Física Experimental IV

Notas de aula: www.fap.if.usp.br/~hbarbosa
LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Profa. Eloisa Szanto
eloisa@dfn.if.usp.br
Ramal: 7111
Pelletron

Aula 5, Experiência 1
Circuitos CA e Caos

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin
nelson.carlin@dfn.if.usp.br
Ramal: 6820
Pelletron

Prof. Paulo Artaxo
artaxo@if.usp.br
Ramal: 7016
Basilio, sala 101

Próximas duas Semanas

- Será que a introdução de efeitos não lineares no RLC muda o comportamento observado?
- Existe algum fenômeno físico interessante e novo que pode ser explorado?
- Resposta: SIM!
  - Nas próximas semanas estudaremos o que acontece se trocarmos o capacitor do circuito por um diodo
    - Diodo → capacitor não linear
  - **A dinâmica muda totalmente → Caos**

O que é Caos ?

Quais são os limites para a dinâmica (evolução temporal) de um sistema físico?

Comportamento regular rígido

- Pêndulos (relógio)
- Sistema massa-mola
- Queda livre
- Circuito RLC comum

Sistemas que apresentam Caos

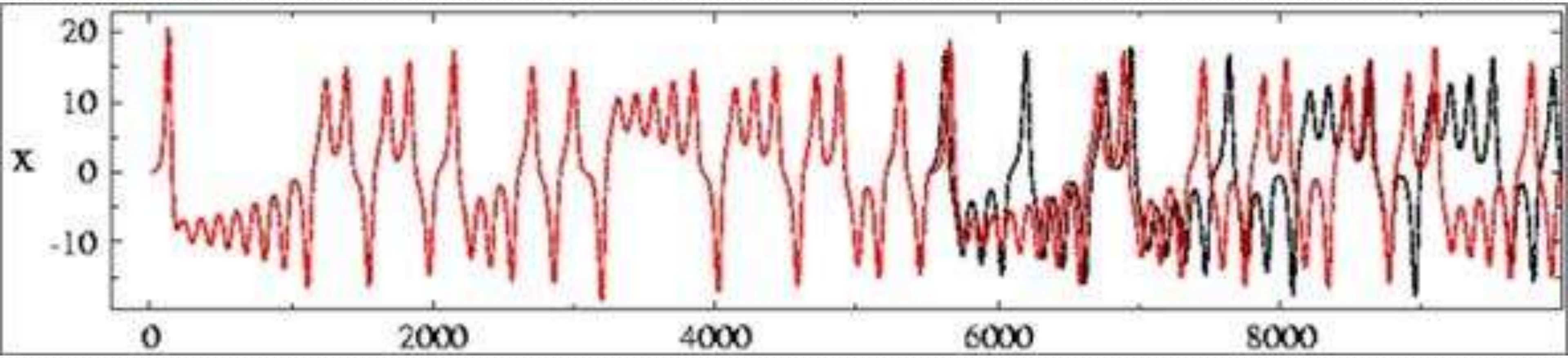
- Clima
- Crescimento populacional
- Pêndulo duplo
- Circuito RLD

Comportamento totalmente aleatório

- Jogo de dados
- Decaimento radioativo
- Movimento Browniano

CAOS: Principais Características

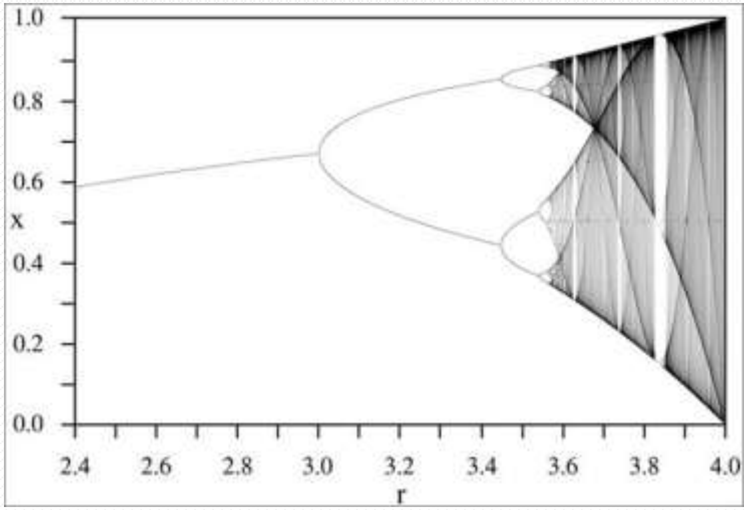
- São sistemas **determinísticos** (não são probabilísticos), ou seja, existem equações que descrevem sua evolução, e as equações são **não lineares**.
- Apresentam **sensibilidade a condições iniciais**, ou seja, soluções partindo de condições iniciais muito próximas divergem rapidamente.
- As trajetórias são muito irregulares



CAOS: Como se chega lá?

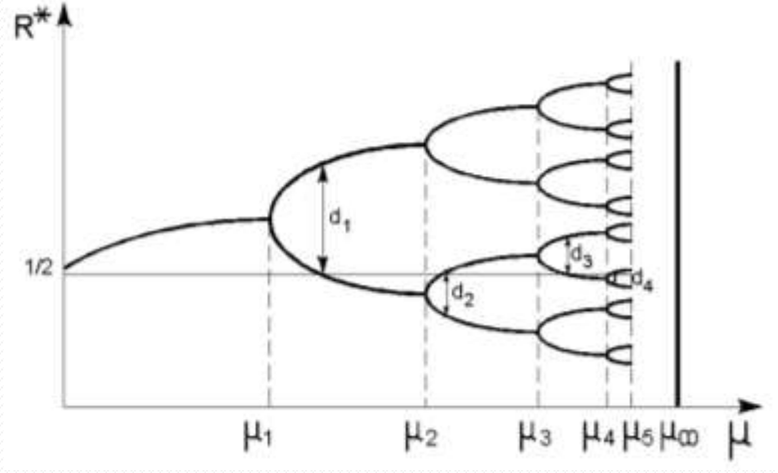
Bifurcação

- A rota mais comum para o caos é a **bifurcação de períodos** (cenário de Feigenbaum).
- Dobra-se o número de atratores para valores do parâmetro de controle **$\mu = \mu_n$** cada vez mais próximos



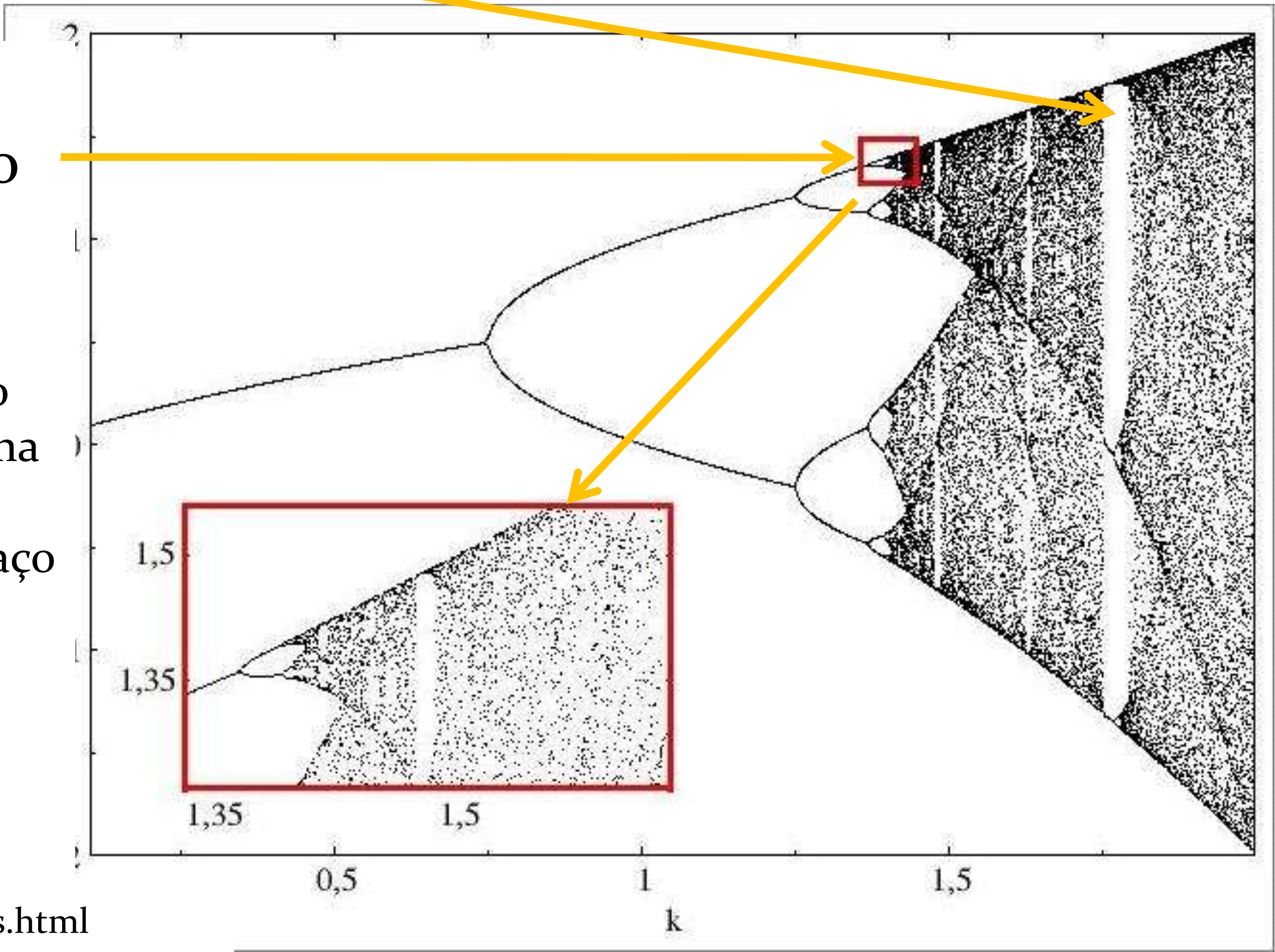
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_{n+1} - \mu_n} = \delta$$

$$\delta = 4{,}66920160910299909\ldots$$



Caos e Fractais

- A sucessão de dobramentos do período acaba levando ao domínio caótico, que *parece* (**mas não é**) uma nuvens de pontos dispersos.
- No meio do caos, há janelas indicando uma dinâmica organizada e previsível.

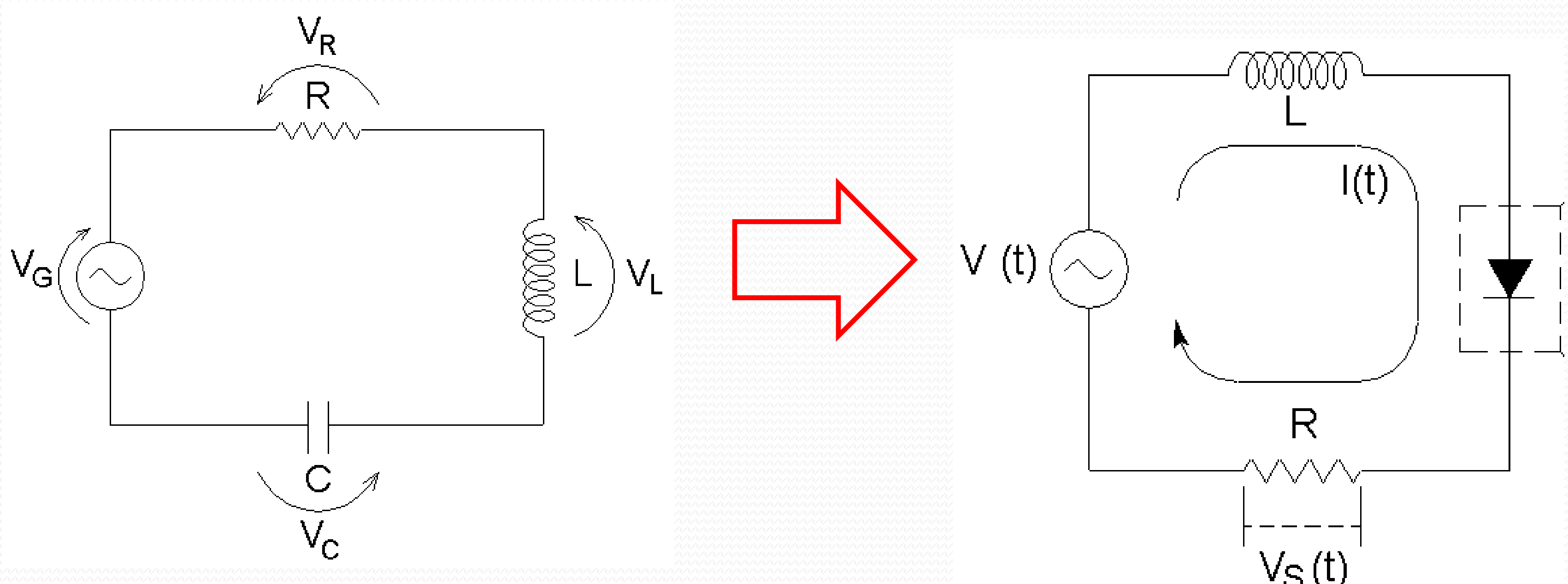


- Um pequeno pedaço é similar ao diagrama todo ⇒ fractal.
- … Ou melhor: o domínio caótico aparece como uma nuvens de pontos com dimensão fractal no espaço de parâmetros

http://complex.upf.es/~josep/Chaos.html

Objetivos Para as Próximas Semanas

- Estudar o circuito RLD (ou RLC não linear)



- **Semana 1**
  - **Teoria de caos e experimentos computacionais**

?

- Semana 2
  - Medidas experimentais com RLD

TAREFAS SEMANA PASSADA

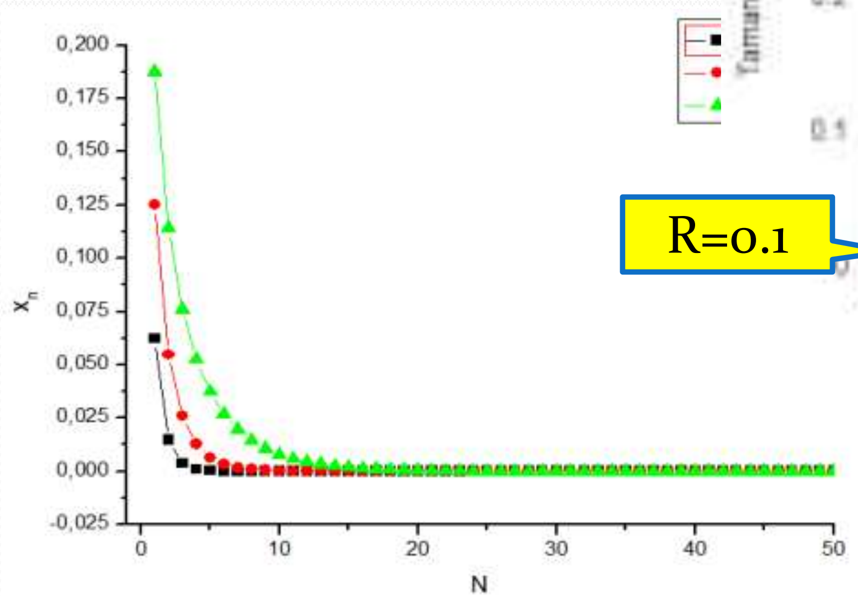
Tarefas 1 – para síntese

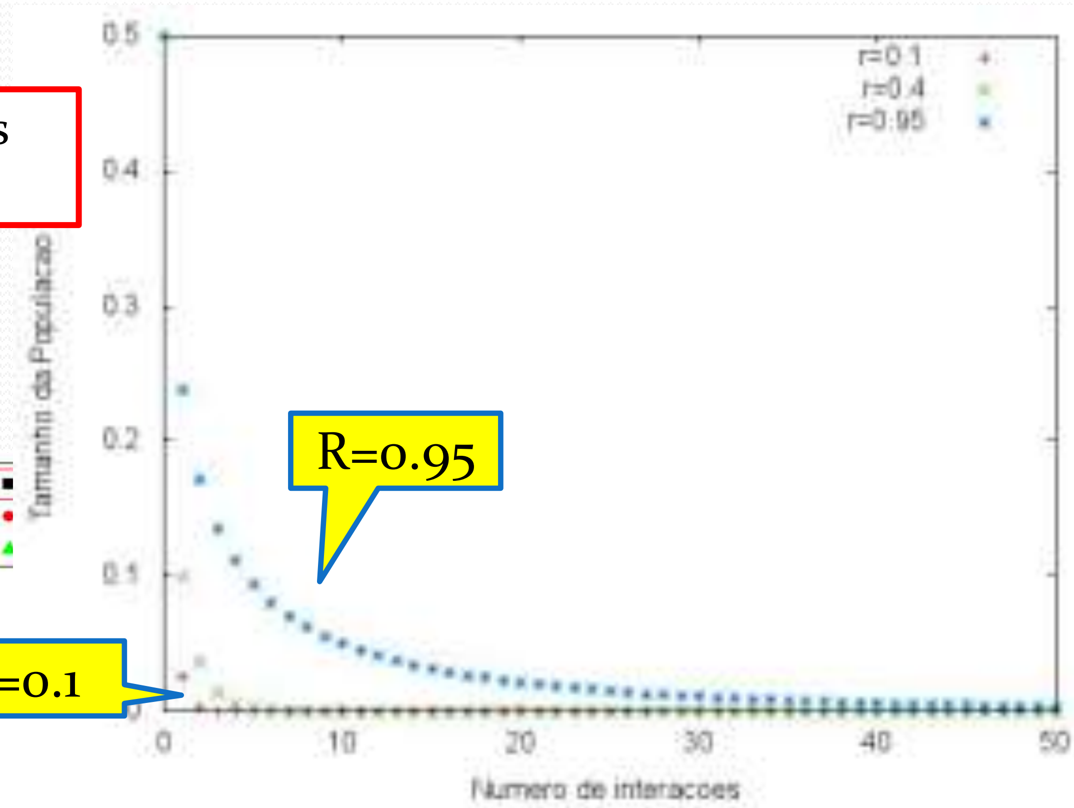
A convergência para os atratores:

- Fazer os gráficos de x_n como função de n para vários valores de parâmetros de controle. Deixando x_0 fixo em 0.5, faça:
  - Três valores de r para $0<r<1$ (no mesmo gráfico)
  - Três valores de r para $1<r<3$ (idem)
  - Dois valores de r para $3<r<1+\text{raiz}(6)$ (idem)
  - **Atenção: que intervalo de n é interessante mostrar para cada um deste gráficos? Precisa mostrar até n=1000? Queremos ver os regimes transientes e estacionários.**

0<R<1 Solução Xn⟶0

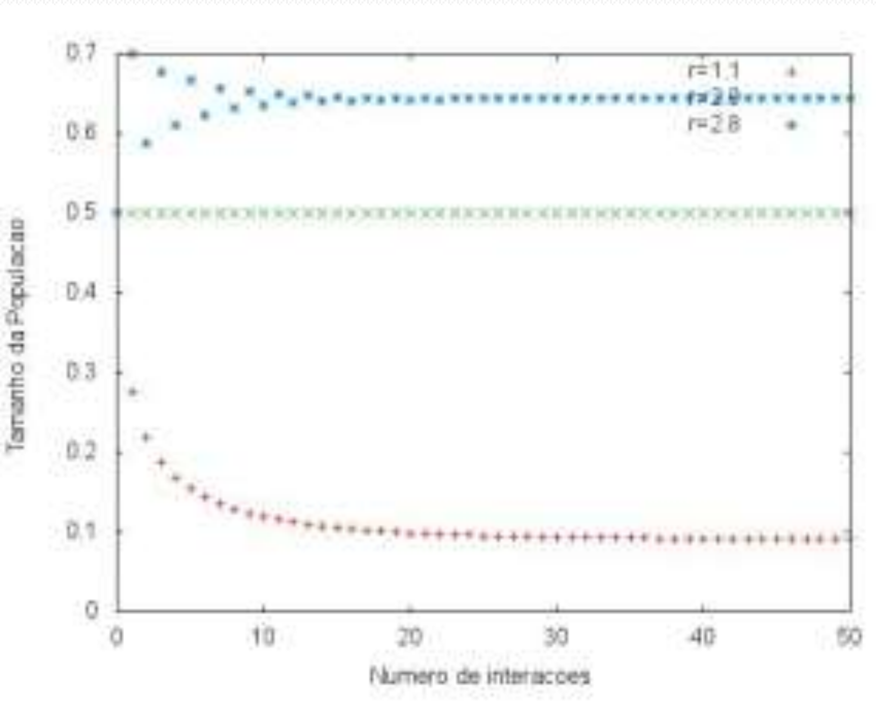
Quanto menor o valor de r, mais rápido a população morre...

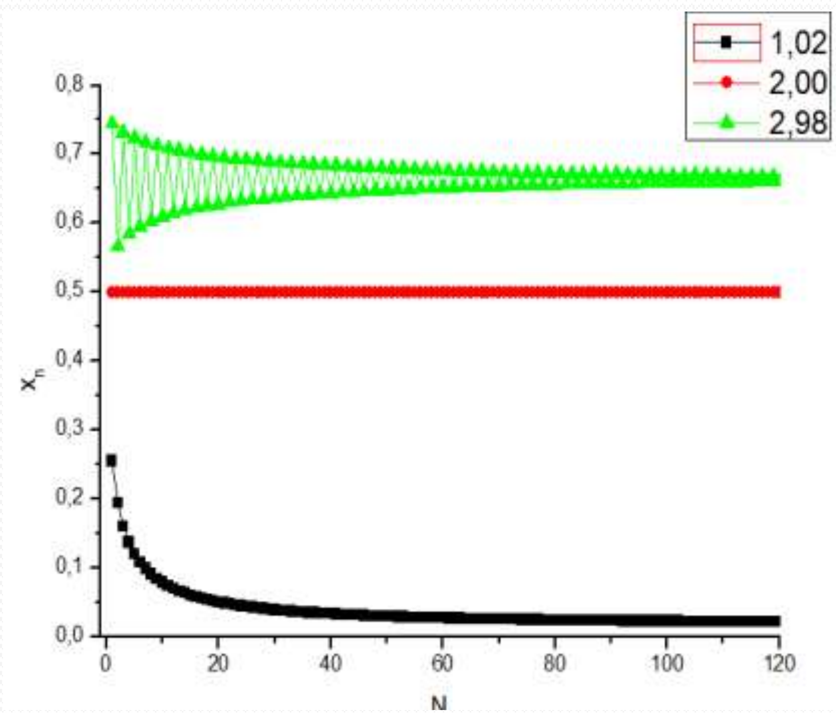




1<R<3 Solução Xn⟶1-1/R

Para r>2, a população oscila antes de estabilizar
Para r<2, a população vai mais suavemente

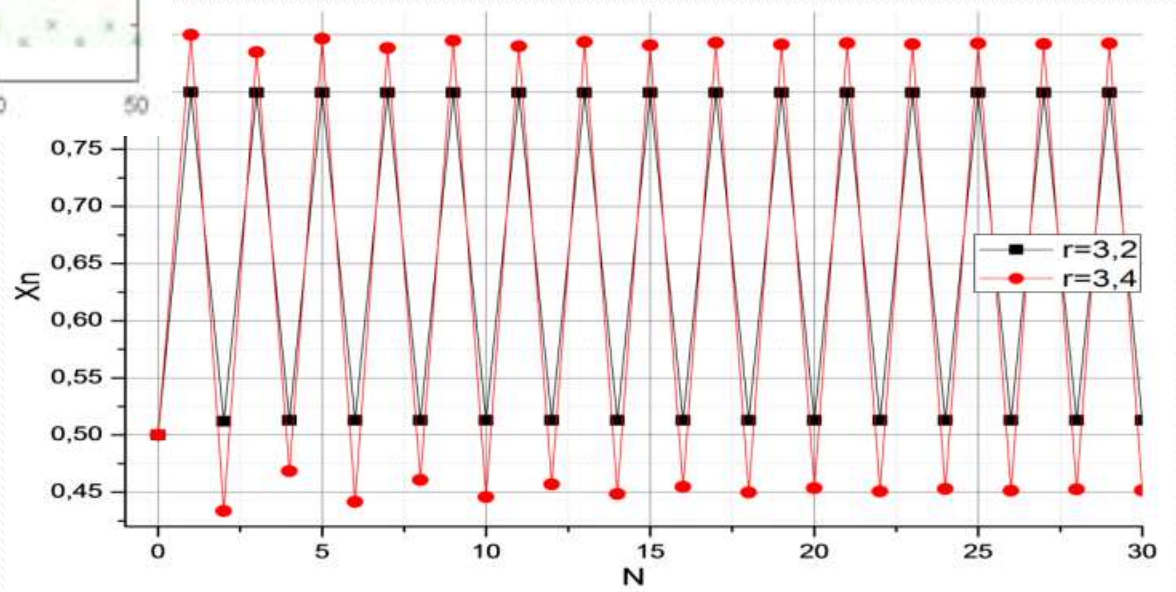




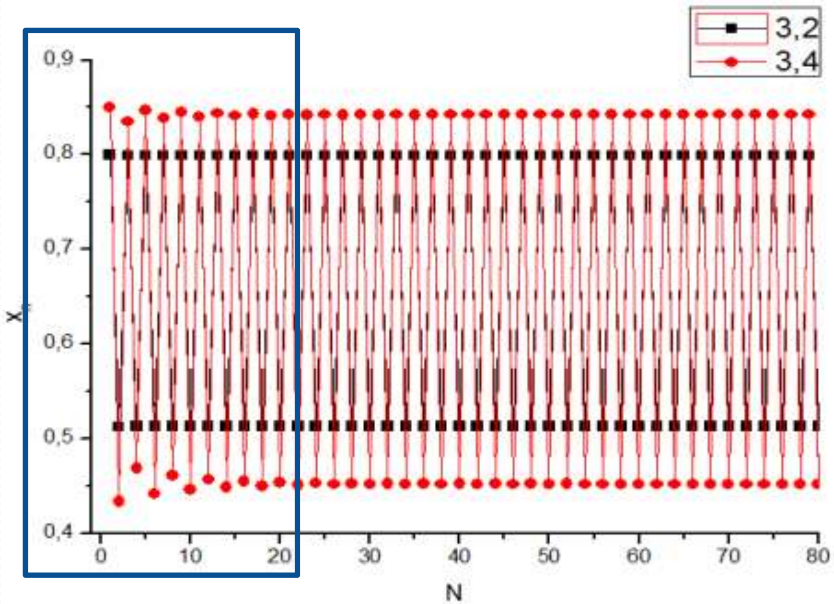
3<R<1+√6 Dois Atratores

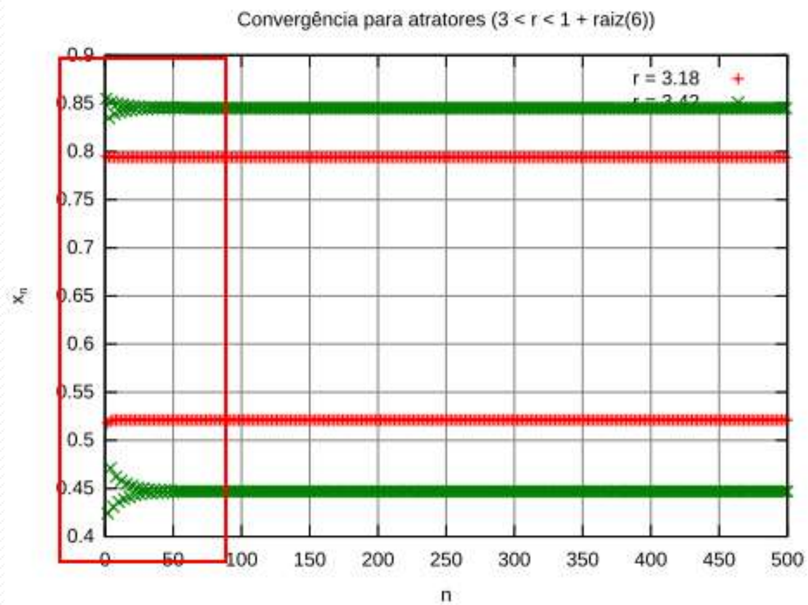
Nestes valores de r, há dois atratores.

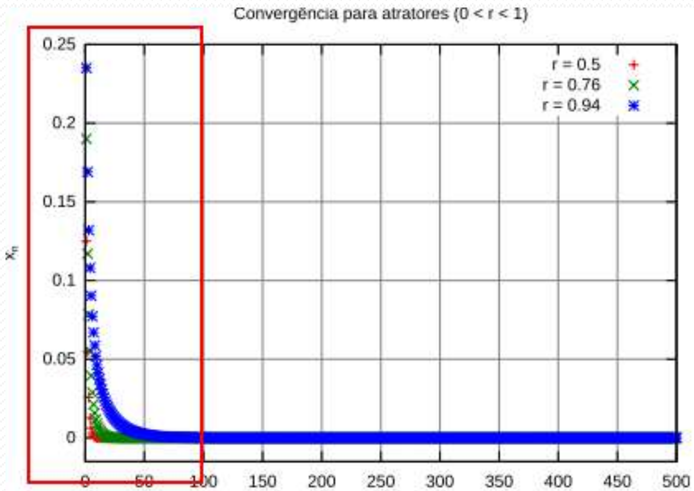
Para valores maiores de R, a população oscila antes de estabilizar



Alguns problemas







Não precisava mostrar tantas interações para mostrar a convergencia

Tarefas 2 – para síntese

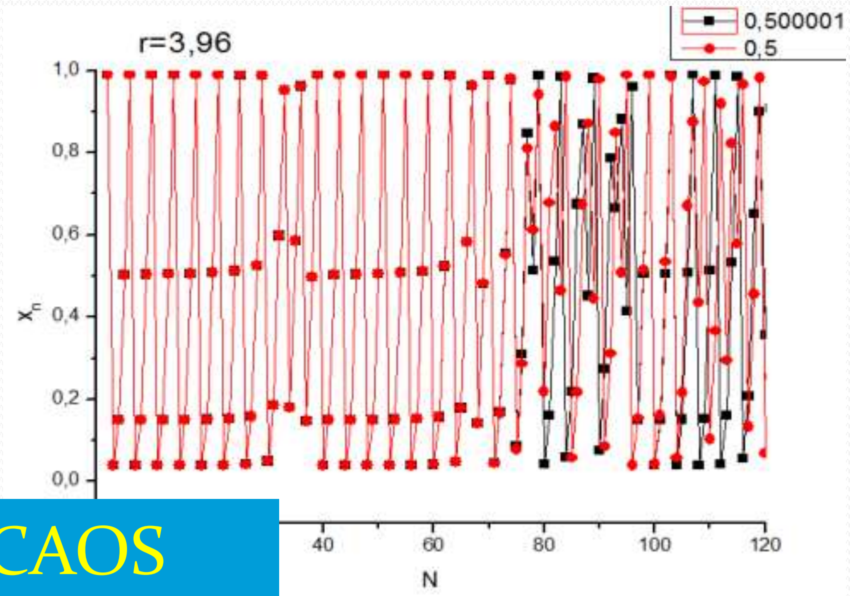
Sensibilidade a condição inicial:

- Fazer gráficos de x_n como função de n para os regimes **com e sem caos** partindo de 2 condições iniciais muito próximas: $x_0=0.5$, $x_0=0.500001$
  - **Atenção:** Queremos ver a separação das soluções!!

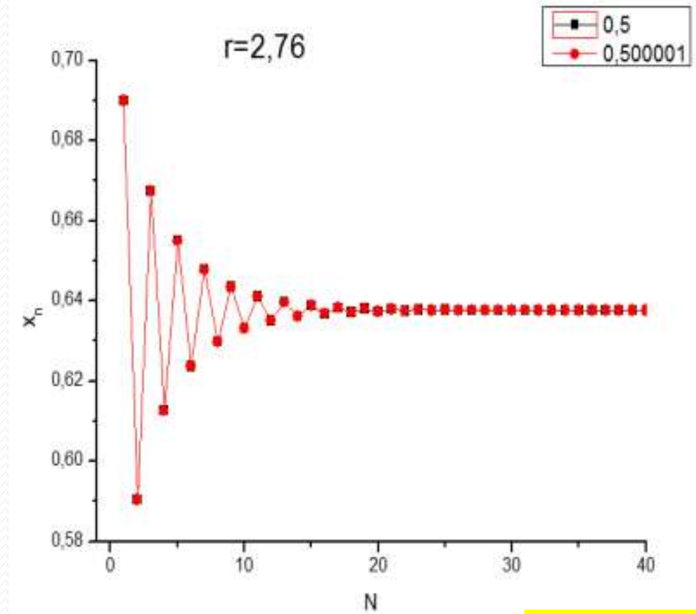
Diagrama de bifurcação:

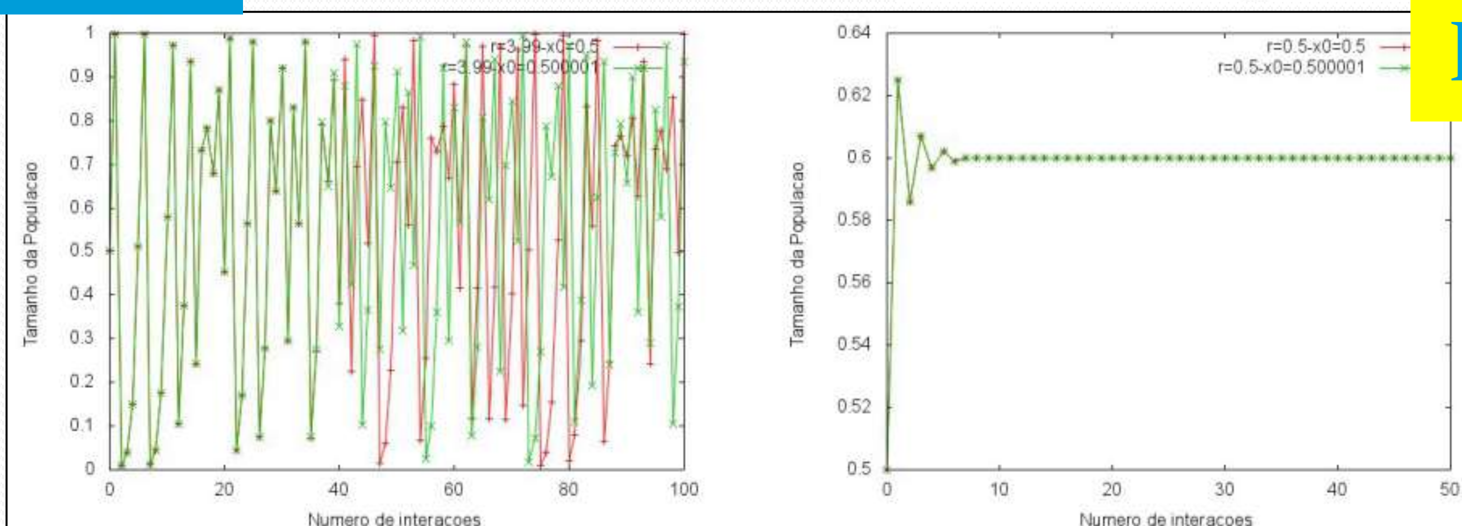
- Faça um gráfico dos valores das soluções estabilizadas (os valores lá no final da tabela) em função do parâmetro de controle.
  - **Atenção:** O número de iterações é importante pois a solução deve atingir a estabilidade (quando existe). No mínimo 1000 iterações.
- Determine a posição da 1º, 2º e 3º bifurcação e calcule a constante de **Constante de Feigenbaum** (com incerteza)

Dependência das Condições Iniciais



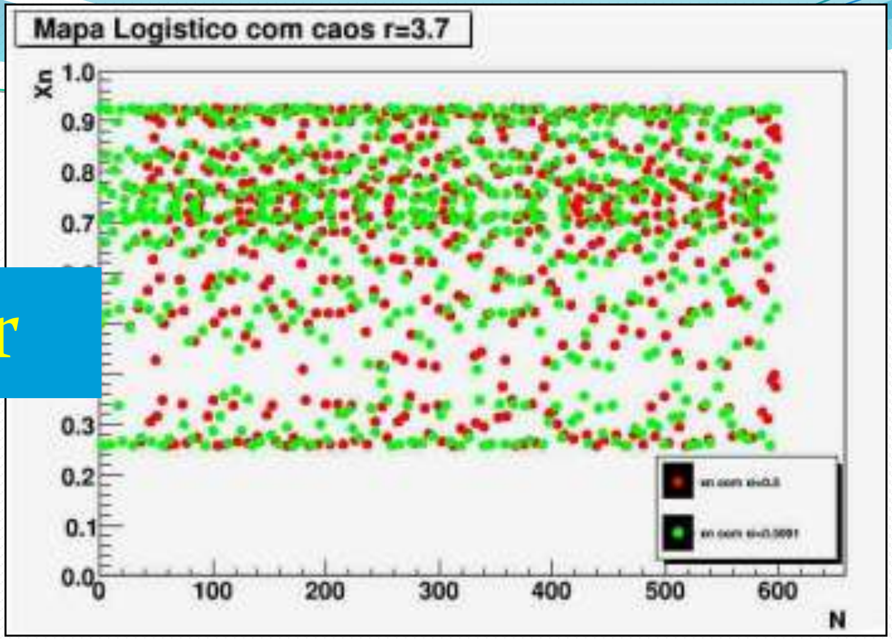
CAOS



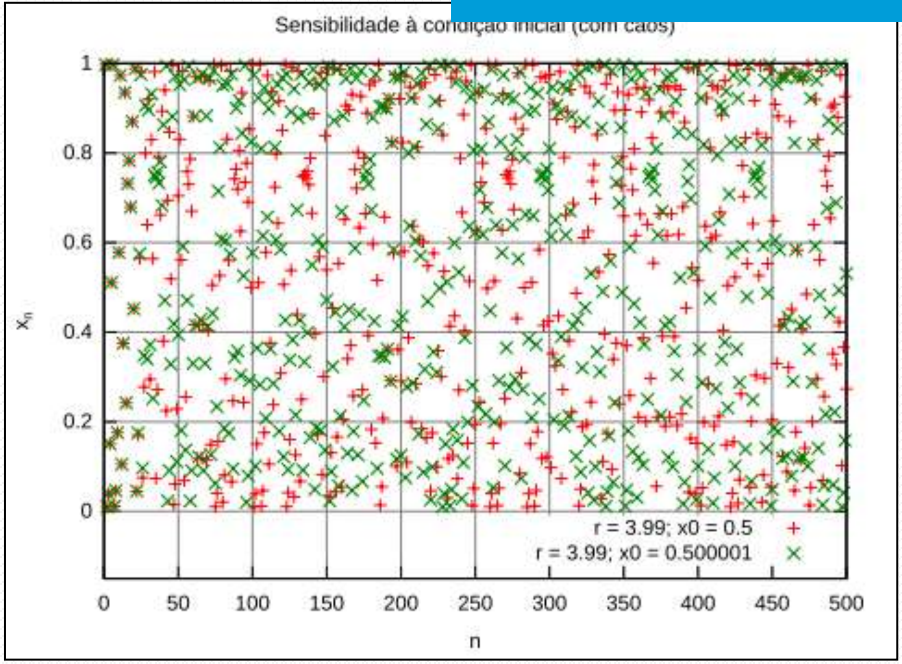


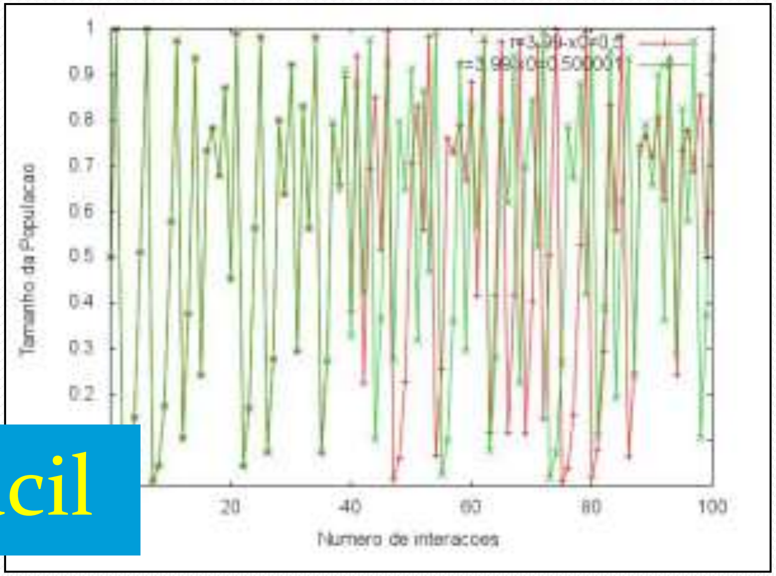
Regular

Problemas...



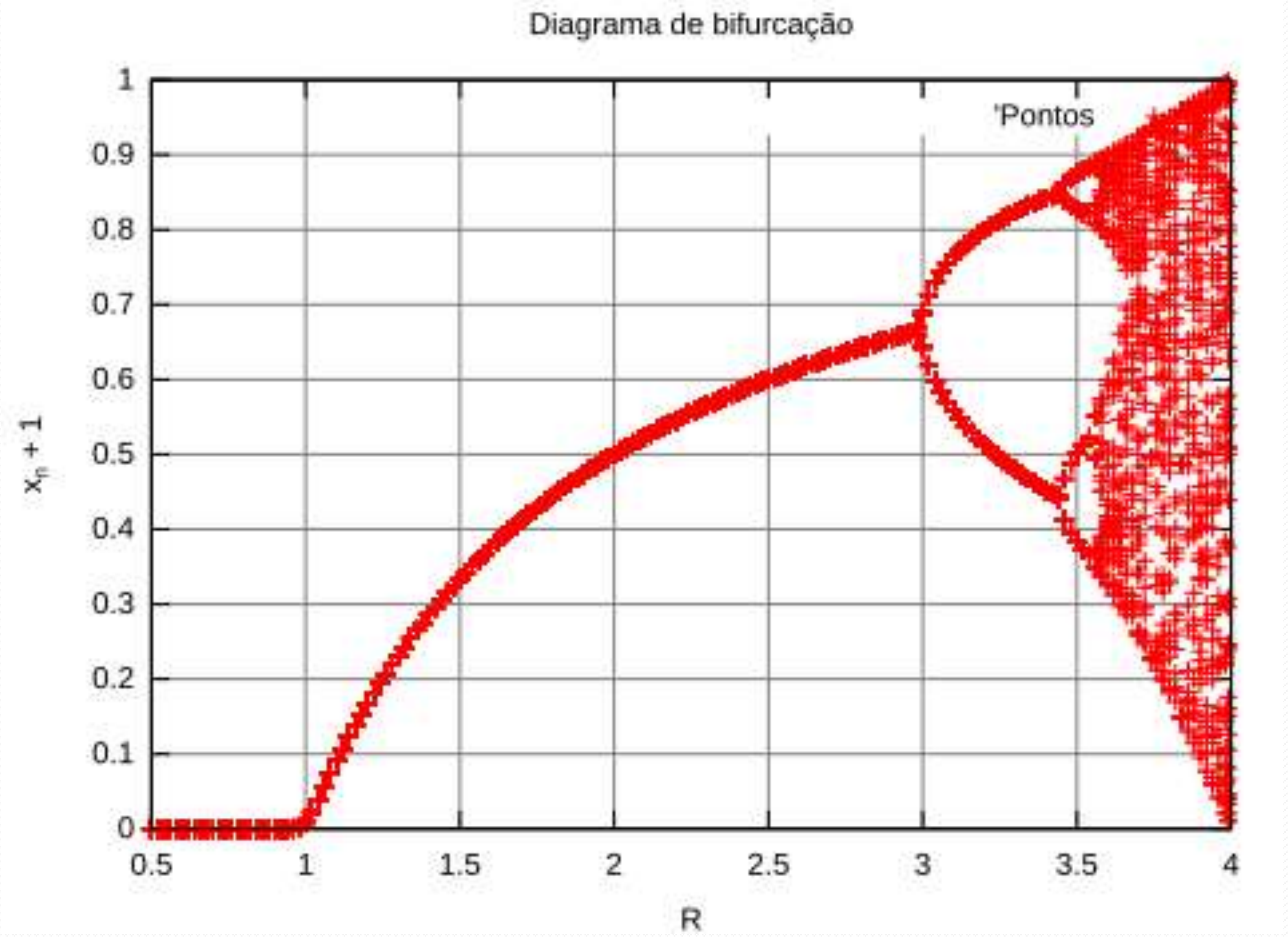
Difícil de ver





fácil

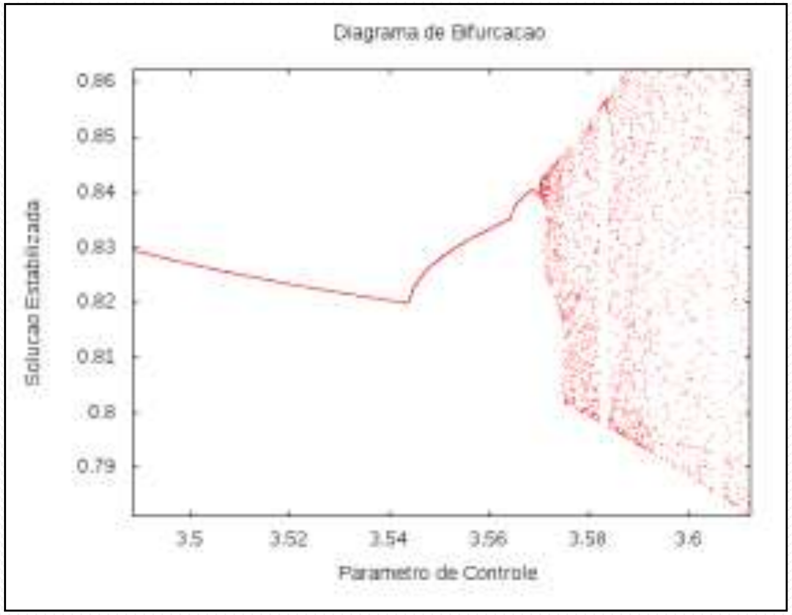
Diagrama de Bifurcação

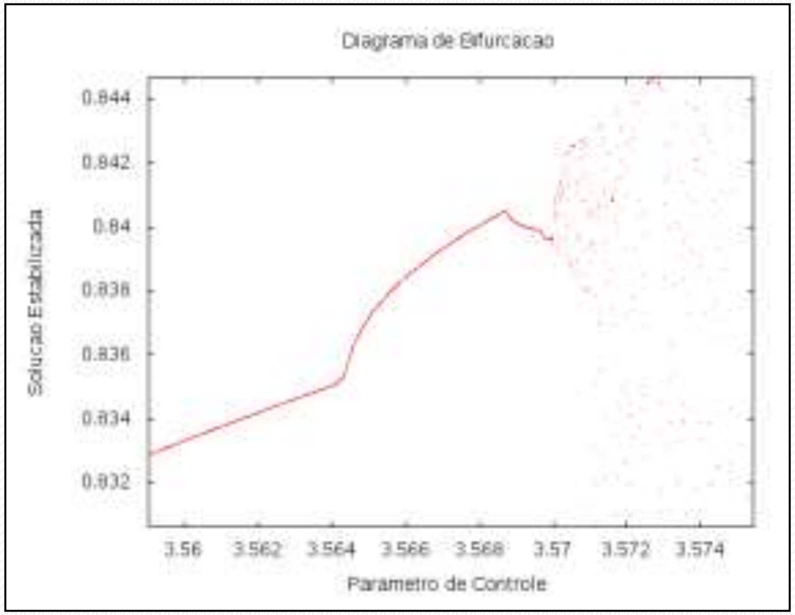


Fractal (2012)

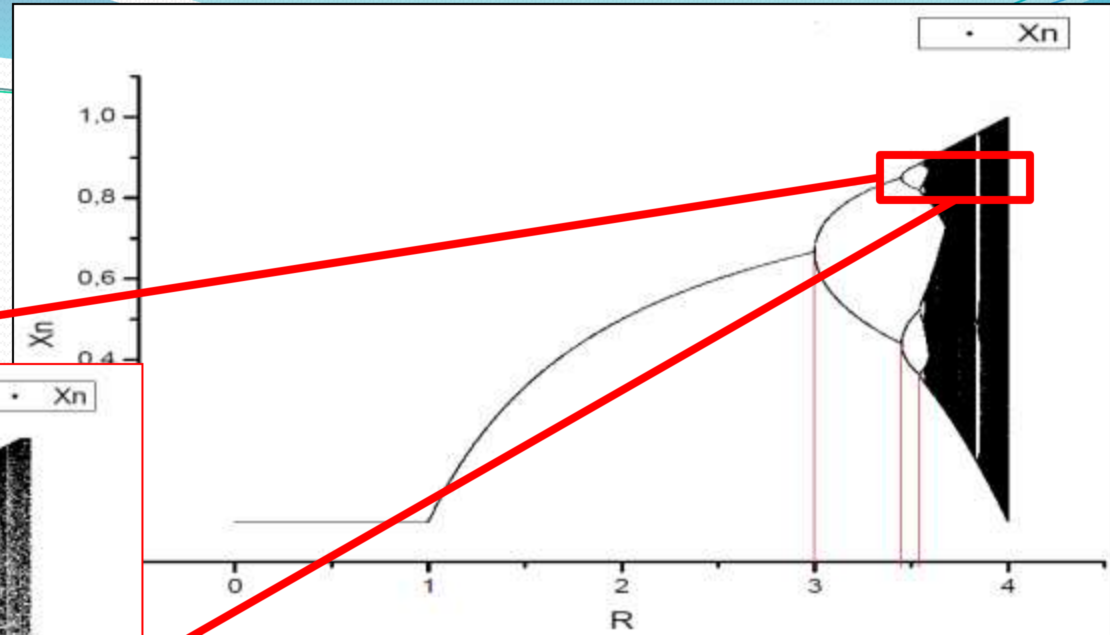
- Da pra ver a reprodução dos padrões, mas seria melhor indicar a região do zoom

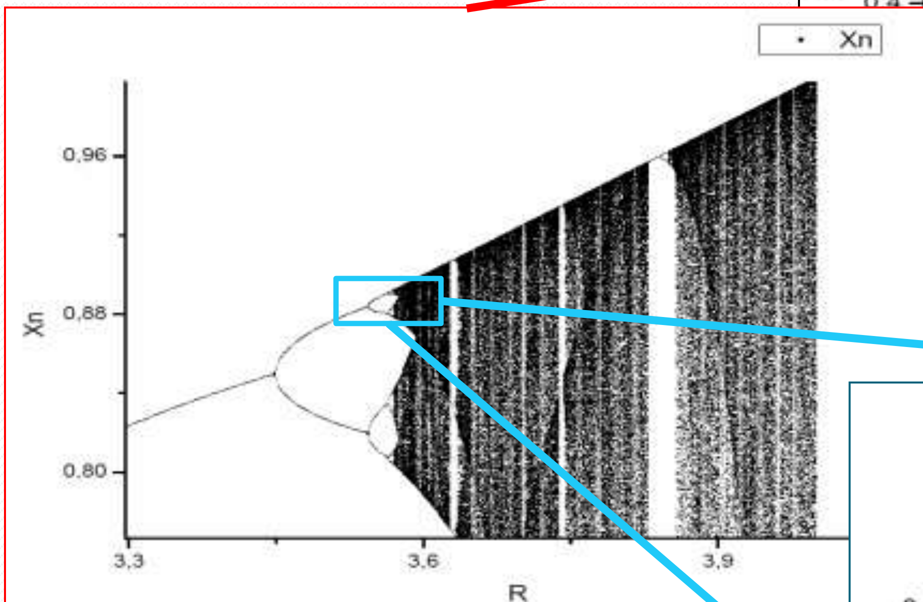
Ta perdendo resolução

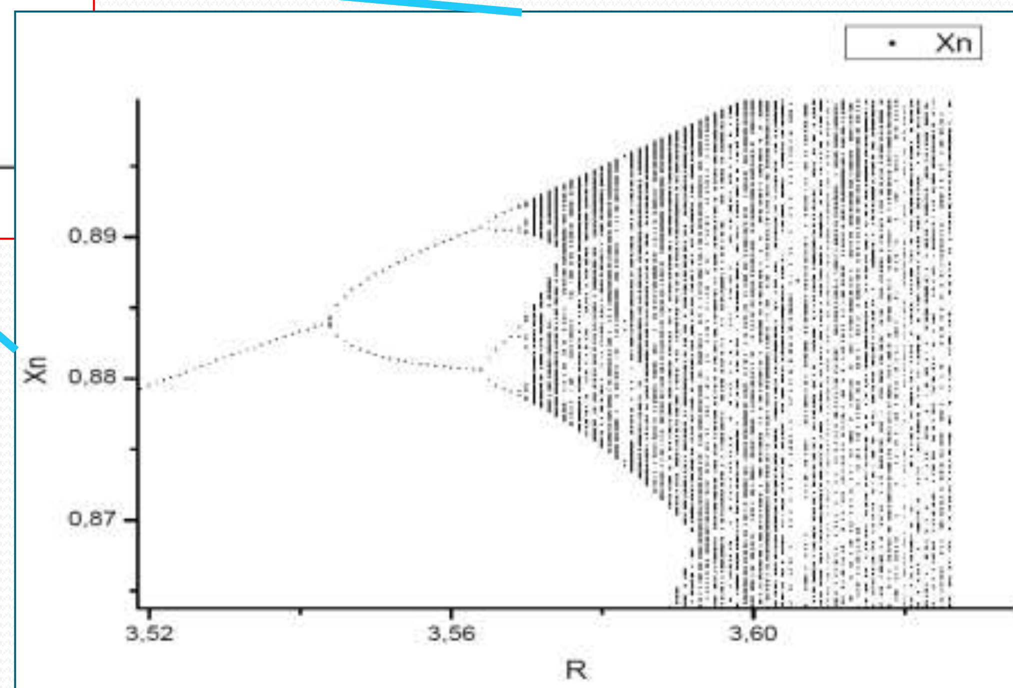




Fractal (2009)



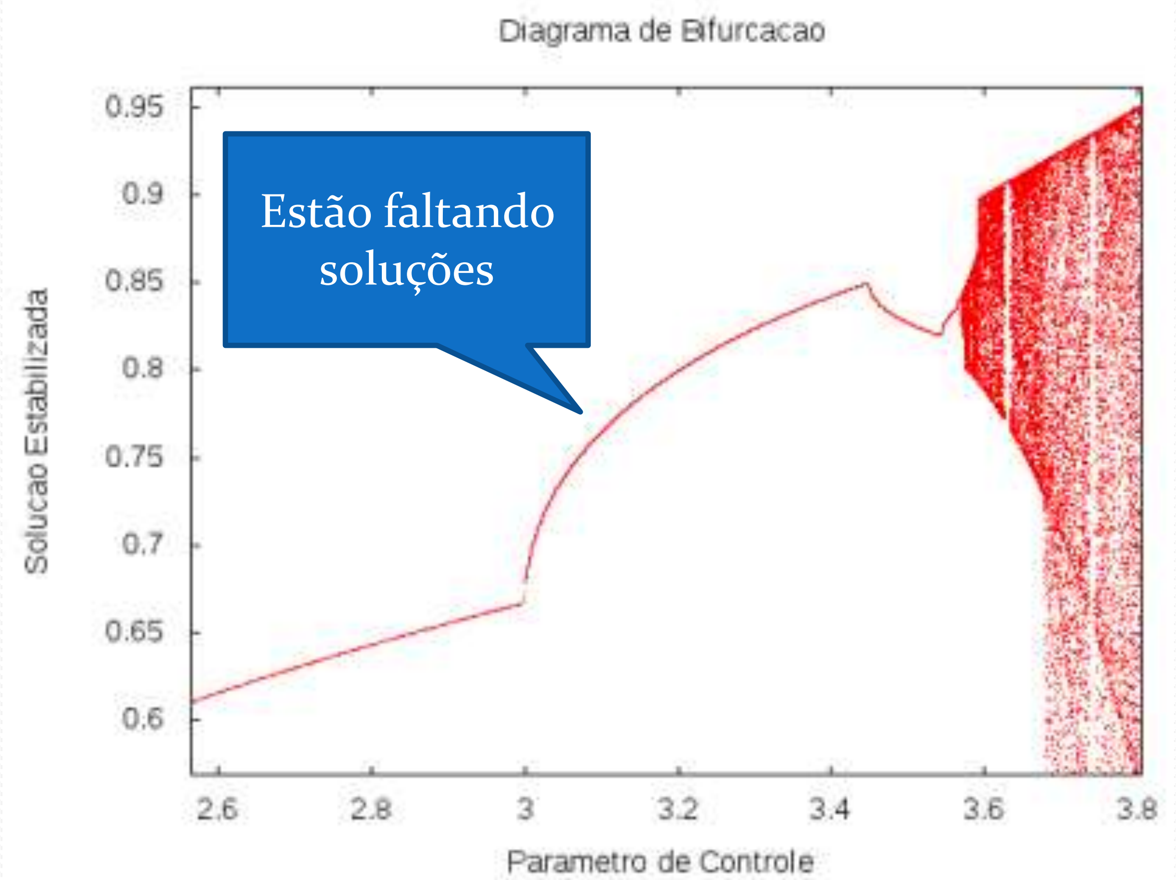




Alguns grupos fizeram um programa e não usaram o excel. Um deles fez com resolução suficiente para "ver" a estrutura fractal do diagrama.

Problemas com o Diagrama

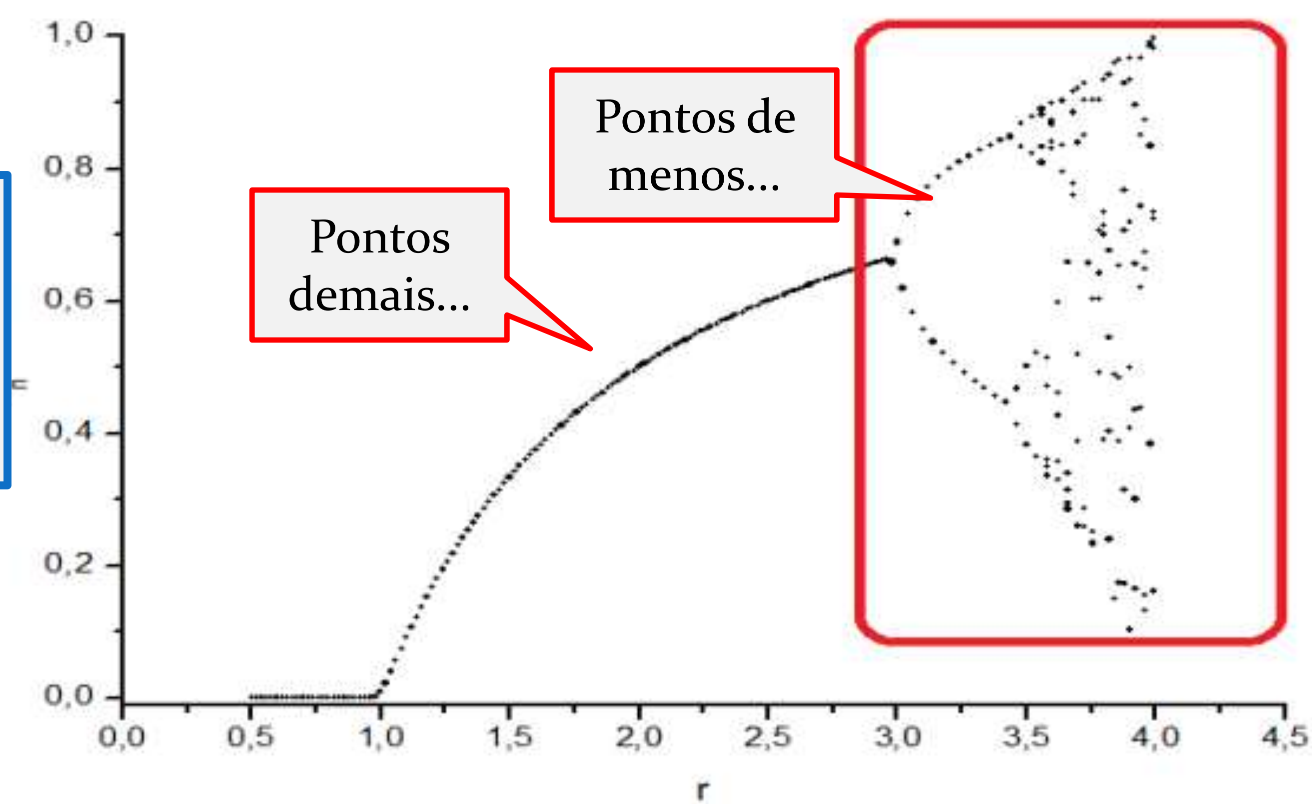
- O diagrama é formado por todas as soluções que convergiram (ou seja os atratores)



Problemas com o Diagrama

- Não é um problema, mas porque usar um intervalo constante de r? Seria melhor se concentrar na região onde acontecem as bifurcações.

Eu não disse qual o espaçamento nos valores de r... Apenas pedi para calcular o diagrama...



Bifurcações

Poderia olhar direto na tabela e procurar pelas bifurcações

Zoom para determinar as posições

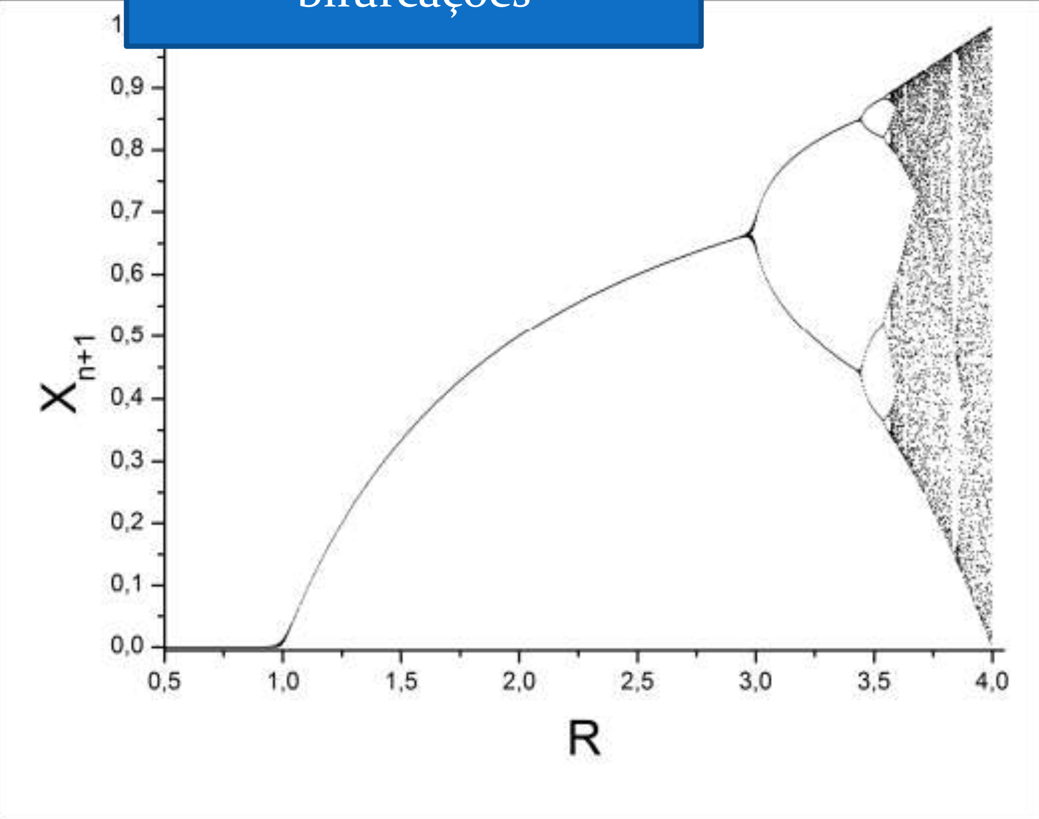


Figura 6: Diagrama de bifurcação de Xn em função do fator R.

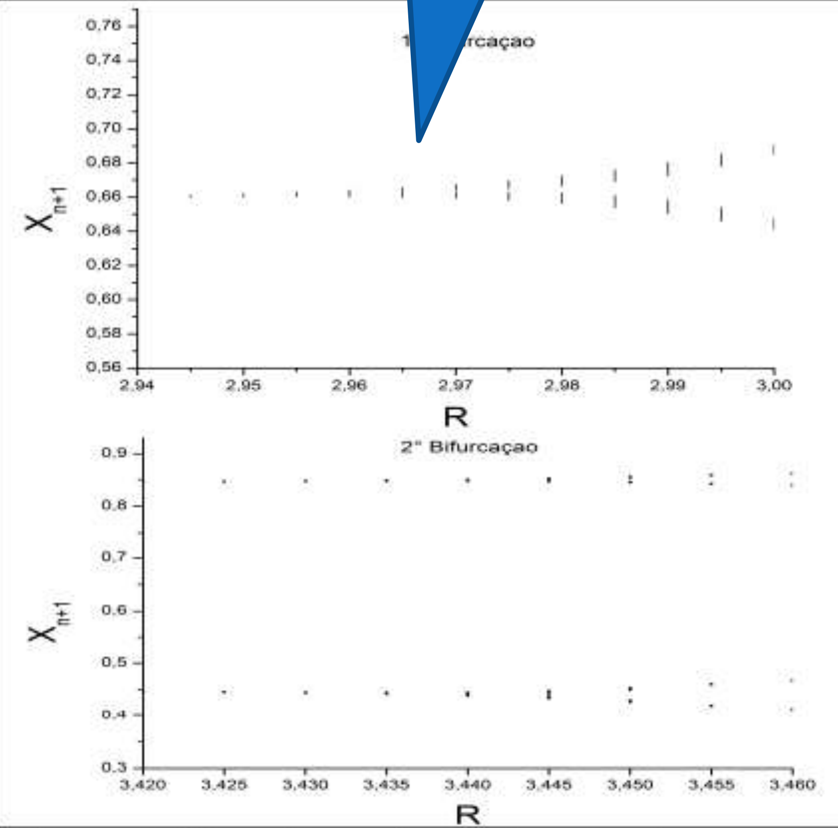
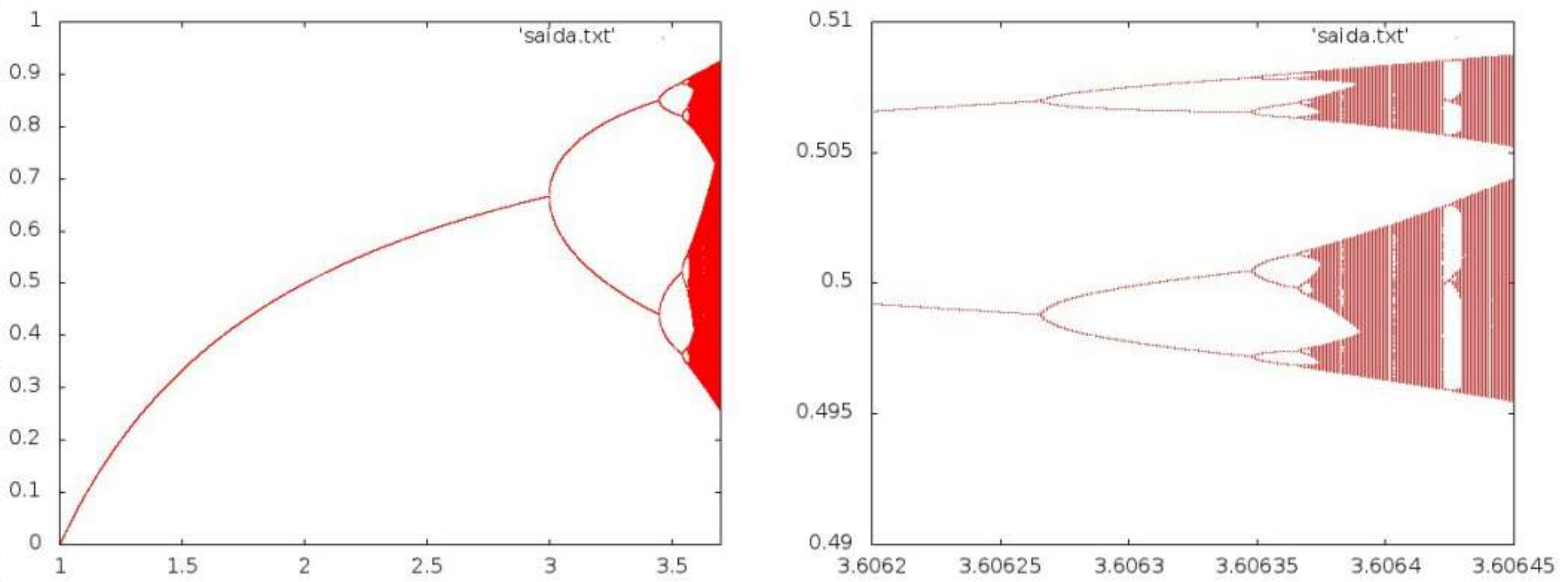


Figura 7: "Zoom" nas áreas da primeira e segunda bifurcação.

Bifurcações

- Melhor ainda com um programa em C com resolução variável...



(a) Diagrama obtido

(b) Exemplo de zoom em uma bifurcação

$\delta = 4{,}6692016091029909...$

Feingenbaun

	R1	R2	R3	F
H1	2.99-3.00	3.44-3.46	3.52-3.54	5.74 (65)
H2				4.80 (36)
H3	2.9960 (5)	3.4475 (5)	3.5435 (5)	4.70 (4)
H4	2.2908 (1)	3.4479 (5)	3.5436 (2)	4.77 (3)
H5	3.000 (7)	3.441 (7)	3.538 (7)	4.52 (63)
H6				4.74 (23)
H7	2.960 (5)	3.440 (5)	3.545 (5)	4.57 (28)
H8				4.5 (14)
H9	2.9990 (0.003%)	3.4493 (0.002%)	3.5540 (6 10^{-7} %)	4.3009 (3)

Histograma, porém baixa resolução

Fizeram com “R0” e tomaram metade da redução

propagação

n/a

n/a

n/a

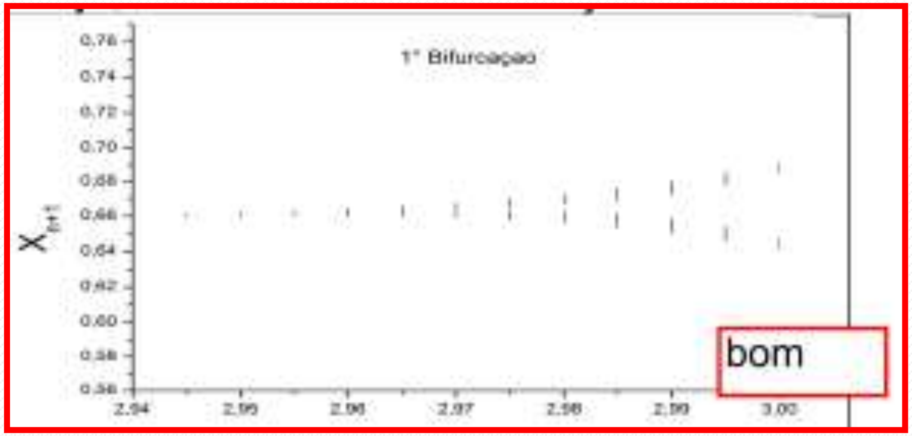
propagação

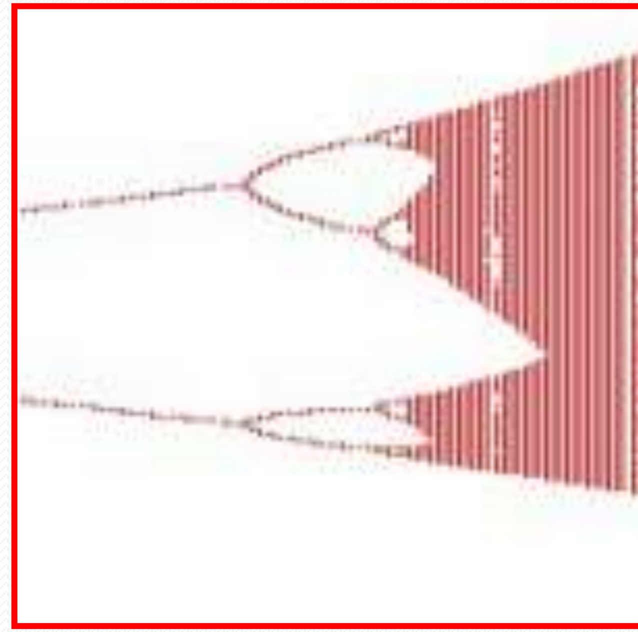
n/a

n/a

Posição de uma bifurcação

- Qual a incerteza na posição?

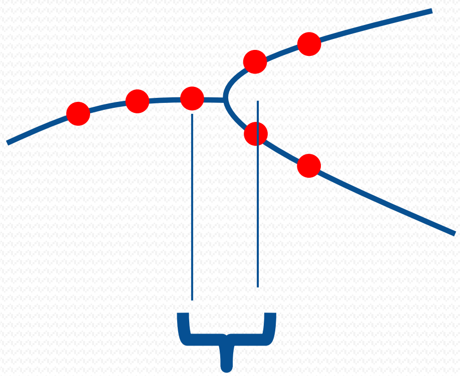




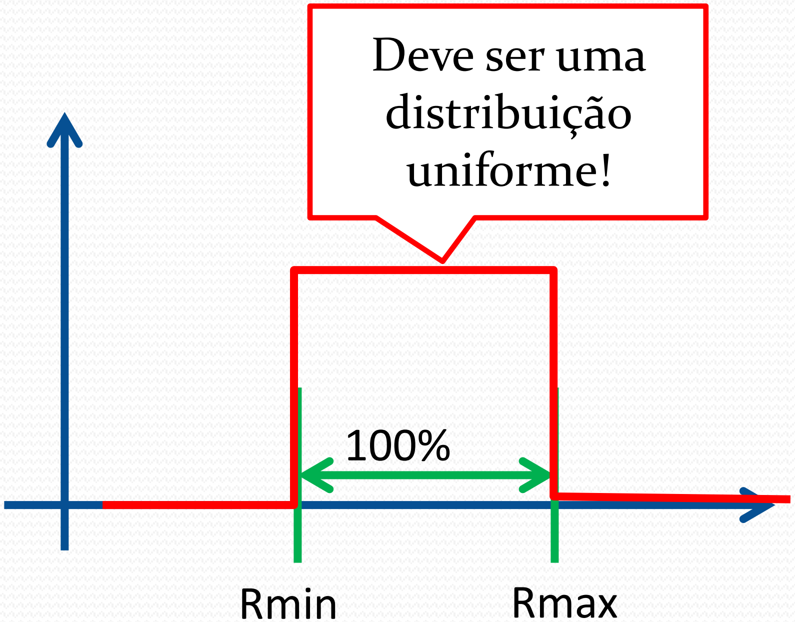
- Determinamos duas posições, antes e depois.
  - Vários grupos usaram metade desta divisão como a incerteza em R1, R2, ...
  - Mas ela é gaussiana??

Posição de uma bifurcação

- Temos certeza que a bifurcação esta num certo intervalo
  - [Rmin, Rmax]



- Qual a distribuição de probabilidade da posição?



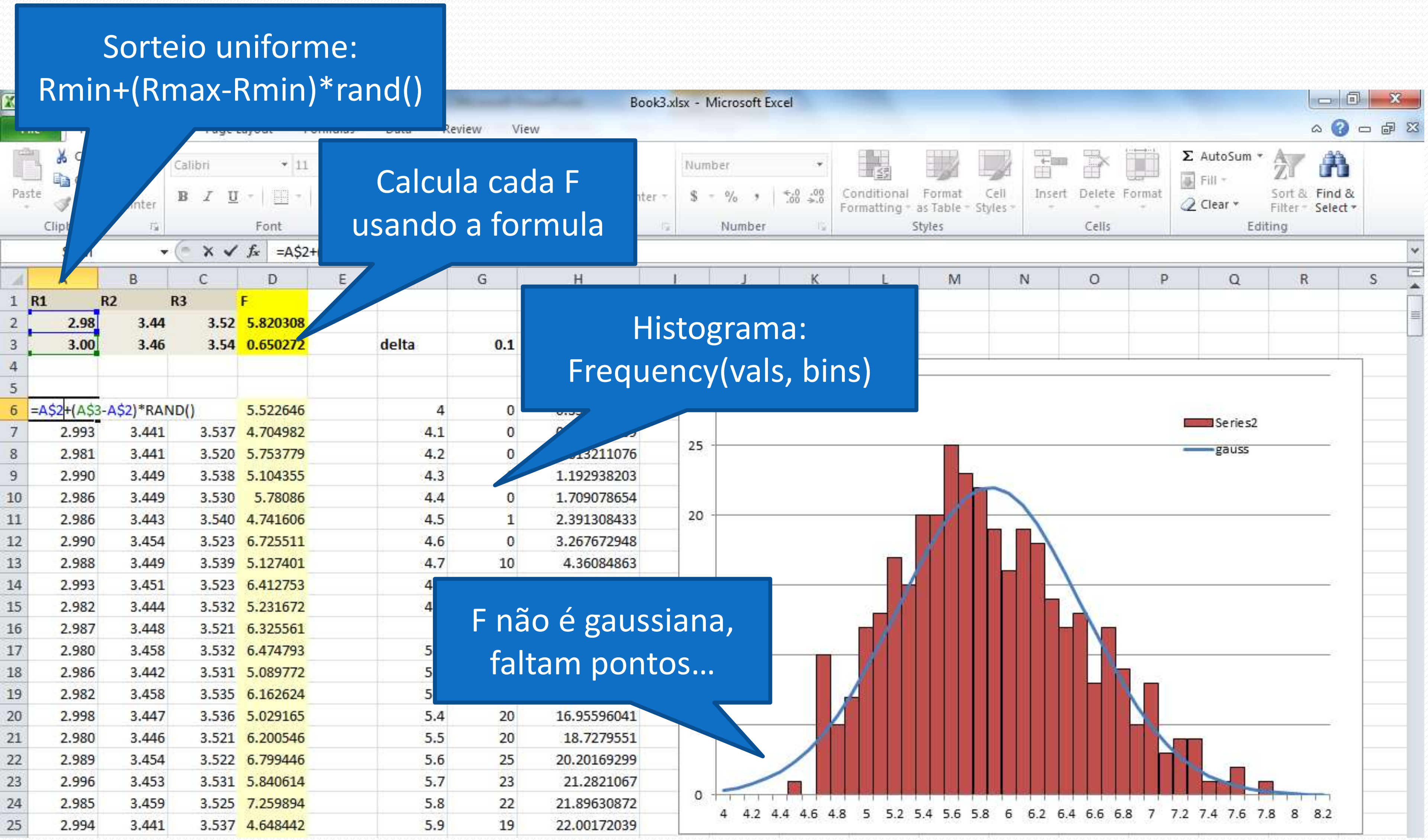
Propagação de incerteza

- Como calcular a incerteza na constante, se a incerteza em cada termo da equação não é gaussiana?

$$F \approx \frac{r_2 - r_1}{r_3 - r_2} \Rightarrow \Delta F = ?$$

- Temos que fazer um Monte-Carlo, usando a distribuição de probabilidade da incerteza em R1, R2 e R3.
  - Podemos fazer isso até mesmo no Excel
  - Usar a função rand()

Propagação com MC



Um dos grupos fez o histograma

Na figura 6 é possível ver as bifurcações sucessivas. Para calcular a constante de Feigenbaum (F) foi primeiramente determinado os valores de r para as três primeiras bifurcações. Para fazer isto foi utilizada a tabela dada da experiência, observando em que valores de r a função convergia para mais valores. A constante foi calculada pela equação (2)

ok

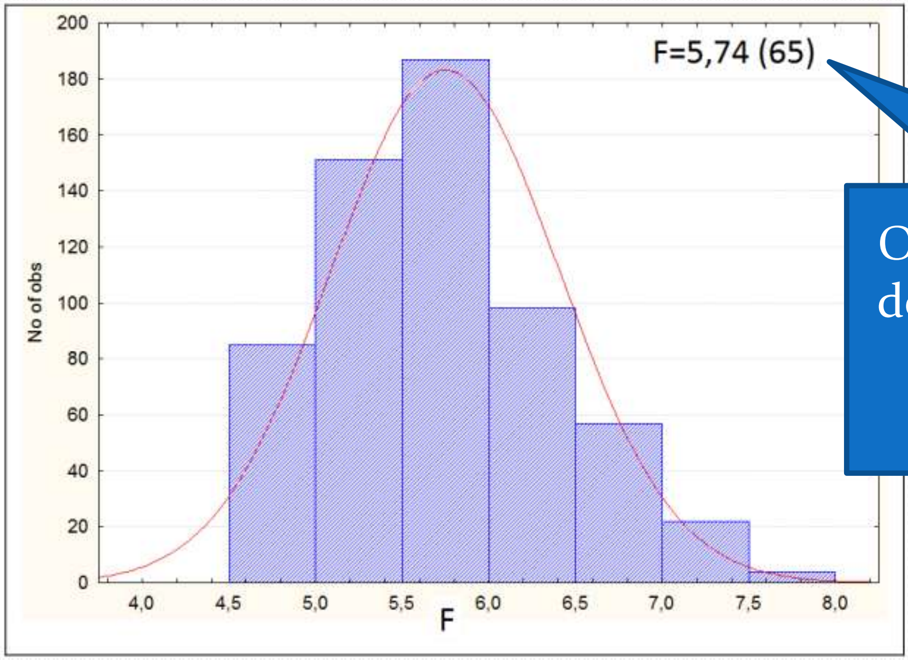
$$F = \frac{r_2 - r_1}{r_3 - r_2} \quad (2)$$

Utilizando este método a incerteza do r seria 0,02, porém esta incerteza não é gaussiana, portanto não é possível determinar o erro de F por propagação. Assim foi utilizado o método de Monte Carlo e com isso foi obtido o histograma abaixo. Sendo r_1 utilizado entre 2,99 e 3,00, r_2 entre 3,44 e 3,46 e r_3 entre 3,52 e 3,54.

a separacao nao era 0.02?

ok

ok



O tamanho dos bins, e o tamanho do intervalo para determinar cada bifurcação determina o valor encontrado.

Tarefas 4 - EXTRAS

- Você viu que o sistema tem 1 atrator diferente de 0 quando **$1<r<3$**. Demonstre porque os valores **Xn**:
  - convergem suavemente para a solução única, para **$1<r<2$**
  - oscilam em direção a solução única para **$2<r<3$**

- Você calculou a constante de Feigenbaum usando as intersecções 1º, 2º e 3º. Calcule também usando:
  - 2º, 3º e 4º
  - 3º, 4º e 5º
  - Etc...
- Faça um gráfico da constante encontrada versus intersecções usadas, mostrando que ela converge para o valor esperado.

Convergência da constante...

Tabela 1: Posição das diversas bifurcações em função de r. A tabela informa também o valor para a constante de Feigenbaum δ_e estimado com esses dados, da seguinte forma: o valor de δ_e na linha i foi calculado usando-se as posições i, $i+1$ e $i+2$. Também é informado o desvio reduzido de cada valor (teste z), com constante teórica $\delta = 4,669201609102$.

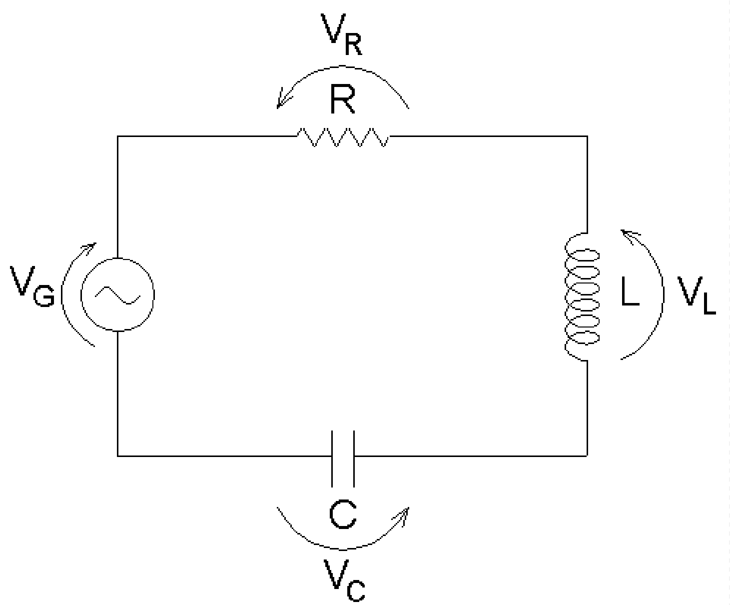
Bifurcação	Posição		δ_e		Desvio
Índice	Valor	Incerteza	Valor	Incerteza	Reduzido
1	2,9960	0,0005	4,70	0,04	0,96
2	3,4475	0,0005	4,66	0,12	0,08
3	3,5435	0,0005	4,52	0,11	1,38
4	3,5641	0,00001	4,653	0,012	1,32
5	3,56866	0,000001	4,08	0,17	3,42
6	3,56964	0,000001			
7	3,56988	0,00001			

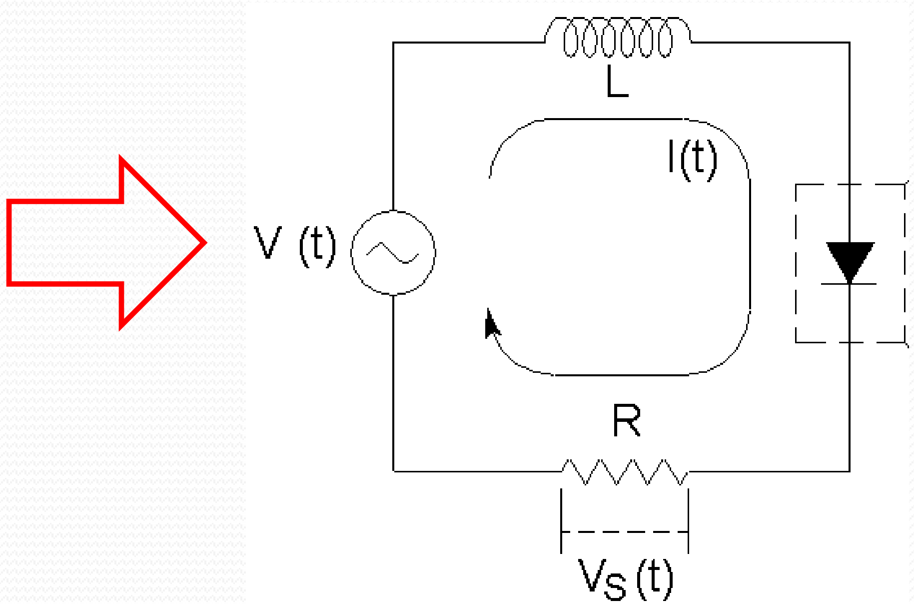
- Para fazer bem feito, precisa ser um programa automático que encontra a posição da convergência

$$\delta = 4,66920160910299097...$$

Objetivos Para as Próximas Semanas

- Estudar o circuito RLD (ou RLC não linear)





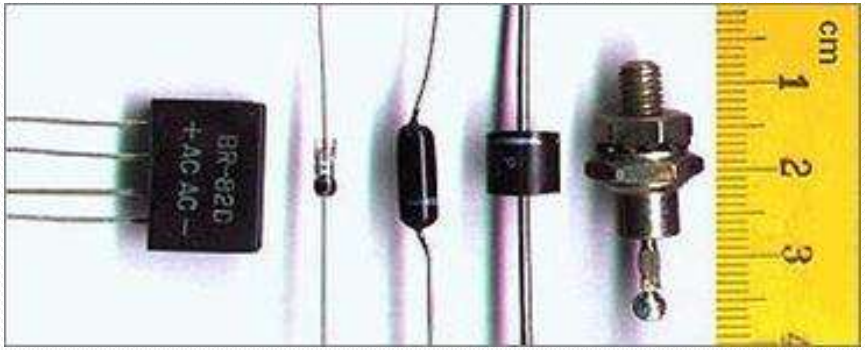
- Semana 1
  - Teoria de caos e experimentos computacionais
- **Semana 2**
  - **Medidas experimentais com RLD** ?

Aula de Hoje

- Circuito RLD
  - O que é um diodo?
  - Quais as semelhanças com o RLC ?
- Caos com o RLD
  - Diagrama de bifurcações experimental!

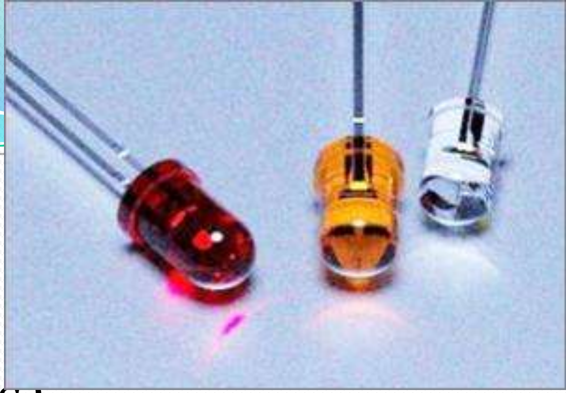
O que é um Diodo?

- O diodo é o dispositivo semicondutor mais simples.
- Um semicondutor é um material com uma habilidade variável para conduzir corrente.
- A maioria dos semicondutores é feita de condutores ruins misturado com impurezas (átomos de outro material). O processo de adicionar impurezas é chamado de dopagem.



Exemplo: As luzes vermelhas e verdes dos aparelhos eletrônicos são diodos (LED = light emiting diode)

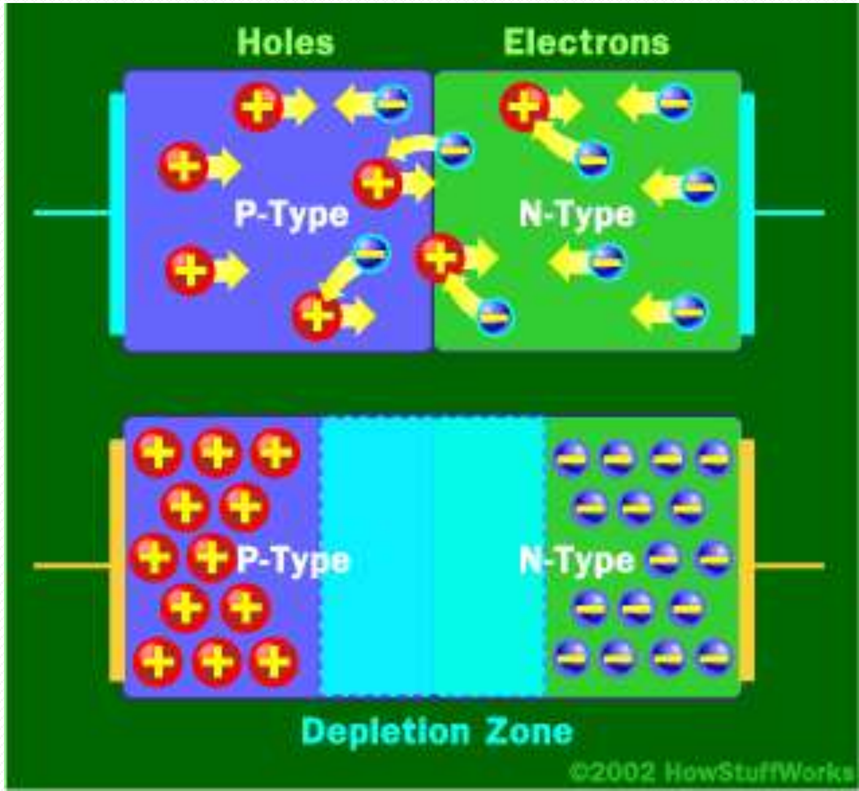
E os semicondutores?



- No caso de LEDs, o material tipicamente usado é o **alumínio-gálio-arsénico** (AlGaAs).
  - Quando o material está puro, a ligação entre os átomos é completa e não há elétrons livres para conduzir corrente.
  - No material dopado, os átomos adicionais mudam o balanço, adicionando elétrons livres ou criando “buracos” para onde os elétrons podem ir.
  - Nos dois casos o material passa a ser mais condutor!
- Um semicondutor com elétrons extras é chamado de material tipo-N. Os elétrons livres movem-se de uma área com carga negativa para uma com carga positiva.
- Um semicondutor com “buracos” é chamado de material do tipo-P. Os elétrons do material pulam de um buraco para o outro. O resultado é que os buracos parecem se mover da região positiva para a negativa.

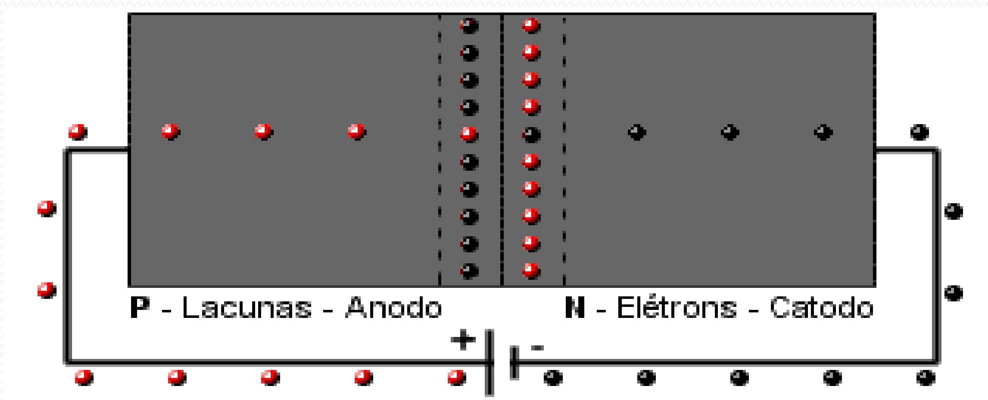
Como funciona o Diodo?

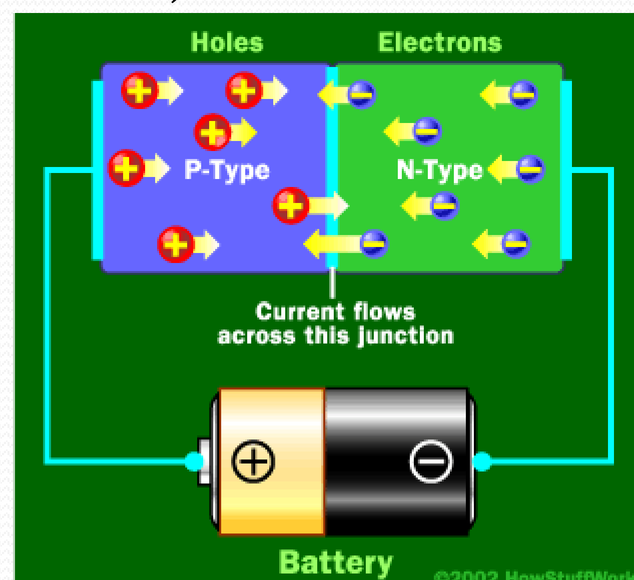
- Um diodo tem uma região com material tipo-N e outra com material tipo-P, com eletrodos nas extremidades.
  - Este arranjo conduz eletricidade apenas em uma direção.
- Quando não há voltagem aplicada ao diodo, elétrons do material tipo-N enchem os buracos do material tipo-P ao longo da junção.
  - Forma-se uma zona de depleção, onde o material semicondutor volta a ser isolante.
  - Não passa corrente pois os buracos em excesso estão ocupados pelos elétrons em excesso.



Quando a corrente pode passar?

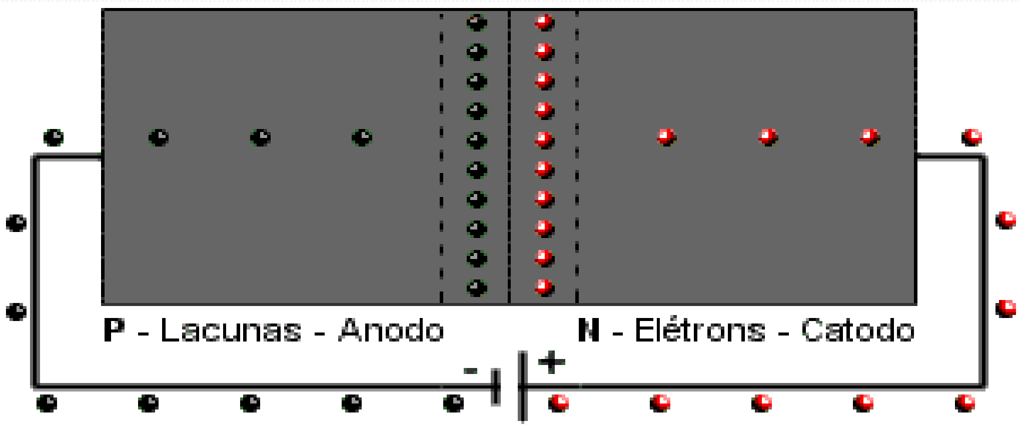
- É preciso mover os elétrons da área tipo-N para área tipo-P, e os buracos da área tipo-P para a tipo-N.
  - Para fazer isso, é preciso conectar o lado tipo-N do diodo a um potencial negativo e o lado tipo-P a um potencial positivo.
  - Os elétrons livres da região tipo-N serão repelidos pelo potencial negativo, e os buracos são repelidos pelo potencial positivo.
- Quando a voltagem é alta o suficiente, os elétrons da zona de depleção são arrancados e a corrente começa a circular.

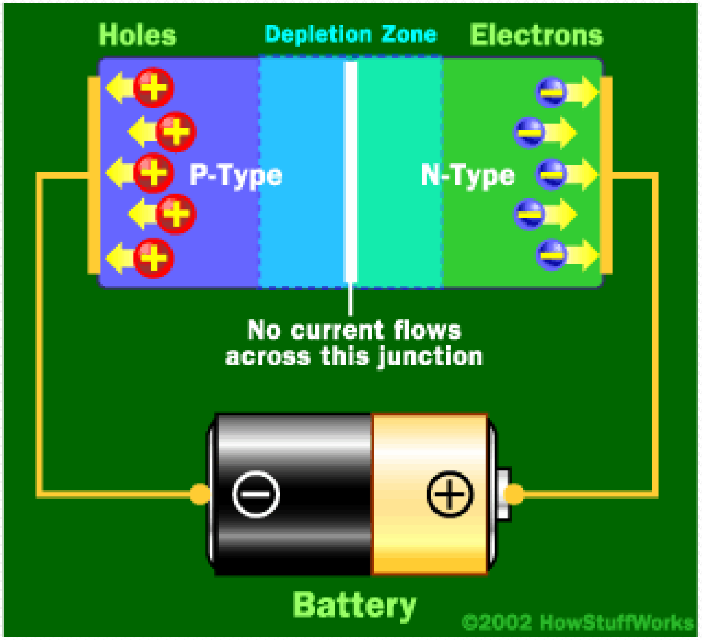




Quando a corrente não pode passar?

- Colocando uma diferença de potencial ao contrário, os elétrons da região N são atraídos pelo potencial positivo e os buracos são atraídos pelo potencial negativo.
- A zona de depleção aumenta, pois as cargas positivas e negativas estão se movendo na direção errada, e não passa corrente no circuito.



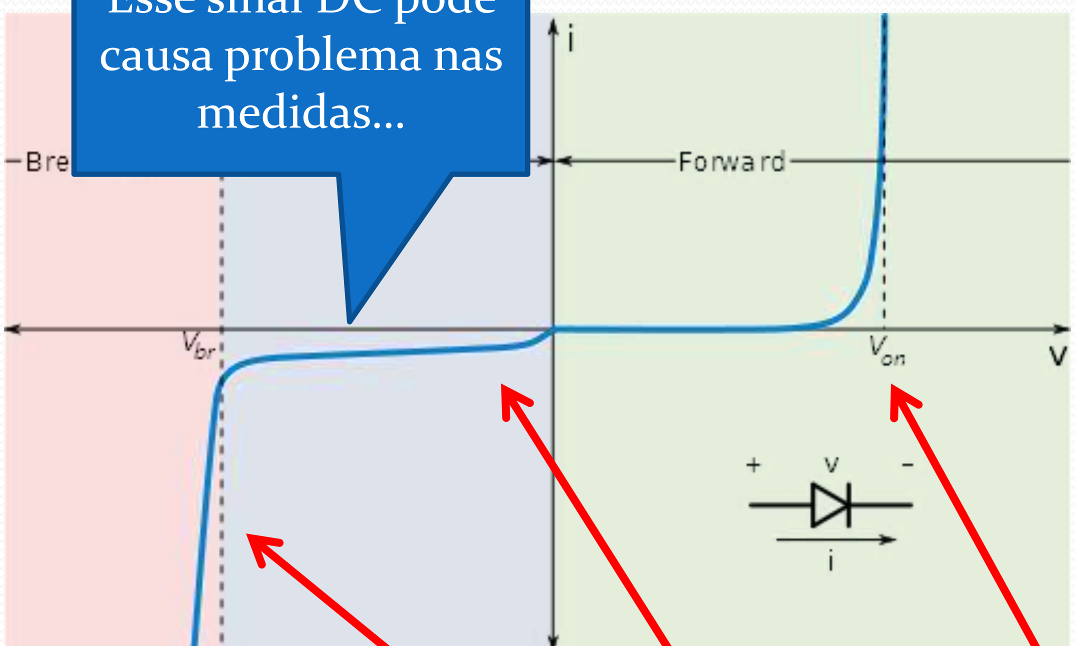


Equação Característica

- A equação do diodo, ou a lei do diodo, é:

$$i_D(V_D) = i_{D0}\left(\exp\left[\frac{eV_D}{kT}\right] - 1\right)$$

Esse sinal DC pode causa problema nas medidas...



Não existem diodos ideais.

Onde:

i_D e **V_D** são a corrente e a voltagem do diodo

e é a carga do elétron

i_{Do} é a corrente de saturação

k=1,38x10^{-23} J/K é a constante de Boltzman

T é a temperatura em Kelvin

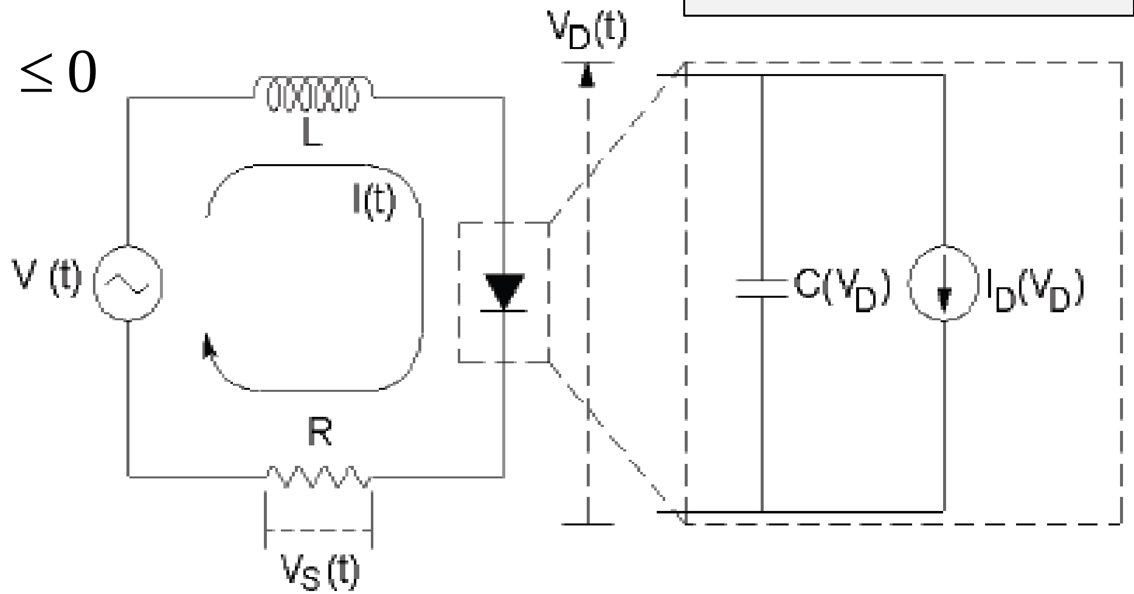
Modelo de Diodo Real

- Devido às características da junção **P-N**, o diodo apresenta também uma capacitância ***C(V_D)***, não linear, descrita por:

$$C(V_D) = C_0 \exp\left[\frac{eV_D}{kT}\right], \text{ para } V_D > 0$$

$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}}, \text{ para } V_D \leq 0$$

Esse é o circuito desta aula



Diodo real = diodo ideal em paralelo com um capacitor cuja capacitância depende da voltagem aplicada

Modelo de Diodo Real

- Note que a capacitância depende da tensão aplicada:

$$C(V_D) = C_0 \exp\left[\frac{eV_D}{kT}\right], \text{ para } V_D > 0$$

$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}}, \text{ para } V_D \leq 0$$

- Para tensões muito pequenas:

$$\frac{eV_D}{kT} << 1$$

a capacitância fica praticamente constante e igual a $\boldsymbol{C_0}$ e o diodo se comporta como um <u>capacitor ideal</u>.

- Para tensões mais elevadas, a capacitância depende fortemente da tensão sobre o diodo de uma maneira não linear

Equação do Circuito RLD

- No RLC as equações que regiam o sistema eram:

$$\dot{q} = i$$

$$\dot{i} = \frac{V_o}{L}\cos(\omega t) - \frac{R}{L}i - \frac{1}{LC}q$$

- No RLD, os termos multiplicando a corrente e a carga não são constantes, pois a capacitância e a corrente do diodo variam de maneira não linear com a voltagem:

$$\dot{q} = i$$

$$\dot{i} = \frac{V_o}{L}\cos(\omega t) - \boxed{f(q)}\, i - \boxed{g(q)}\, q$$

- *O comportamento não linear está embutido nas funções f() e g(), que escrevemos de maneira genérica em termos da carga.*

Circuito RLD

- **Resumindo:**
  - ✓ Para baixas tensões o circuito **RLD** deve se comportar como um circuito **RLC** linear como o estudado em aulas anteriores.
  - ✓ Para tensões suficientemente elevadas o circuito apresenta comportamento não linear podendo chegar ao caos.
- **Vamos estudar o caso em que o circuito apresenta uma resposta linear e o caso em que a resposta é não linear**

Mais sobre diodos: aula de lab3 do semestre passado e apostila de curvas características

Montagem experimental

Monte um circuito **RLD** com:

- **R_1=10Ω**
- **L=1mH** (indutor ideal azul)
- **Diodo**

Nota:

- O gerador de áudio é de outro modelo, nele a saída de baixa impedância é traseira e é essa que deve ser usada.
- Lembrem-se de medir os componentes com o multímetro.

Tarefas 1 – para síntese

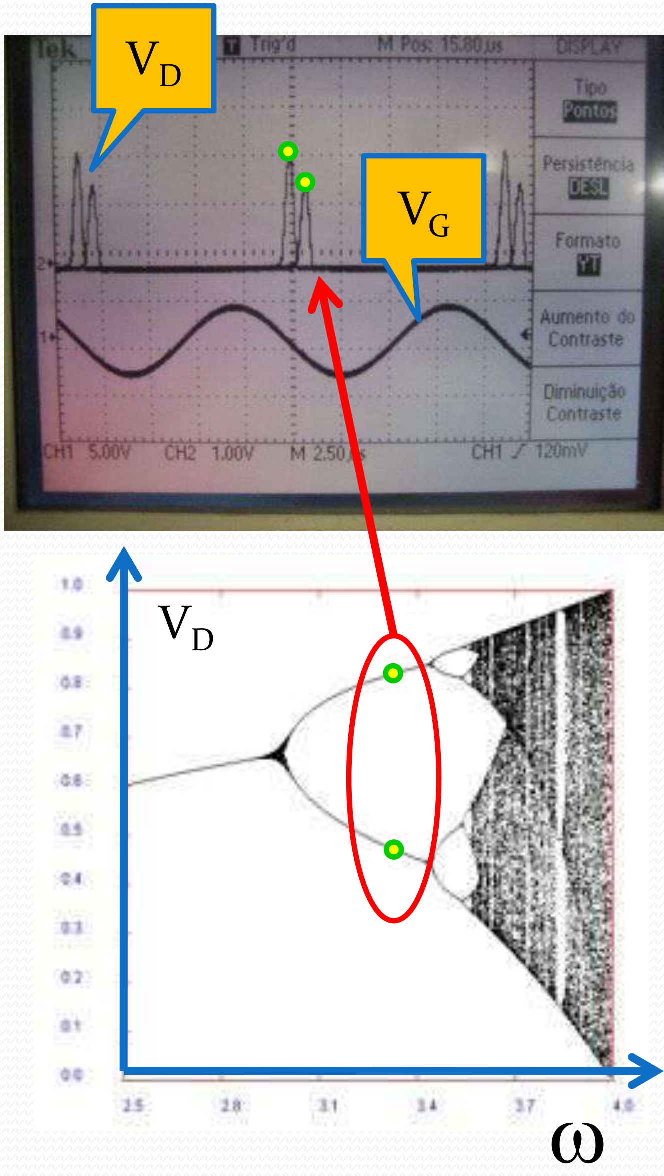
Circuito RLD em baixa tensão:

- Comece com a amplitude de pico no gerador menor que **0.1V** e use a saída traseira de baixa impedância.
- Achar a freqüência de ressonância desse circuito
  - Meça V_D e V_g enquanto faz isso... Lembre-se, precisamos de $V_D<0.1V$ para que apenas a parte capacitiva do diodo esteja funcionando
- A partir da freqüência de ressonância determine o valor da capacitância do diodo, C_0
  - Anote o valor da tensão usada na medida (para a discussão)
- Compare com o valor obtido por outros grupos

Tarefas 2 – para síntese

Circuito RLD em alta tensão

- Algo em torno de 4-5V
  - O que acontece com o diodo?
- **Construa** o diagrama de bifurcação
  - Meça com o osciloscópio a tensão no gerador, $\mathbf{V_G}$, e a tensão no diodo, $\mathbf{V_D}$. Comece com 40kHz e vá subindo
  - A amplitude dos picos de tensão $\mathbf{V_D}$ deve ser medida com o cursor. Meça vários pontos, principalmente próximo das bifurcações
  - Meça até quando for possível (3 bif. mínimo)
- Calcule a cte. de Feigenbaum
  - Compare com outros grupos e com o valor esperado teóricamente.



Tarefas 3 – para relatório

A partir dos dados experimentais e do diagrama de bifurcação, identifique:

- Há janelas de caos? Qual seu intervalo de frequência ?
  - faça um gráfico ou tire fotos
  - depois da janela pode ver bifurcações? Comente.

Tarefas 4 – para relatório

- Fazer o retrato de fase: **i X di/dt**
  - Que modo do osciloscópio de ser usado? **X-t** ou **X-Y** ?

- Fazer o retrato de fase do circuito **RLD** para algumas freqüências interessantes:
  - Quando não há bifurcação (**1** atrator para V_D do diodo)
  - Para **1** bifurcação (**2** atratores para V_D do diodo)
  - Para **2** bifurcações (**4** atratores para V_D do diodo)
  - Quando o circuito está em regime caótico

- Os retratos de fase são “fotos” da tela do osciloscópio
  - Devem ser mostrados, discutidos e comparados
  - Mostre todos acompanhados dos valores de tensão e corrente. Comente o que está acontecendo.

Tarefas 5 – EXTRA

- Faça também os diagramas de fase para o circuito **RLC**, utilizando o modo **X-Y** do osciloscópio (**C=0,47μF**)
  - Na freqüência de ressonância, tomando **q X (dq/dt)** e **i X (di/dt)**
  - Mostre todos acompanhados dos valores de tensão e corrente. Comente o que está acontecendo.
  - Compare qualitativamente esses digramas de fase com os do **RLD**.
- Faça o retrato de fase tridimensional do **RLC** e um do **RLD** para 1 bifurcação
  - Os osciloscópios permitem gravar $\mathbf{V_R}$, $\mathbf{V_D}$ (ou $\mathbf{V_C}$) vs **tempo**.
  - Use o Origin ou outro programa para fazer um gráfico tridimensional de ($\mathbf{V_D} \times \mathbf{V_R} \times \mathbf{t}$)
  - Compare e comente os dois retratos de fase.

Dicas

- Lembre que no caso de ressonância as tensões no capacitor (ou diodo) e no indutor podem ser muito maiores que a tensão no gerador. Então, preste atenção quando for procurar a freqüência de ressonância no circuito **RLD** com tensões baixas:
  - a tensão deve ser baixa o suficiente no diodo para que a exponencial da expressão da capacitância do diodo seja desprezível.

- No caso dos diagramas de fase do **RLD** foi pedido o da corrente ($\mathbf{V_R}$) pela sua derivada ($\mathbf{V_L}$). Podem fazer também o diagrama de fase de carga ($\mathbf{V_C}$) pela derivada da carga($\mathbf{V_R}$). **A escolha deve ser baseada na utilização do sinal de melhor qualidade**.

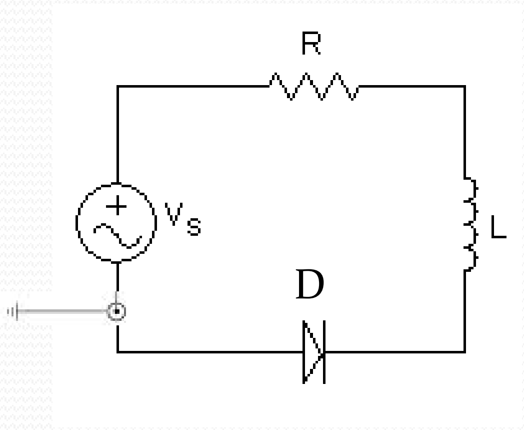
Dicas

- A amplitude dos picos de tensão **VD** ou **VL** deve ser medida com o cursor (depois da primeira duplicação, sem o cursor é impossível medir a amplitude dos dois picos). E congele a figura para fazer a medida principalmente no caso de mais de 2 bifurcações, em razão da instabilidade causado por ruído.
- "Triggere" sempre pelo sinal maior e mais estável.
  - Por essa razão foi pedido que usasse **VG** para as medidas do diagrama de bifurcações.

A amplitude de pico V_D, e por tanto V_G, também é um parâmetro de controle do sistema. Como queremos medir apenas a variação com **ω**, mantenham V_G constante!

Dicas

- **Importante**: o gerador pode ter um pequeno nível **DC**, que não é desejável no circuito:
  - o risco prateado no diodo é a ponta do triângulo que o simboliza
  - colocando o polo positivo do diodo no terra do gerador, se houver nível DC, ele não passa e, além disso, a figura $\mathbf{V_{DP}XV_{RP}}$ fica com os picos para cima, o que facilita a visualização, como está na foto do osciloscópio dos próximos slides.



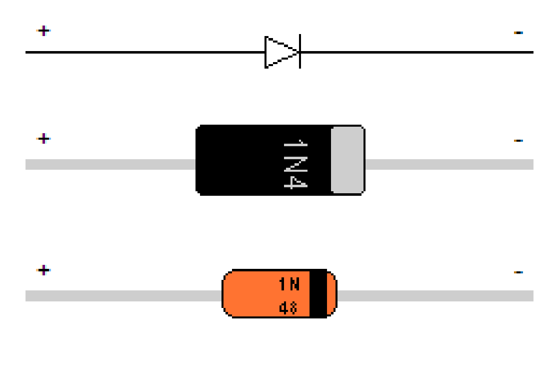
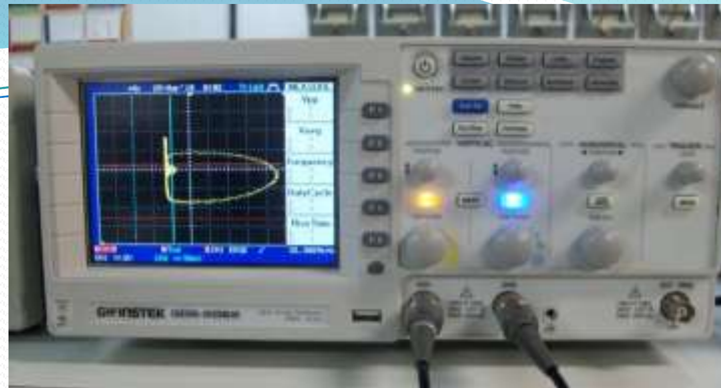
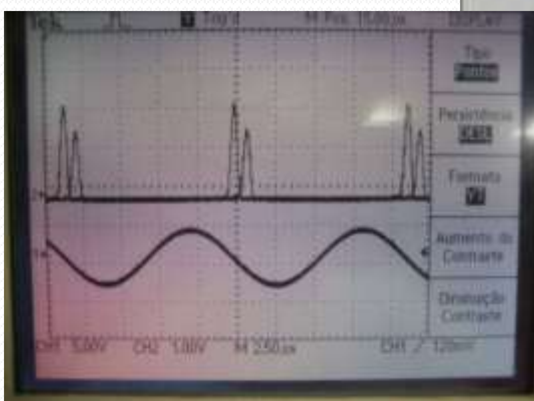


Figure 2: Orientation of diodes

Dicas

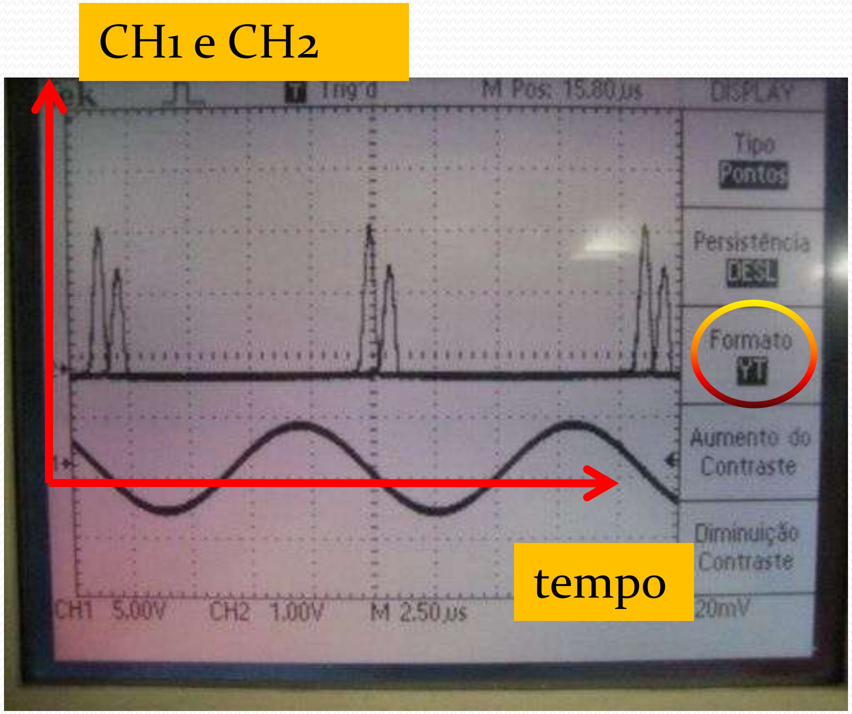



Com o botão de atenuação de frequência, o cursor fica menos sensível e é mais fácil procurar pela bifurcação
Indutor de 1000μH
Diodo



Mudando de X-t para X-Y

- Clique no botão display
- Selecione o formato no menu da tela



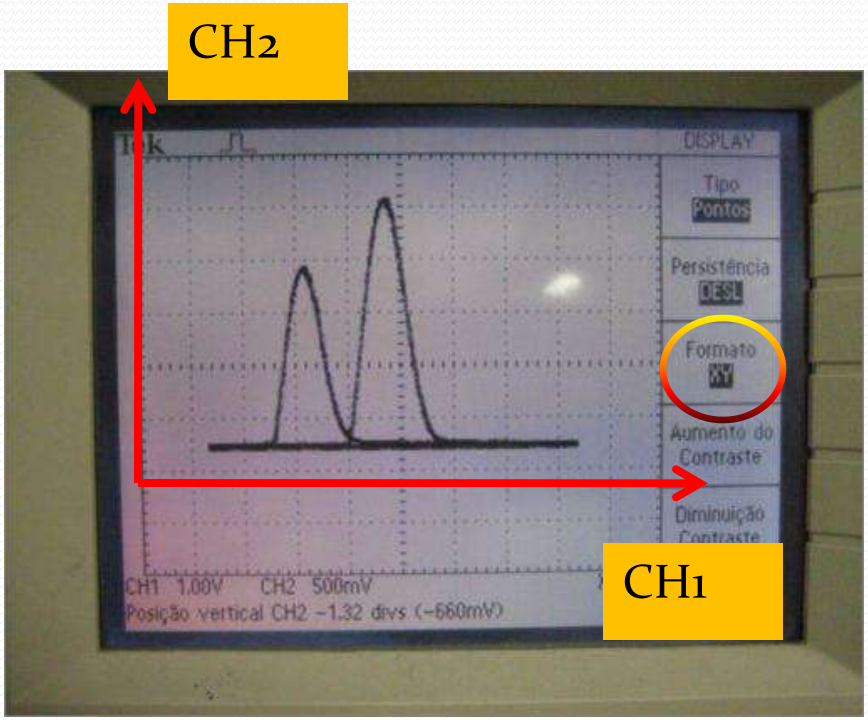


Gráfico 3D

- No Origin...