Seletor de Velocidades

Notas de aula: www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Física Exp. 3

Aula 4, Experiência 2

Modelo B e calibração do seletor

Profa. Eloisa Szanto
eloisa@dfn.if.usp.br
Ramal: 7111
Pelletron

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Basílio, sala 100

Prof. Nelson Carlin
nelson.carlin@dfn.if.usp.br
Ramal: 6820
Pelletron

Prof. Paulo Artaxo
artaxo@if.usp.br
Ramal: 7016
Basilio, sala 101

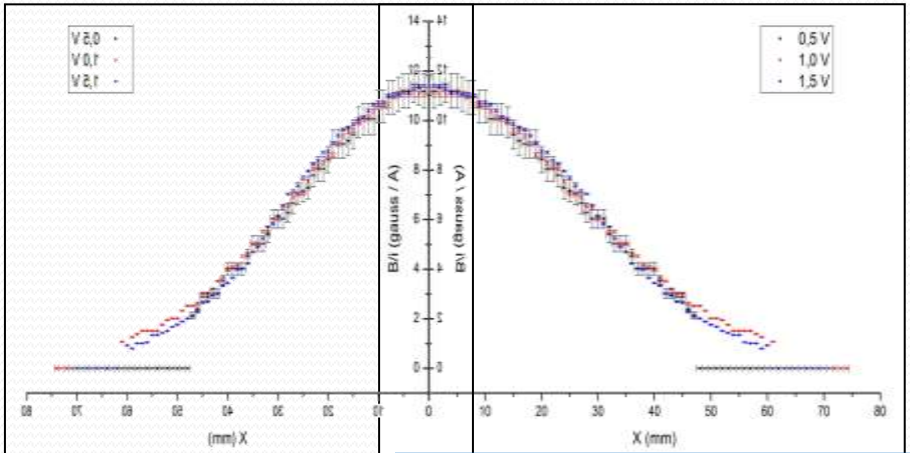
Exp. 2 – Seletor de Velocidades

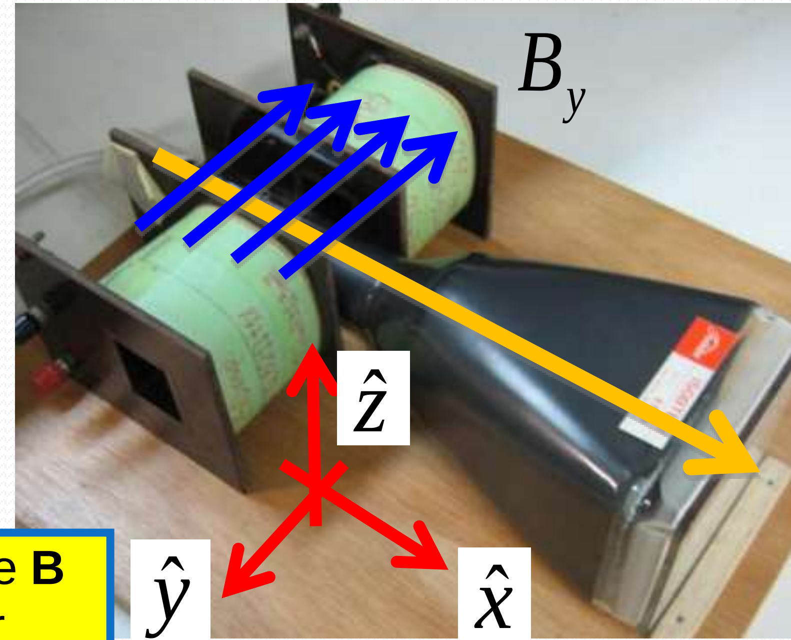
PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
  - Movimento em campo elétrico
- Semana 2
  - Movimento em campo magnético
- Semana 3
  - Simular o campo elétrico e mapear o campo magnético
- Semana 4
  - Modelo para B e calibração do seletor
- Semana 5
  - Modelo para E e resolução do seletor de velocidades

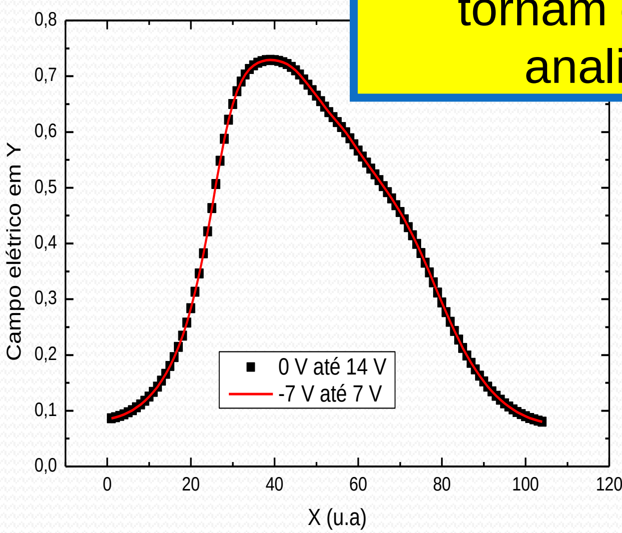
1. Modelo Teórico para o campo magnético no Seletor

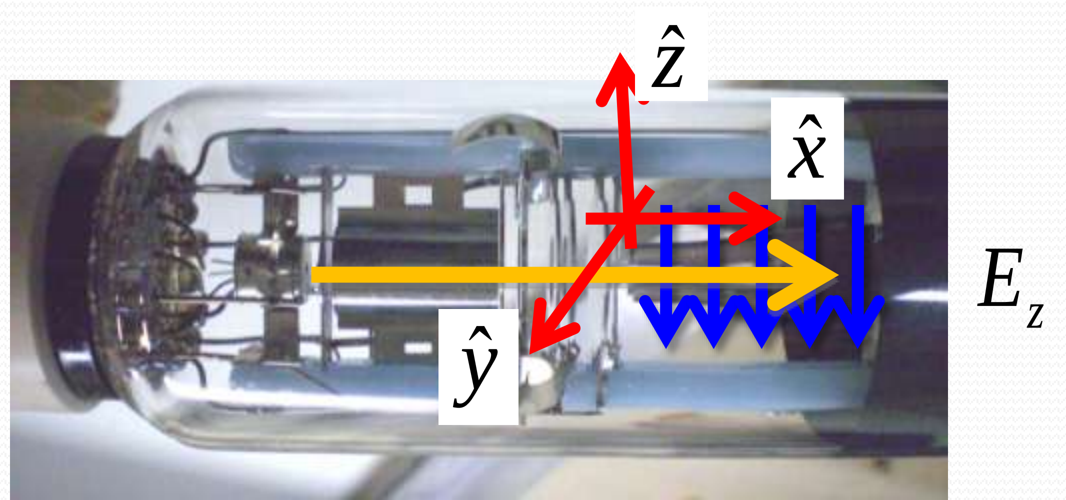
Seletor de velocidades - REAL



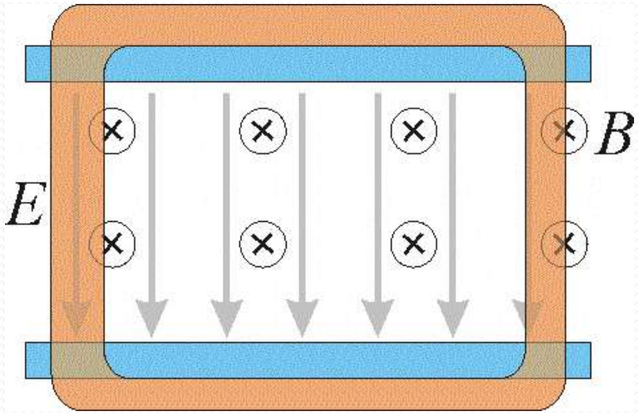


Variação espacial de **E** e **B** tornam difícil resolver analiticamente!

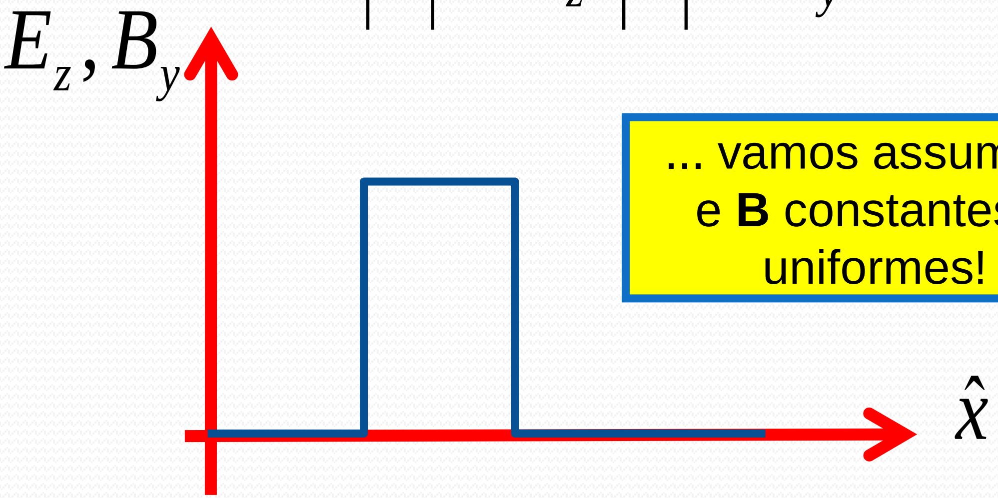




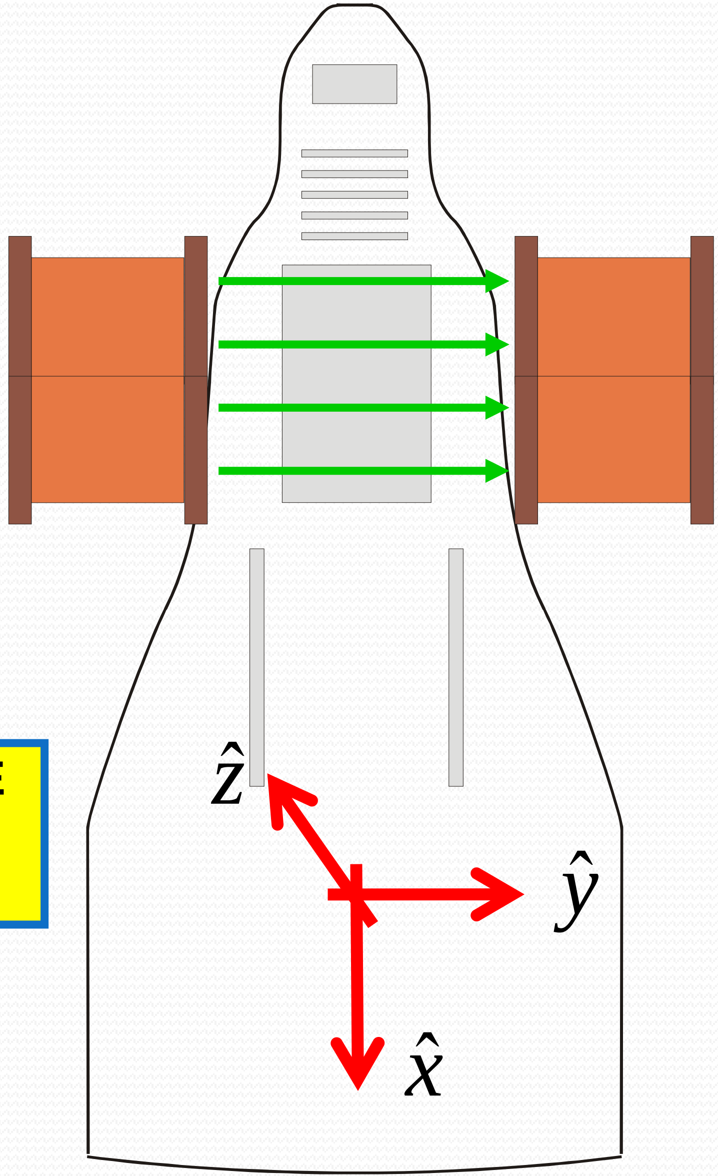
Seletor de velocidades - IDEAL



$$\left|\vec{E}\right| = E_z, \left|\vec{B}\right| = B_y$$

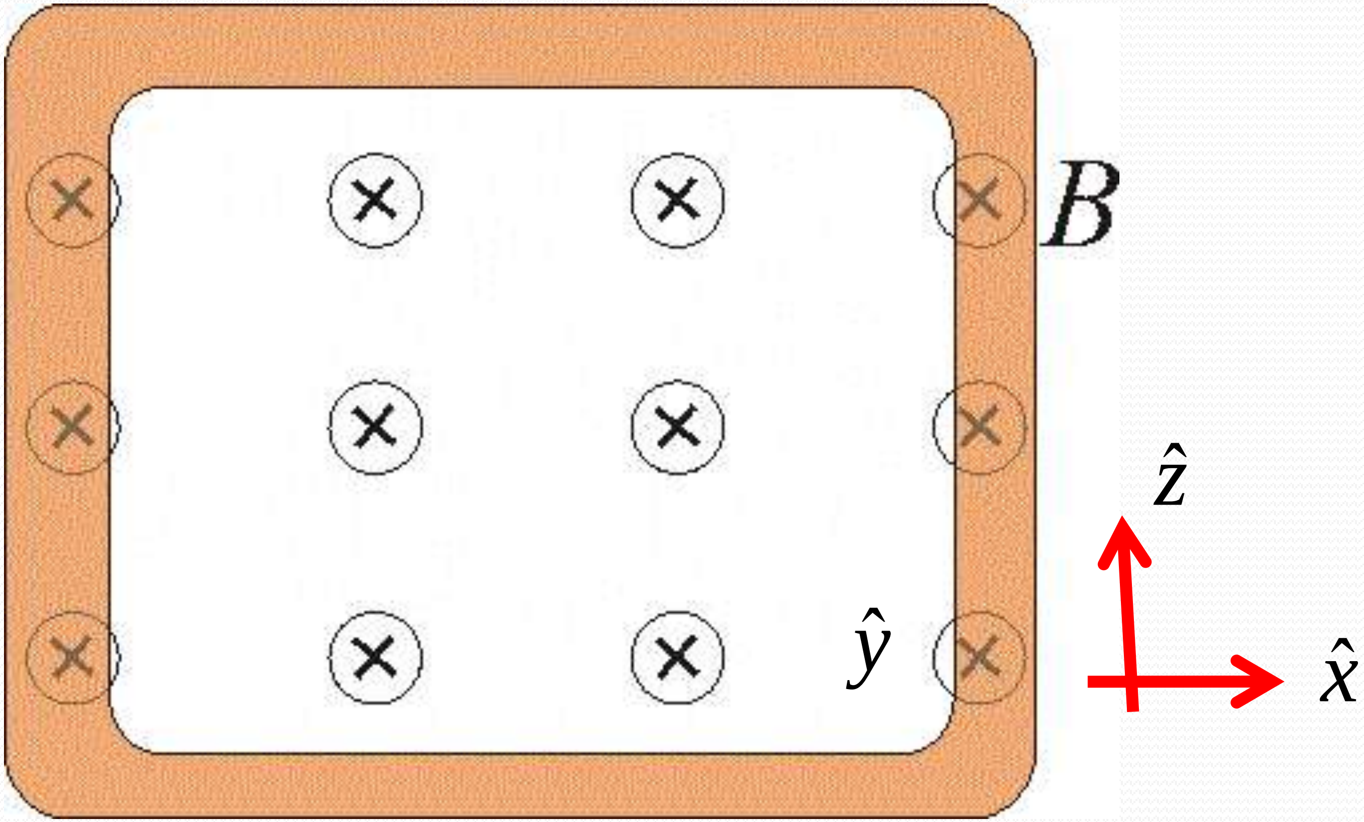


... vamos assumir **E** e **B** constantes e uniformes!



Campo magnético IDEAL

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas.

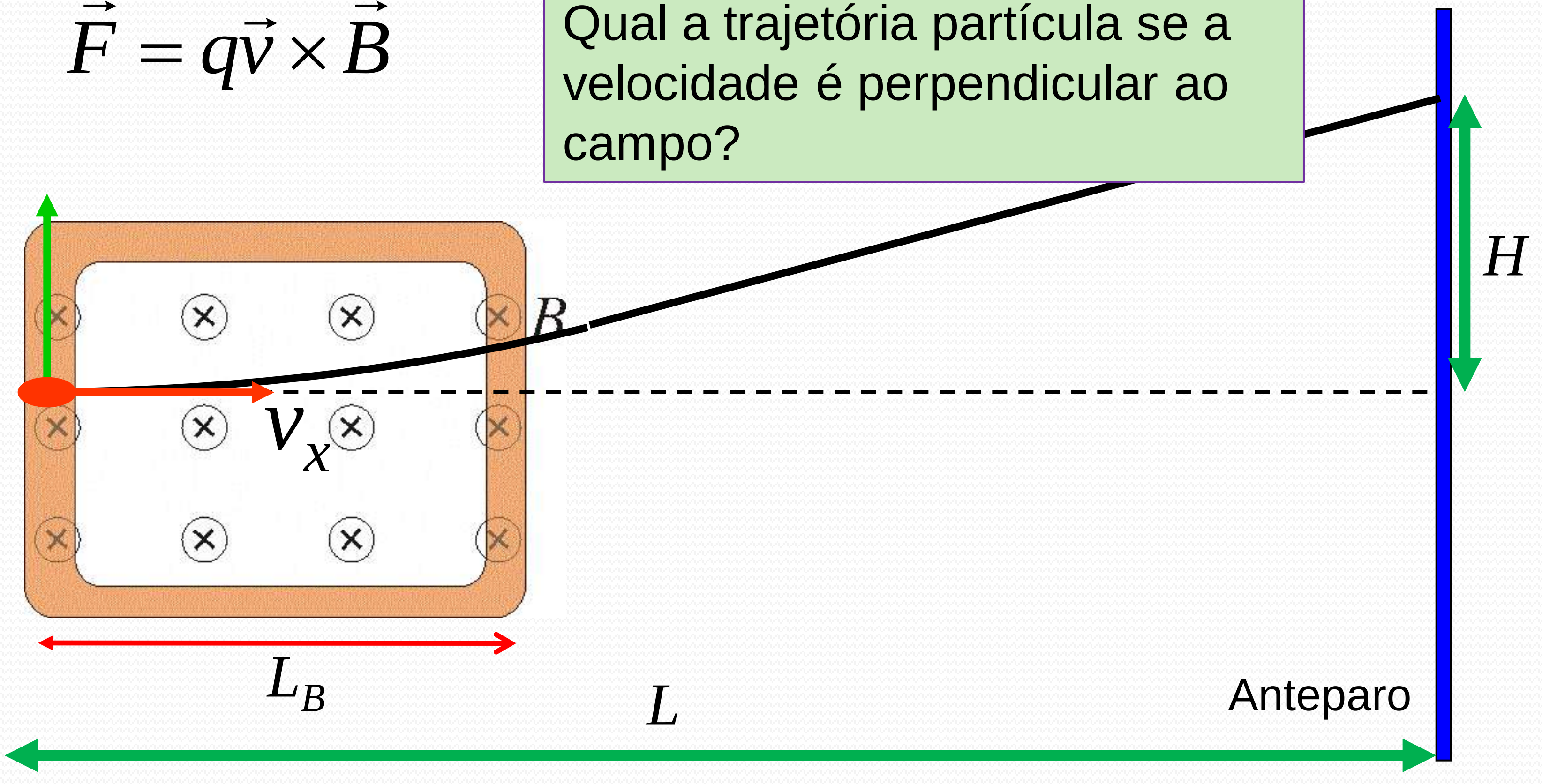


Movimento em campo idealizado

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

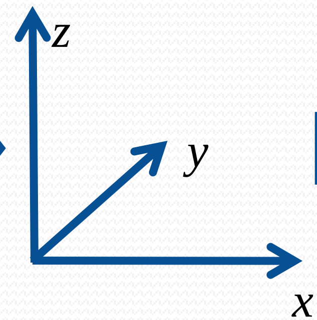
Qual a trajetória partícula se a velocidade é perpendicular ao campo?



Movimento em campo idealizado

- Fazendo o produto vetorial para calcular a força:

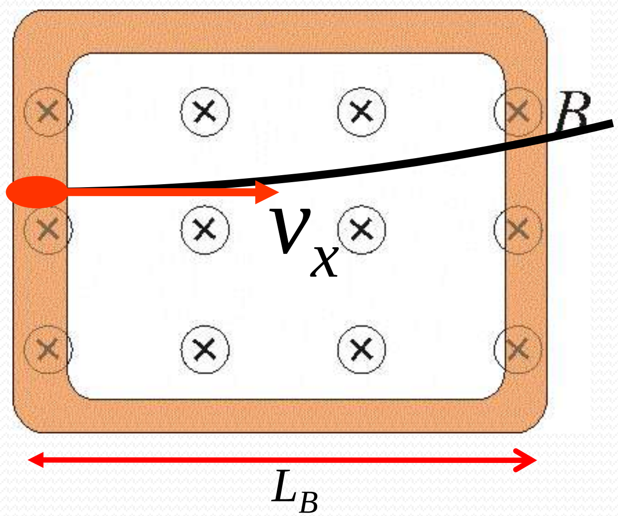
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

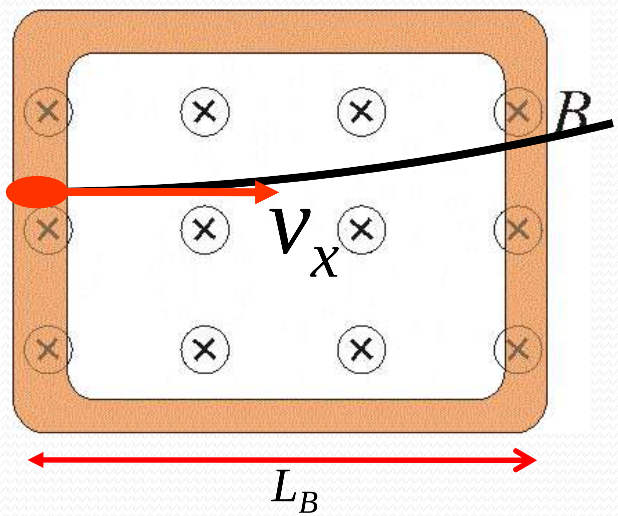


$$\vec{F} = q\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix}$$

Movimento em campo idealizado

- Chegamos a duas equações acopladas para as velocidades:

$$\vec{F} = q\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = qB\left(v_x\hat{k} - v_z\hat{i}\right) \Rightarrow \begin{aligned} F_x &= -qBv_z \\ F_z &= qBv_x \end{aligned}$$



$$\frac{d}{dt}v_x = -\overbrace{\frac{qB}{m}}^{\omega}v_z$$

$$\frac{d}{dt}v_z = \frac{qB}{m}v_x$$

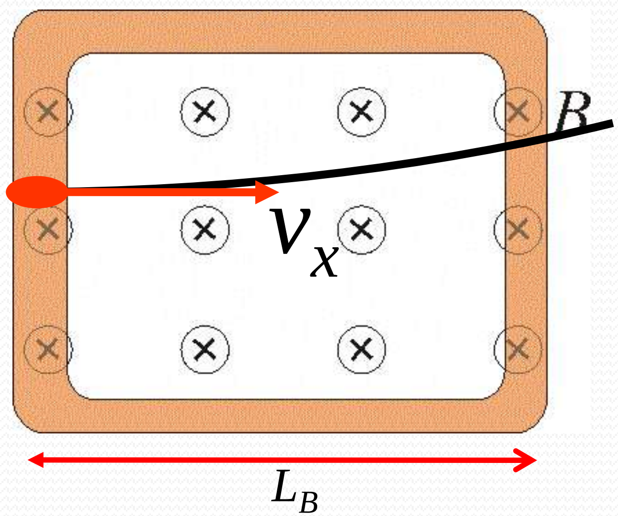
$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d}{dt}v_x = -\omega v_z \\ \dfrac{d}{dt}v_z = \omega v_x \end{cases}$$

Movimento em campo idealizado

- Que podem ser resolvidas derivando uma delas em **t**

$$\frac{d}{dt}v_x = -\omega v_z \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2}{dt^2}v_x = -\omega \frac{d}{dt}v_z \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2}{dt^2}v_x = -\omega^2 v_x$$

$$\frac{d}{dt}v_z = \omega v_x$$



$$v_x = v_{0x}\cos(\omega t)$$

$$v_z = v_{0x}\sin(\omega t)$$

Movimento em campo idealizado

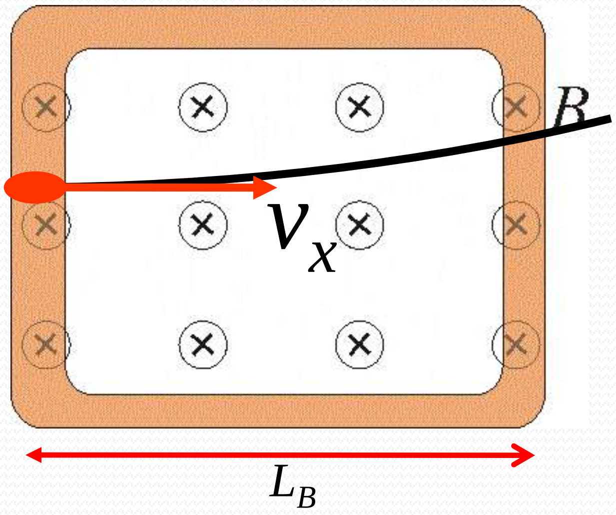
- E podemos encontrar a equação da órbita

$$\frac{dx}{dt} = v_{0x}\cos(\omega t)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_{0x}\sin(\omega t)$$

$$x = \frac{v_{0x}}{\omega}\sin(\omega t)$$

$$z = -\frac{v_{0x}}{\omega}\cos(\omega t)$$



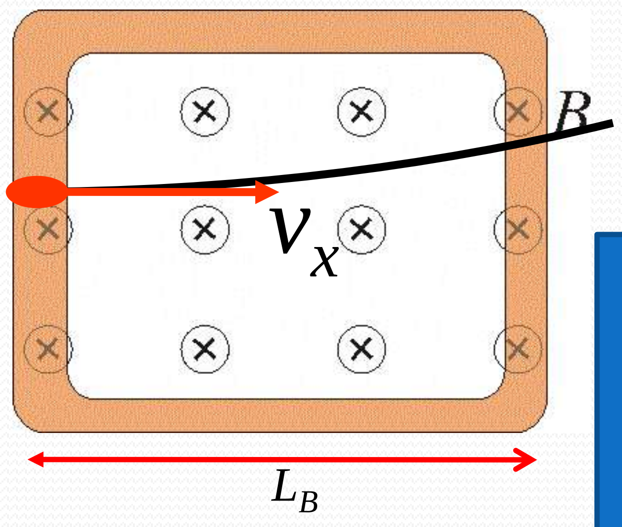
Qual é a trajetória descrita por estas equações?

Movimento em campo idealizado

- É uma órbita circular!

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{v_{0x}}{\omega}\right)^2$$

Equação de uma circunferência de raio v_{0x}/ω



$$R = \frac{v_{0x}}{\omega} = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

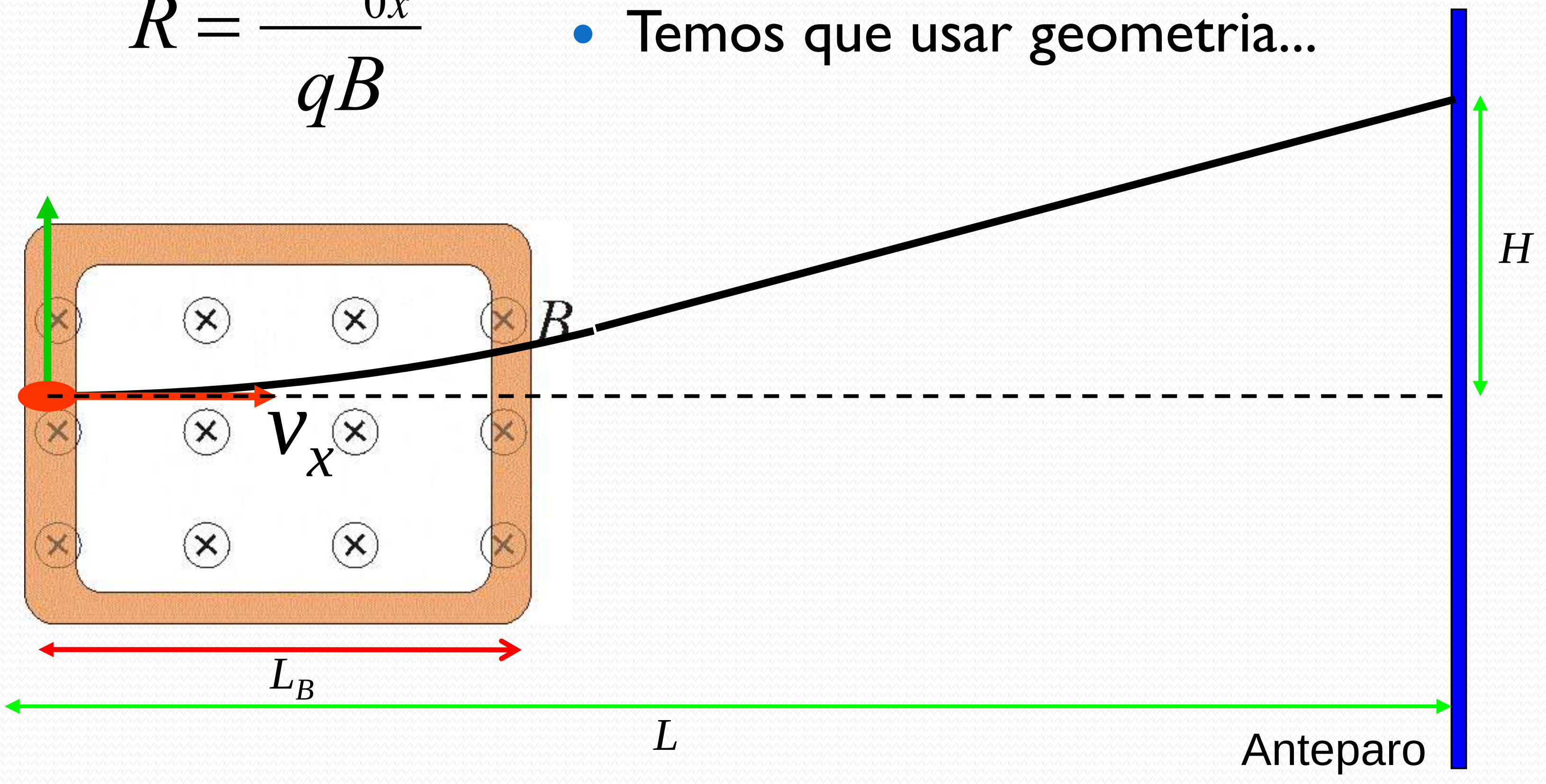
O resultado é bastante intuitivo! Sendo a força magnética perpendicular à velocidade ela é centrípeta e a trajetória é “circular”

Movimento em campo idealizado

- Trajetória circular na região do campo magnético

$$R = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

- Qual é o deslocamento H na tela do TRC?
- Temos que usar geometria...



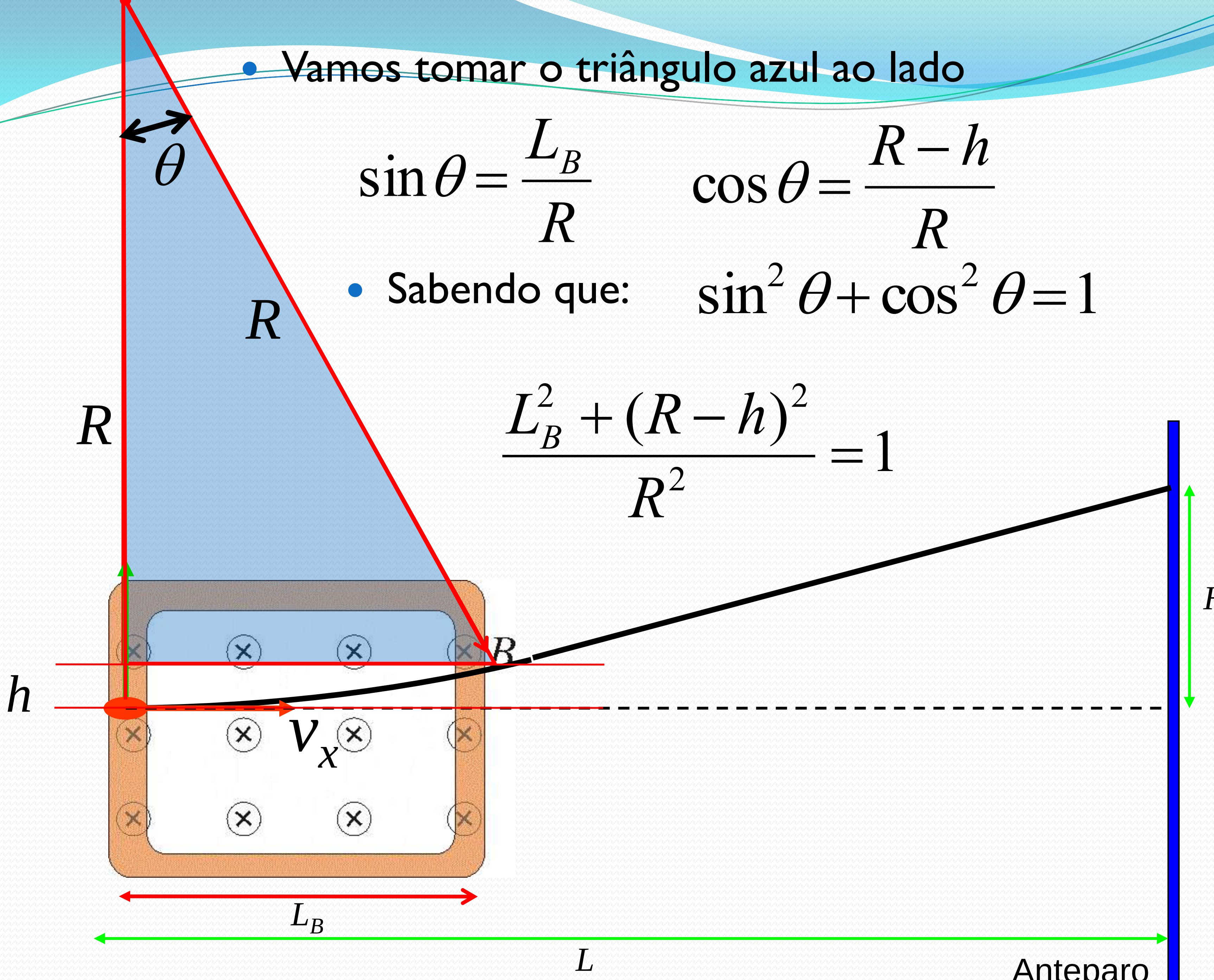
2. Deslocamento x Campo **B**

- Vamos tomar o triângulo azul ao lado

$$\sin\theta = \frac{L_B}{R} \qquad \cos\theta = \frac{R-h}{R}$$

- Sabendo que: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$\frac{L_B^2 + (R-h)^2}{R^2} = 1$$



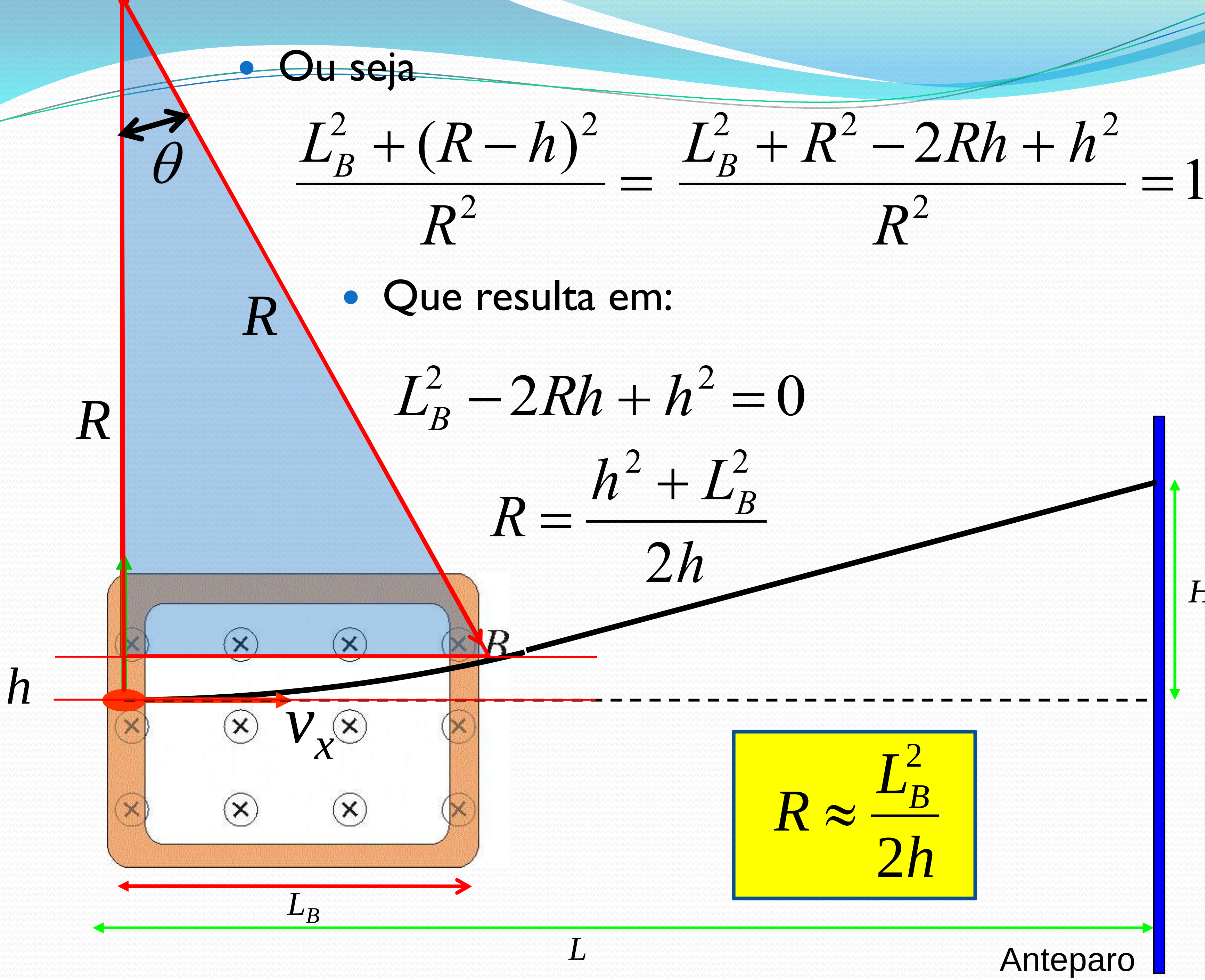
- Ou seja

$$\frac{L_B^2+(R-h)^2}{R^2}=\frac{L_B^2+R^2-2Rh+h^2}{R^2}=1$$

- Que resulta em:

$$L_B^2-2Rh+h^2=0$$

$$R=\frac{h^2+L_B^2}{2h}$$

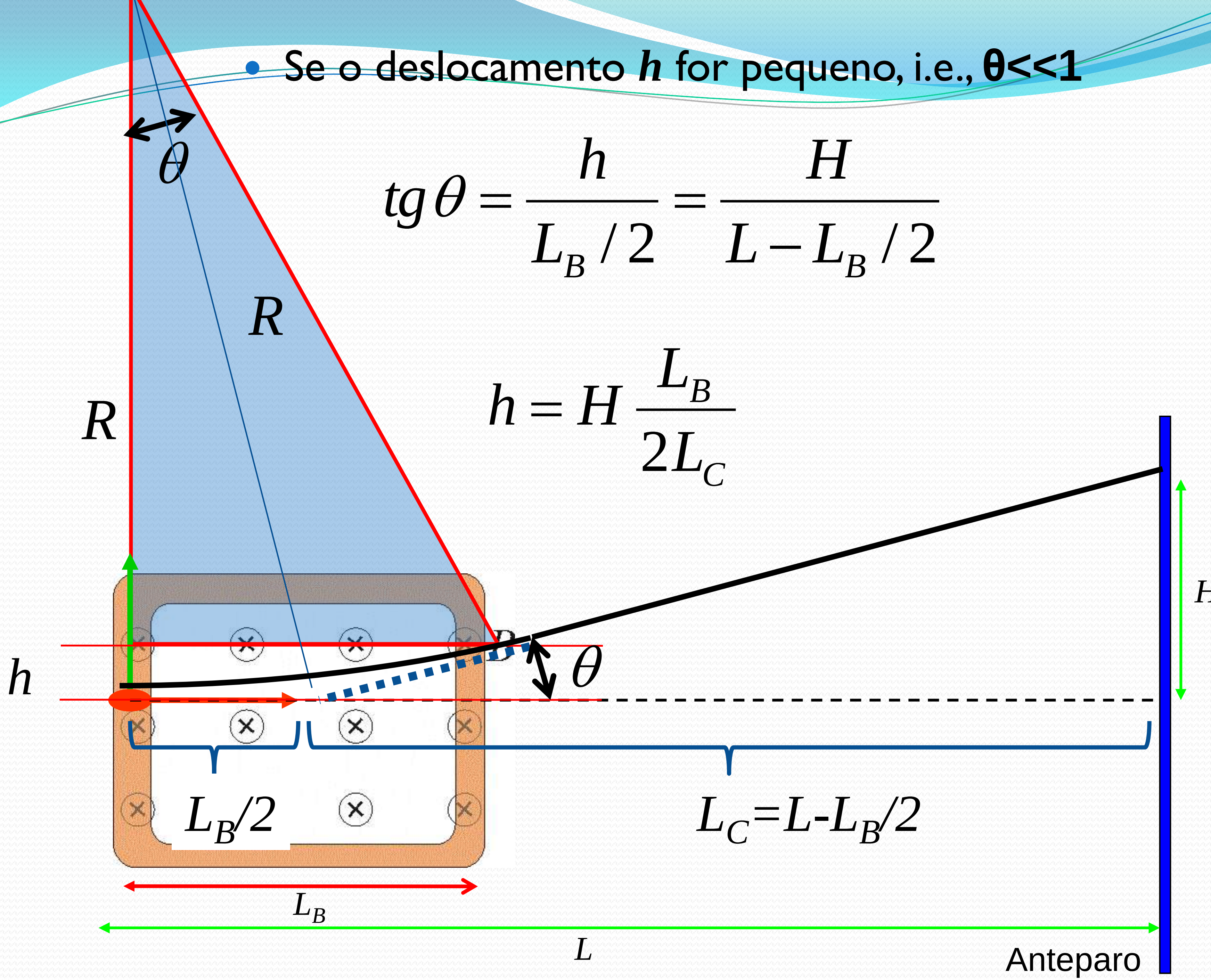


$$\boxed{R\approx\frac{L_B^2}{2h}}$$

- Se o deslocamento ***h*** for pequeno, i.e., **θ<<1**

$$tg\,\theta = \frac{h}{L_B/2} = \frac{H}{L - L_B/2}$$

$$h = H\,\frac{L_B}{2L_C}$$



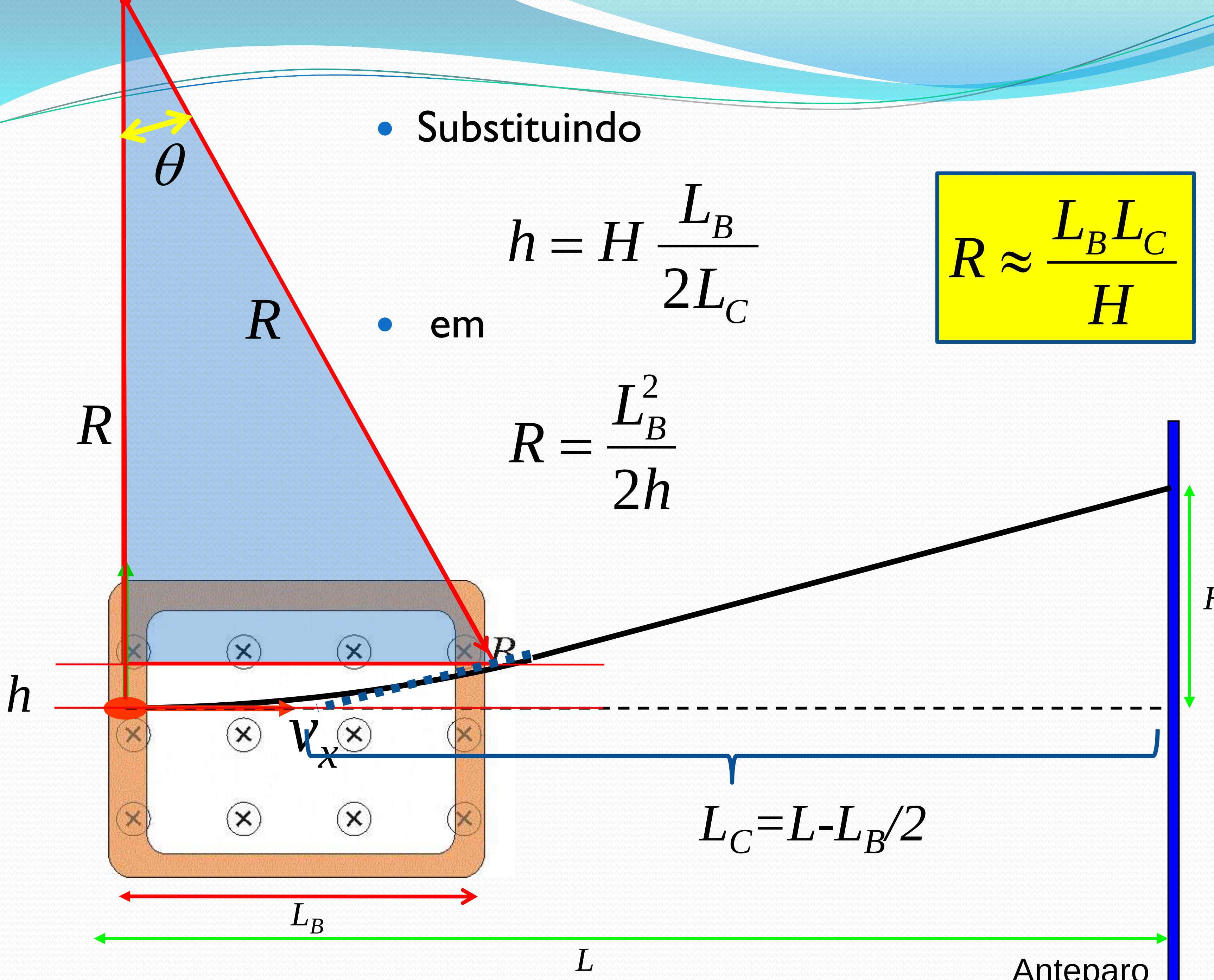
- Substituindo

$$h = H\,\frac{L_B}{2L_C}$$

- em

$$R = \frac{L_B^2}{2h}$$

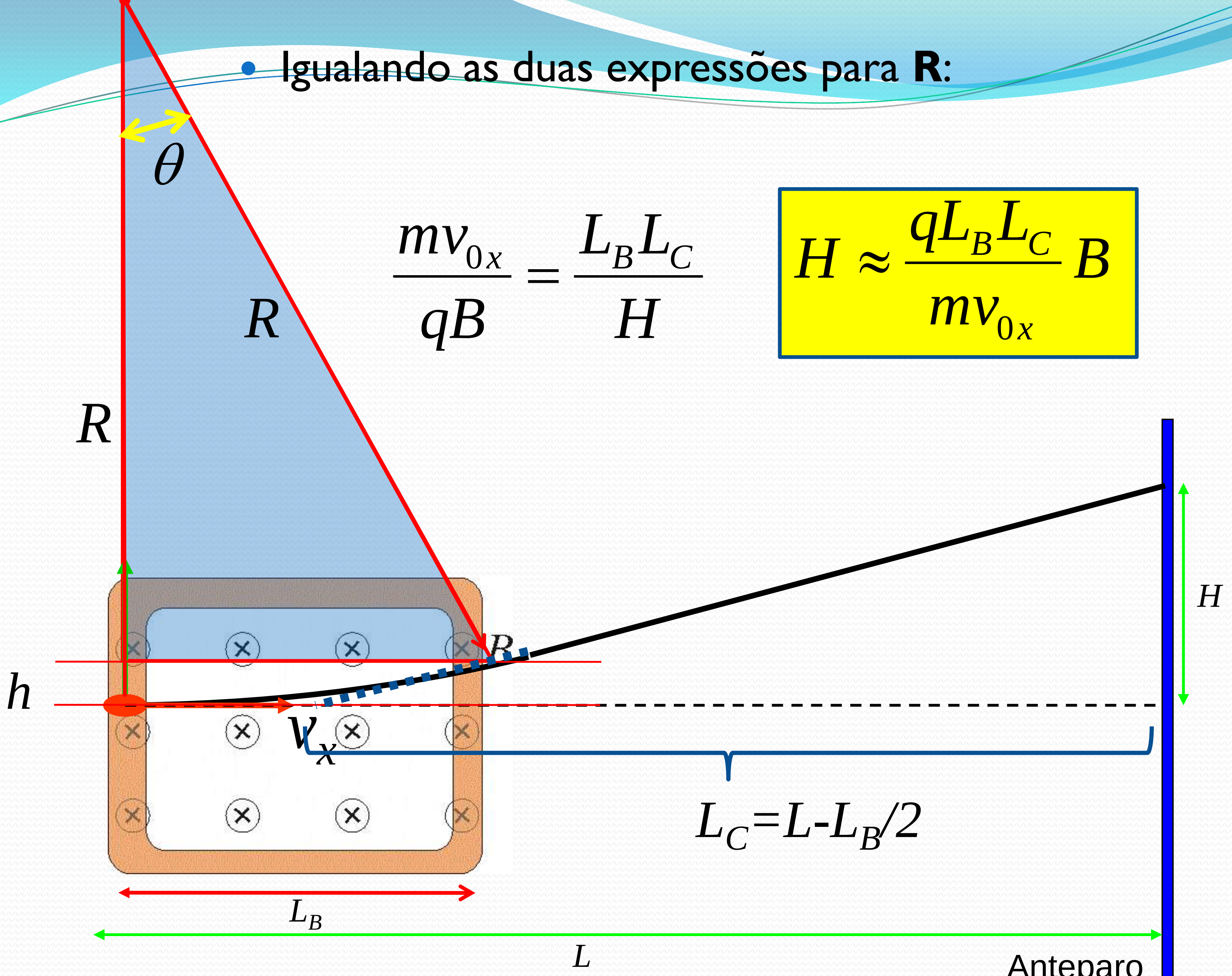
$$\boxed{R \approx \frac{L_B L_C}{H}}$$



- Igualando as duas expressões para **R**:

$$\frac{mv_{0x}}{qB} = \frac{L_B L_C}{H}$$

$$\boxed{H \approx \frac{qL_B L_C}{mv_{0x}} B}$$

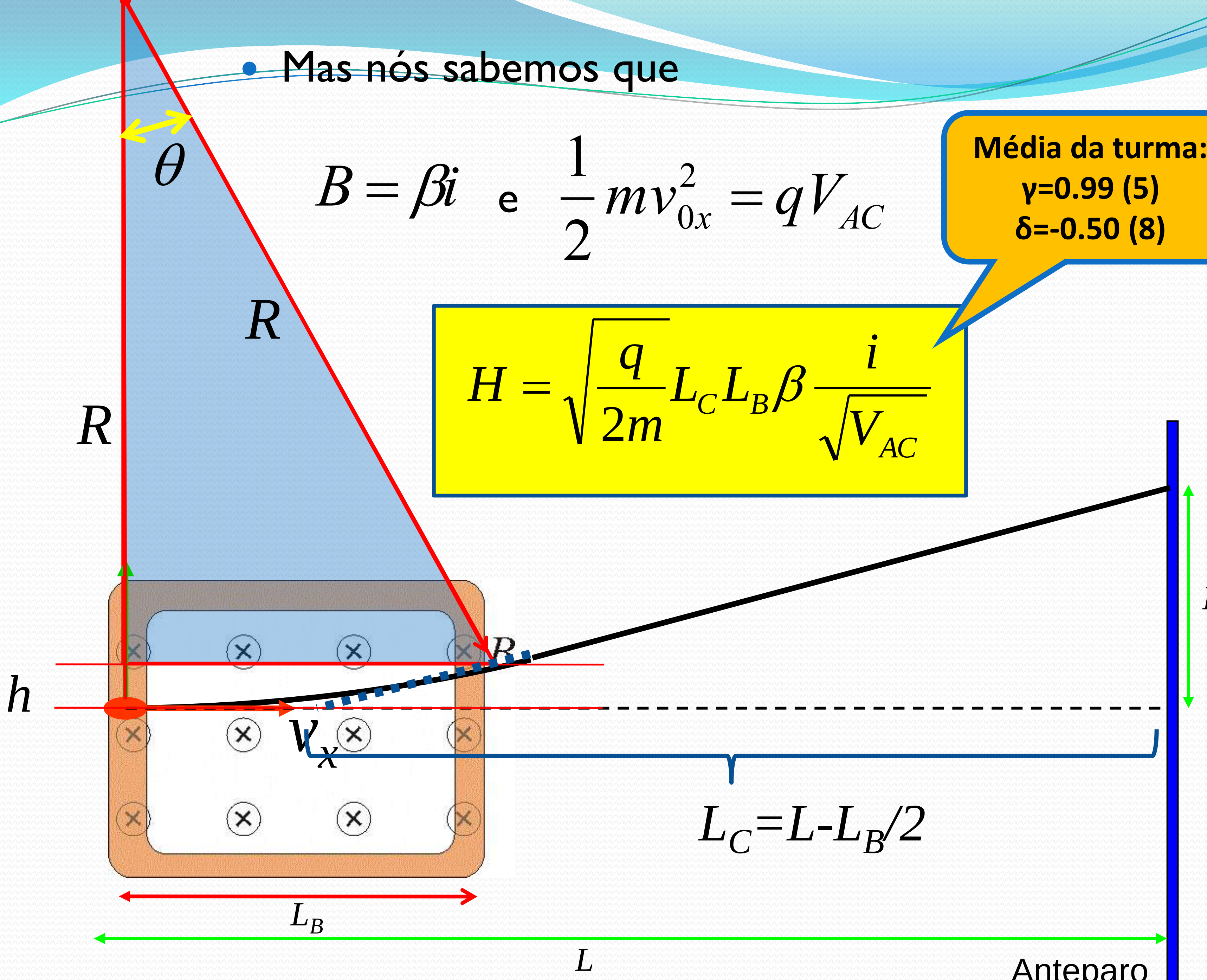


- Mas nós sabemos que

$$B = \beta i \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} m v_{0x}^2 = q V_{AC}$$

$$H = \sqrt{\frac{q}{2m}} L_C L_B \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$

Média da turma:
γ=0.99 (5)
δ=-0.50 (8)



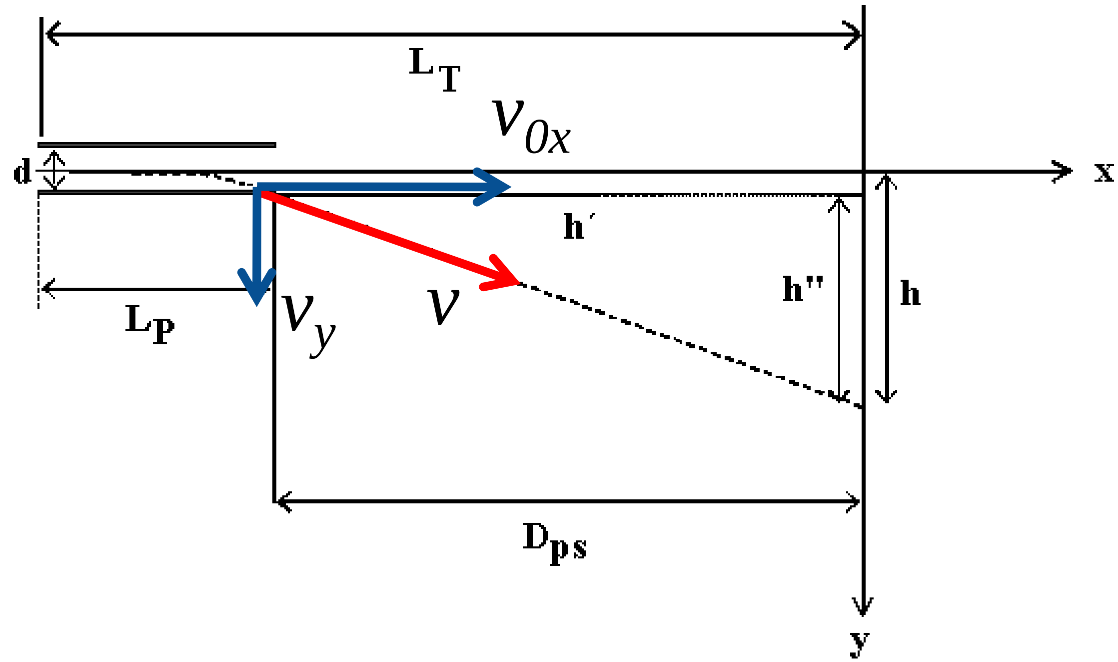
Para entregar – Parte 1

- A partir das medidas da semana 2, verifique se a fórmula teórica é válida
  - Compare o valor dos expoentes e da constante

- Qual o significado físico do termo $L_B\beta$?
  - Estime o valor de $L_B\beta$ a partir dos dados da semana 3
  - Qual seria o comprimento das bobinas ideais? É possível calcular? Se sim, qual o seu valor e como ele se compara com o de seus colegas.
- Usando os dados das semanas 2 e 3, estime a razão carga/massa do elétron.

Para entregar – Parte 2

- Usando a notação abaixo, deduza o modelo teórico para o movimento do elétron criado por um capacitor ideal
  - Coloque a dedução em um apêndice da síntese
- Compare o seu modelo com os dados da semana 1, observando o valor dos expoentes e das constantes
- Comente e discutas seus resultados em relação aos de seus colegas

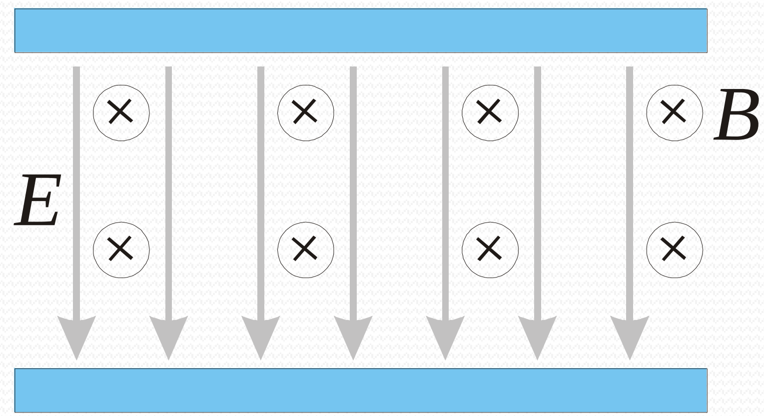


3. Calibração do Seletor

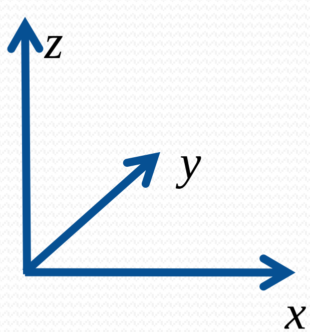
Objeto de estudo: o Filtro de Wien

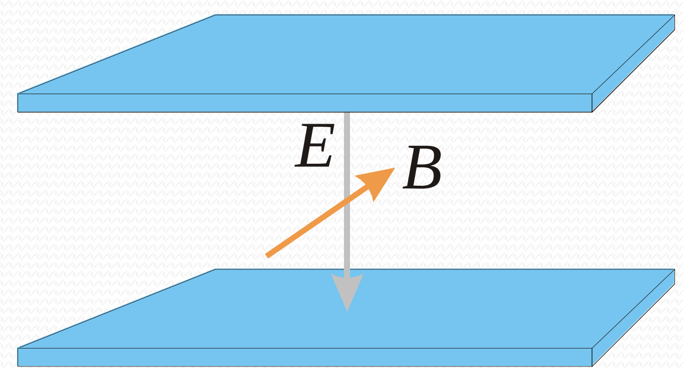
- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade ***inicial*** da partícula incidente

Podemos resolver se simplificarmos o problema...



$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$





Movimento em campo idealizado

- Vamos considerar os campos **E** e **B** constantes e resolver o movimento na região onde **Fr≠0**

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$

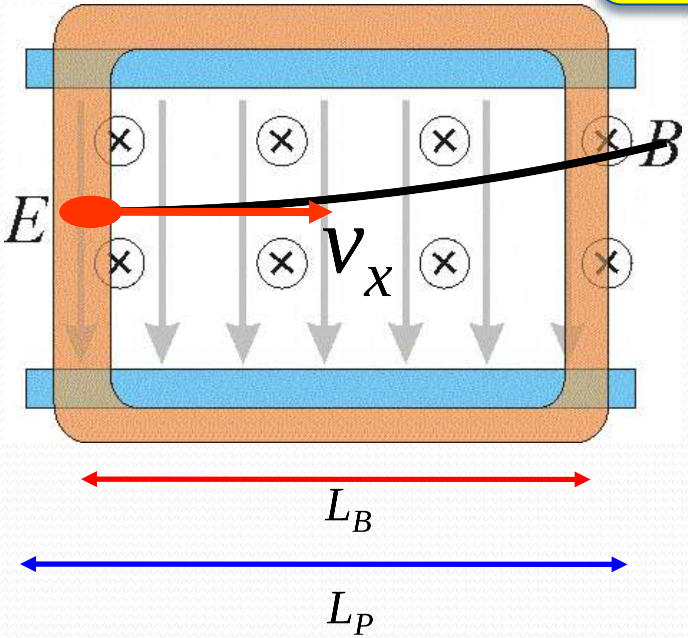
$$B\left(v_x\hat{k} - v_z\hat{i}\right)$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

$$\vec{E} = -E\hat{k}$$

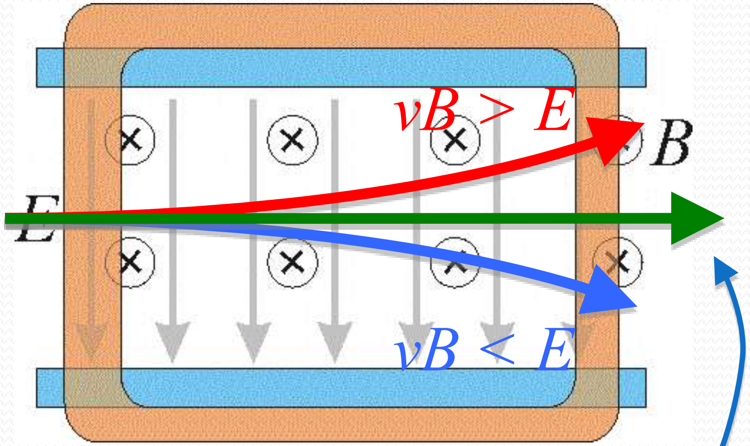


$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(v_xB - E\right)\hat{k} - qBv_z\hat{i}$$

Precisamos resolver?

Vamos olhar de perto este seletor

- Qual é a condição na qual a partícula não sofre desvio?



$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q(v_x B - E)\hat{k} - qBv_z\hat{i}$$

- Condição de força resultante nula:

v_z inicial é nula. Se não houver força em ***Z*** isto não muda

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

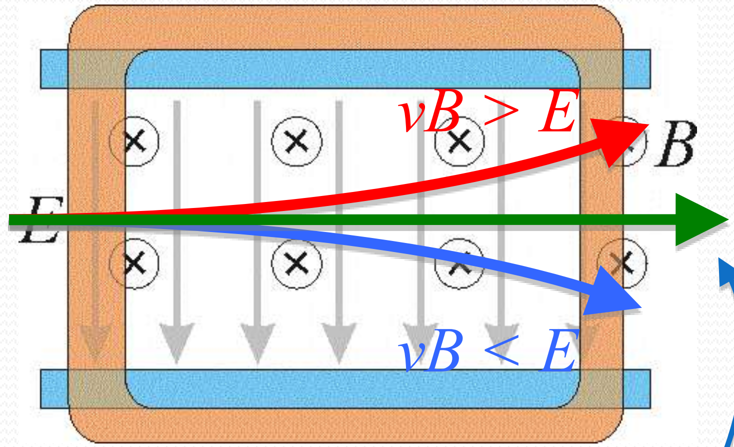
$$\vec{F} = q(v_x B - E)\hat{k} - qBv_z\hat{i} = 0$$

Se a velocidade da partícula for igual à razão entre campo elétrico e magnético o desvio sofrido é nulo

$$v_{0x}B - E = 0 \qquad v_{0x} = \frac{E}{B}$$

Calibração do seletor

- Nós sabemos também que o campo elétrico é proporcional à tensão entre as placas e que o campo magnético é proporcional à corrente nas bobinas, ou seja:



$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{V_P}{d}, \qquad \left|\vec{B}\right| = \beta i$$

Calibração do seletor

- Ou seja, para a velocidade de filtro, sem desvio:

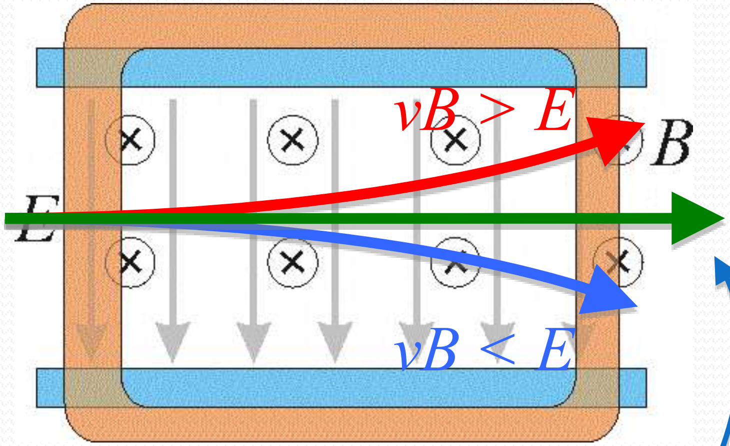
$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

  - Podemos fazer que:

$$v_{0x} = \frac{1}{\beta d}\frac{V_P}{i}$$

  - Ou seja:

$$v_{0x} = \alpha\frac{V_P}{i}$$



$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

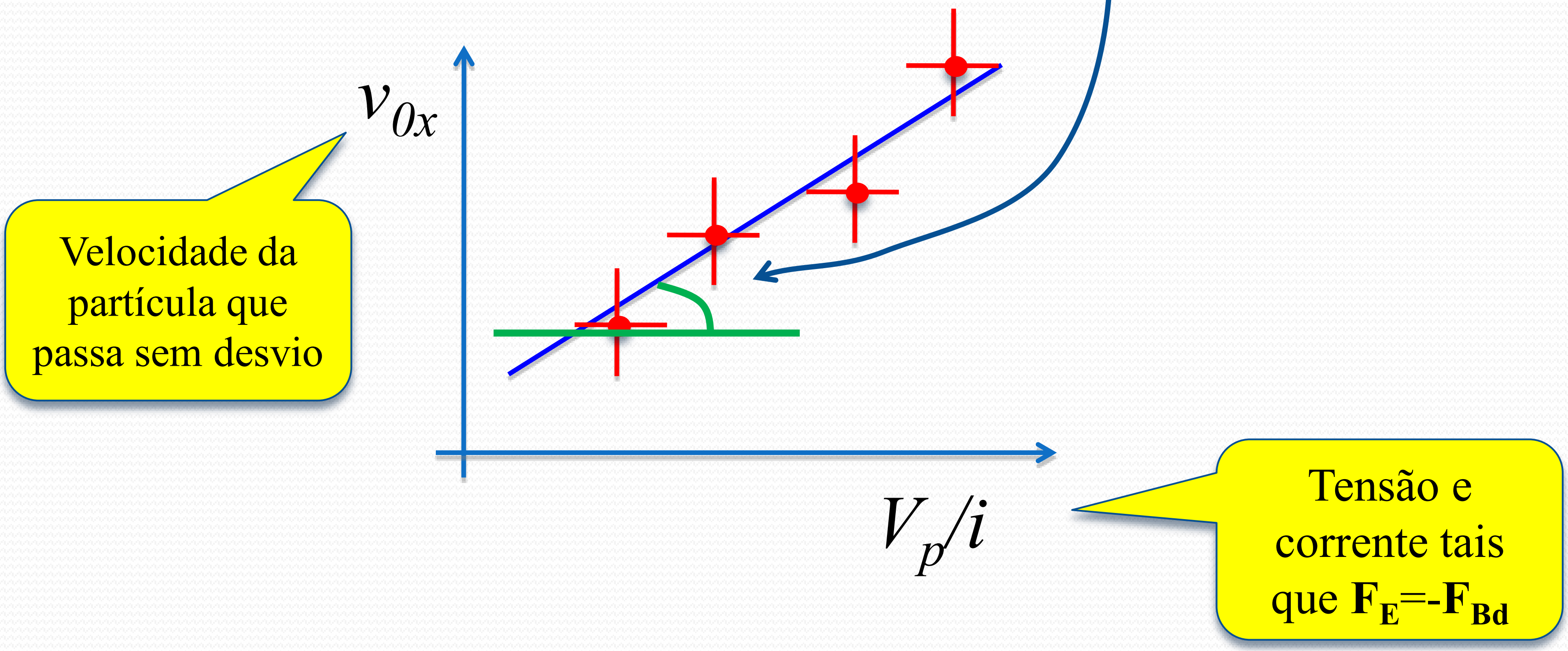
Selecionamos as velocidades apenas controlando V_p e i. *α é a constante de calibração!*

Só vale para a partícula que passa reto

Como calibrar o seletor e obter α?

- Precisamos fazer o gráfico

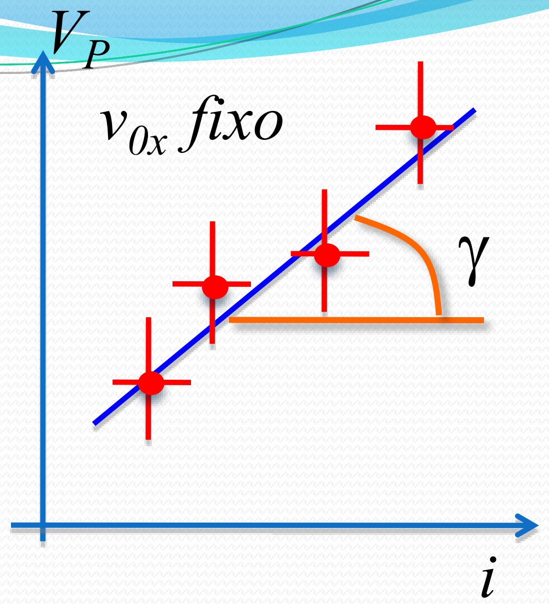
$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$



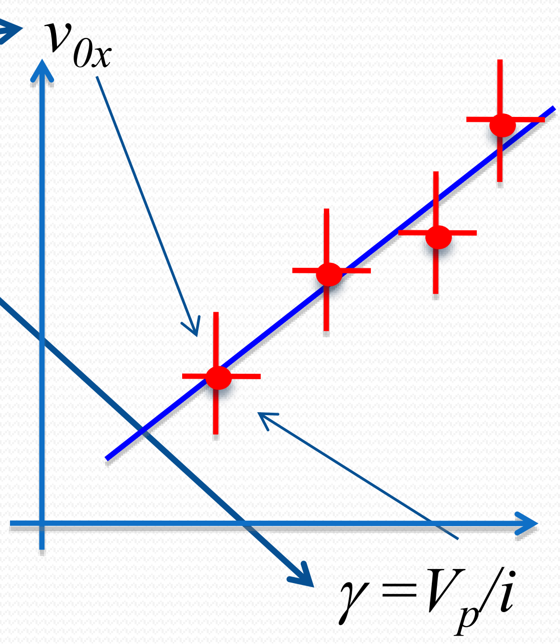
- Como obter cada ponto do gráfico de forma precisa?

Procedimento $v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$

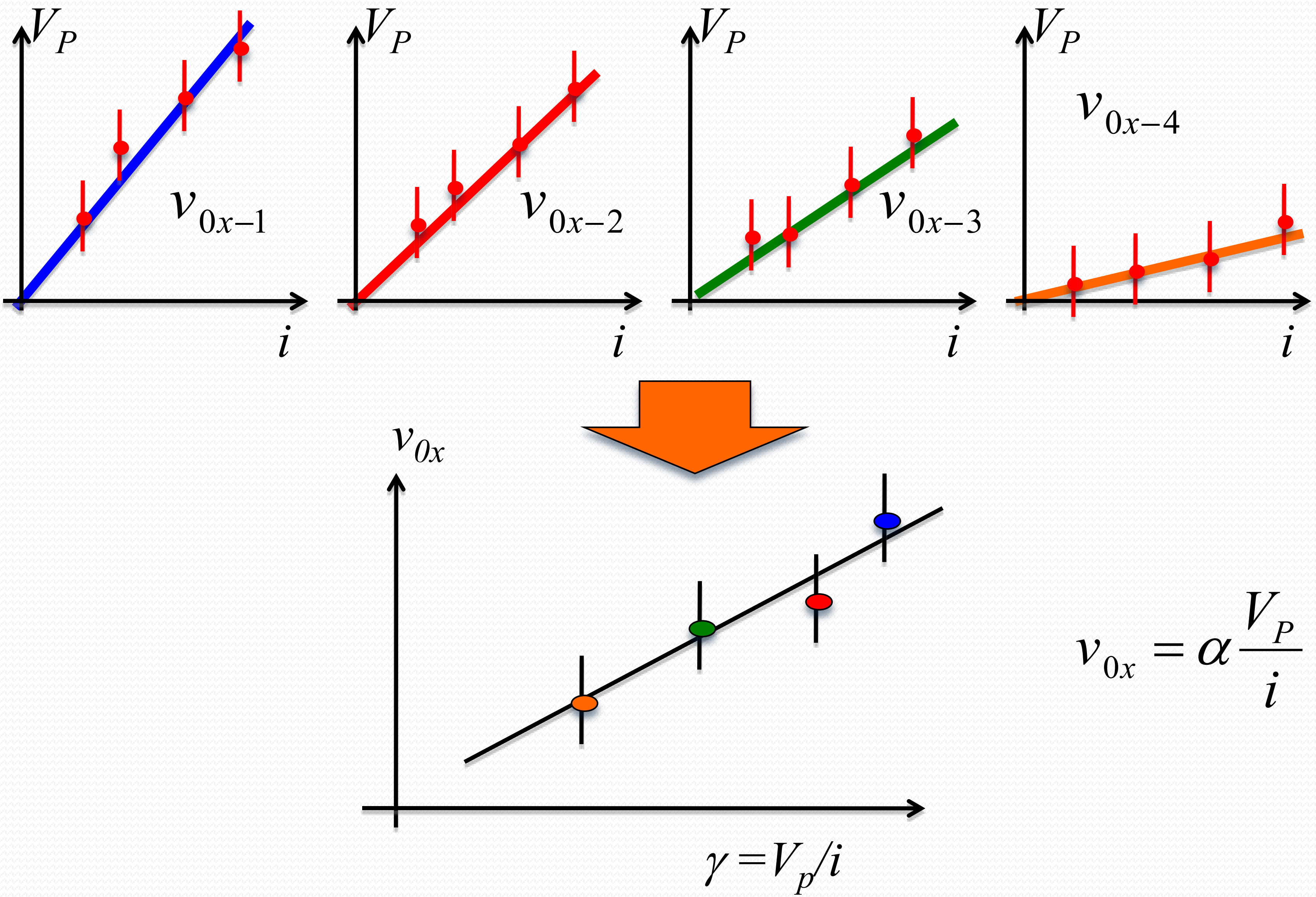
- Selecione uma tensão de aceleração (**V_{AC}**) e obtenha **v_{ox}**.
- Com tensão entre as placas NULA (**V_P** = 0)
  1) Ajuste a corrente (**i**) para que o deslocamento devido ao campo magnético seja 1 cm. Meça **i**.
  2) Ajuste a tensão entre as placas para compensar este deslocamento e voltar a partícula para a origem. Meça **V_P**.
  3) Repita os passos (1)-(2) para h=1, 2, 3cm, etc...
  4) Faça o gráfico de **V_P** em função de **i** para estes dados (estão todos no mesmo **v_{ox}**).
  5) O coeficiente angular obtido é a razão γ = **V_P/i** para o **v_{ox}** selecionado.



- Repita os passos acima para, pelo menos, mais 3 valores de **v_{ox}** (**V_{AC}**) e faça o gráfico **v_{ox}** vs **γ**
  - Total de pelo menos 4 pontos



Calibração do seletor



$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

Para entregar – Parte 3

- Calibrar o seletor de velocidades
  - Obter a constante α que relaciona a velocidade de filtro com a tensão entre as placas e a corrente nas bobinas
    - Um único gráfico com os ajustes de V_P em função da corrente, uma curva/ajuste para cada v_{0x}
    - Gráfico ajustado de v_{0x} em função de V_P/i, pontos estes obtidos dos ajustes acima.
  - Uma vez calculado α, use o β estimado na parte 2, obtenha a distância efetiva entre as placas do capacitor (d)
    - Compare com o valor nominal e discuta a luz da simulação de **E** e dos efeitos de borda.
    - Compare com os valores de seus colegas