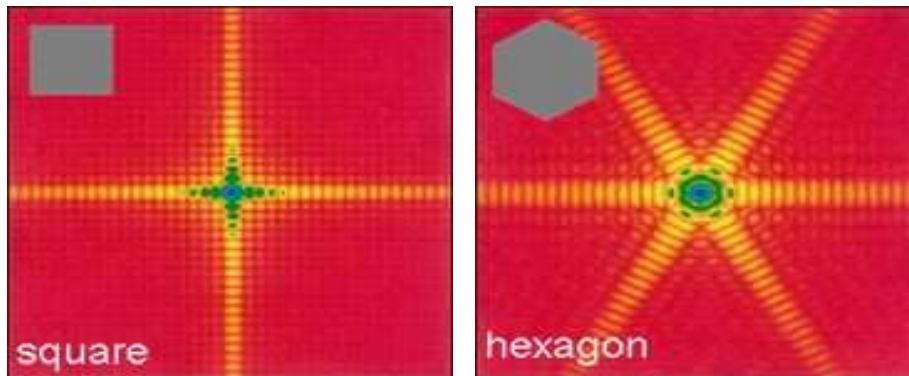
# Difração e Transformada de Fourier

- Resumindo, a figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado.

$$\hat{E}(k_x, k_y) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

A difração é a TF do campo elétrico, mas medimos a intensidade, que é prop a  $E^2$

**Por isso, a intensidade luminosa, que é o quadrado de E, está diretamente relacionada às componentes da T.F. para cada frequência espacial.**

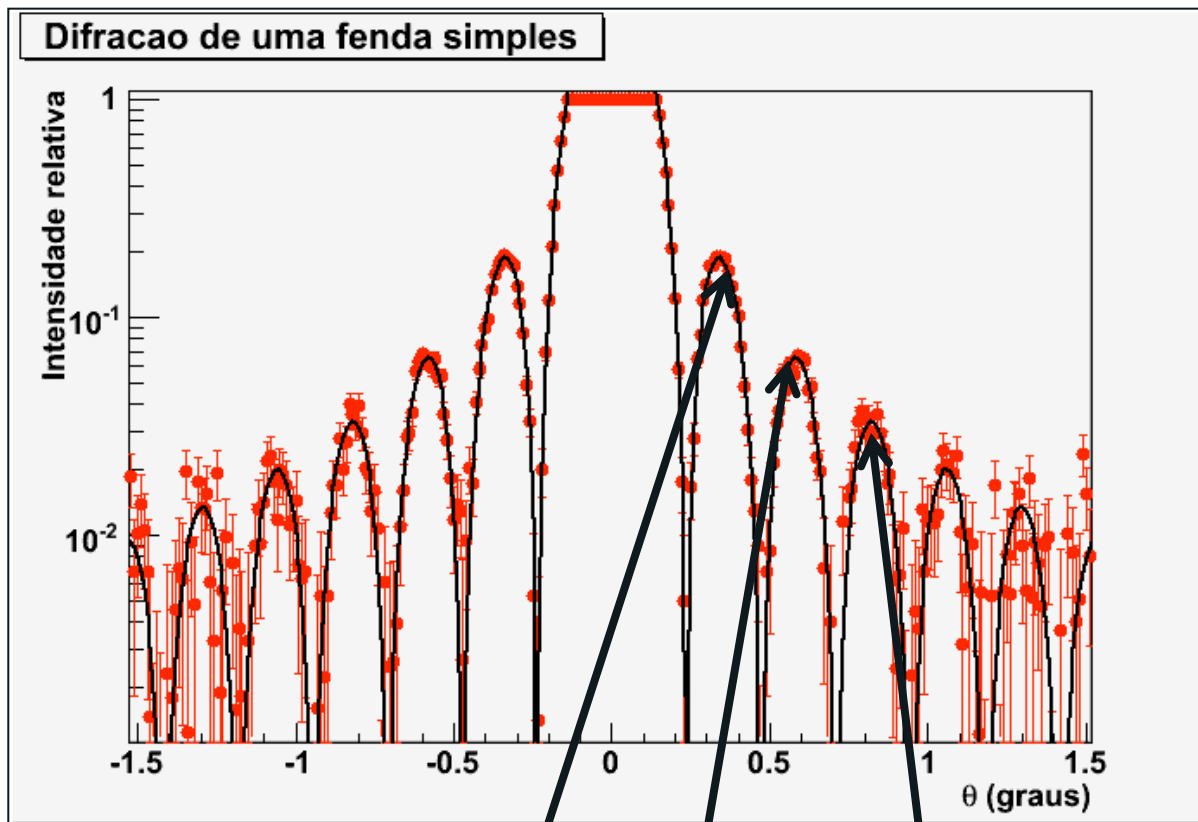


$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow \hat{E}(R_x, R_y) \rightarrow \hat{E}(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$

# Exemplo: Fenda Simples

- Para os máximos SECUNDÁRIOS,  $\sin(\beta) = \pm 1$

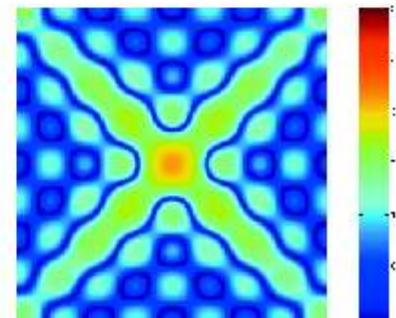
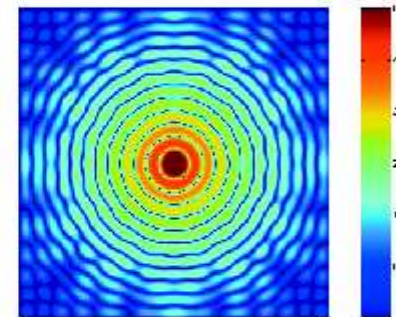
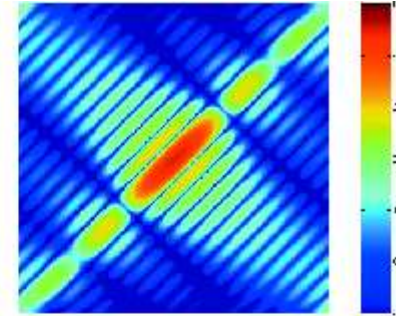
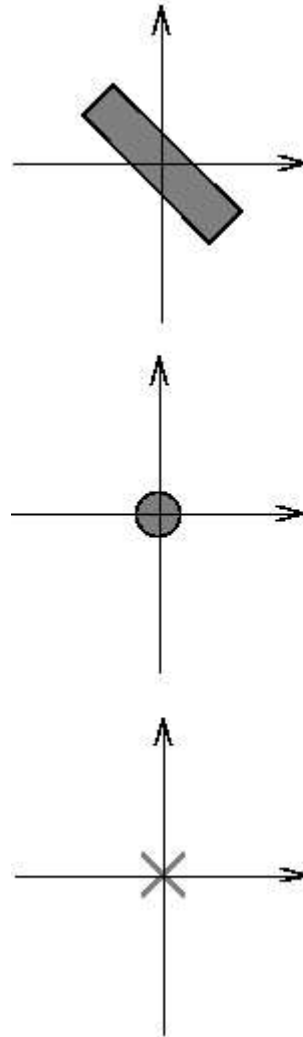


$$I(\theta_{\max}) = \frac{I_0}{\beta^2} = \frac{1}{(2m+1)^2} \frac{4I_0}{\pi^2} = 1 \frac{4I_0}{\pi^2}, \frac{1}{9} \frac{4I_0}{\pi^2}, \frac{1}{25} \frac{4I_0}{\pi^2}, \dots$$



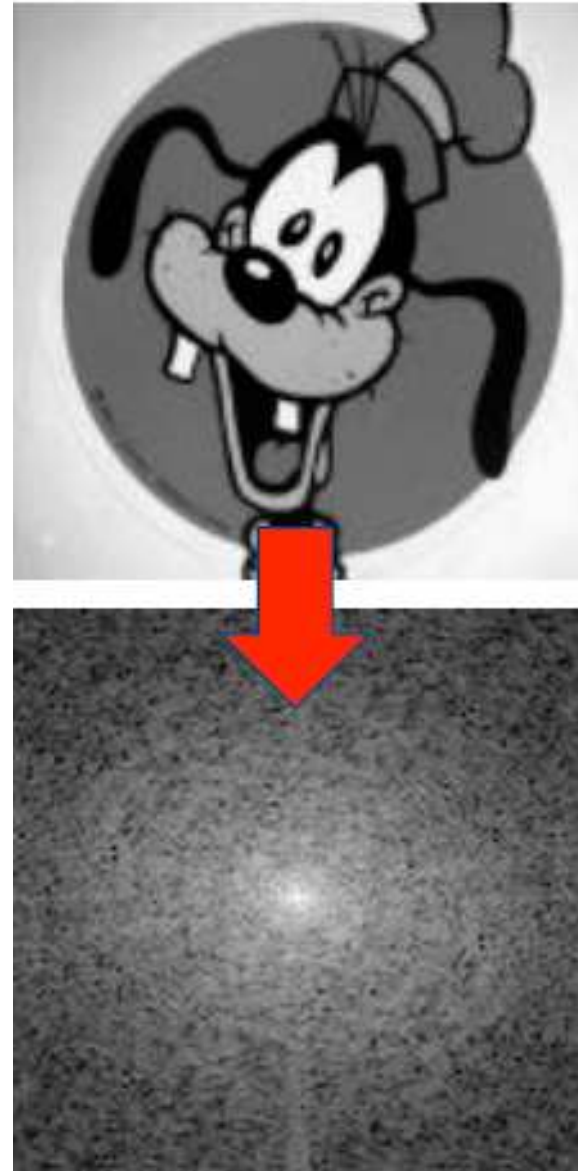
# Transformadas de Fourier

- Há uma relação geométrica e quantitativa entre a forma e sua transformada, isto é, entre a figura de difração e o objeto que a gerou



# Transformadas de Fourier

- Mesmo em figuras mais complicadas há uma relação geométrica entre a forma e sua transformada, embora seja mais sutil.

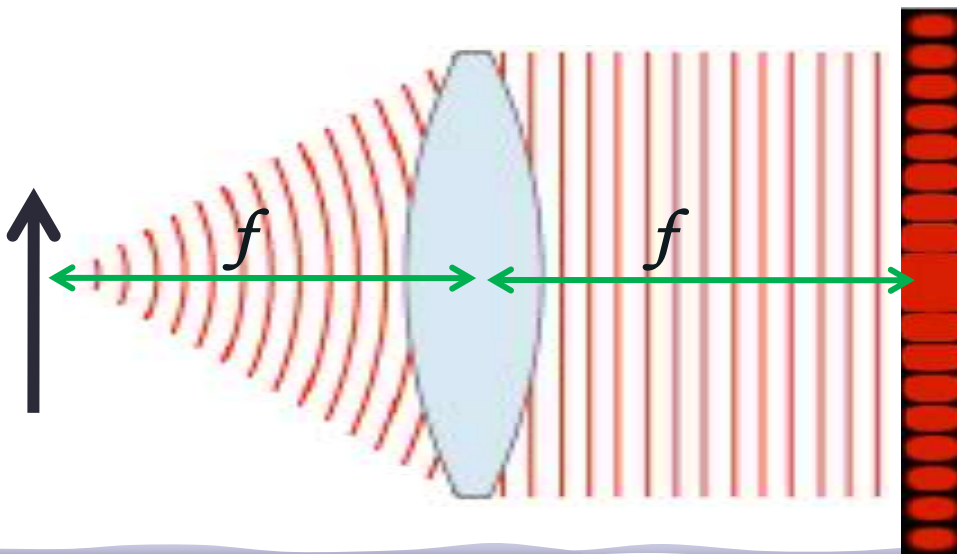


# Computador ótico

- Como já foi discutido: abrindo o feixe para iluminar objetos de alguns cm, a condição de Fraunhofer só estará satisfeita se o anteparo estiver a uma distância muito grande em comparação às dimensões da abertura.
  - Vamos usar uma lente convergente: sabemos que quando a imagem do objeto passar pela lente, do outro lado vai aparecer um campo elétrico,  $\mathbf{E}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ , que é a transformada de Fourier da função da abertura,  $\varepsilon(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  (objeto).

# Computador ótico

- Como vimos na semana passada:
- Para que a lente produza a transformada de Fourier da **função da abertura** do objeto, sobre o trilho, é preciso:
  - que o objeto seja iluminado por ondas planas (laser= $\infty$ )
  - que o objeto esteja no plano focal anterior da lente ( $o=f$ )



**A transformada  
vai aparecer no  
plano focal  
posterior da lente**

# Computador Ótico

- Obviamente, se colocarmos esta **TF** como objeto de uma 2ª lente, a imagem da 2ª lente será a imagem original do objeto!

$$\hat{E}(k_x, k_y) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$\varepsilon(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint E(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

A transformada da transformada é a própria função!

- A imagem recomposta aparece no plano focal posterior da 2ª lente.
- Como a 1ª transformada de Fourier separa as frequências espaciais, para filtrar a imagem, alguma destas basta retirar as frequências responsáveis pela parte indesejada, colocando anteparos, por exemplo!

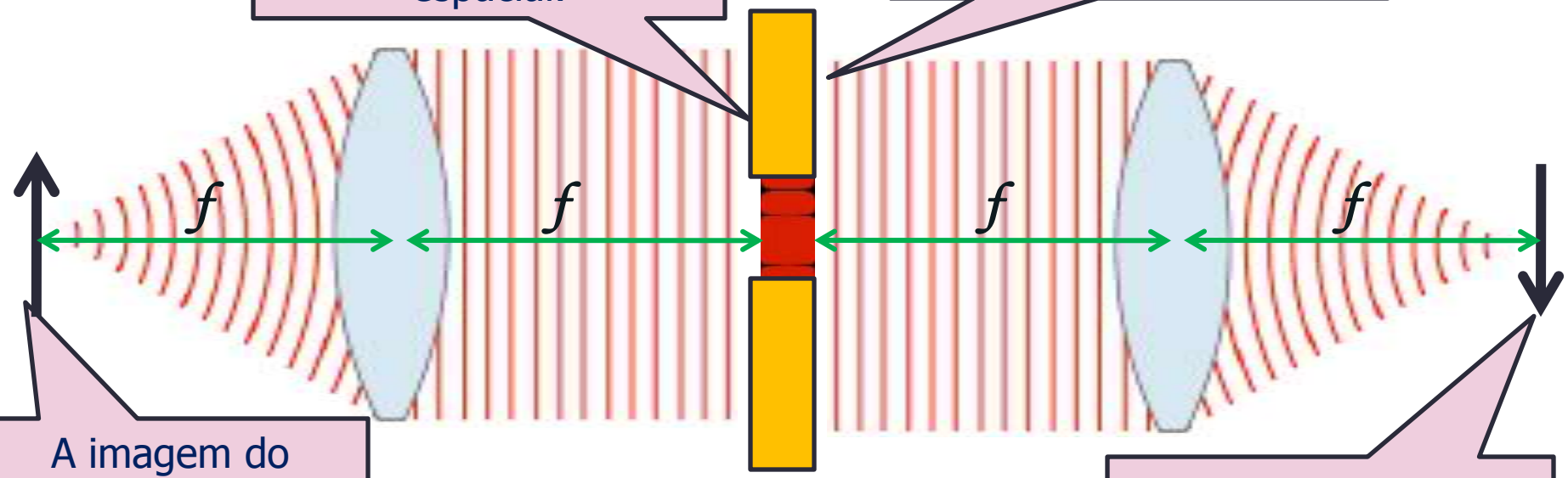
# Filtragem espacial

Toda a informação óptica da imagem original está na transformada de Fourier espacial.

Quando colocamos um anteparo nesta posição, bloqueamos algumas frequências espaciais.

A imagem do objeto é a informação óptica processada pelo nosso computador.

Por isto, ao recompor a imagem, o resultado é diferente da imagem original, pois tiramos alguma frequências.

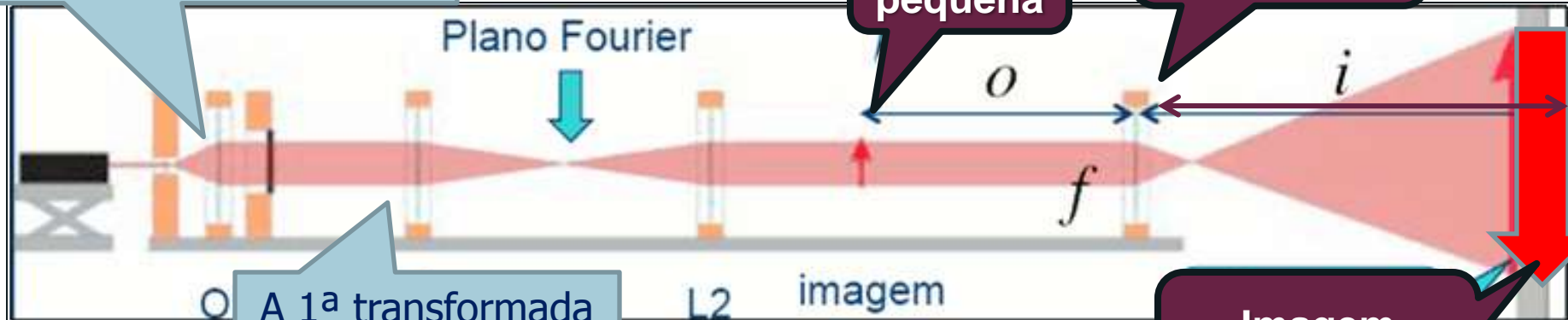




# Melhorando a imagem:

- Para observar melhor e fazer aparecer detalhes da imagem é necessário aumentá-la.
- Sabemos que lentes convergentes podem produzir imagens reais, invertidas e maiores que o objeto. Vamos usar uma lente auxiliar!

Os objetos que vamos usar são grandes e por isso não há difração nas distâncias do trilho.



A 1ª transformada aparece devido à 1ª lente.

Imagem pequena

Lente convergente

Imagem ampliada

# Computador óptico na prática

Lente 1 (TF)

Objeto

Plano de Fourier

Lente 2 (iTF)

Imagem filtrada projetada do anteparo

# Criação do objeto

Laser

Sistema para aumentar o diâmetro do Laser para iluminar uniformemente o objeto

Lente  $f = 1 \text{ cm}$

Lente  $f = 10 \text{ ou } 20 \text{ cm}$

Objeto



# Computador óptico ajustado

Objeto

Lente 1 (TF)

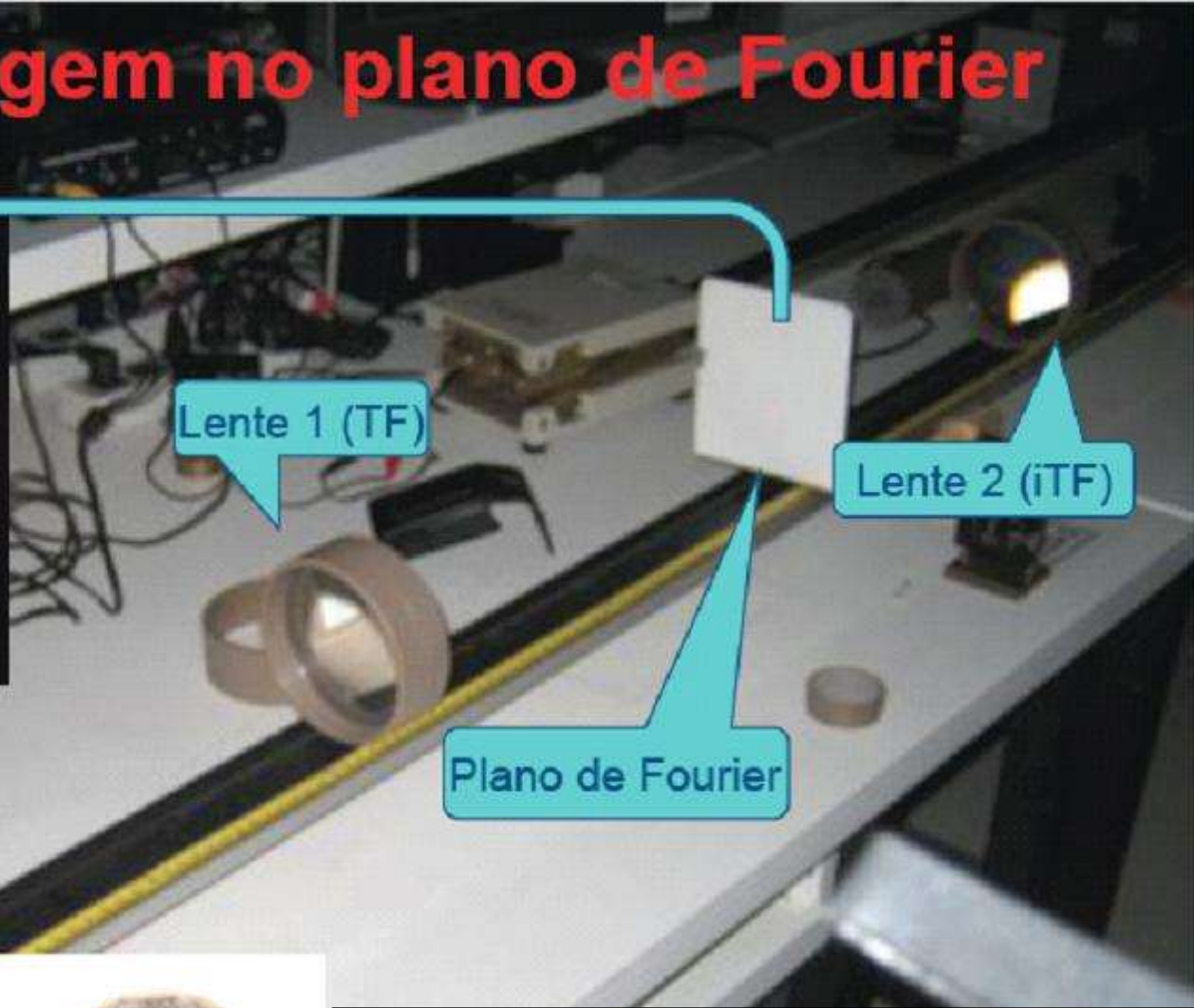
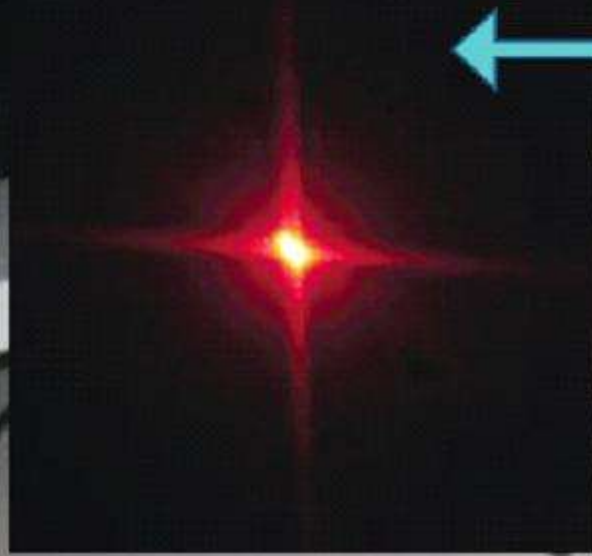
Plano de Fourier

Imagem filtrada projetada do anteparo

Lente 2 (iTF)

As lentes 1 e 2, (são as lentes de transformada) tem distância focal de 40cm, são convergentes, plano convexas. A distância entre elas deve, então ser da ordem de 80cm. O plano de Fourier está no foco (das duas) entre elas. O objeto deve ser colocado no plano focal da lente 1 e a imagem é formada no plano focal da lente 2.

# Imagem no plano de Fourier

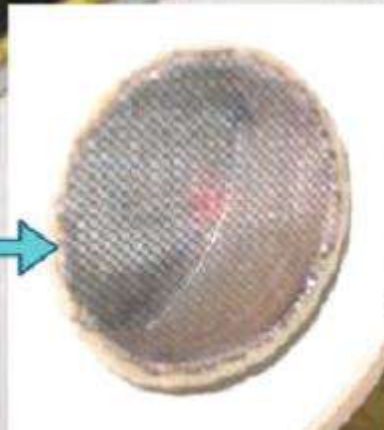


Lente 1 (TF)

Lente 2 (iTF)

Plano de Fourier

Objeto



O anteparo no plano de Fourier está no foco da lente 1, mostra a imagem que ela gera e que é proporcional ao quadrado da transformada de Fourier do E correspondente ao objeto. É nesse plano que são colocados filtros de frequências espaciais para tratamento de imagem.



# Medidas da semana – Parte 1

- Monte o conjunto de lentes para aumentar o feixe do laser
  - Ele precisa ser paralelo, lembram-se?
- Em seguida coloque **o objeto** no plano focal da lente **L1** (lente da transformada). Fotografe o objeto.
- Procure a figura de difração do objeto (com um anteparo) no plano focal do outro lado da **L1**. Fotografe a transformada.
- Coloque a lente **L2** a uma distância igual à soma dos focos das lentes **L1** e **L2**.
  - Se a foco nominal não estiver correto, você pode ajustar as distâncias para melhorar as imagens
- Observe no plano focal depois da lente **L2** a imagem do objeto recomposta pela lente **L2**. Fotografe a imagem recomposta.
  - Caso a imagem recomposta fique muito pequena, use uma outra lente para aumentá-la, ou retire a lente **L2** e projete a imagem recomposta no infinito ( $\sim$ parede da sala)



# Tarefa objeto 1: Fenda

- Fabricar uma fenda usando 2 lâminas gillette, você pode escolher a largura (é você que vai montar no suporte)
  - para não perder intensidade, se quiser, aumente o feixe por um fator menor que 20 (há diversas lentes convergentes pequenas que podem ser usadas)
- Veja a transformada no plano de Fourier e fora dele. Quais são as diferenças? Você pode justificar qualitativamente a diferença, se houver?
- Fotografe a figura de difração dessa fenda simples.
  - Compare com a figura da transformada. Há diferenças? Sim? Não? comente....

**Atenção: cuidado, não se cortem com a gillette!!**

# Tarefa objeto 2: Grade Preta

- Faça as medidas da semana usando a grade de plástico pintada de preto:
  - vai precisar aumentar o diâmetro do feixe para iluminar várias linhas da grade. Um fator 20 deve ser suficiente (procure não aumentar mais que o necessário para não perder intensidade).
  - tire uma foto da imagem dessa grade
  - encontre a transformada e fotografe
  - tire uma foto do objeto
  - use a lente 2 ou projete bem longe a imagem recomposta da grade e fotografe
  - compare a imagem recomposta com a imagem formada real da grade

# Tratamento com Filtros – Parte 2

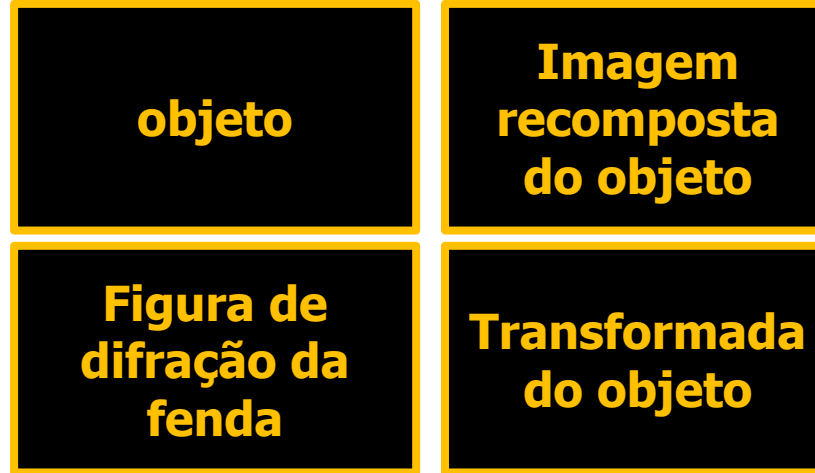
- Para o objeto grade:
  - construa um filtro capaz de eliminar as linhas verticais da grade (com as gilletes no suporte)
  - depois elimine as linhas horizontais
  - você pode pensar num filtro que torne a figura menos nítida? Que frequências espaciais ele teria que retirar da transformada?
  - tem uma placa com 2 orifícios de diâmetros diferentes, aplique cada um deles na transformada como filtros
  - fotografe tudo, antes e depois da aplicação dos filtros
- Compare e comente todos os resultados obtidos

# Extra: construção de um filtro

- A proposta é construir um filtro para tirar a frequência espacial zero da imagem do objeto grade:
  - qual é a frequência espacial zero
  - que filtro deve colocar no plano de Fourier para retirá-la da imagem
  - o filtro deve poder ser construído inteiramente com material existente no laboratório didático
  - E aí veja o que ele faz
  - fotografe tudo e comente os resultados
  - seria interessante que comparassem com colegas que também tenham feito

# Síntese: objeto fenda

- Para objeto fenda, a figura na síntese deve ter 4 painéis:



- A partir das fotos, discuta, no mínimo, os seguintes pontos:
  - relacione a geometria do objeto com a da transformada
  - compare a foto do objeto com a da imagem recomposta (transformada inversa)
  - compare a transformada com a figura de difração da fenda

# Síntese: objeto grade

- Para a grade, uma figura inicial deve conter 4 painéis:



- Depois, para cada filtro, inclua um outra figura assim:



- A partir das fotos, discuta no mínimo os seguintes pontos:
  - descreva o filtro e justifique sua escolha em termo das freqüência que são eliminadas e do papel delas na figura
  - compare a imagem recomposta do objeto (sem filtro) com a imagem filtrada



# Lembrete

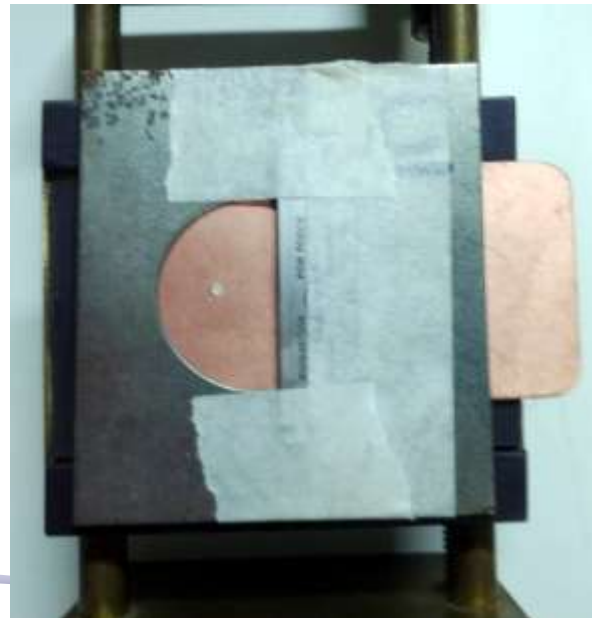
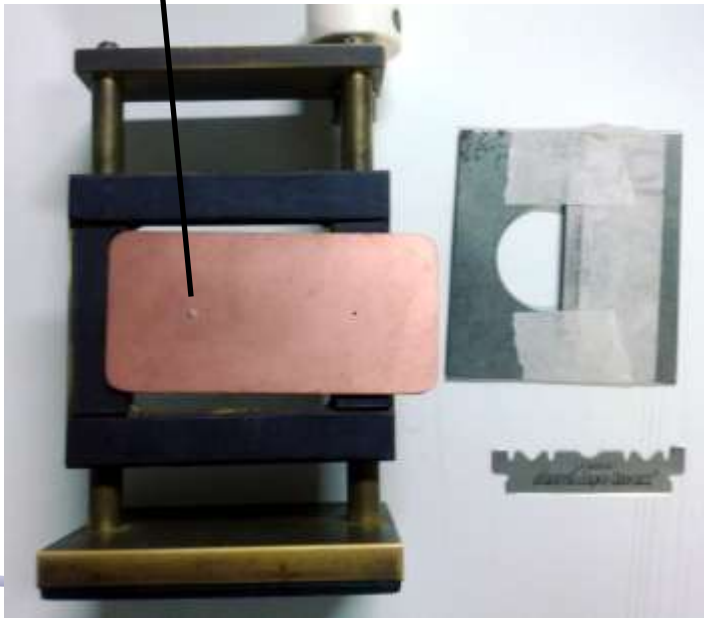
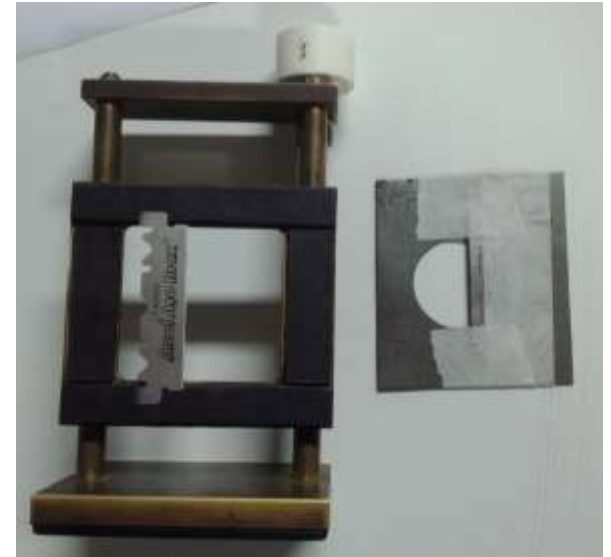
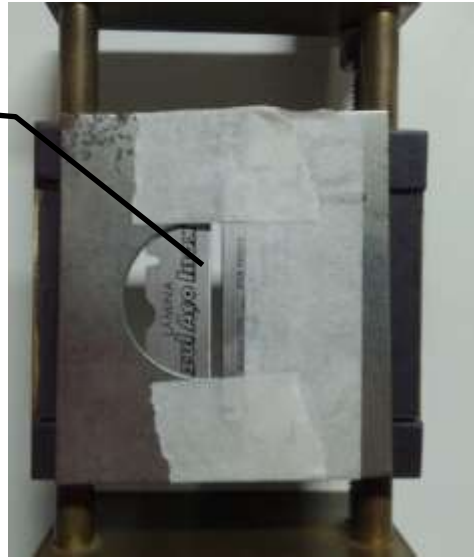
- Para a síntese e relatório, tire fotos de tudo:
  - do arranjo experimental
  - do objeto
  - da figura no plano de Fourier
  - da imagem recomposta do objeto
  - dos filtros
  - da transformada com os filtros aplicados
  - da imagem recomposta depois de filtrada

**ATENÇÃO AO LIMITE DE PÁGINAS (=4= 2 folhas)**  
**ATENÇÃO AO TAMANHO DA SÍNTESE (<3Mb)**

# Filtros

Fenda variável

Dois furos diferentes





**Veja como a transformada dá informações precisas sobre o objeto difrator, tanto quanto à geometria quanto às dimensões:  $f$  é a frequência espacial**

