



Estadística

Propagação de Incertezas por
Monte-Carlo para variáveis
independentes

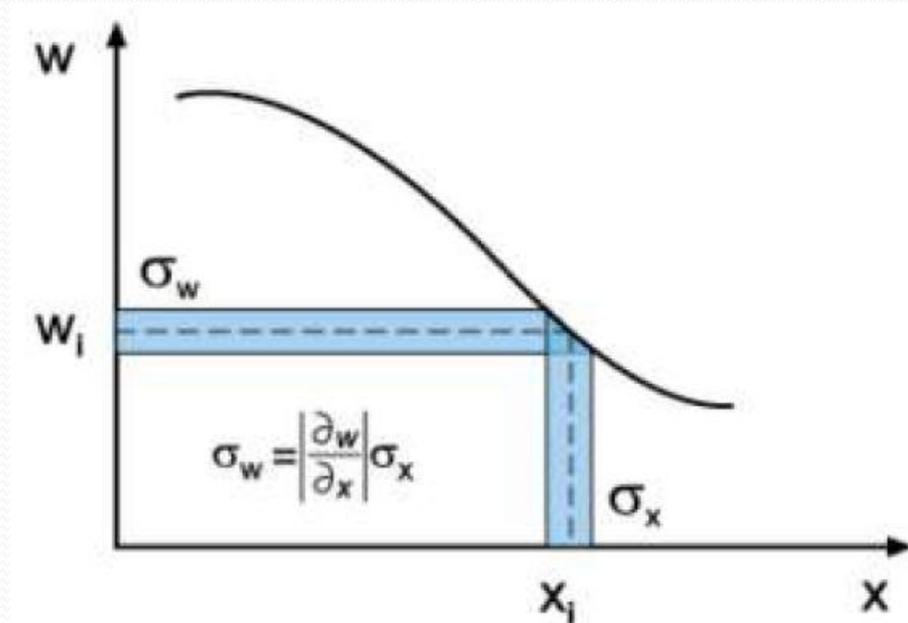
Parte de uma aula dada pelo prof. Alexandre Suaide no curso de 2009

Propagação de Incertezas

- O que a fórmula geral de propagação de incertezas significa?

$$F(a, b, \dots) \Rightarrow \sigma_F^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial a} \sigma_a \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b} \sigma_b \right)^2 + \dots$$

- Significa quanto a variação de uma grandeza causa de variação em outra grandeza



Propagação de Incertezas

- Se quero saber o quanto as incertezas de medidas afetam outras grandezas precisamos propagar as incertezas
- Em situações simples a avaliação é fácil

$$P = V * i$$

- Mas como fazer em situações mais complexas?

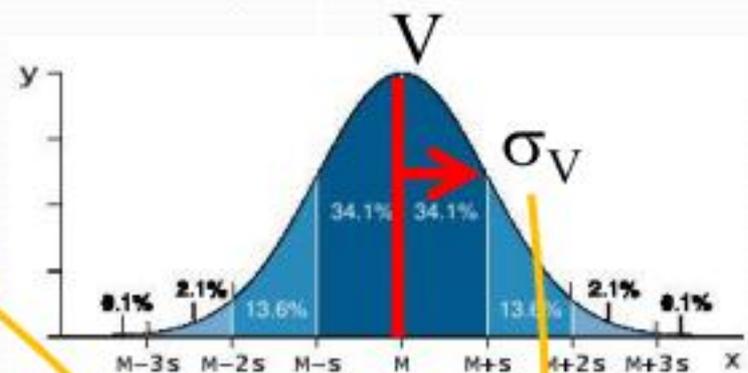
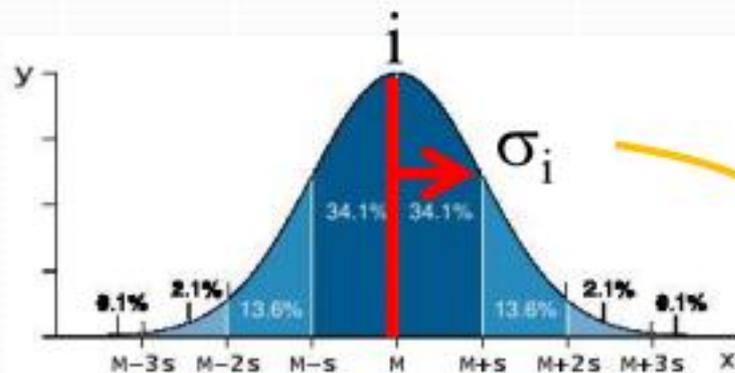
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b}$$

$$\text{fração do visível} = \frac{\int_{400nm}^{700nm} I(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda}$$

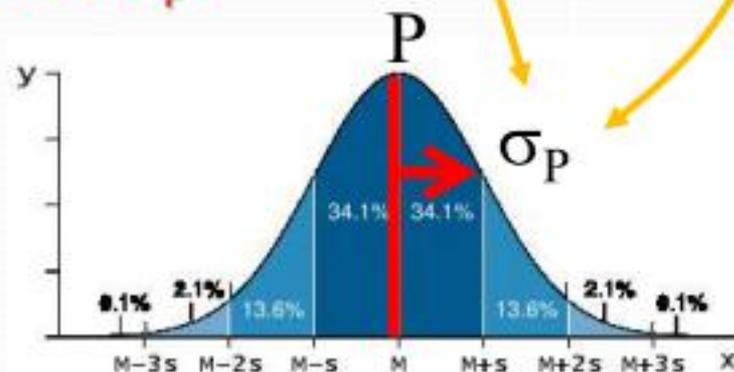
- Simulações de Monte Carlo

Caso Simples: $P = V * i$

- Medimos uma corrente e uma tensão, qual a potência?



- O que acontece é que não temos certeza dos valores reais de i ou de V , portanto também não podemos ter certeza do valor de P , **mas quem é σ_P ?**



Caso Simples: $P=V*i$

Método de Monte Carlo

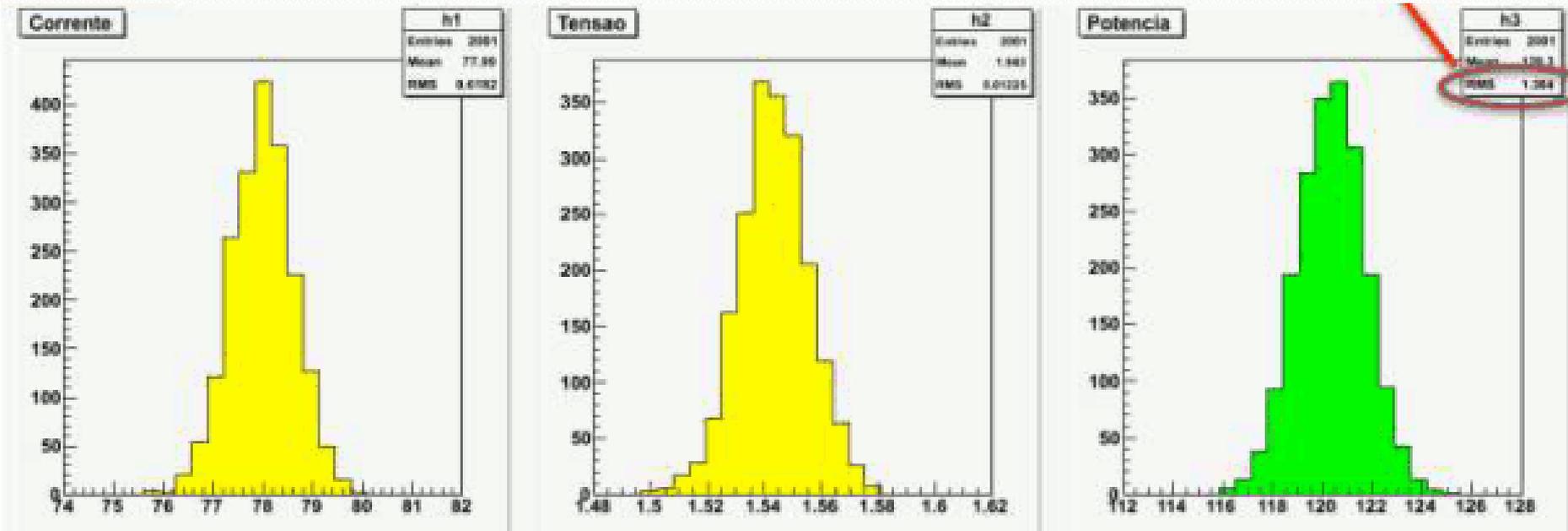
- Sorteia-se um valor para a corrente usando uma distribuição gaussiana com média i e variância σ_i^2
- E para a tensão com média V e variância σ_v^2
- Para cada par de valores sorteados, calculamos a potência correspondente
- Repetimos o procedimento várias vezes
- A incerteza na potência será o desvio padrão dos valores calculados

Nota: Como sorteamos os dois valores de maneira independente, não estamos considerando nenhuma covariância entre eles. Dá para fazer MC com covariância, mas é mais complicado...

Exemplo Concreto

- $i=78\pm 0.6\text{mA}$
- $V=1.543\pm 0.012\text{mV}$
- $P=V*i=120.3\pm ?? \text{ mW}$

1.40mV



Cálculo no Excel

- Para sortear um número aleatório, com distribuição Gaussiana no Excel, dado

$$X = X_0 + \sigma_x$$

- Usa-se a expressão

$$\text{NORMINV}(\text{RAND}(), X_0, \sigma_x)$$

- Pode depender da versão do excel (português/inglês). Existem funções semelhantes no ooffice também!

Vantagens

- O conceito é bastante intuitivo
- Fácil de implementar em planilhas eletrônicas (Excel, OO, etc)
- Não é necessário fazer as derivadas parciais para propagar as incertezas
- Independente da complexidade das contas, que podem tornar o cálculo de derivadas parciais muito complicados