

Física Experimental IV

www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Profa. Eloisa Szanto
eloisa@dfn.if.usp.br
Ramal: 7111
Pelletron

Aula 5 – Computador Óptico Ótica Geométrica: Lentes

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin
nelson.carlin@dfn.if.usp.br
Ramal: 6820
Pelletron

Prof. Paulo Artaxo
artaxo@if.usp.br
Ramal: 7016
Basílio, sala 101

A collage of 24 images arranged in a 4x6 grid. The images show various animal eyes and optical lenses. The eyes include a monkey's eye, a bat's eye, a gorilla's eye, a bird's eye, a frog's eye, a snake's eye, a human eye, a yellow eye, a colorful eye, a white eye, a yellow eye, a colorful eye, a frog's eye, a bat's eye, a human eye, a frog's eye, a snake's eye, and a colorful eye. The lenses include a white lens, and a white lens.

**ÓPTICA GEOMÉTRICA -
LENTES**

Exp #2: Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
 - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
 - Interferência e difração
 - Computador óptico
 - Análise de Fourier bi-dimensional
 - Processamento de imagens

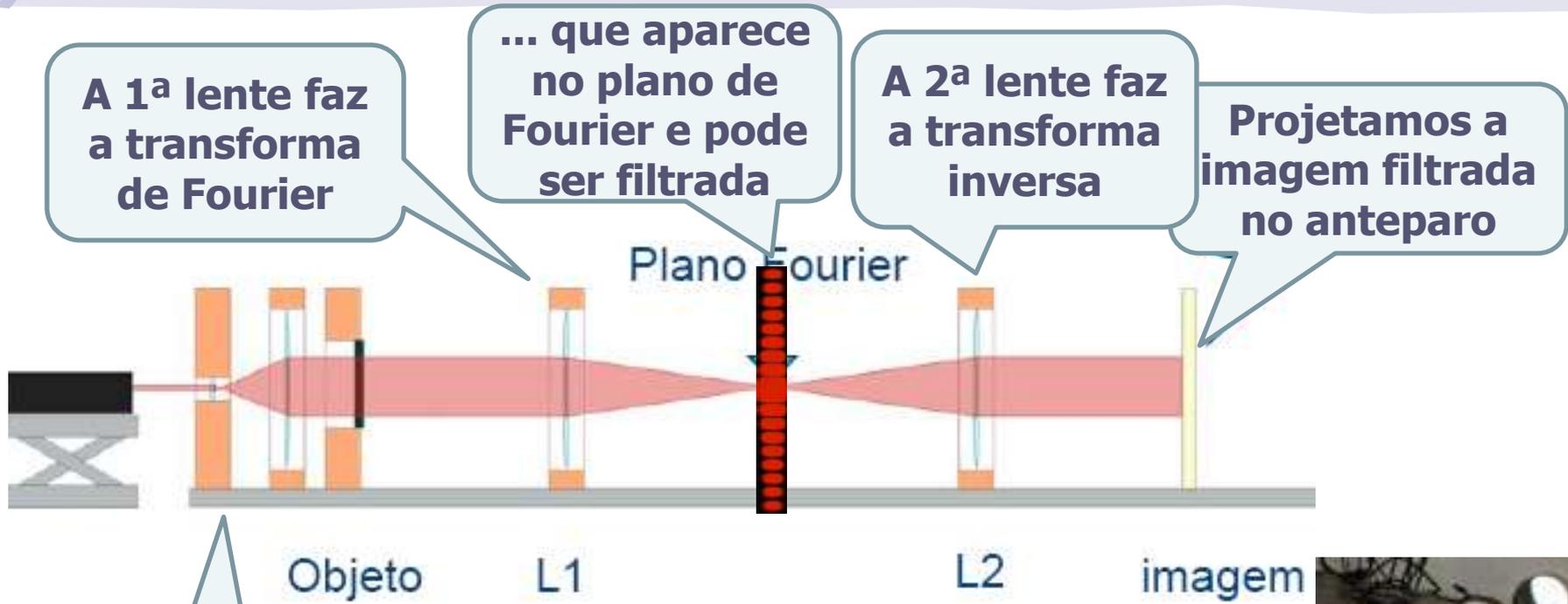


Computador ótico

- **Computador ótico** é um dispositivo que permite a manipulação de imagem de maneira controlada sem a necessidade de efetuar cálculos complicados.
- Esse dispositivo pode e vai ser construído e estudado no laboratório e vamos, nas próximas aulas, discutir como fazê-lo em detalhe.



Como funciona?



o laser ilumina o objeto

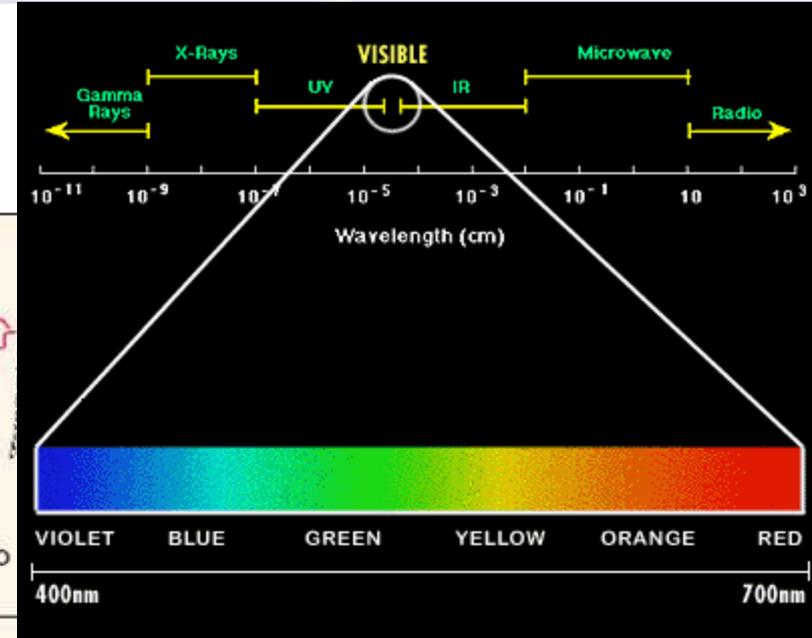
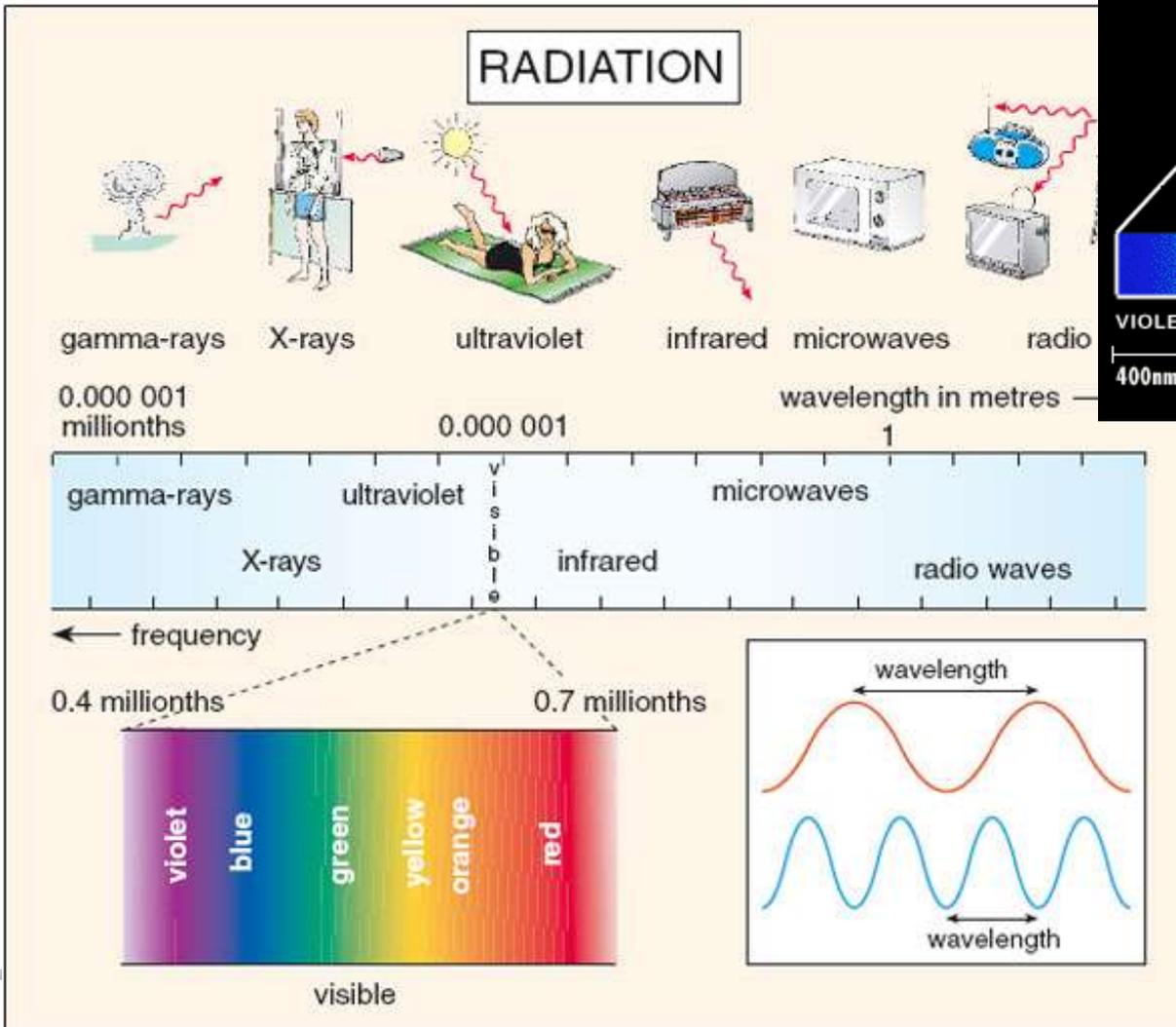
COMPUTADOR ÓTICO



Programação da Exp. 2

- Aula 1: óptica geométrica
 - Medidas com lentes convergente e divergente
- Aula 2: laser
 - Aumento do diâmetro do laser
 - Estudo de figuras de difração
- Aula 3: difração
 - Mínimos de difração com o espectrofotômetro
 - Transformada de Fourier
- Aula 4: computador ótico
 - Iluminar um objeto com o Laser, aplicar um filtro na transformada de Fourier e recompor a imagem filtrada
- Aula 5: ImageJ
 - Tratamento de imagem no computador

Radiação Eletromagnética



A luz visível é um pequeno intervalo do espectro eletromagnético

O que é óptica geométrica?

- A luz é uma onda eletromagnética, portanto todos os fenômenos ondulatórios se aplicam:
 - Interferência, difração, etc...
- Os efeitos ondulatórios são mais importantes quando o sistema possui dimensões compatíveis com os comprimentos de onda envolvidos
- A **óptica geométrica** despreza os efeitos ondulatórios, o que é válido apenas quando o comprimento de onda da energia radiante é pequeno se comparado às dimensões físicas do sistema óptico com o qual ela interage.

O que é óptica geométrica?

- Em outras palavras, **a óptica geométrica é válida no limite em que o comprimento de onda da luz tende a zero.**
- Os comprimentos de onda típicos da **luz visível** estão entre 400 a 700 nm.
 - Sistemas macroscópicos simples, do dia a dia, possuem dimensões tais que $\lambda/d < 10^{-3}$, ou seja, os efeitos ondulatórios são muito pequenos.
- Nestes caso, a óptica geométrica permite:
 - Aproximar **a propagação da luz como retilínea.**
 - Descrever , de uma maneira simplificada, a alteração na propagação dos raios luminosos ao passarem por aparatos que refletem e/ou refratam a luz.

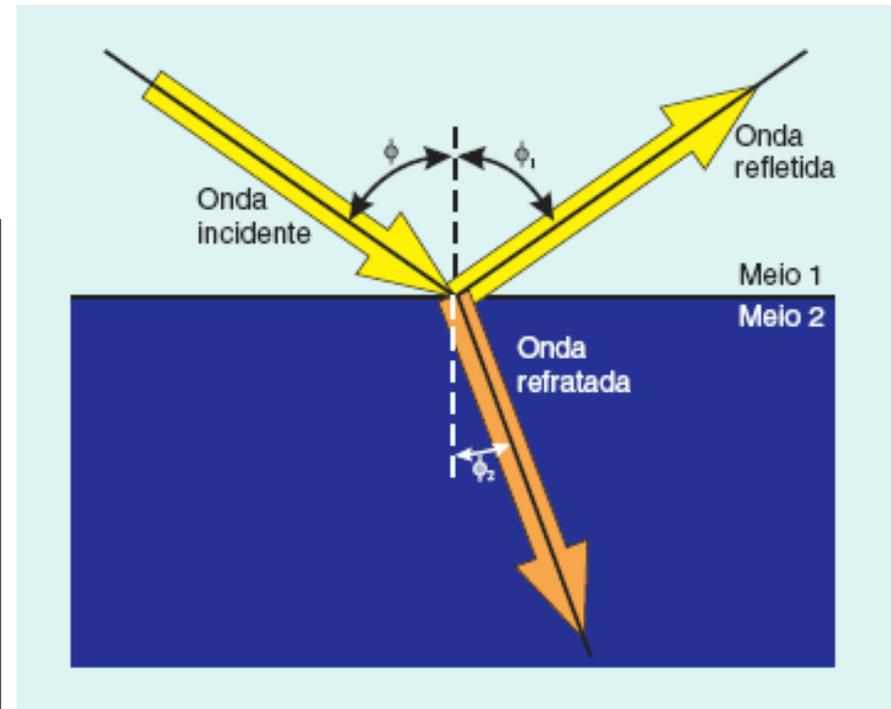
Propagação de um Raio Luminoso

- Quando a luz atinge uma superfície de separação entre meios de propriedades óticas diferentes ocorre:
 - Reflexão
 - Refração

Índice de refração:

razão entre a velocidade da luz no meio e no vácuo

$$n = \frac{c}{v} > 1$$

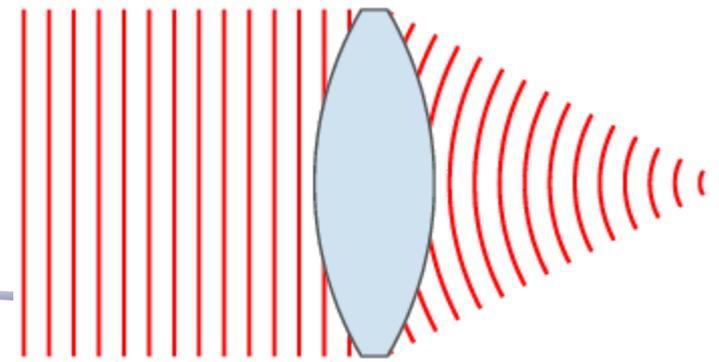
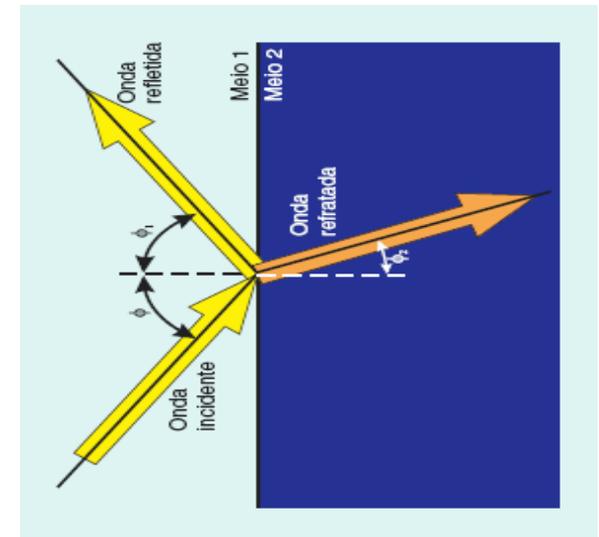


Refração

- O raio luminoso refratado em uma superfície muda de direção de acordo com a lei de Snell:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$

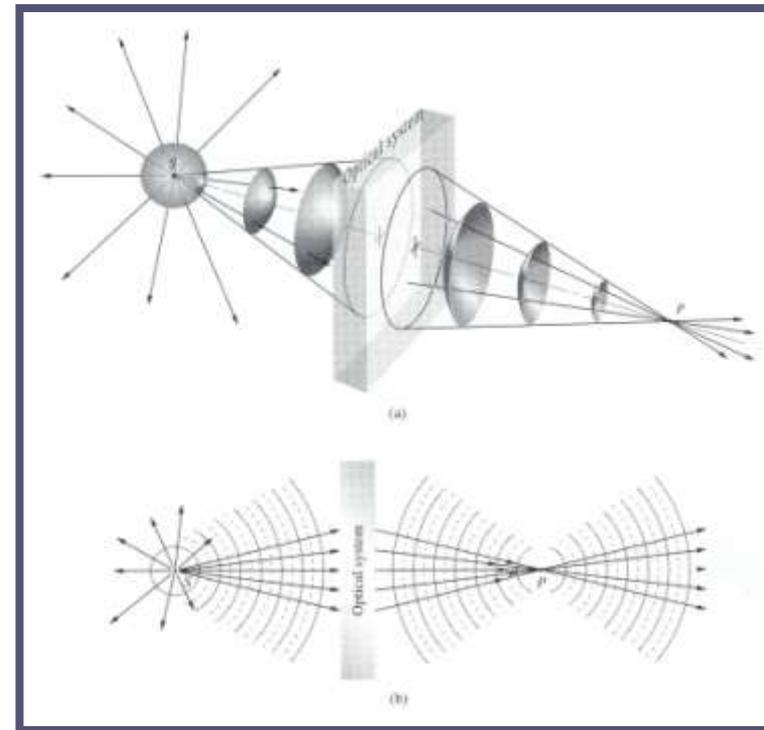
- Esse é o **princípio básico de funcionamento das lentes**, pois determina a mudança de direção dos raios luminosos



Lentes

Lente é um dispositivo que muda a distribuição de energia transmitida, quer se trate de ondas eletromagnéticas (visíveis, ultra-violeta, infravermelho, microonda, ondas de rádio), ou mesmo de ondas sonoras ou ondas de gravidade.

- O sistema refrator tem que estar imerso em um meio de índice de refração diferente do seu próprio
- E o formato é construído de forma a alterar a direção dos raios luminosos incidentes da maneira desejada



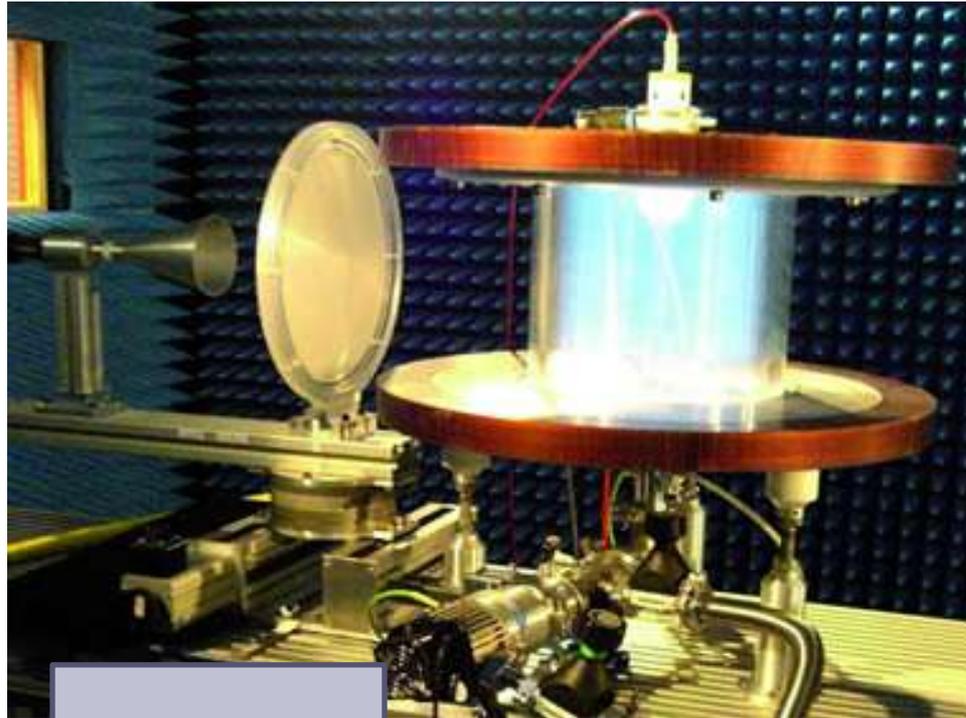
Lentes: Exemplos

Lente de farol



RAIOS DE LUZ

Lentes: Exemplos



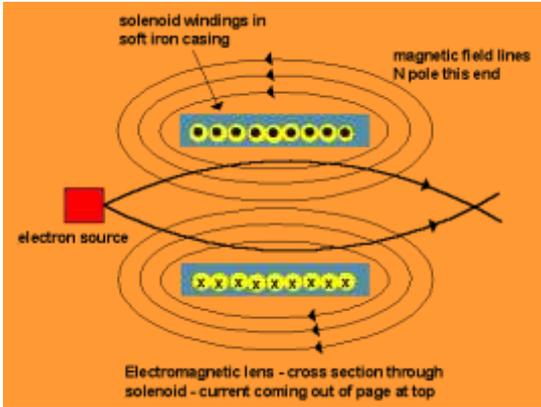
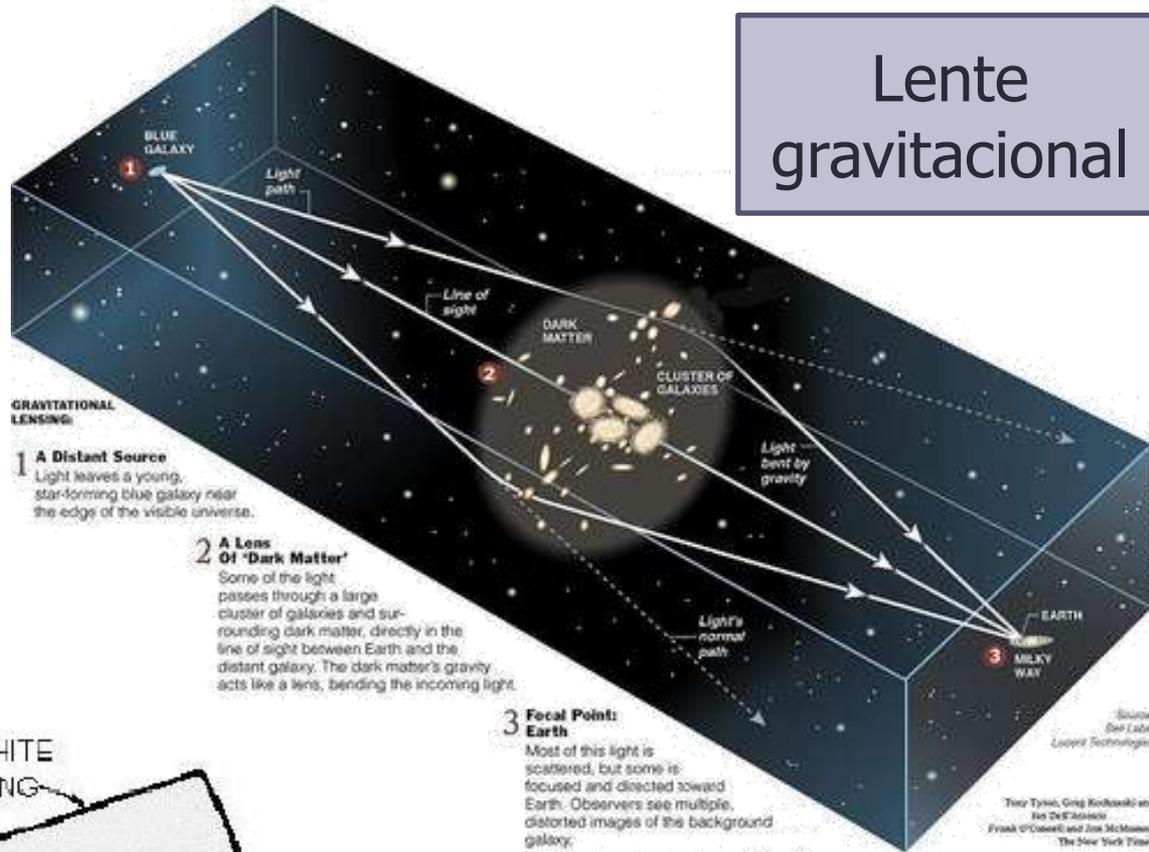
Lente de plasma



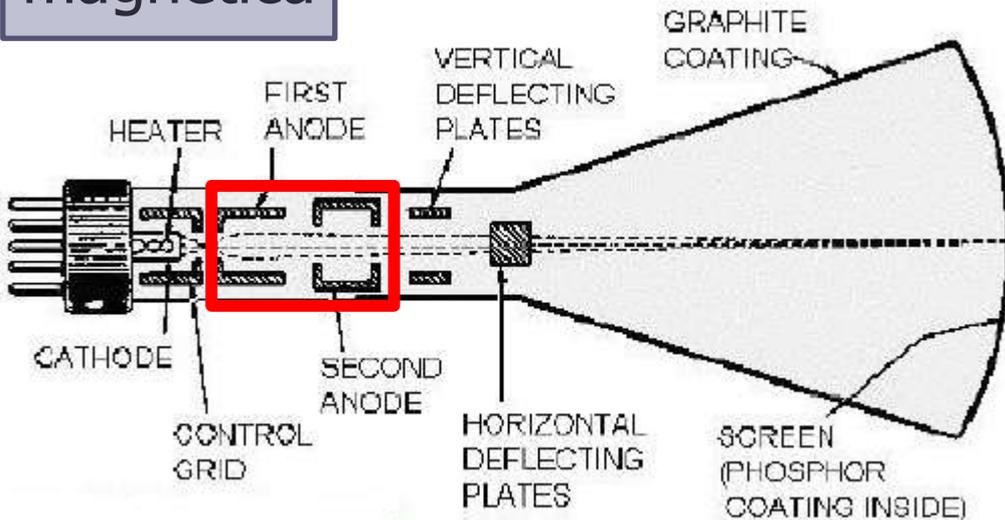
Lente acústica

Lentes: Exemplos

Lente gravitacional



Lente magnética

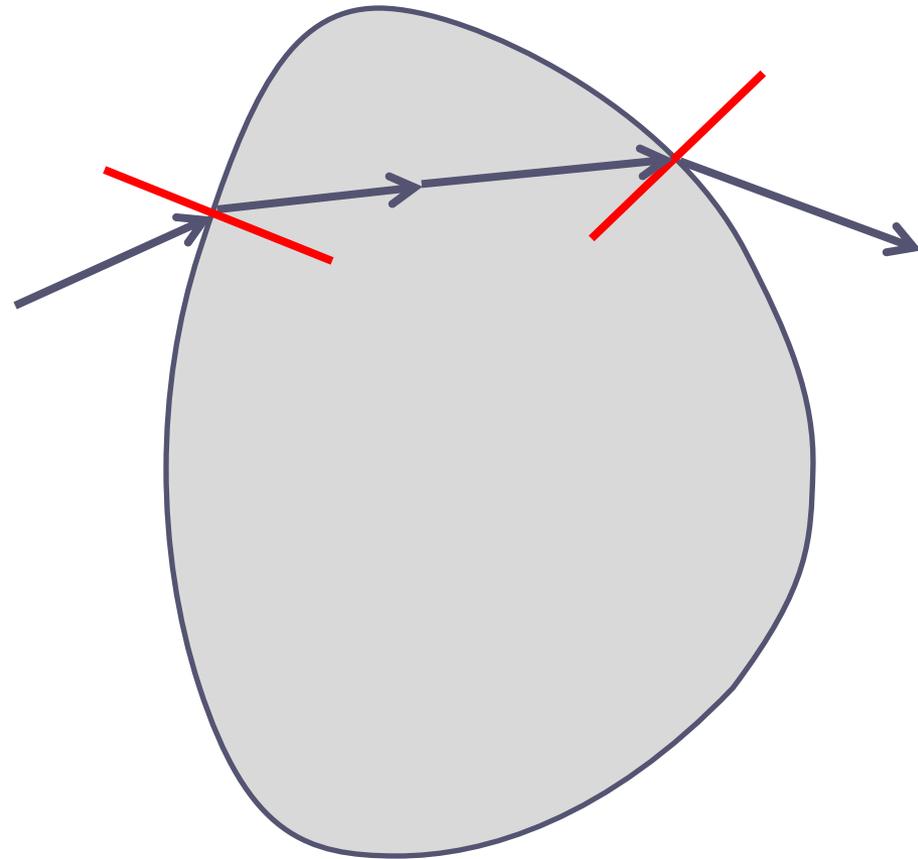


Funcionamento das Lentes

Vamos nos ater às lentes para luz visível.

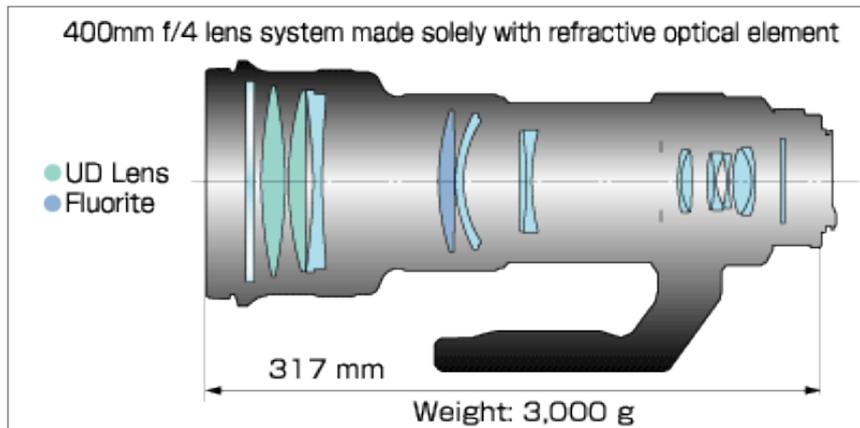
O funcionamento de uma lente é simples:

- Luz incide em uma das superfícies
- Ocorre refração nesta superfície
- A luz se propaga para a segunda superfície
- Ocorre nova refração



Tipos de Lentes: Complexidade

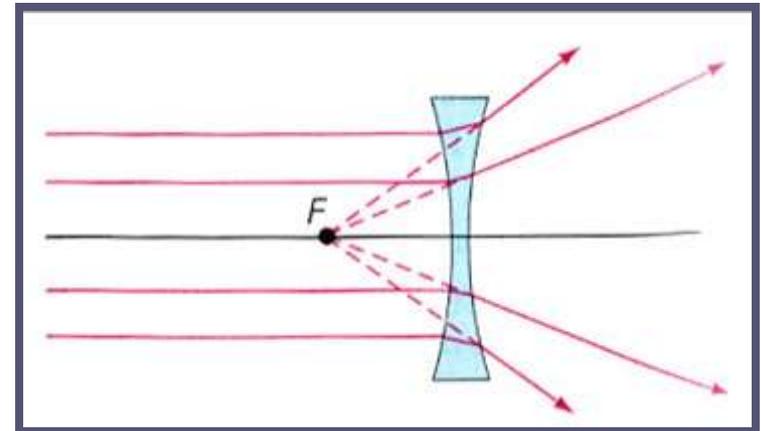
- Lentes podem ser:
 - simples: quando têm um único elemento óptico
 - compostas: quando têm mais de um elemento óptico



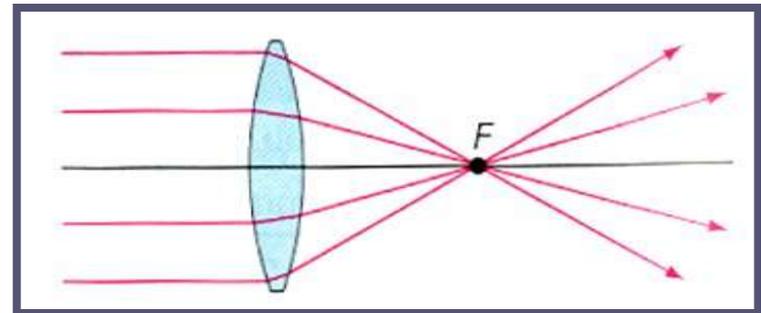
Tipos de Lentes: Convergência

- Quanto à reconfiguração da frente de onda as lentes podem ser convergentes ou divergentes.

Lentes divergentes: distância focal negativa → os raios se afastam (mais fina no centro que nas bordas)



Lentes convergentes: distância focal positiva → os raios se aproximam (mais espessa no centro que nas bordas)



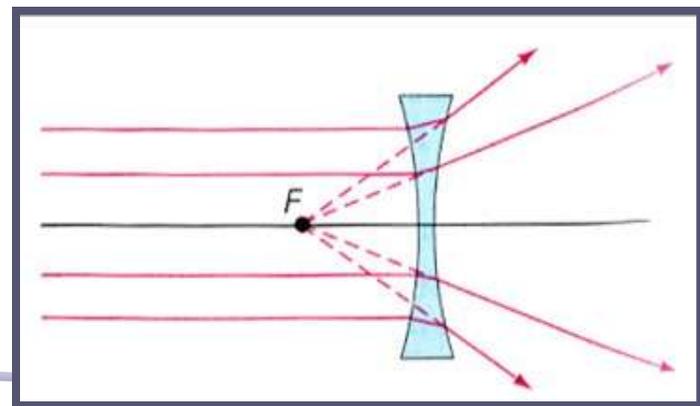
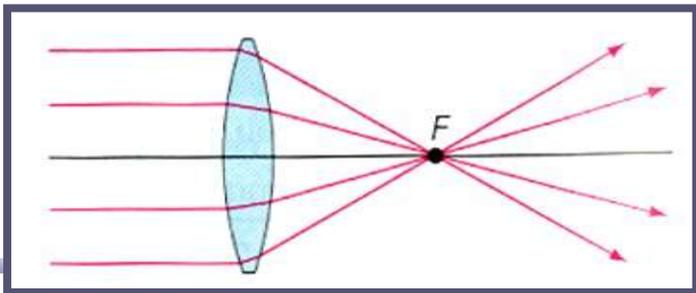
Tipos de Lentes: Dimensões

- Lentes podem ser **delgadas** ou **espessas**
 - Lentes delgadas são aquelas que as suas dimensões não importam, ou seja, não importa onde o raio de luz atinge a lente, o efeito será sempre o mesmo.
 - Lentes espessas são aquelas que as dimensões e posição de incidência dos raios são importantes
- Lentes delgadas são muito mais simples de fazer previsões.



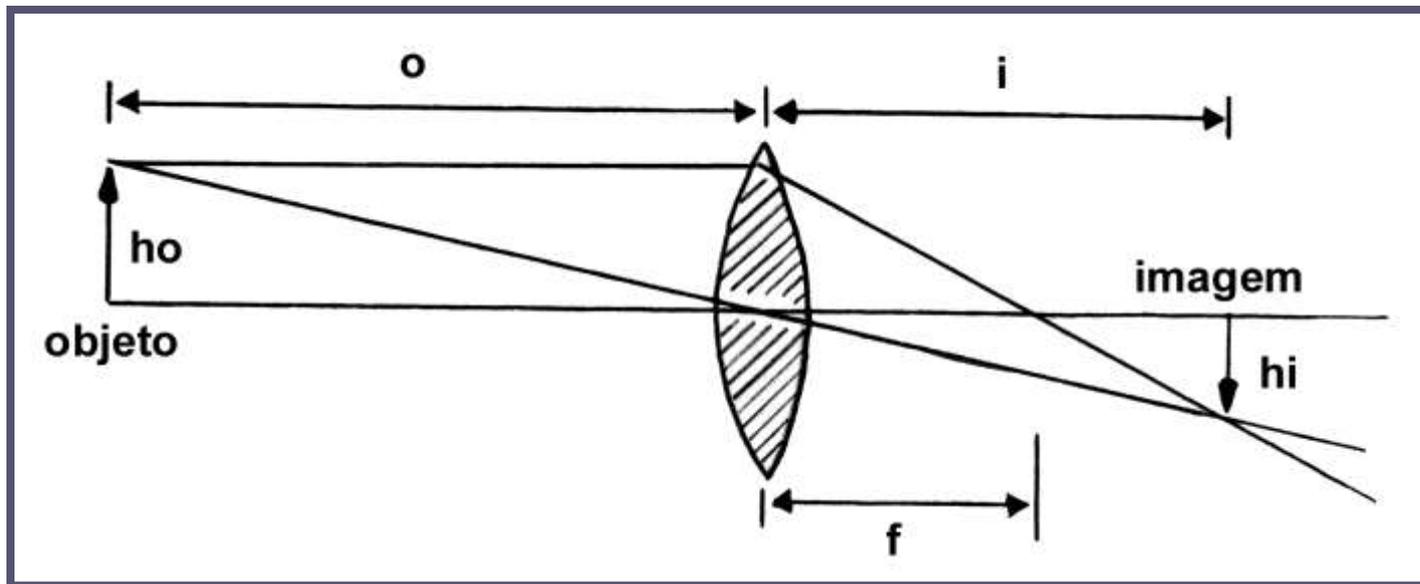
Lentes Delgadas

- Toda lente delgada é caracterizada por uma **distância focal única, independente da face** que o raio luminoso atinge.
- A distância focal (f) é a distância entre o centro da lente e o ponto no qual todos os raios luminosos incidentes paralelo ao eixo da lente convergem (ou divergem)
 - Lentes convergentes: $f > 0$
 - Divergentes: $f < 0$



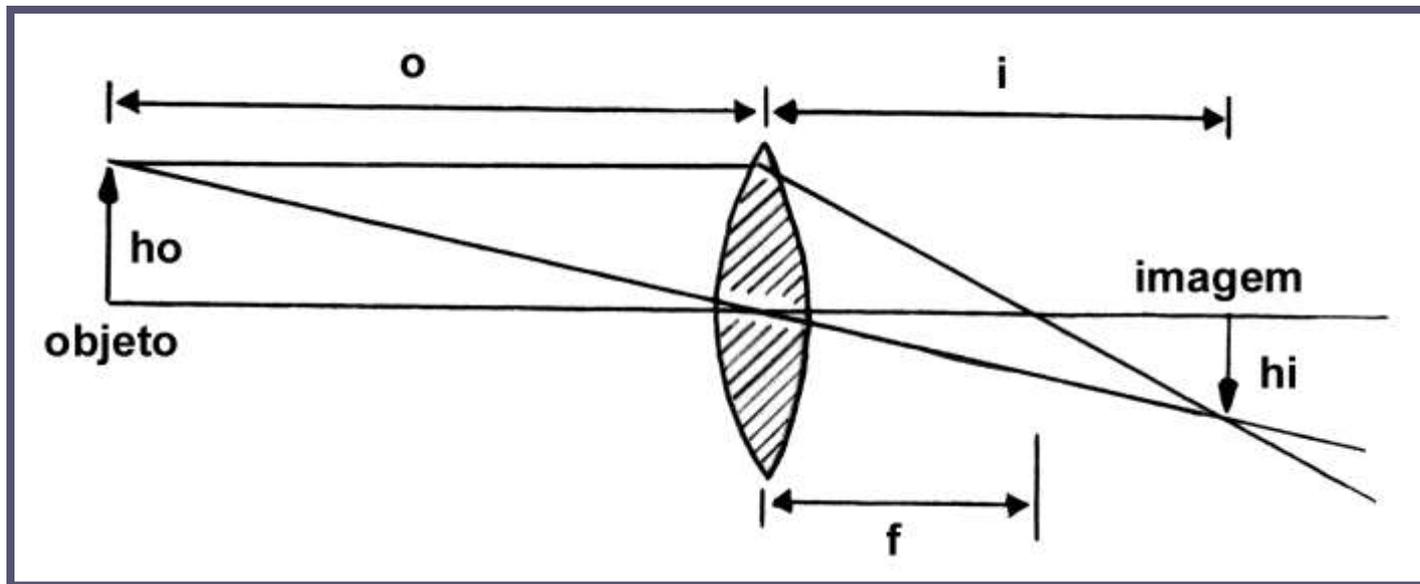
Lentes Delgadas

- Objeto e imagem de uma lente:
 - Distância objeto (**o**) é a distância entre a posição do objeto e o centro da lente.
 - Distância imagem (**i**) é a distância entre a posição da imagem e o centro da lente.



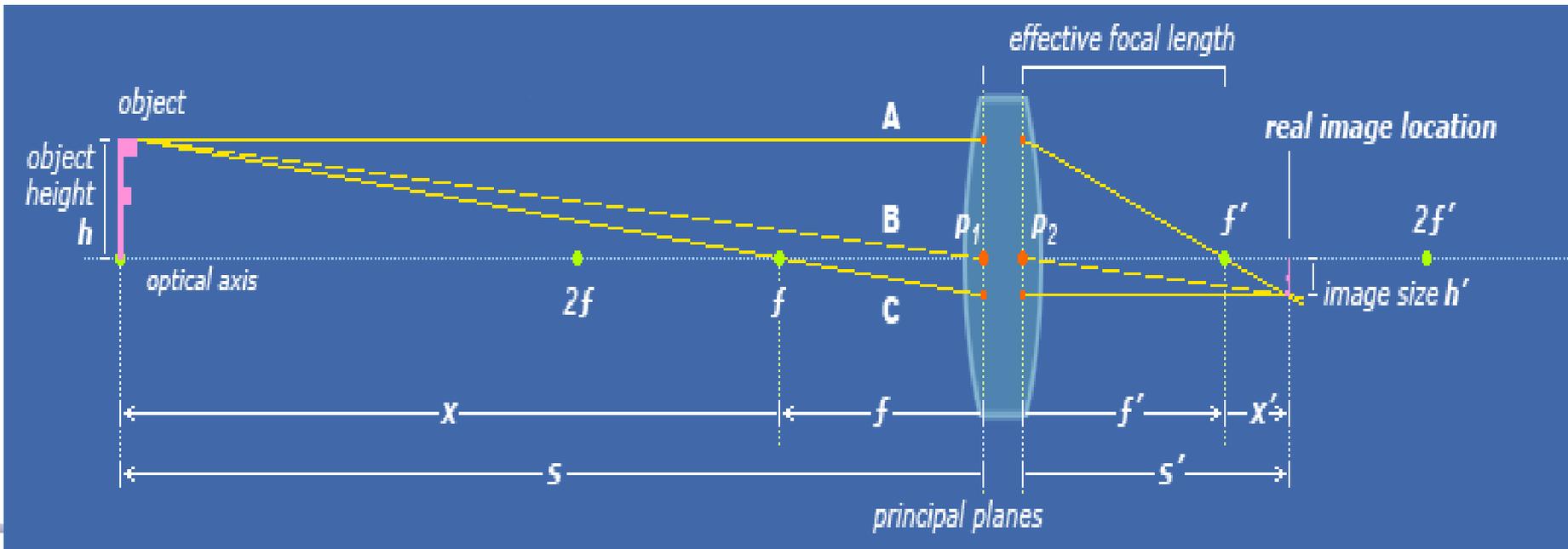
Lentes

- Objeto e imagem de uma lente:
 - Tamanho do objeto (**ho**)
 - Tamanho da imagem (**hi**)
 - Magnificação de uma lente **m = hi/ho = i/o**



Lentes Espessas

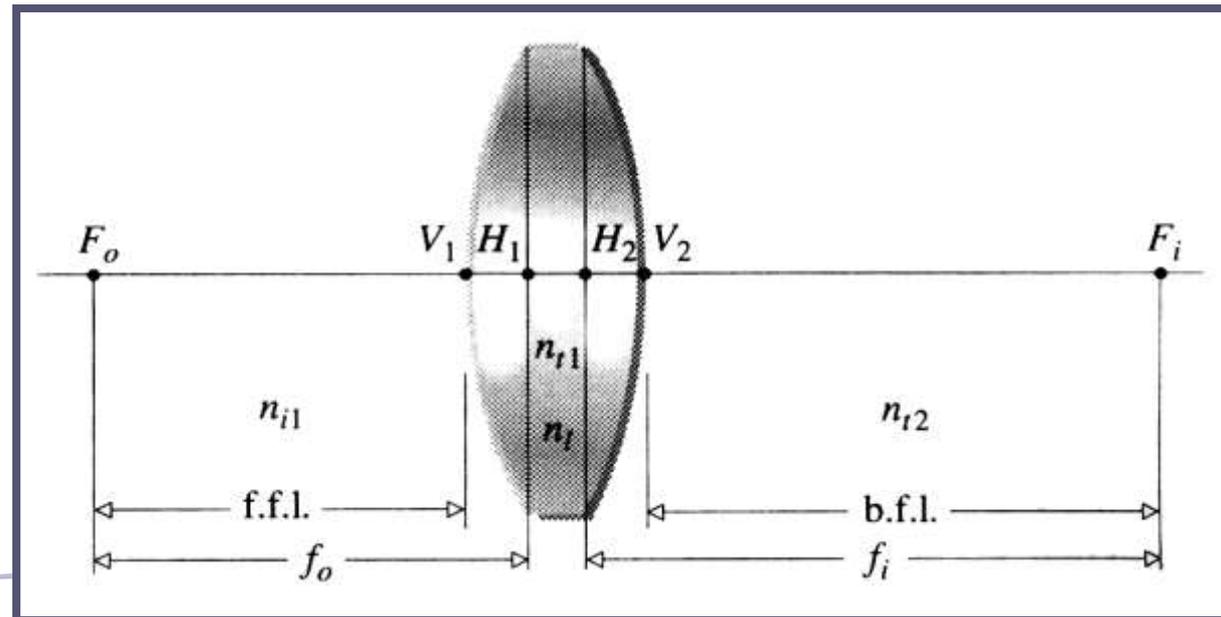
- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada **não são válidas**. Neste caso, tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



Lentes Espessas

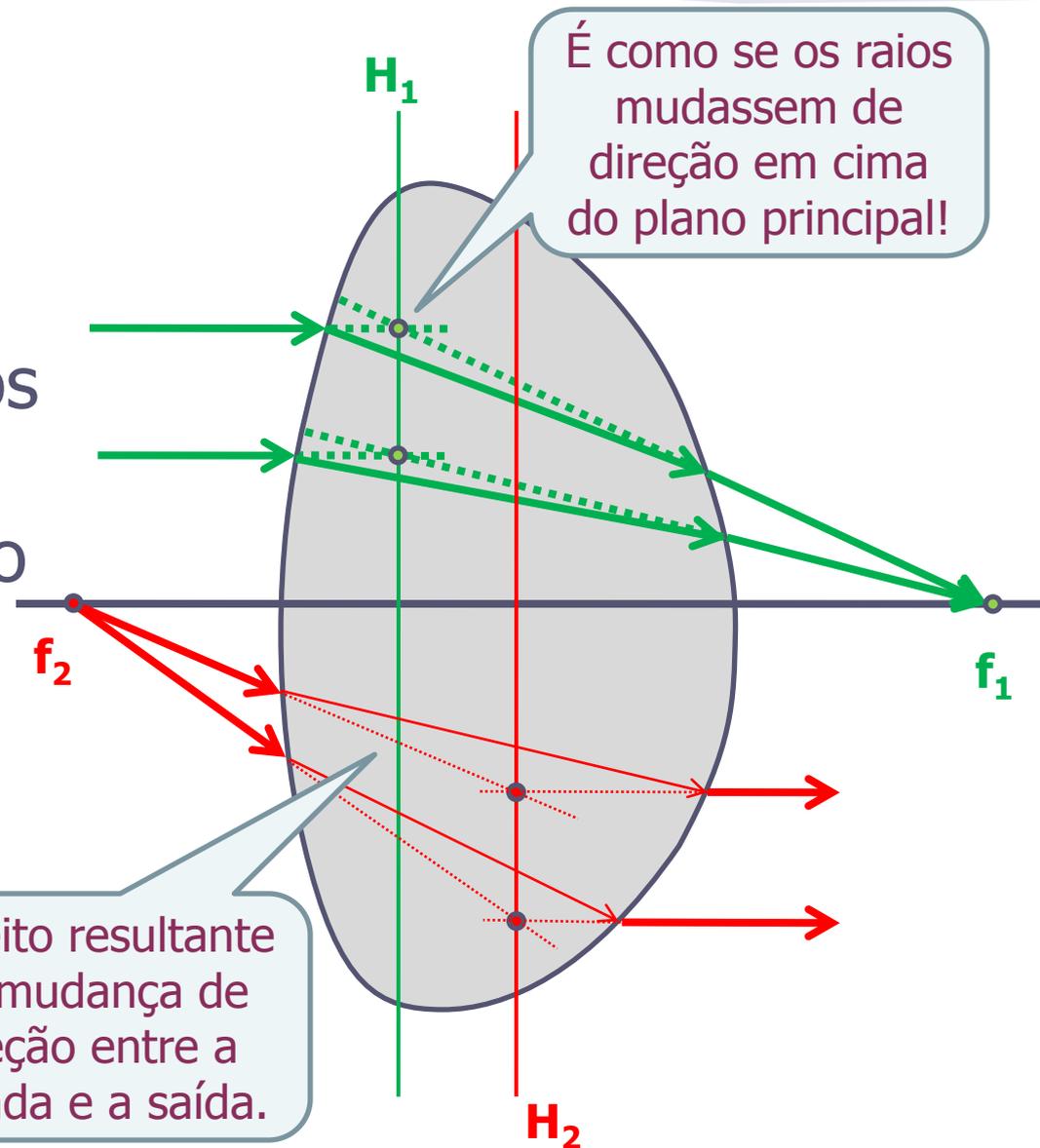
- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais, **f_o**, ou foco objeto; e **f_i**, ou foco imagem.
 - Como a lente está imersa num meio isotrópico (o meio tem o mesmo índice de refração de cada lado da lente) **f_o = f_i**

Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente (**H₁** e **H₂**)



Lentes Espessas

- Os planos principais correspondem ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente

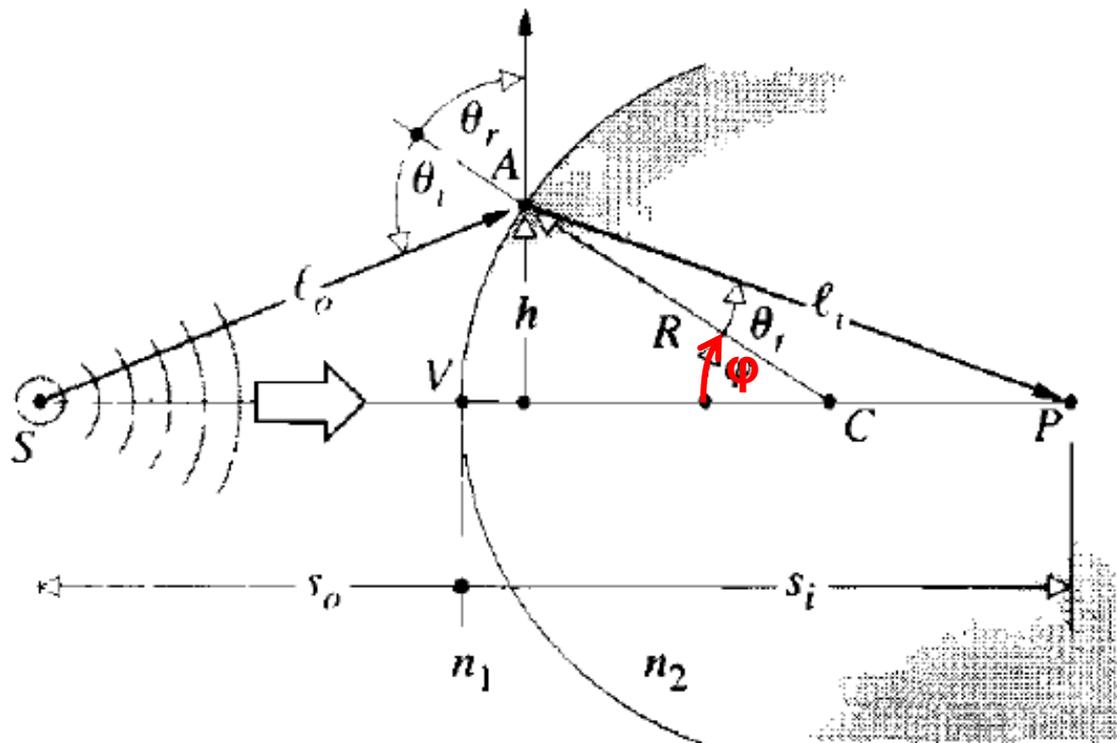


Lentes: Trajetórias Dos Raios

- O cálculo das trajetórias de raios luminosos é bastante complexo e trabalhoso
- Necessita-se saber os ângulos de incidência em cada uma das superfícies, os respectivos índices de refração e as distâncias/formas das superfícies
- **Uma técnica utilizada para facilitar estes cálculos é o método matricial**
 - Vamos fazer esse cálculo tanto para lente delgada quanto para lente espessa sempre dentro da aproximação paraxial

Aproximação Paraxial

- Para aplicar o método matricial nos moldes que iremos discutir, é necessário que os raios luminosos sejam paraxiais
- Um raio paraxial tem direção próxima da direção do eixo, ou seja, incide na lente em ângulos pequenos, de tal modo que:



$$\tan \varphi \approx \varphi < 10^\circ$$

$$h < R / 6$$

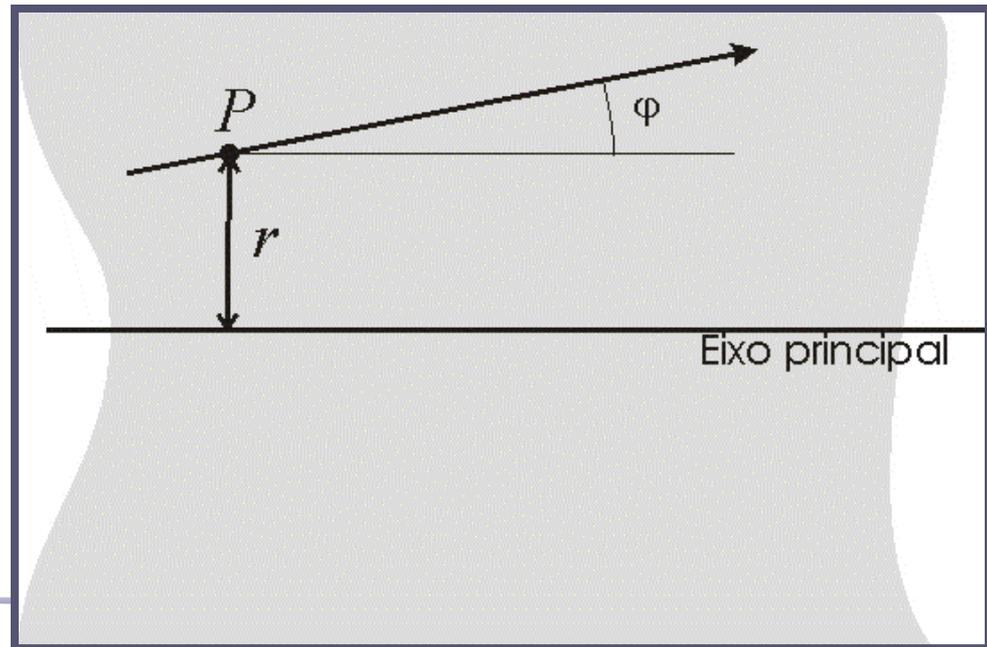
Figure 5.6

Refraction at a spherical interface. Conjugate foci.

Método Matricial de Cálculo da Trajetória

- Seja um raio luminoso **R** em um meio óptico qualquer. Podemos caracterizar, em qualquer ponto **P**, este raio luminoso pela distância ao eixo óptico principal e o ângulo que ele faz com esse eixo.

$$P = \begin{pmatrix} r \\ \varphi \end{pmatrix}$$



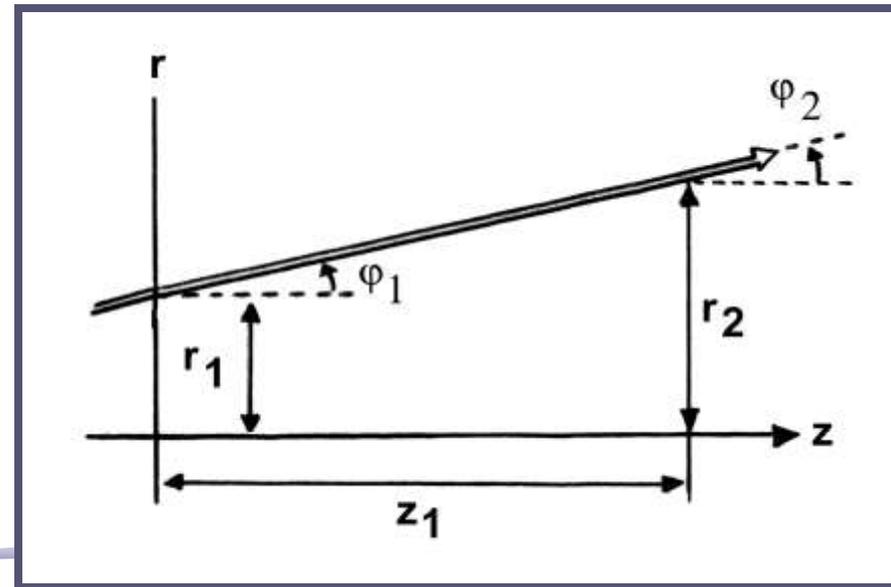
Método Matricial

- O método matricial descreve a trajetória do raio luminoso de um ponto P_1 para outro ponto P_2 , num meio qualquer, através de uma matriz de transformação M :

$$P_1 = \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = MP_1$$



Tratamento Matricial

- Assim, a transferência do raio luminoso de um ponto P_1 para outro ponto P_2 em um meio pode ser escrita como:

$$P_2 = MP_1 = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} P_1$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} r_2 &= Ar_1 + B\varphi_1 \\ \varphi_2 &= Cr_1 + D\varphi_1 \end{aligned}$$

Lentes : tratamento matricial

- Devido à reversibilidade dos raios luminosos, as matrizes de transformação devem ser reversíveis. A transformação inversa é feita através do inverso da matriz de transformação, ou seja:

$$P_1 = M^{-1} P_2$$

- O teorema de Liouville diz que a área de um feixe luminoso é conservada no espaço de fase (r e φ), portanto:

$$\det M = \det M^{-1} = 1$$

Vários meios diferentes

- ▣ A vantagem do método matricial é poder escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido (elemento ótico) e combiná-las.
- ▣ Seja, por exemplo, uma propagação do ponto \mathbf{P}_1 para \mathbf{P}_2 que passa por vários meios distintos. A transformação, neste caso, é:

$$P_2 = M_n M_{n-1} \cdots M_2 M_1 P_1$$

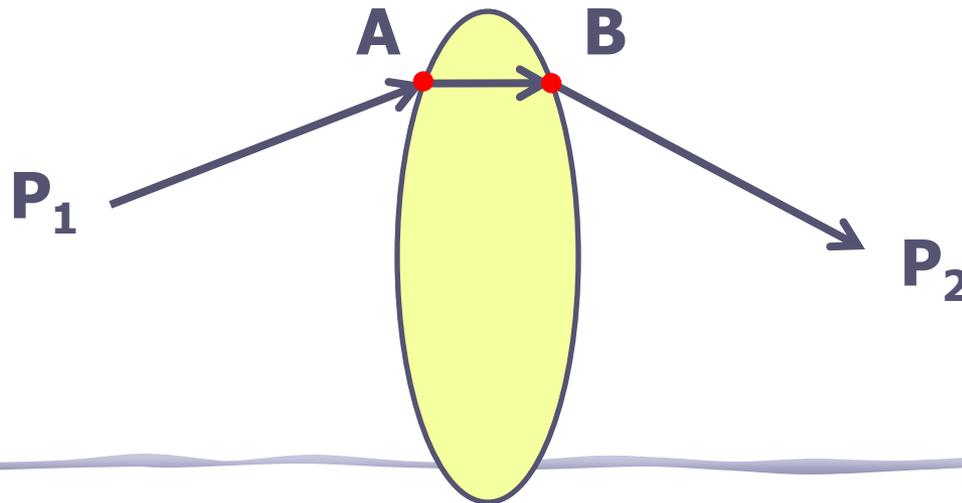
Exemplo: Lente Simples

- Do ponto P_1 para P_2 temos que:

$$P_2 = M_{P_1 \rightarrow P_2} P_1$$

- A matriz é a composição de três transformações diferentes:

$$M_{P_1 \rightarrow P_2} = M_{B \rightarrow P_2} \cdot M_{A \rightarrow B} \cdot M_{P_1 \rightarrow A}$$



Exemplo: Lente Simples

- De P_1 para A , propagação em linha reta:

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

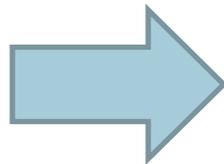
$$r_2 = r_1 + d \tan \varphi_1$$

- Aprox. paraxial:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 \approx \operatorname{sen} \varphi_1 \approx \varphi_1$$

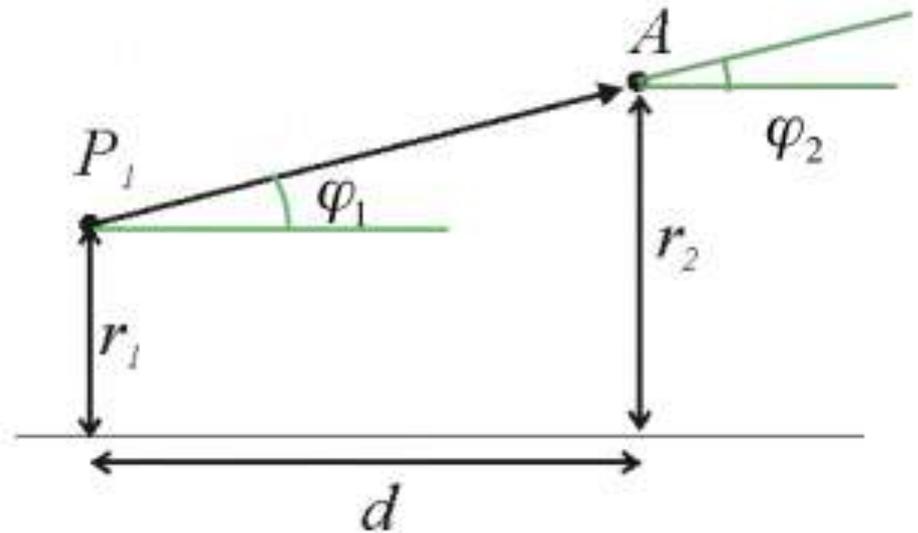
- Portanto:

$$r_2 = r_1 + d \cdot \varphi_1$$



$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_{P_1 \rightarrow A}} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

$M_{P_1 \rightarrow A}$



Exemplo: Lente Simples

- De A para B, propagação dentro da lente
- Aprox. lentes delgadas:

$$A \approx B \Rightarrow r_2 \approx r_1$$

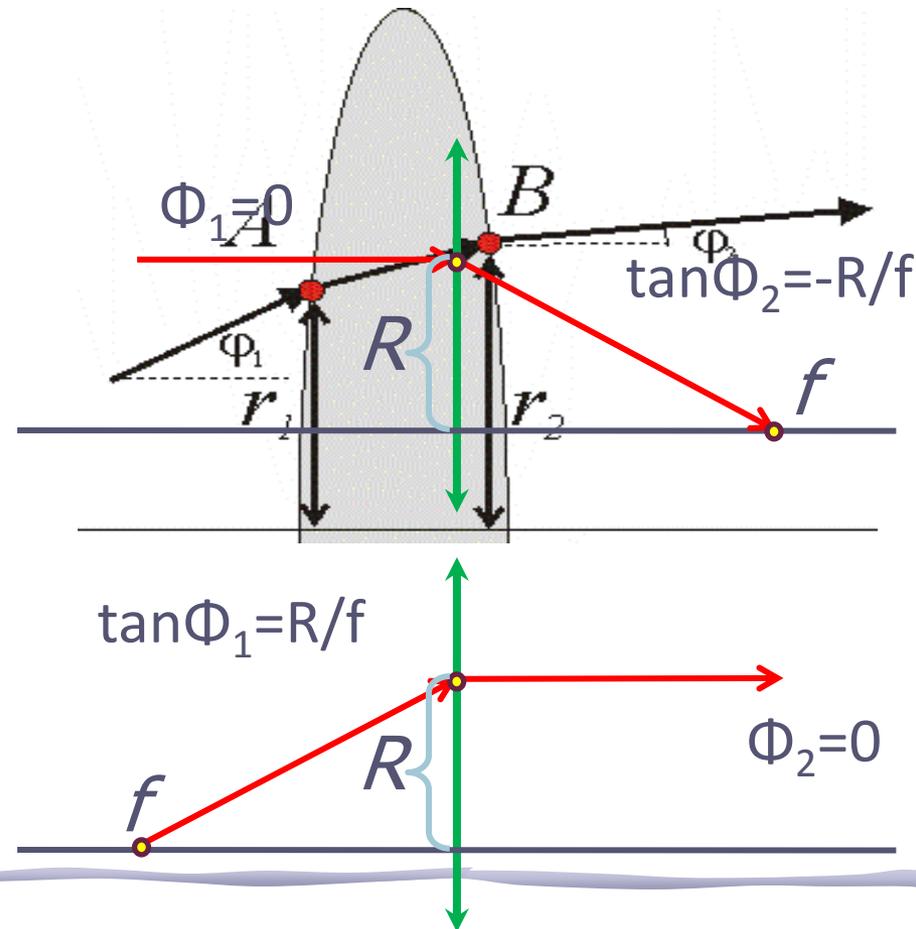
- Além disso temos que:

$$\varphi_1 = R / f \Rightarrow \varphi_2 = 0$$

$$\varphi_1 = 0 \Rightarrow \varphi_2 = -R / f$$

- Dedução na apostila:

$$M_{A \rightarrow B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$



Exemplo: Lente Simples

- Assim, as matrizes de transformação para uma lente simples, delgada são:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação do ponto de saída da lente (B) até o ponto imagem \underline{i} (P_2)

Transformação entre os pontos A e B dentro da lente

Transformação do ponto objeto \underline{o} (P_1) até a lente (A)

Exemplo: Lente Simples

- Para a lente delgada a transformação completa fica:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{i}{f} & o - \frac{io}{f} + i \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

- Ou seja:

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right)r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right)\varphi_1$$

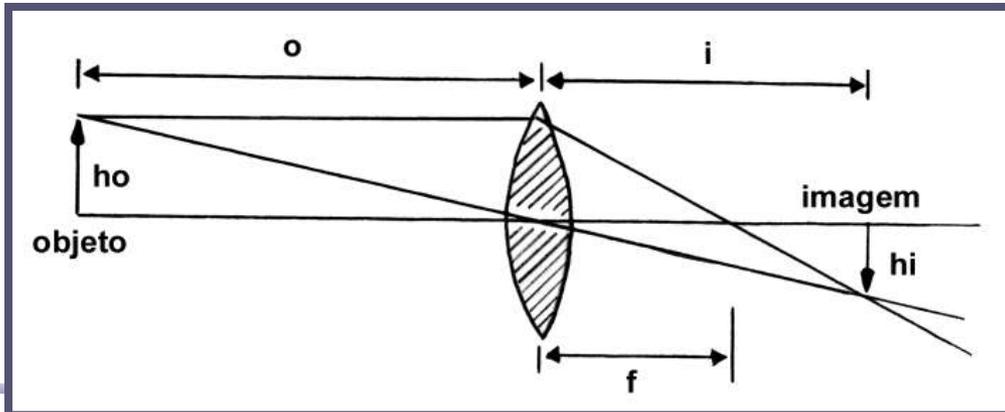
$$\varphi_2 = -\frac{1}{f}r_1 + \left(1 - \frac{o}{f}\right)\varphi_1$$

Equação da lente delgada

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right)r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right)\varphi_1$$

- Mas todos os raios saindo de r_1 chegam no mesmo ponto r_2 independentemente de φ_1 , portanto o 2º termo deve ser nulo:

$$o - \frac{io}{f} + i = 0 \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

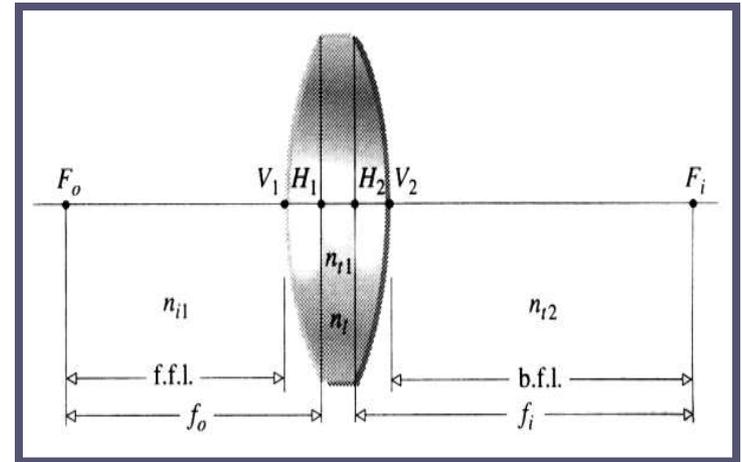


Equação de Gauss para lentes delgadas

Lente espessa: tratamento matricial

- Para a lente espessa a matriz de propagação é mais complicada, porém pode ser demonstrada (ver apostila) e vale:

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{tP_1}{n} & \frac{t}{n} \\ \frac{tP_1P_2}{n} - P_1 - P_2 & 1 - \frac{tP_2}{n} \end{pmatrix}$$



- Onde t é a espessura da lente e P é a potência da superfície é:

$$P_i = \frac{n - 1}{R_i}$$

Lente espessa: foco

- ▣ Uma fórmula que se obtém a partir dessa matriz de transformação é a **equação do fabricante**:

$$\frac{1}{f} = n - 1 \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] + \frac{n - 1^2}{n} \left[\frac{t}{R_1 R_2} \right]$$

- ▣ Se a lente for delgada, a espessura, **t**, é desprezível e o segundo termo vai a zero:

$$\frac{1}{f} \sim n - 1 \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

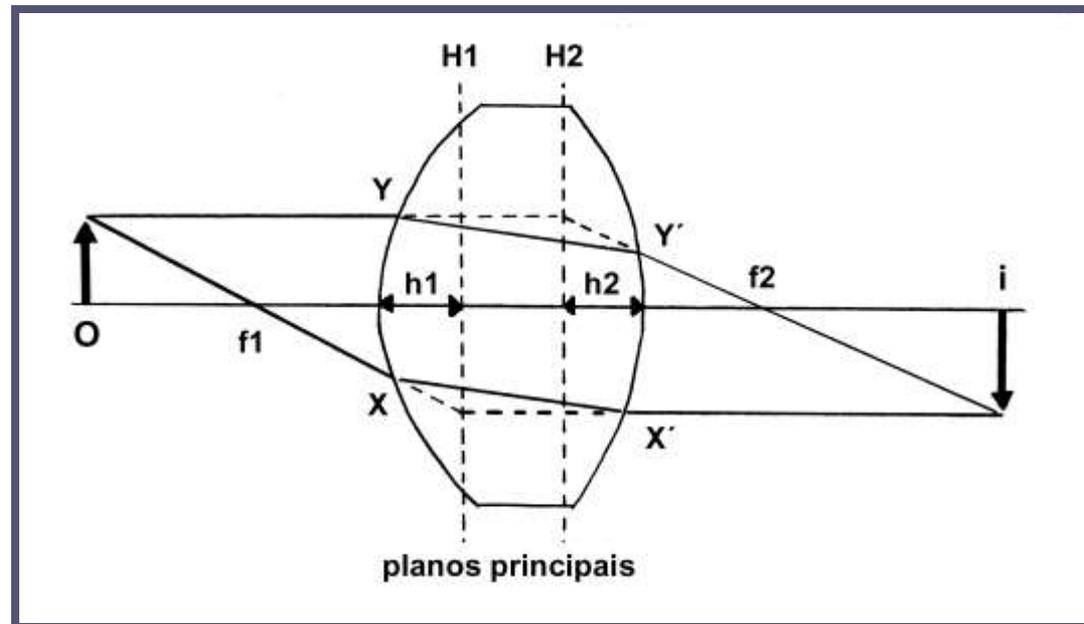
e temos a **equação do fabricante para lentes delgadas**.

Lente espessa

- A posição dos planos principais da lente espessa também sai da matriz de transformação e é:

$$h_1 = \frac{t}{n \left(1 + \frac{P_1}{P_2} - t \frac{P_1}{n} \right)}$$

$$h_2 = \frac{t}{n \left(1 + \frac{P_2}{P_1} - t \frac{P_2}{n} \right)}$$

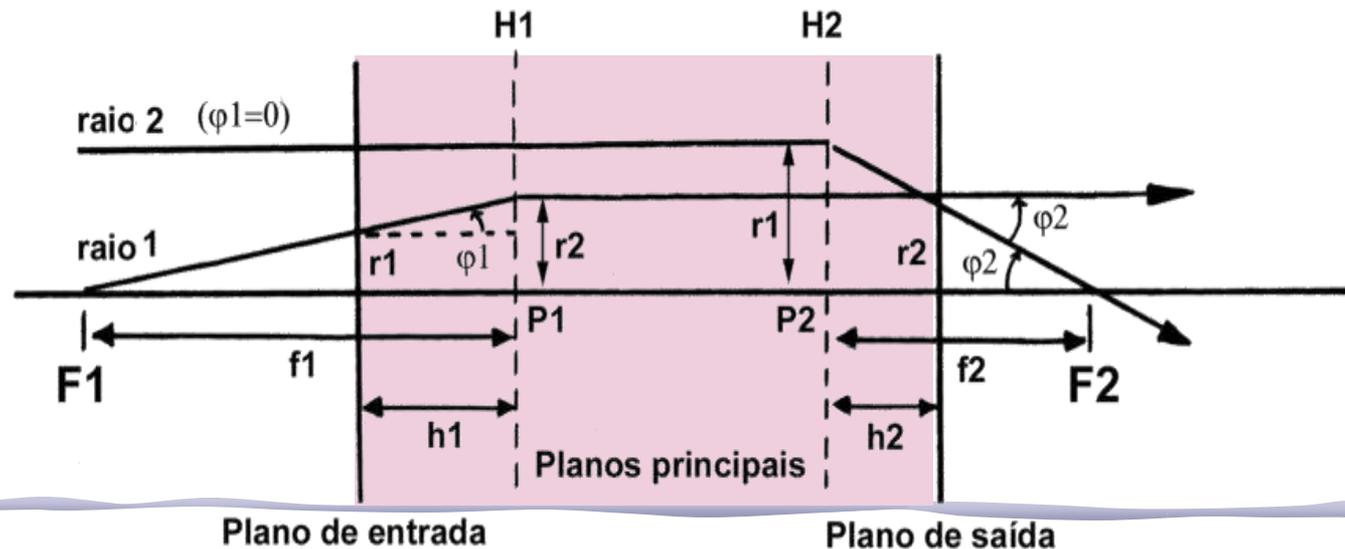


Nessa formula, R1 e R2 não tem sinal, i.e. P1 e P2 são positivos.

Lei de Gauss

- É possível mostrar que a equação de gauss é válida para lentes espessas desde que i e o sejam medidos a partir dos planos principais!
 - Qual é o erro sistemático se a lente for espessa mas você considerá-la delgada?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$



Tarefas 1: para a síntese

- Medir a distância focal de uma lente convergente
 - Estabeleça um procedimento experimental para efetuar as medidas e obter f com incerteza de alguns mm.
 - DICA: é possível fazer com a lei gauss, mas você também poderia usar um laser ou projetar um objeto distante.
 - Tome os dados necessários e obtenha as distâncias focais correspondentes
 - mostre o gráfico, o ajuste, etc...
 - Analise os resíduos (mostre o gráfico) e discuta a qualidade do ajuste
 - Discuta os prós e contras do método proposto

Para pensar...

- Existem várias maneiras de fazer a medida proposta, mas todas envolvem medidas de distância: objeto, imagem, lente, etc...
- Para o método de vocês:
 - Como estimar os erros nas posições?
 - os erros são todos iguais?
 - Os erros são independentes?
 - A distribuição da incerteza é gaussiana?

Tarefas 2: para o relatório

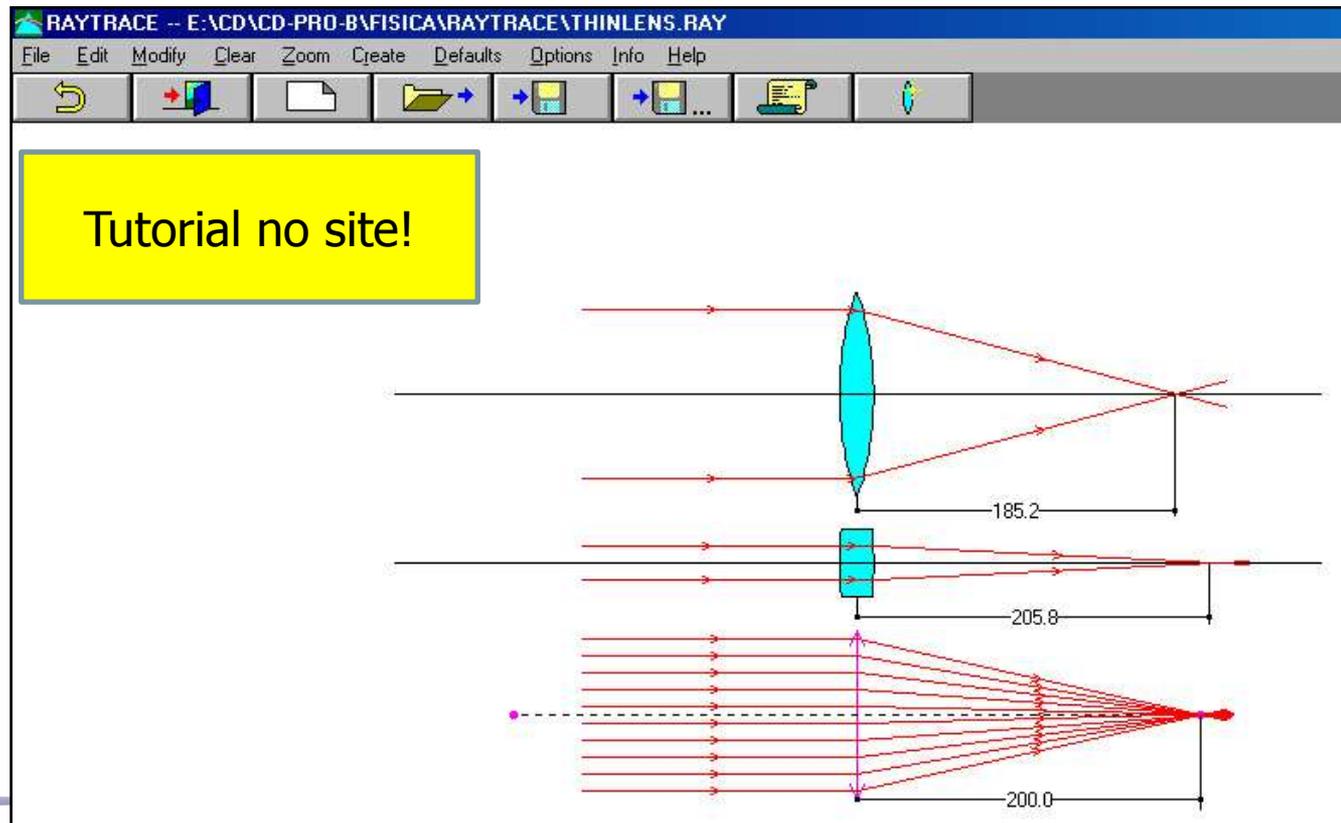
- Você pode garantir que a aproximação de lente delgada é válida para esta lente?
 - **DICA:** considerando uma lente espessa, calcule a posição dos planos principais e estime o erro que você cometeu ao medir i e o na aproximação de lente delgada (em relação ao centro).
 - Que tipo de erro é este?
 - Seus dados permitem você perceber esta diferença?
- Calcule o índice de refração da lente
 - **DICA:** meça as dimensões da lente usando: medidor de raio de curvatura (**cuidado, só temos um!**), micrômetro e paquímetro.
 - Discuta se sua aproximação de lente delgada tem influência na determinação deste valor

Tarefas 3: EXTRA

- Há problemas para se estimar o índice de refração sem assumir uma lente delgada:
 - Você não pode corrigir os valores de i e o porque não sabe o índice de refração...
 - Você não pode calcular o índice de refração porque f foi estimado assumindo lente delgada
- Discuta esta ambiguidade
- Proponha um método e calcule o índice de refração assumindo lente espessa.

Tarefa 4: EXTRA

- A aproximação paraxial é válida para as condições da sua experiência?
 - DICA: você pode usar o programa RayTrace



Experimento Computador Ótico: material

▣ Materiais à disposição:

- ▣ – Bancada ótica milimetrada
- ▣ – Lentes diversas
- ▣ – Objetos luminosos
- ▣ – Anteparos
- ▣ – Lasers, etc.

