Seletor de Velocidades

Notas de aula: www.fap.if.usp.br/~hbarbosa
LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Física Exp. 3
Aula 5, Experiência 2
Modelo E e resolução do seletor

Profa. Eloisa Szanto
eloisa@dfn.if.usp.br
Ramal: 7111
Pelletron

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin
nelson.carlin@dfn.if.usp.br
Ramal: 6820
Pelletron

Prof. Paulo Artaxo
artaxo@if.usp.br
Ramal: 7016
Basilio, sala 101

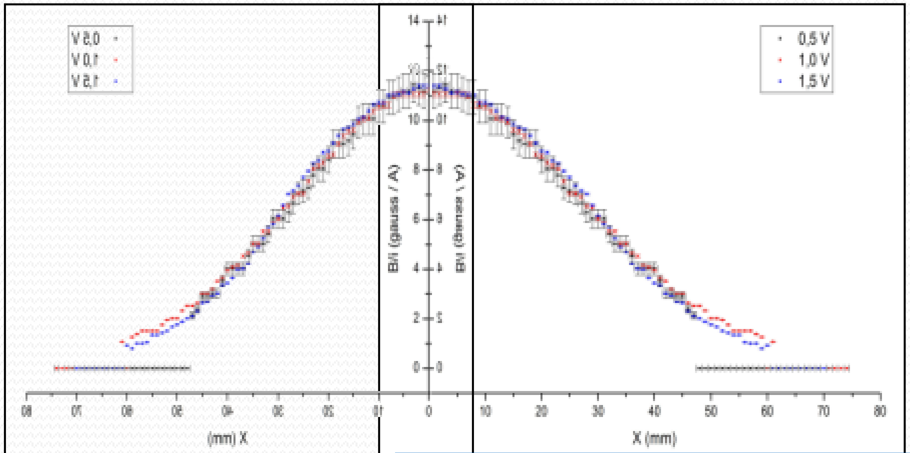
Exp. 2 – Seletor de Velocidades

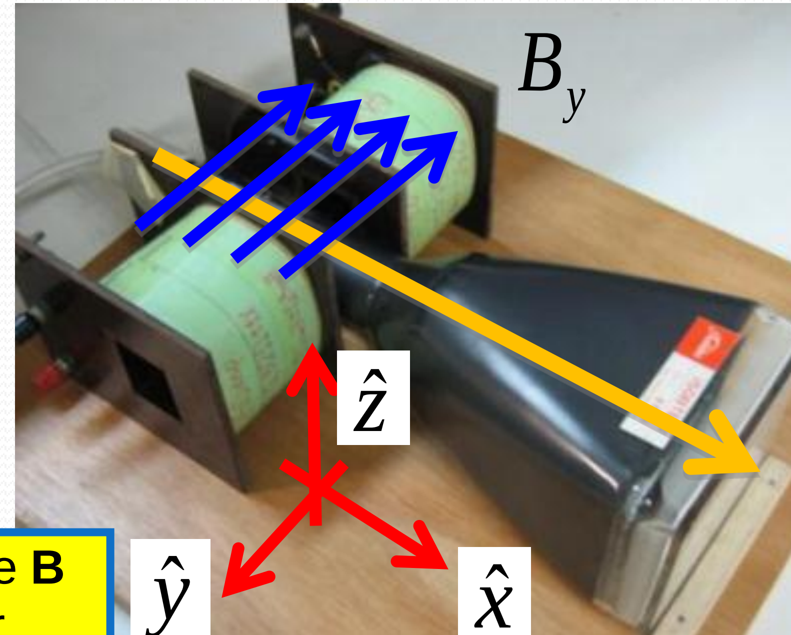
PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
  - Movimento em campo elétrico
- Semana 2
  - Movimento em campo magnético
- Semana 3
  - Simular o campo elétrico e mapear o campo magnético
- Semana 4
  - Modelo para B e calibração do seletor
- Semana 5
  - Modelo para E e resolução do seletor de velocidades

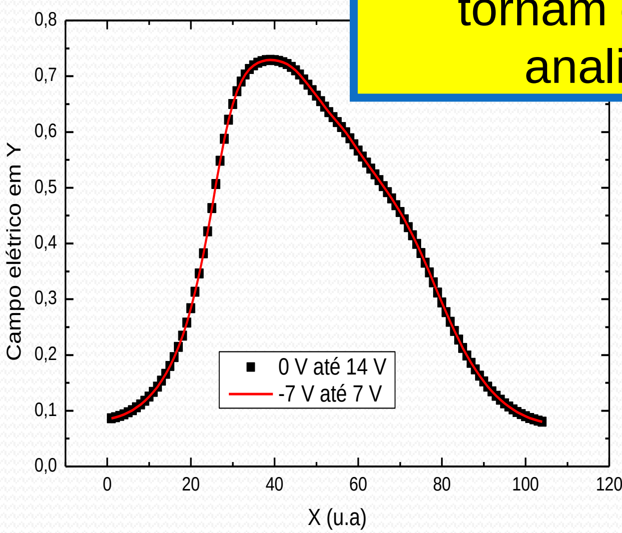
1. Modelo Teórico para o campo elétrico no Seletor

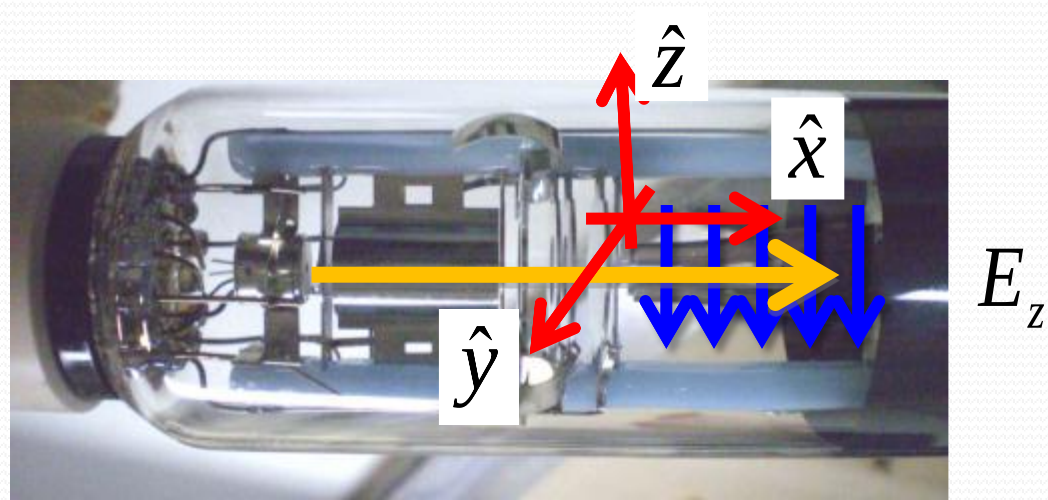
Seletor de velocidades - REAL



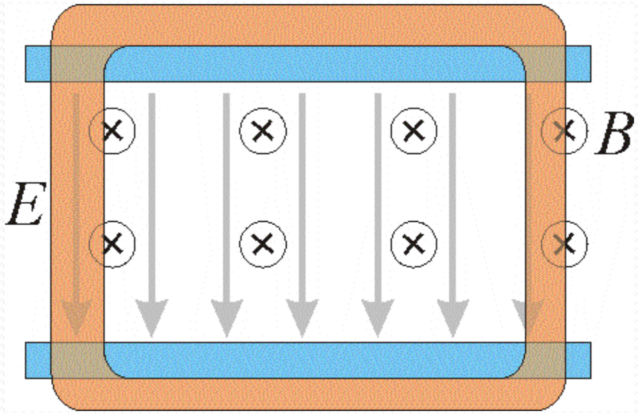


Variação espacial de **E** e **B** tornam difícil resolver analiticamente!

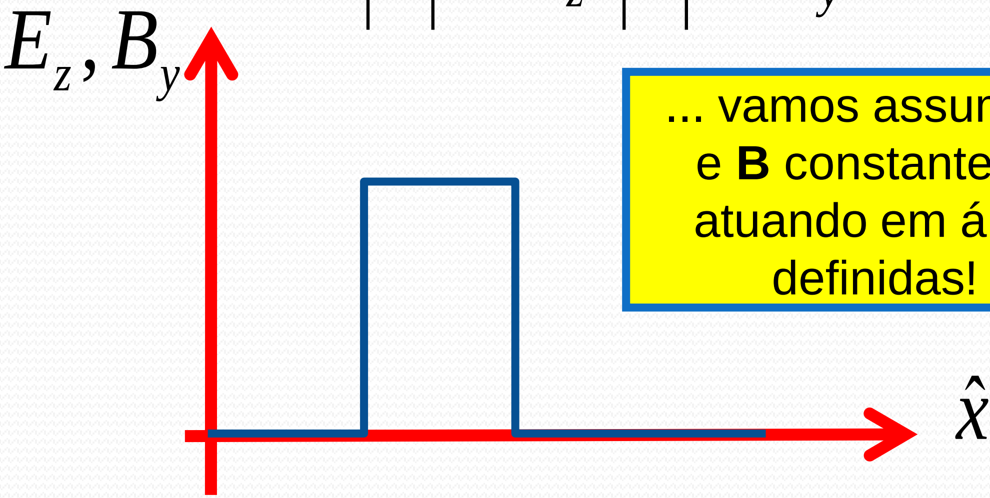




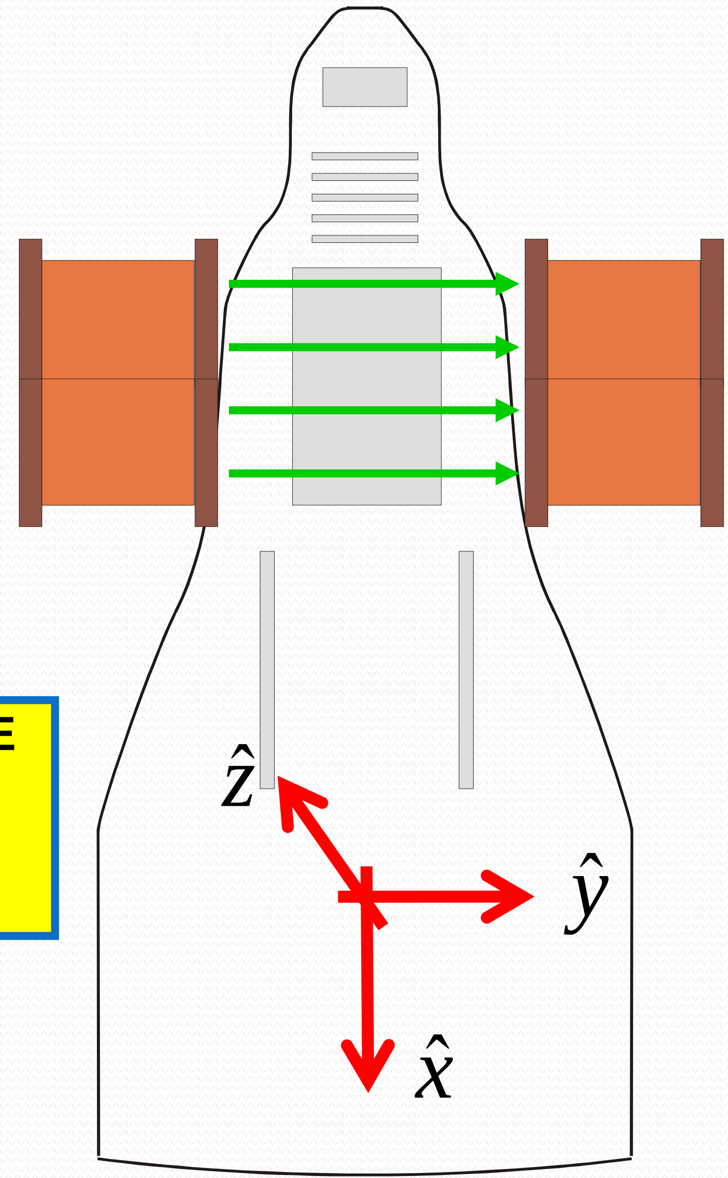
Seletor de velocidades - IDEAL



$$\left|\vec{E}\right| = E_z, \left|\vec{B}\right| = B_y$$

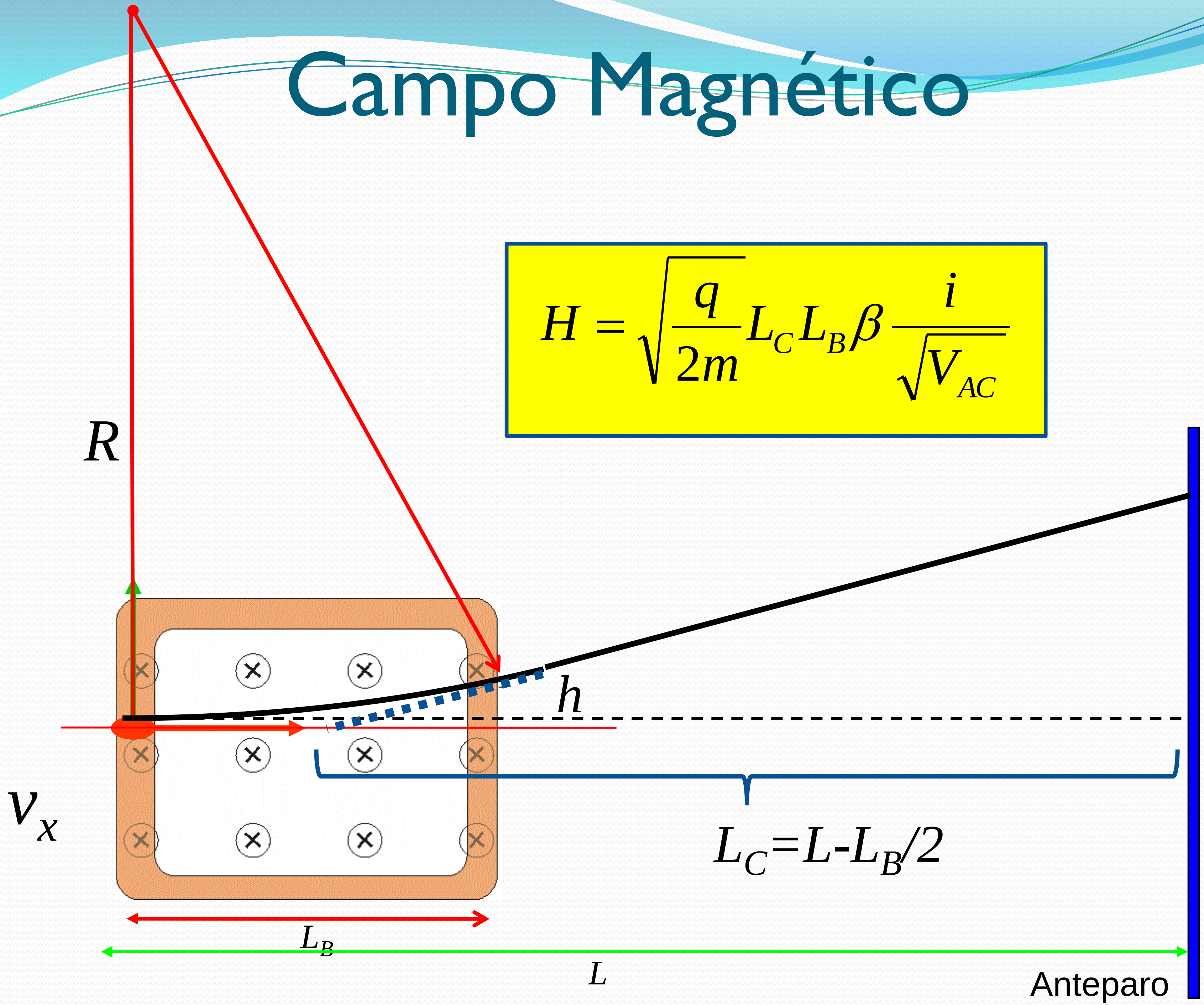


... vamos assumir **E** e **B** constantes e atuando em área definidas!



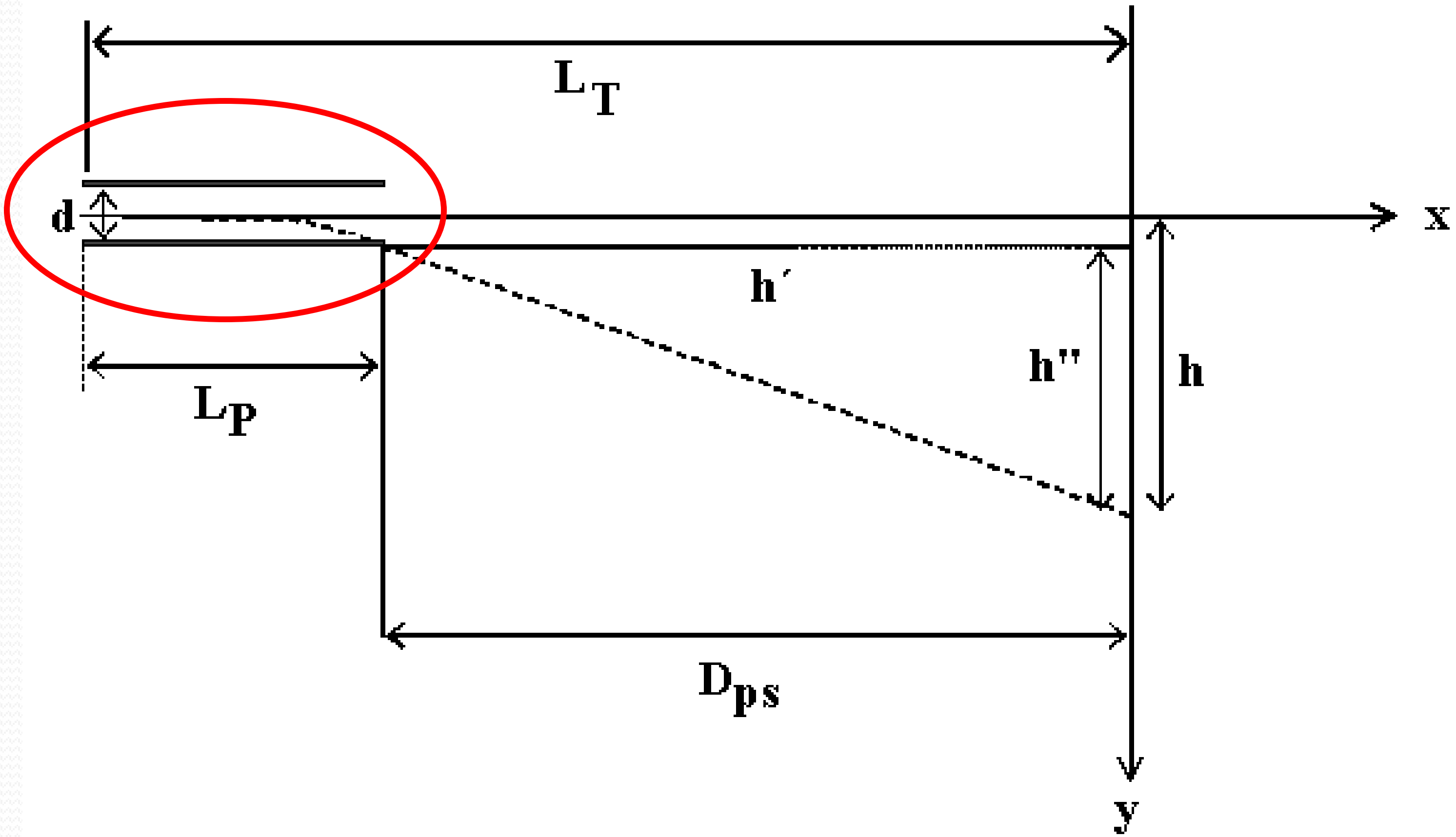
Campo Magnético

$$H = \sqrt{\frac{q}{2m}} L_C L_B \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$



Campo Elétrico

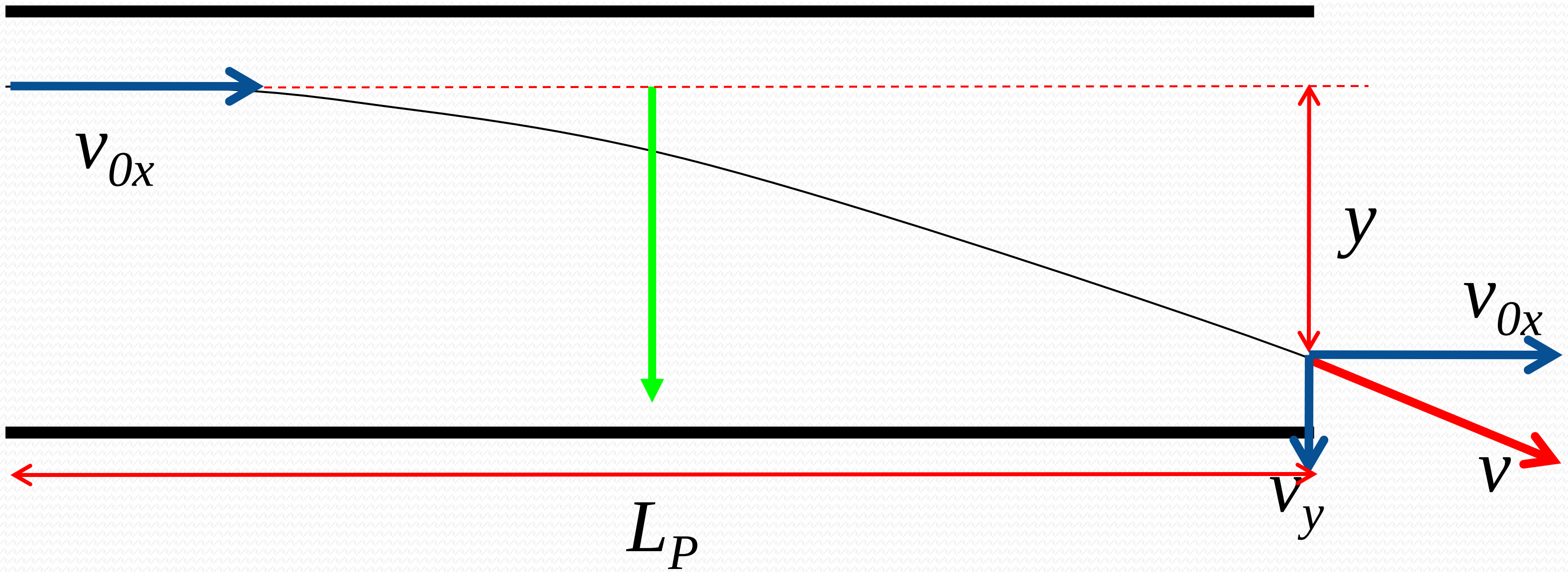
- Sistema de placas paralelas ideais, com um anteparo a uma distância $\mathbf{D_{ps}}$. Qual a deflexão (**h**) do feixe por estas placas?



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Movimento uniforme em x

$$t = \frac{L_P}{v_{0x}}$$

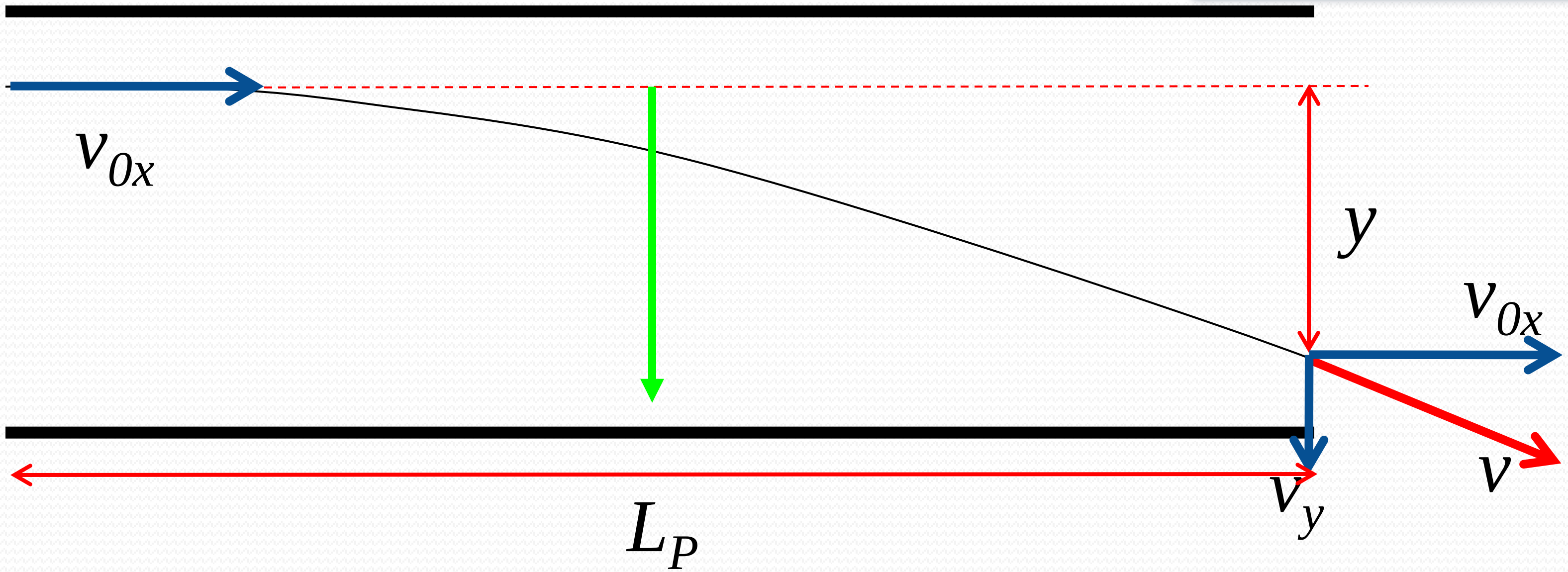


Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Movimento uniformemente variado em y

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow F_y = qE \Rightarrow a_y = \frac{qE}{m}$$

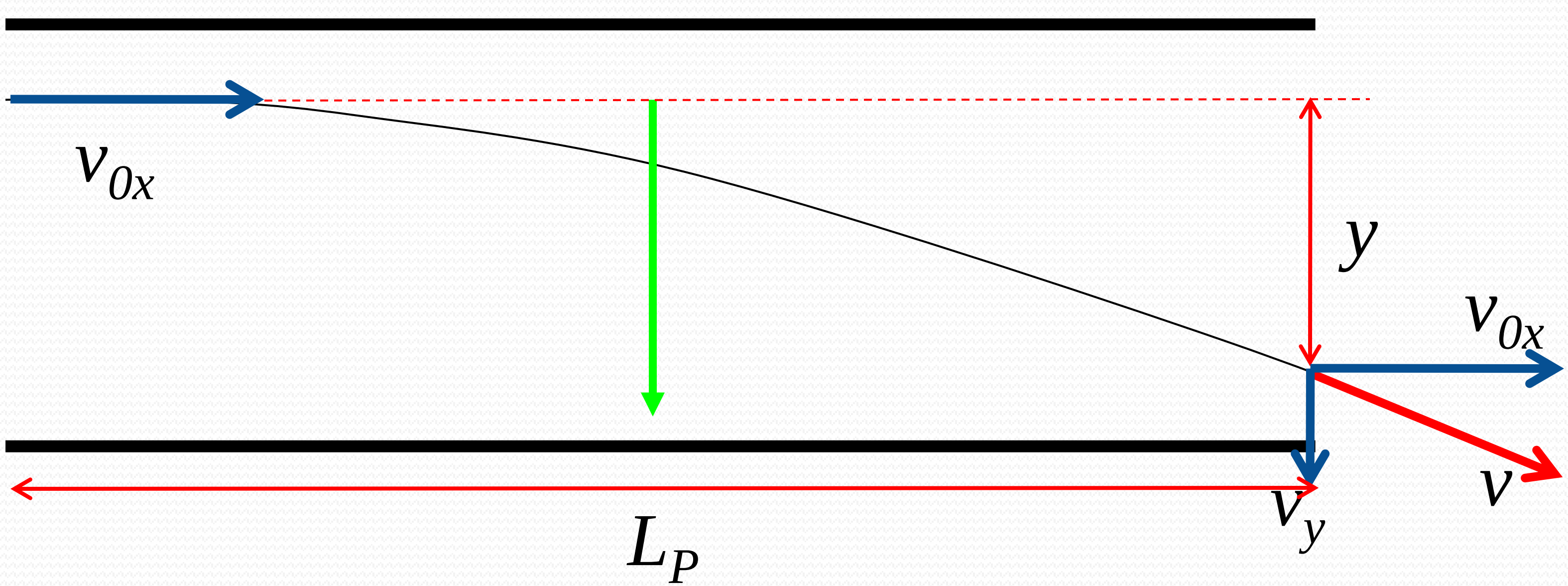
$$v_y = v_{0y} + a_y t \Rightarrow v_y = \frac{qE}{m} t \Rightarrow \boxed{v_y = \frac{qEL_P}{mv_{0x}}}$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Movimento uniformemente variado em y

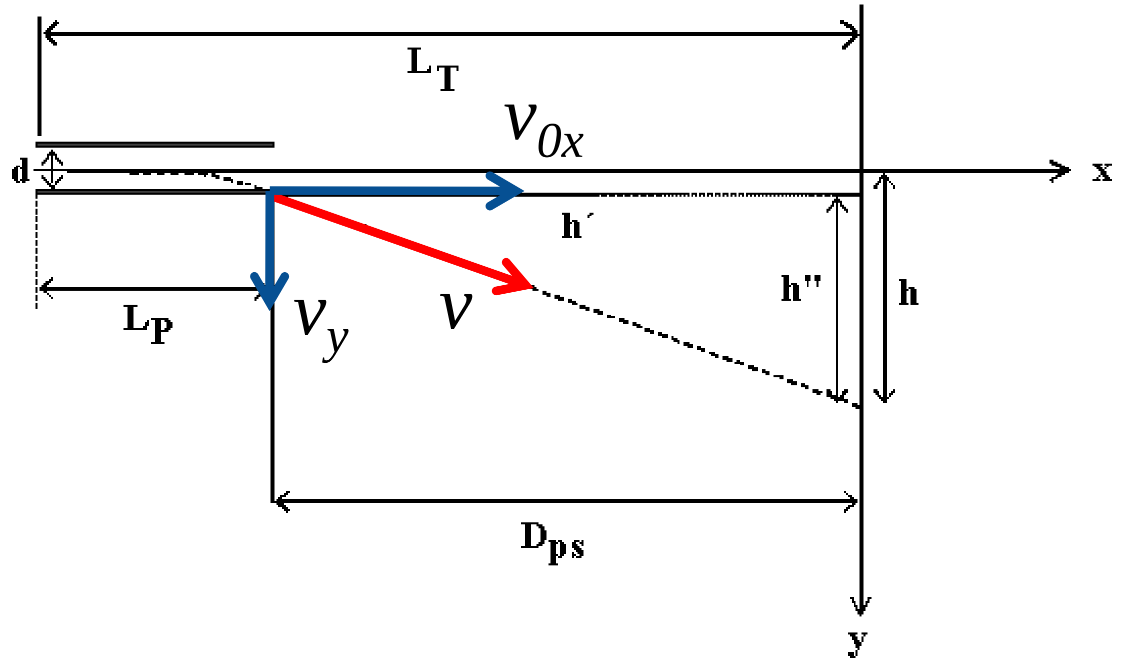
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{qE}{2m}\left(\frac{L_P}{v_{0x}}\right)^2}$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Após as placas voltamos a ter movimento uniforme

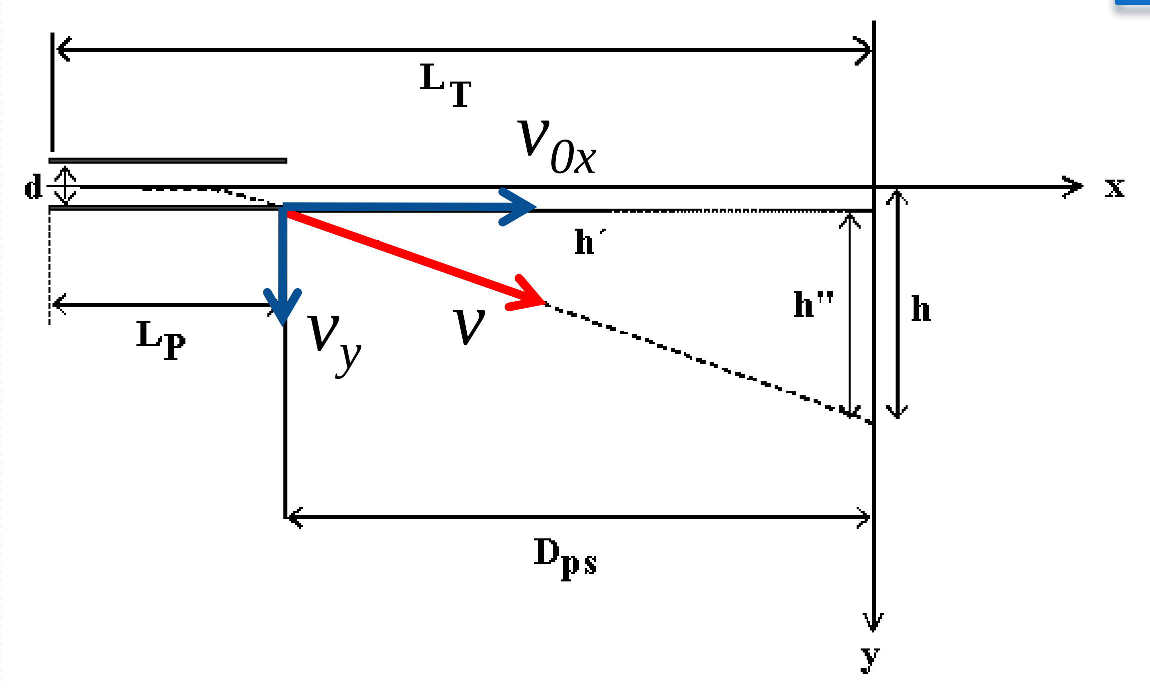
$$t = \frac{D_{PS}}{v_{0x}} \qquad h'' = v_y t = \frac{qEL_P}{mv_{0x}} \frac{D_{PS}}{v_{0x}}$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- O deslocamento total é a soma dos dois deslocamentos

$$h = y + h'' = \frac{qE}{2m}\left(\frac{L_P}{v_{0x}}\right)^2 + \frac{qE}{m}\frac{L_P D_{PS}}{v_{0x}^2} = \frac{qEL_P}{mv_{0x}^2}\left(\underbrace{\frac{L_P}{2} + D_{PS}}_{L_C}\right)$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- O deslocamento total é a soma dos dois deslocamentos

$$h = \frac{qEL_P}{mv_{0x}^2} L_C \qquad L_C = \left(\frac{L_P}{2} + D_{PS} \right)$$

Distância do centro das placas

- Ou seja:

$$h = A \frac{E}{v_{0x}^2}$$

h é proporcional ao campo elétrico e inversamente proporcional ao quadrado da velocidade

Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Em um capacitor ideal, o campo vale:

$$|E| = V_P/d$$

- A velocidade do elétron depende da tensão de aceleração através de:

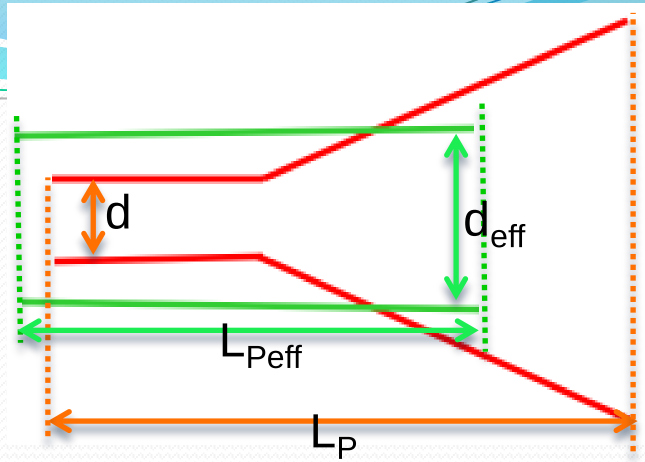
$$K_{cin} = qV_{AC} \quad \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{0x}^2 = qV_{AC}$$

- Ou seja:

$$h = A\frac{E}{v_{0x}^2} \quad = A'\frac{V_P}{V_{AC}}$$

h é proporcional à tensão entre as placas e inversamente proporcional à tensão de aceleração dos elétrons

Quem é a constante A'?



- Ou seja

$$A' = \frac{L_P}{2d} L_C$$

- Contudo, quais são as dimensões das placas equivalentes ($\boldsymbol{L_P}$) e a distância ($\boldsymbol{d}$) entre elas?

- Tenho duas variáveis e apenas uma medida. Como eu resolvo esta ambigüidade?

Quem é L_P e d?

- Vamos lembrar alguns conceitos sobre movimento, em especial impulso de uma força

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \int_0^t \vec{F}(t)dt$$

- No nosso caso ideal, a força é constante com módulo dado por qE. Nesta situação:

$$\vec{I} = \int_0^t \vec{F}(t)dt = \int_0^t q\vec{E}dt = q\vec{E}t = q\vec{E}\frac{L_P}{v_{0x}}$$

Quem é L_P e d?

- Lembrando que o deslocamento na tela do TRC vale:

$$h = \frac{qEL_P}{mv_{0x}^2} L_C$$

- E sabendo que o impulso, na direção y, tem módulo qEL_P/v_{0x}, e sabendo que o momento inicial da partícula vale $p = mv_{0x}$, temos:

$$h = \frac{\text{Impulso}}{p} L_C = \frac{\Delta p}{p} L_C$$

Quem é L_P e d?

- Ou seja, o deslocamento está diretamente relacionado ao impulso fornecido pelo campo elétrico

$$h = Cte\frac{\Delta p}{p}$$

- Podemos utilizar esta informação para fazer uma escolha realista para o comprimento efetivo das placas.
  - Em que parte da trajetória se dá o impulso que altera o deslocamento da partícula?

Quem é L_P e d?

Ou seja, o impulso se dá na região que o campo atua mais intensamente

- No caso ideal temos que:

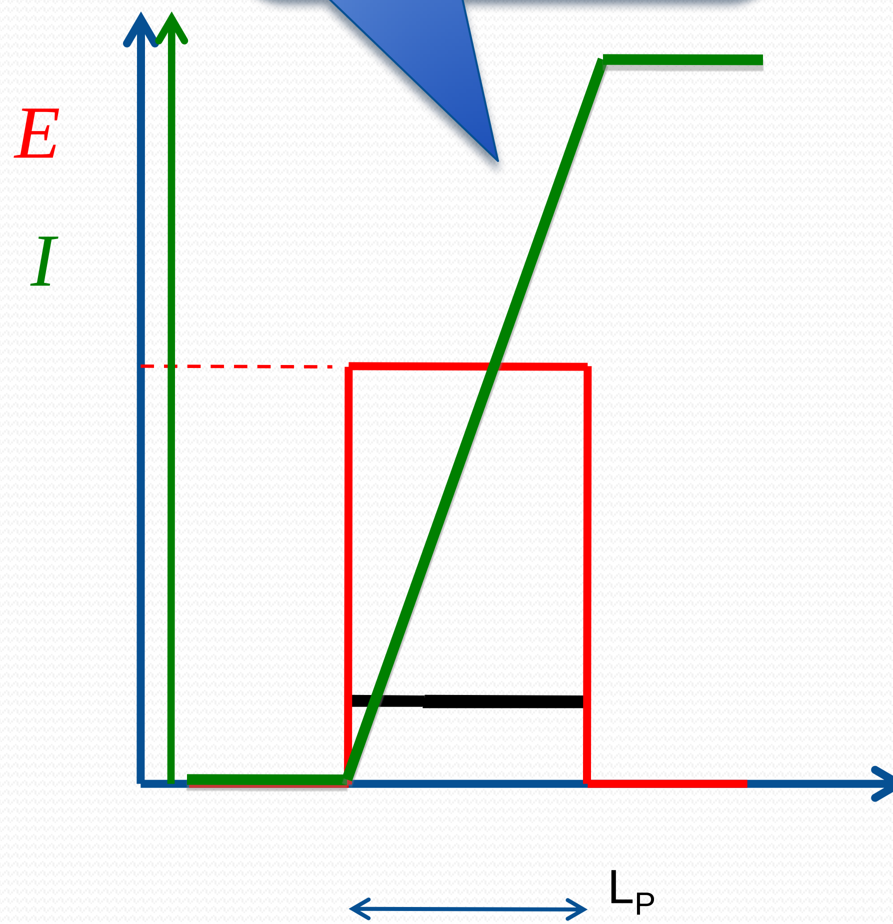
$$\vec{I} = q\vec{E}t$$

- Como:

$$v_{0x} = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v_{0x}}$$

- Temos:

$$\vec{I} = \frac{q\vec{E}}{v_{0x}}x$$



Quem é L_P e d?

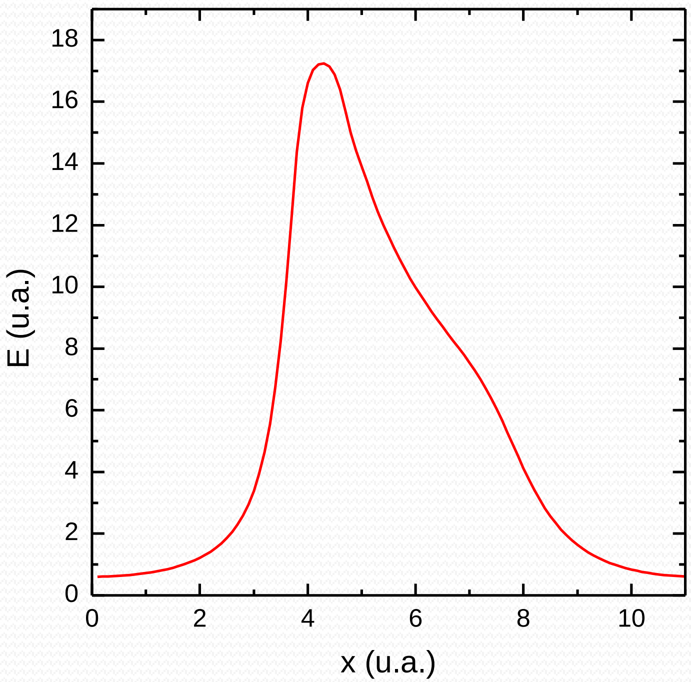
IMPORTANTE!

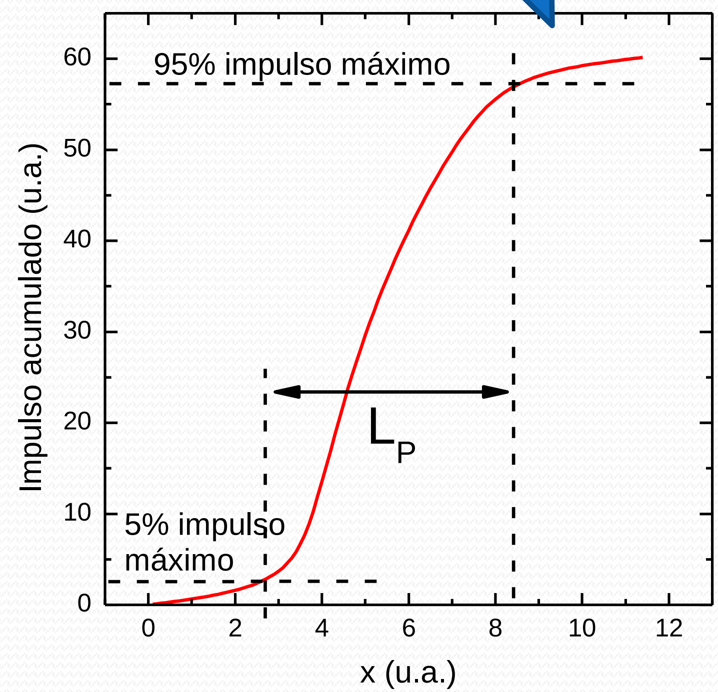
- Calculando o impulso acumulado

$$\vec{I}(x) = \int_0^t \vec{F}(t)dt = \int_0^x \frac{q\vec{E}}{v_{0x}} dx$$

Usar o campo simulado

Calculo L_P a partir deste gráfico





Para entregar – parte 1

- Da simulação do campo, fazer o gráfico de impulso acumulado em função do comprimento.
  - Determinar o comprimento efetivo das placas ($\boldsymbol{L_P}$)
    - Usar como limites 5% e 95% do impulso máximo acumulado como limites
    - Dica: use o Excel e faça a integral como a soma de pequenos retângulos

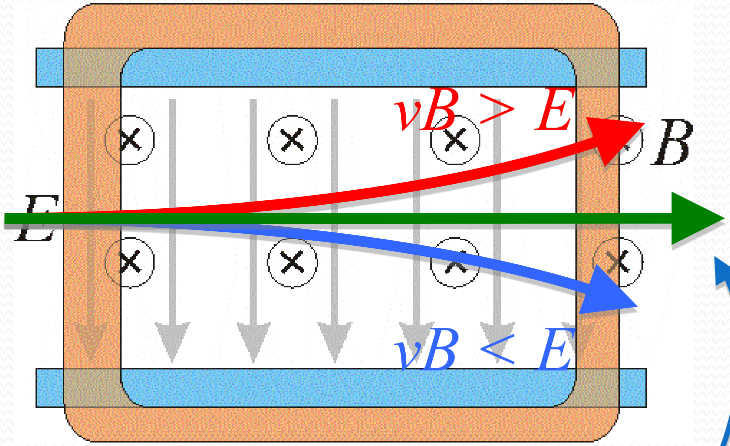
- Determinar a distância efetiva ($\boldsymbol{d}$) entre as placas ideais de comprimento L_P para que elas provoquem o mesmo impulso total
- Comparar esses parâmetros com as medidas equivalentes das placas do TRC e discutir.

2. Seleção de Velocidades

Vamos olhar de perto este seletor

- Qual é a condição na qual a partícula não sofre desvio?

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q(v_x B - E)\hat{k} - qBv_z\hat{i}$$



$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

- Condição de força resultante nula:

v_z inicial é nula. Se não houver força em ***Z*** isto não muda

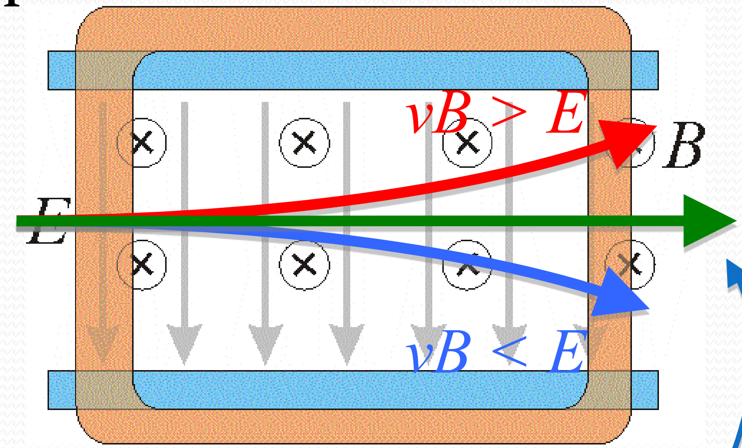
$$\vec{F} = q(v_x B - E)\hat{k} - qBv_z\hat{i} = 0$$

$$v_{0x}B - E = 0 \qquad v_{0x} = \frac{E}{B}$$

Se a velocidade da partícula for igual à razão entre campo elétrico e magnético o desvio sofrido é nulo

Vamos olhar de perto este seletor

- Mas também podemos pensar em cada movimento separadamente



  - Já estudamos que a deflexão devido ao campo elétrico (apenas) vale:

$$h_E = \frac{qL_P E}{mv_{0x}^2} L_C$$

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

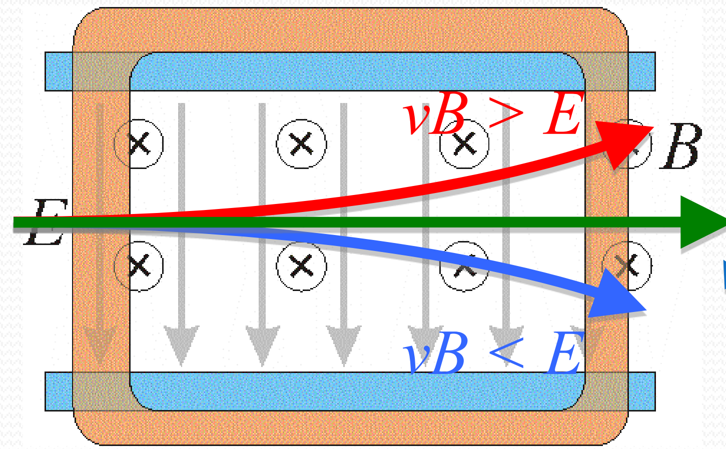
- E a deflexão devido ao campo magnético vale:

$$H_B \approx \frac{qL_B L_C}{mv_{0x}} B$$

Vamos olhar de perto este seletor

- Na situação que não há desvio da partícula, um movimento compensa o outro e assim:

$$h_E = H_B$$



- Ou seja:

$$\frac{qL_P E}{m v_{0x}^2}\cancel{L_C} = \frac{qL_B \cancel{L_C}}{m v_{0x}}B$$

Se estavam alinhadas...

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

- Assim:

$$v_{0x} = \frac{L_P}{L_B}\frac{E}{B}$$

Vamos olhar de perto este seletor

- Mas na aula passada nos deduzimos, a partir de **Fe=Fm**, que:

$$v_{0x} = \frac{E}{B} = \frac{1}{\beta d}\frac{V_P}{i}$$

- Como é que agora temos??

$$v_{0x} = \frac{L_P}{L_B}\frac{E}{B} = \frac{L_P / d}{L_B \beta}\frac{V_P}{i}$$

- Nossa falha na aula passada foi assumir que as forças estavam em equilíbrio. Isso não é possível pois $\mathbf{L_B}$ (~8cm) e $\mathbf{L_P}$ (~4cm) são diferentes!

Tarefas da Semana – Parte 2

- A partir da fórmula teórica para a seleção de velocidades deduzida por $h_E = H_B$, ie equilíbrio dos impulsos,

Mediram experimentalmente, então seu valor não muda...

O que mudou foi a nossa interpretação do que "entra" na constante...

$$v_{0x} = \alpha' \frac{V_P}{i}, \text{onde } \alpha' = \frac{L_P}{L_B} \frac{1}{\beta d}$$

  - Estimar o valor da constante de calibração e comparar com aquela obtida experimentalmente
  - Comparar com as obtidas por seus colegas e comente o resultado

3. Resolução do Seletor

Seletor de Velocidades

- Vimos que, conhecendo a constante **α** do seletor, para selecionarmos uma velocidade (partículas dessa velocidade passam sem desvio) precisamos apenas conhecer a razão $\mathbf{V_P/i}$ correspondente:

$$v_x = \alpha \frac{V_P}{i}$$

- Porém há um número infinito de valores de $\mathbf{V_P}$ e **i** que dão a mesma razão $\mathbf{V_P/i}$.
- Como escolher?

Seletor de Velocidades

- Há uma limitação na tensão nas placas: a fonte vai até **30V**
- Há limitação na corrente nas bobinas em torno de **2,0 A** embora por uma questão de segurança a recomendação é que não se passe de **1,0A**.
- Mesmo com essas limitações há vários valores possíveis de $\mathbf{V_P}$ e **i** com a mesma razão $\mathbf{V_P/i}$.
- Posso escolher qualquer uma?
- Há alguma diferença no funcionamento do seletor?

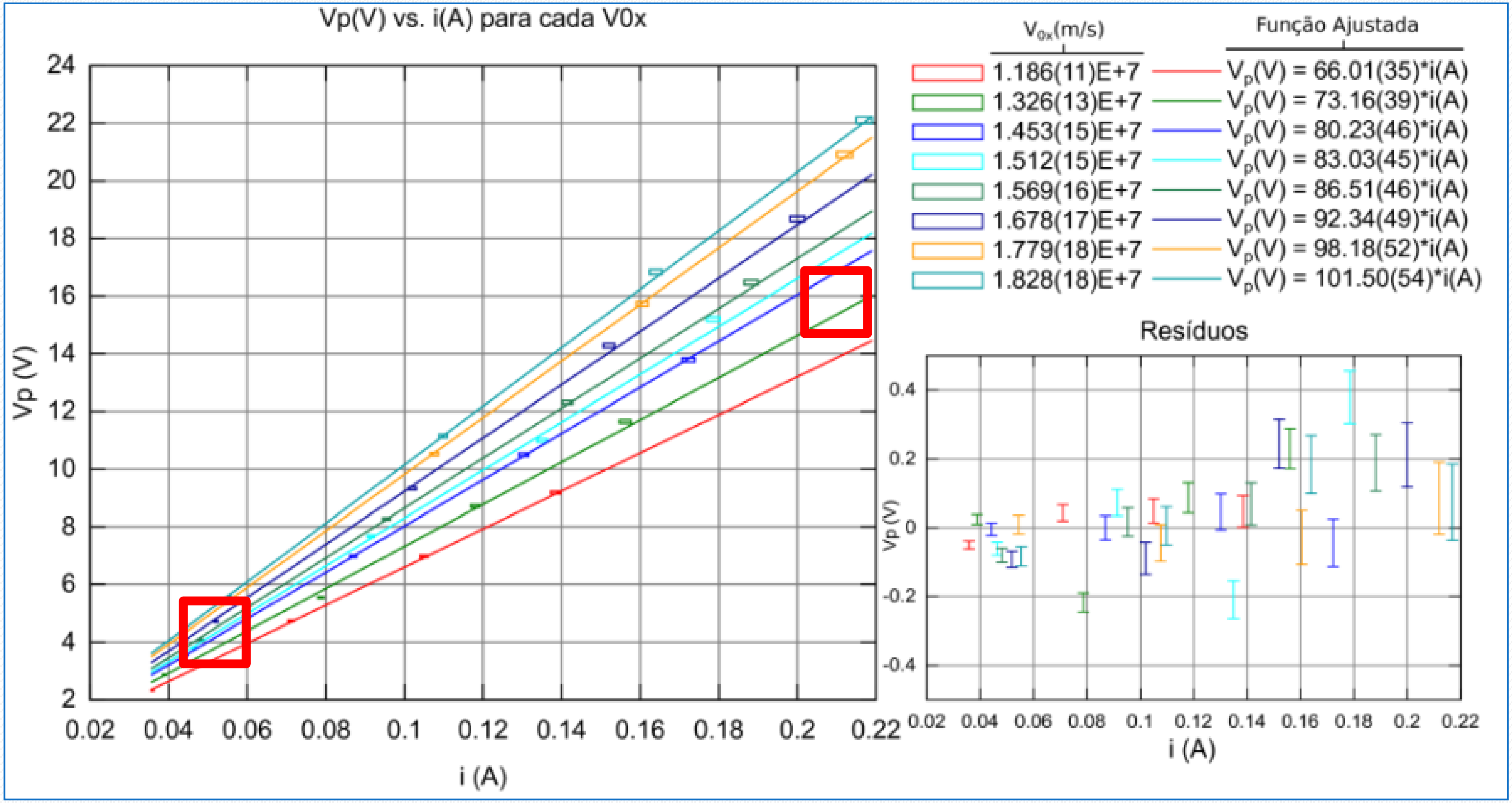
Seletor de Velocidades

- Para investigar isso vamos precisar de outros parâmetros que caracterizem o instrumento

- Uma característica importante é a sensibilidade do aparelho, isto é, se ele foi construído para separar partículas carregadas pela sua velocidade, qual é a menor diferença em velocidade que ele consegue distinguir?

Qual o melhor Vp/i ?

Resultado do H04

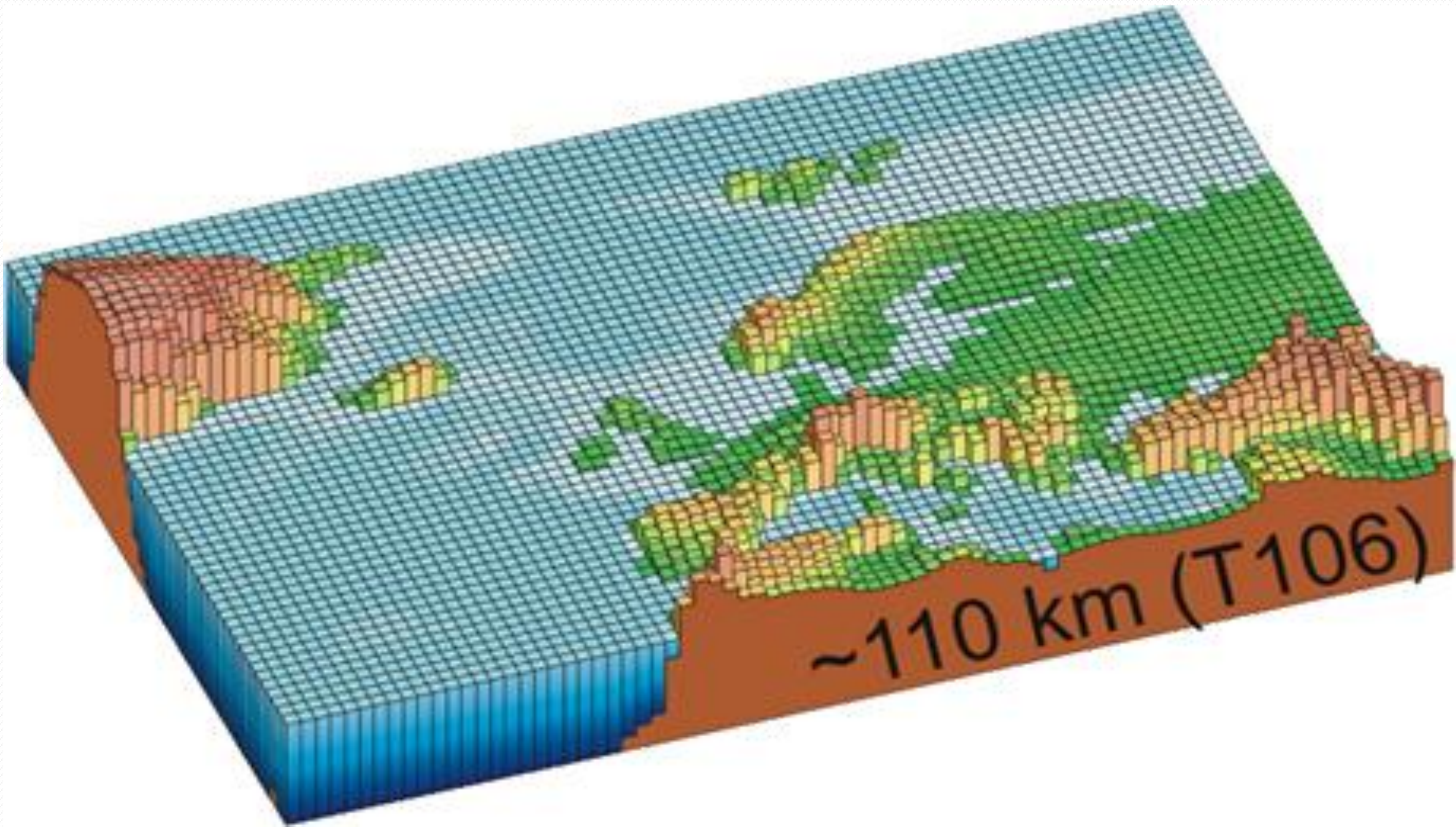


Resolução

- Quando se constrói um aparelho que funcione como um filtro ou seletor de qualquer coisa, a primeira pergunta que se faz é:
- Qual é a sensibilidade desse aparelho, ou seja, quão bem ele distingue aquilo que ele vai separar?

- Isso é medido por um parâmetro chamado resolução:
  - Se está separando massas: $$R = \frac{\Delta m}{m}$$
  - Se está separando por diâmetro: $$R = \frac{\Delta d}{d}$$
  - Se está separando por velocidade: $$R = \frac{\Delta v}{v}$$

Exemplo



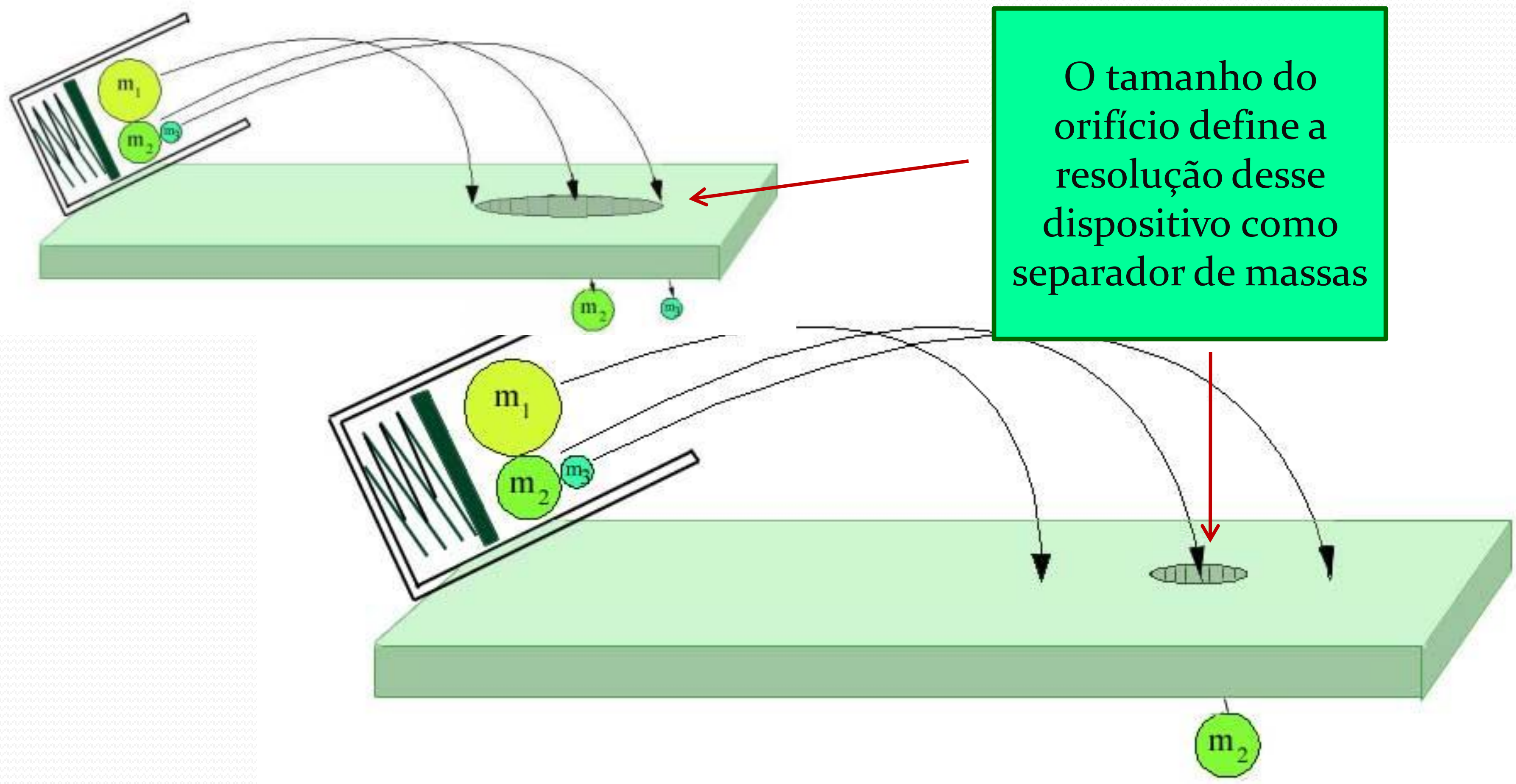
Resolução em velocidade

- Vamos imaginar que tenhamos um orifício de diâmetro **d** alinhado com o eixo do seletor.
  - Quando se ajusta uma razão $\mathbf{V_P/i}$, deve passar somente partículas com a velocidade escolhida pelo orifício
  - Mas existem outras partículas de velocidades muito próximas que vão sofrer pequenos deslocamentos

- Se o orifício tem um diâmetro de tamanho suficiente, passarão outras partículas por ele, cujas velocidades não foram selecionadas, mas que são tão próximas da selecionada que o instrumento não consegue distinguir

Separação de massas por distâncias

Supor um canhão que atire bolas de massas diferentes seqüencialmente:



O tamanho do orifício define a resolução desse dispositivo como separador de massas

Resolução em velocidade

- Nesse caso, precisamos definir um parâmetro do seletor de velocidade que nos indique em que medida ele é um bom separador de velocidades: a resolução do aparelho que é definida como:

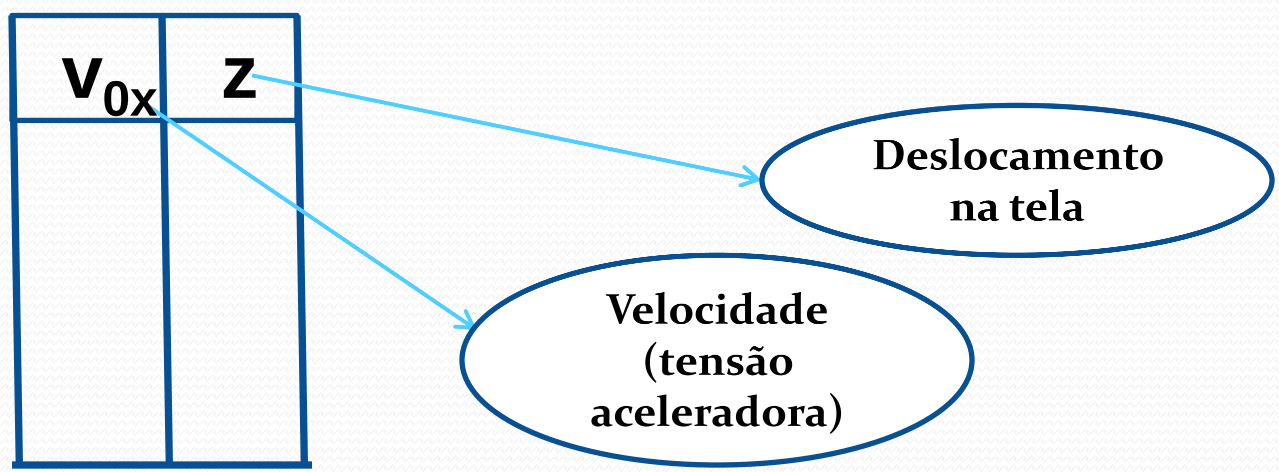
$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

  - Onde $\mathbf{v_x}$ é a velocidade selecionada e $\mathbf{\Delta v_x}$ é o intervalo de velocidades que passou pelo orifício, ou seja, que o instrumento não distingue da velocidade selecionada

- Como se determina $\mathbf{\Delta v_x}$?

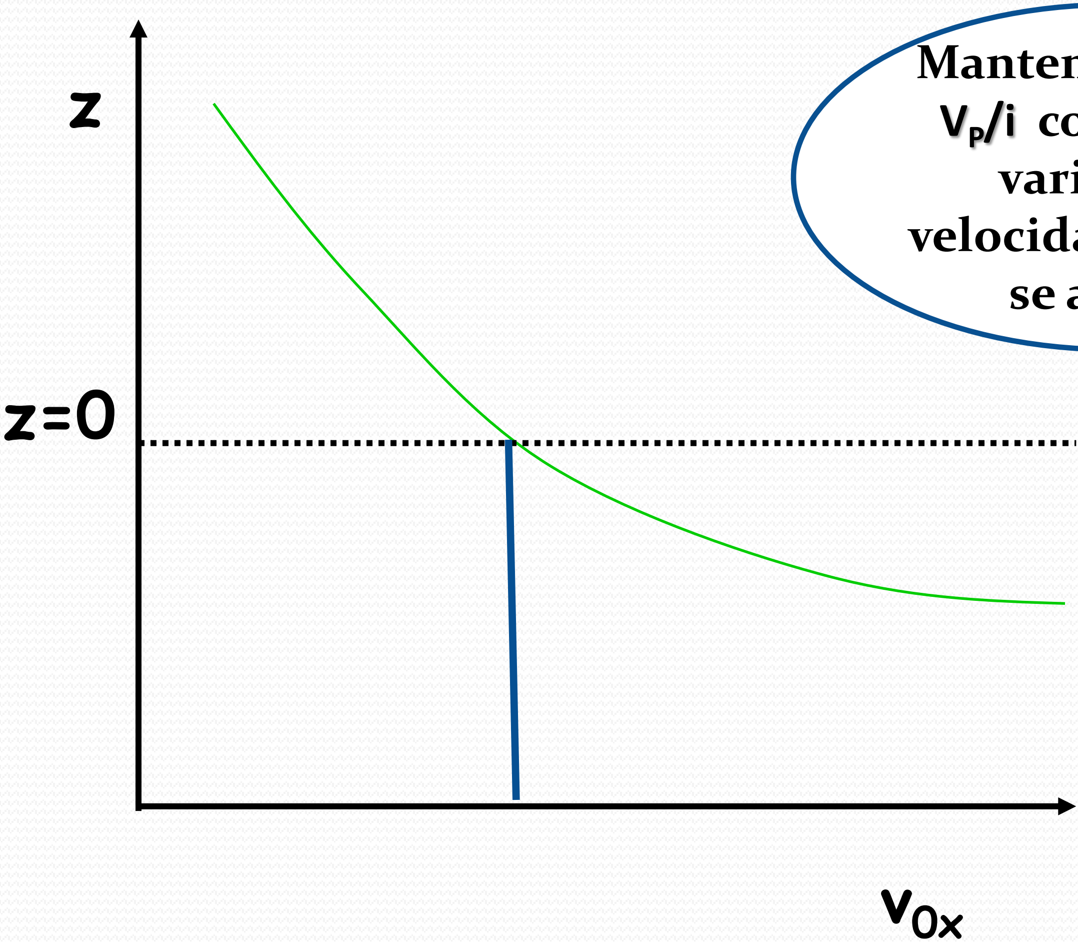
Para medir Δv_x:

- Vamos fazer a seguinte medida:
  - Ligamos o seletor, selecionamos uma velocidade, v_{ox}, através de **V/i**, para passar sem desvio
  - Em seguida vamos variar a velocidade e medir o deslocamento do feixe na tela (na direção **z**)
- Montar a tabela:



Para medir Δv_x:

- Com essa tabela fazemos o gráfico **z** x $\mathbf{v_{0x}}$;

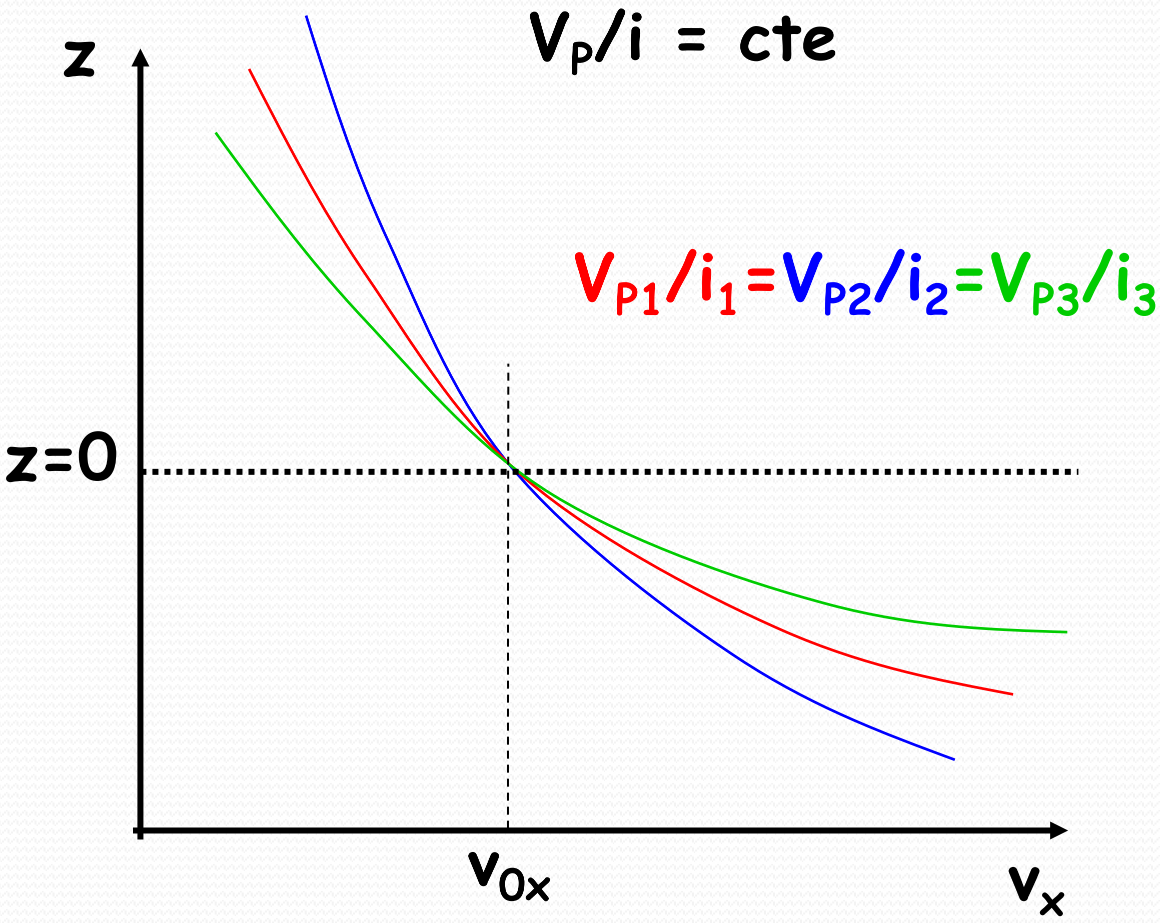


Mantendo a razão V_P/i constante e variando a velocidade obtém-se a curva

Os pontos acima e abaixo da linha z=o correspondem a situações de desequilíbrio entre F_E e Fm

Medindo Δv_x:

Vamos fazer o mesmo gráfico, para a mesma razão $\mathbf{V_P/i}$ obtidas a partir de valores diferentes de $\mathbf{V_P}$ e **i**

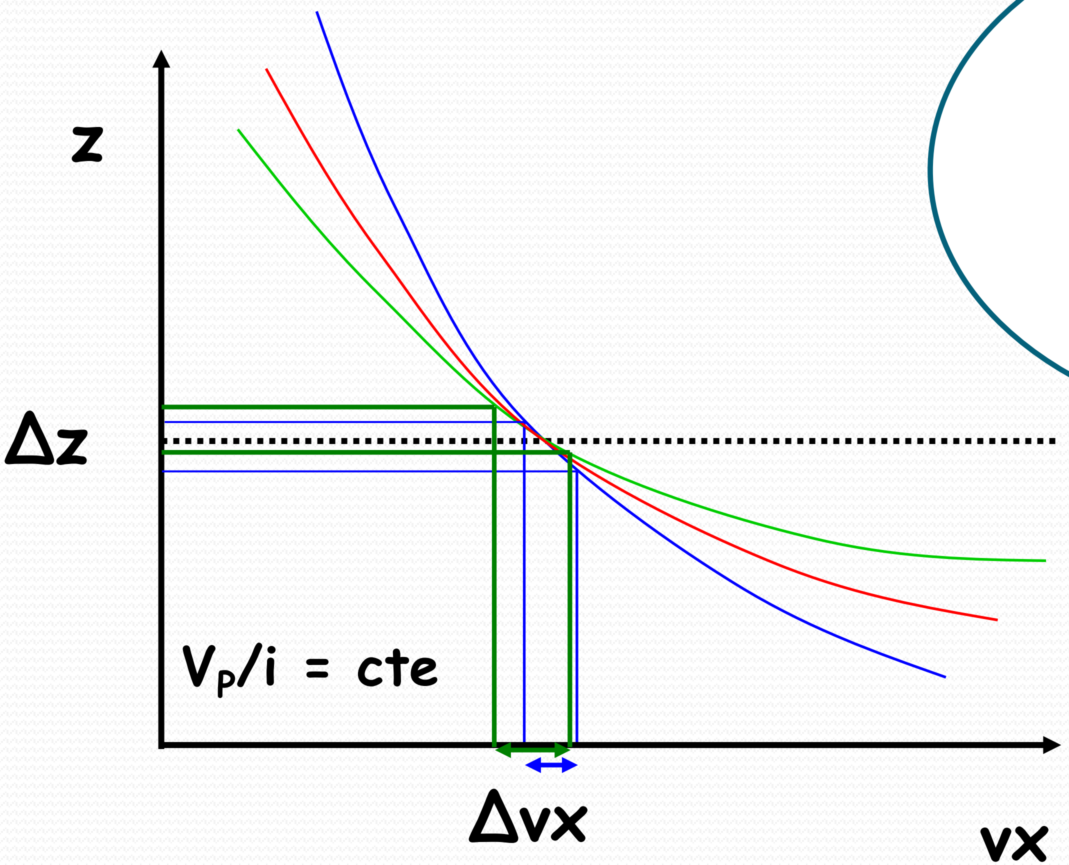


Cada ponto nessas curvas corresponde a um deslocamento na tela no eixo z

Somente as partículas cujas velocidades estão nessa linha passam sem desvio, z=o

Medindo $\Delta v_x \rightarrow \Delta V_{AC}$

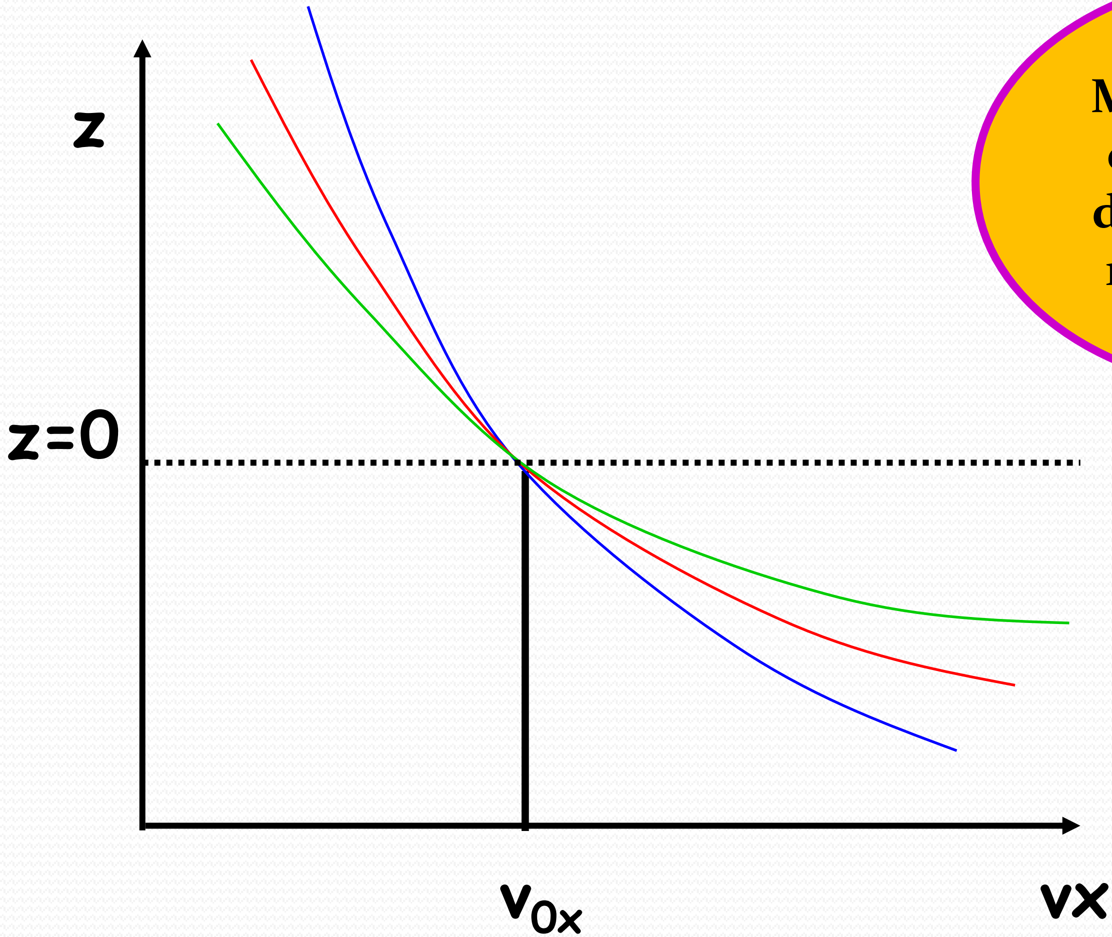
$$\frac{V_P}{i} = \frac{25}{0{,}3} = \frac{10}{0{,}12} = \frac{5}{0{,}06}$$



Para a mesma incerteza em z temos diferentes incertezas rebatidas em V_{AC} e, portanto, na velocidade

Cálculo da resolução

- Mesma razão $\mathbf{V_P/i}$ mas diferentes valores de $\mathbf{V_P}$ e de **i** $\rightarrow$ mesma velocidade selecionada, mas....

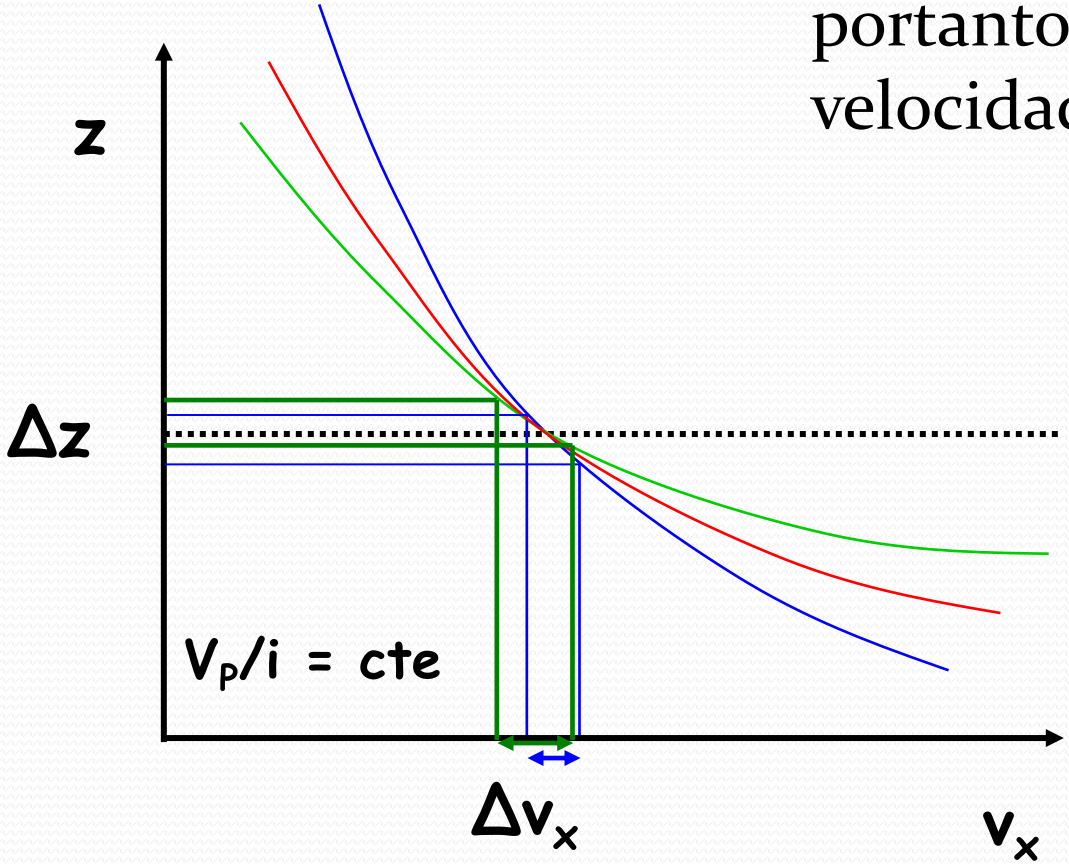


Mas a resolução em velocidade do instrumento não é a mesma

$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

Resolução do seletor

- Vamos ter um erro no eixo **z** , **Δz** que é na verdade o tamanho do ponto na tela. Calculando o erro **Δv$_x$** a partir de **Δz**, vemos que ele muda para cada curva e, portanto a resolução em velocidade muda.



$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

Para Entregar – Parte 3

- 1- Selecione uma velocidade $\mathbf{v_x}$ para passar sem desvio → $\mathbf{V_{AC}}$ → uma razão $\mathbf{V_P/i}$.
- 2- Varie $\mathbf{V_{AC}}$, e, portanto $\mathbf{v_x}$, mantendo a razão $\mathbf{V_P/i}$ constante e levante a curva deslocamento **z** x $\mathbf{v_x}$.
- 3- Varie o valor de $\mathbf{V_P}$ e **i**, mantendo a razão constante, levante outra curva **z** x $\mathbf{v_x}$.
- Repita esse procedimento para no mínimo **3** valores diferentes de $\mathbf{V_P}$ e **i** sempre mantendo a razão constante

Para entregar – Parte 4

- 4- A partir da incerteza do deslocamento **z**, no gráfico **z** x **v_x**, calcule a dispersão em **v_x** → **Δv_x**, para cada uma das curvas medidas.

- 5- Calcule a resolução em velocidade do instrumento para cada uma das curvas medidas.

$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

- 6- Comente suas observações, discuta o funcionamento do instrumento sob o ponto de vista da resolução.

Dicas

- Usem uma velocidade média com um Vac=700V e Vp/i da ordem de 83:

$$\frac{V_P}{i} = \frac{25}{0{,}3} = \frac{10}{0{,}12} = \frac{5}{0{,}06} \approx 83$$

- Daí tem 3 pontos para cima (800, 900, 1000V) em relação a z=0 e 3 pontos para baixo (400, 500, 600V) para cada curva.
- Ao todo 7 pontos para cada curva
- Se para algum seletor o valor de 400 for muito baixo, ou seja, não aparece o ponto na tela, subir um pouco até aparecer e manter todas as outras tensões também um pouco mais altas.