Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br

Ramal: 6647
Ed. Basílio Jafet, sala 100

Física Experimental IV – FAP214

www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex
www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Aula 5, Experiência 2
Ótica de Fourier e Computador Ótico

Fonte: apostila de óptica do lab4 e notas de aula dos Prof. A. Suaide e E. Szanto

Parte 1 - Feixe incidente paralelo

- Ilumine, com o feixe paralelo, o objeto
  - Use a grade de 300 linhas/mm como objeto
- Identifique o plano de Fourier q=f
- Verifique que a posição do plano de fourier não depende da posição do objeto em relação à lente
  - Pelo menos 3 medidas
- A partir das medidas das posições dos máximos da transformada de fourier, determine as dimensões da grade e compare com o valor nominal de 300 l/mm
- Comente os resultados.

Montagem

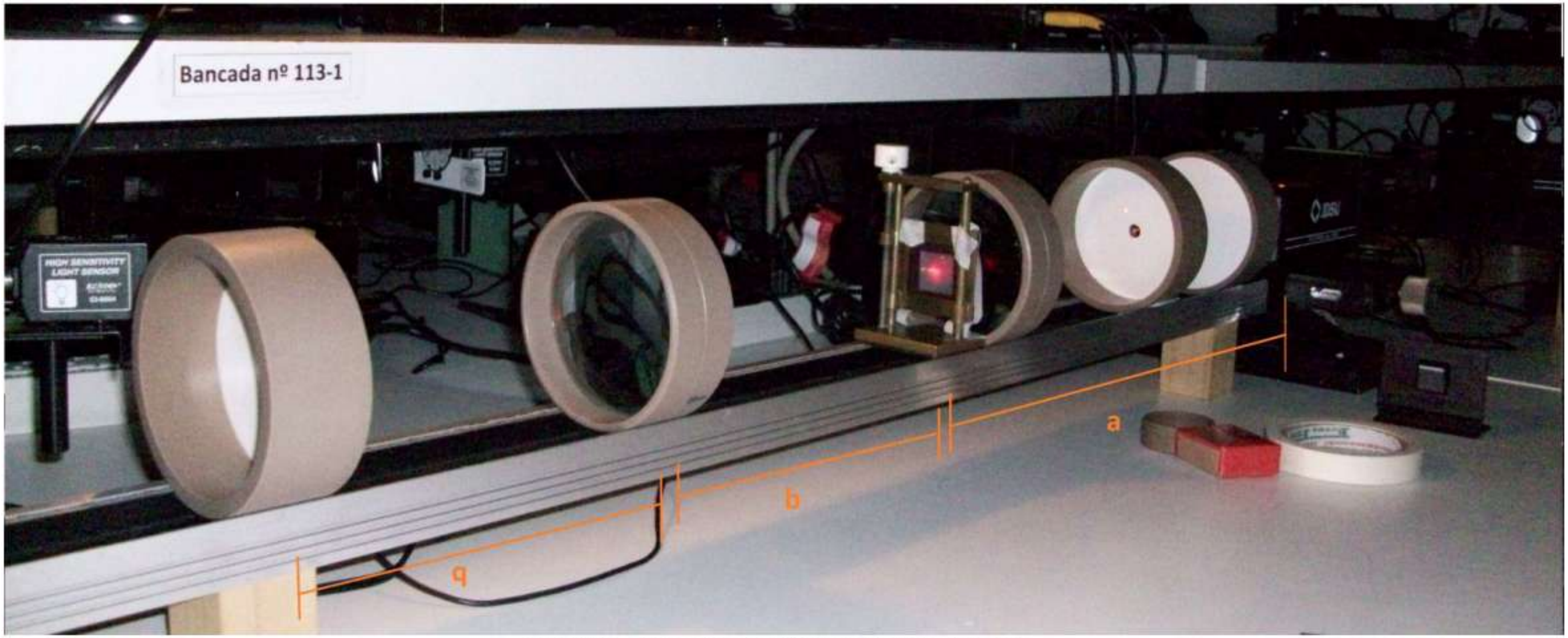
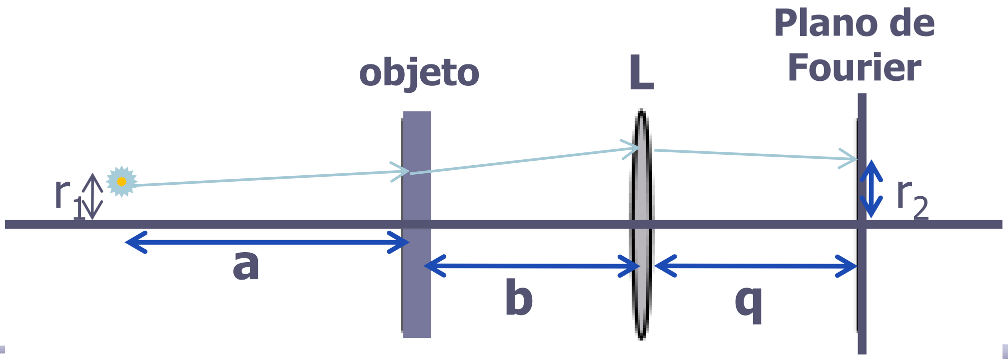
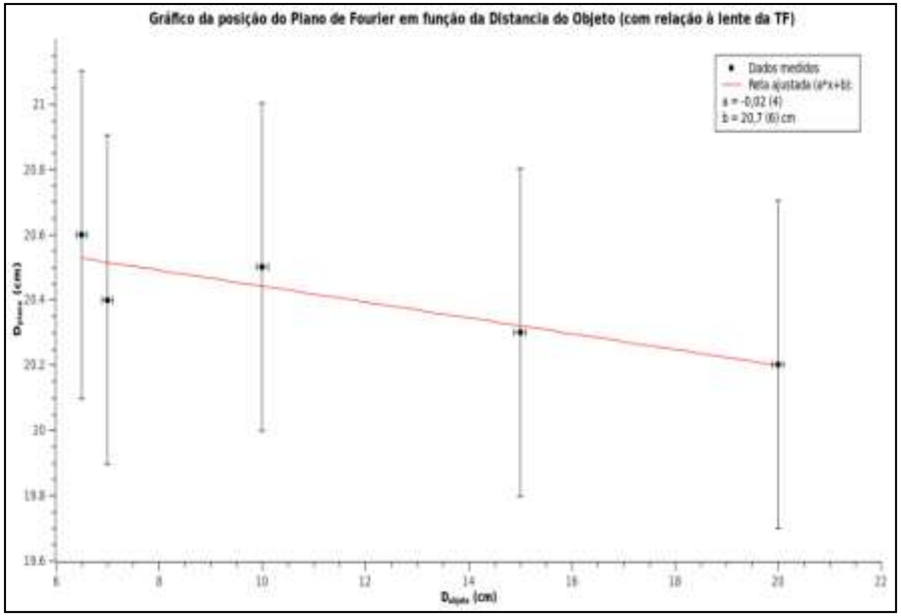


Figura I – Arranjo experimental para a parte 1



Posição do Plano (q)



- Y=(a±Δa)*x+(b±Δb)
- Quando o coeficiente angular é compatível com zero, e você tem uma teoria onde se espera que seja zero, você deve então refazer o ajuste assumindo que o coeficiente angular é zero!
- O resultado b'±Δb' será o valor médio ponderado pelo erro.
- Esse valor constante é que devia ser comparado com a distância focal.

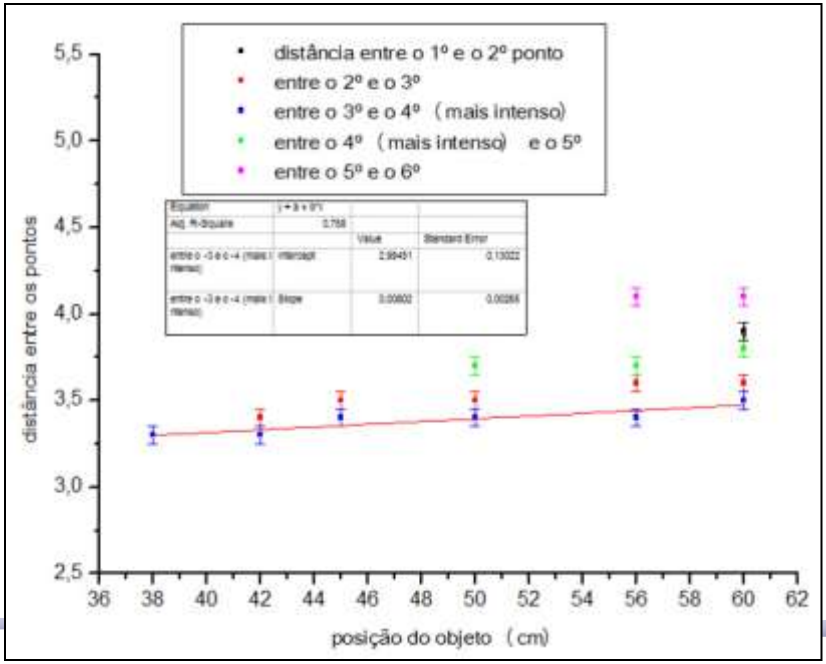
Da parte 1 tem-se que:
- O gráfico da figura 1, que tem por objetivo mostrar que a distancia do plano de fourier independe da distancia do objeto, no caso de raios paralelos (fonte no infinito). Isso se mostra pelo coeficiente angular que está anotado no próprio gráfico, e é compatível com 0. O coeficiente linear mostra que a posição do plano de fourier é compatível com a distancia focal da lente da transformada (20cm).

Poucos grupos fizeram...

- Apenas +1 grupo colocou os valores em uma tabela, e +1 fez um gráfico das posições da difração
- Ou outros apenas comentaram que a TF aparecia no mesmo lugar, ou nem isso fizeram...

Tabela 1: Dados para o feixe paralelo

Grade (cm)	Lente f = 20 (cm)	Plano (cm)	d_1 (cm)	d_2 (cm)
83,5(1)	90,0(1)	110,0(5)	3,6(1)	3,6(1)
80,0(1)	90,0(1)	110,0(5)	3,6(1)	3,6(1)
75,0(1)	90,0(1)	110,0(5)	3,6(1)	3,7(1)



“Tamanho” da grade

Grupo	Linhas/mm
1	324 (12)
2	293 (17)
3	??? [minha conta: 300]
4	55 (6) [minha conta: 276]
5	295 (15)
6	192 (16)

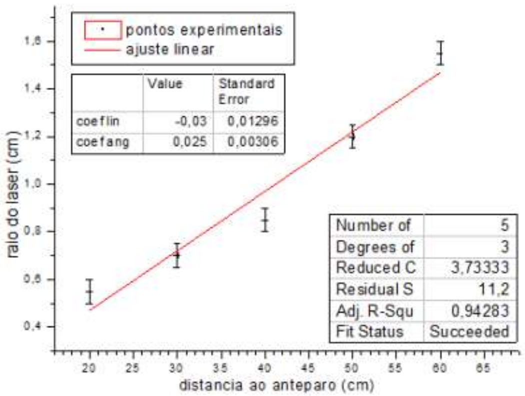
figura III – figura de difração da grade

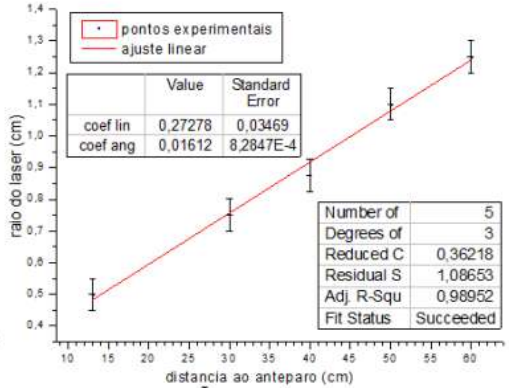
b (mm)	distancia entre os maximos da difração (mm)
250 ±2	35 ±1
150 ±2	35,5 ±1
50 ±2	35,5 ±1

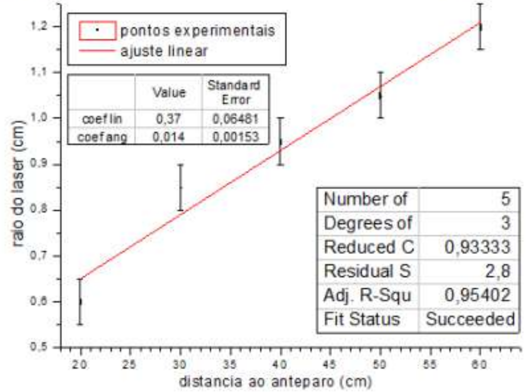
Parte 2 - Fonte pontual

- Crie uma fonte pontual, ajustando a divergência do feixe
  - Calcule a posição dessa fonte
- Coloque a fenda no foco da convergente, isto é, b=f
- Determine a posição do plano de Fourier em função da posição da fonte pontual e compare com o previsto teoricamente
  - Repita o procedimento para pelo menos 3 posições diferentes para fontes pontuais para comparar com a previsão teórica
- Verifique que, se o objeto estiver no foco b=f, as posições dos máximos não variam: independem da posição da fonte em relação ao difrator

Criando a fonte pontual



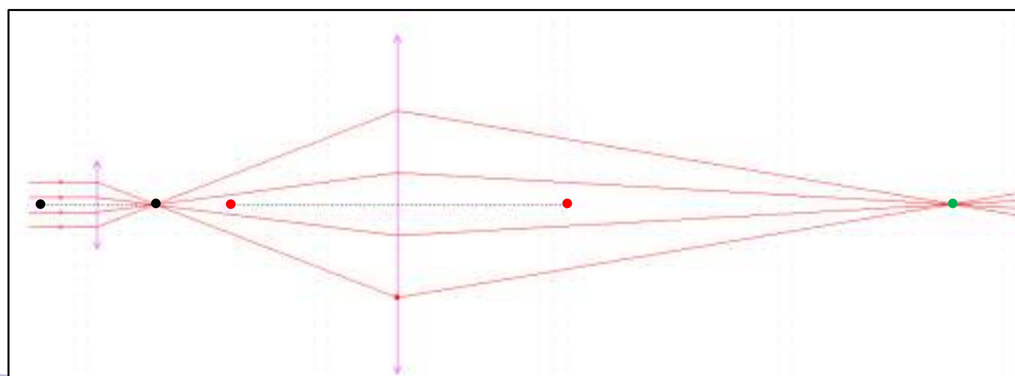




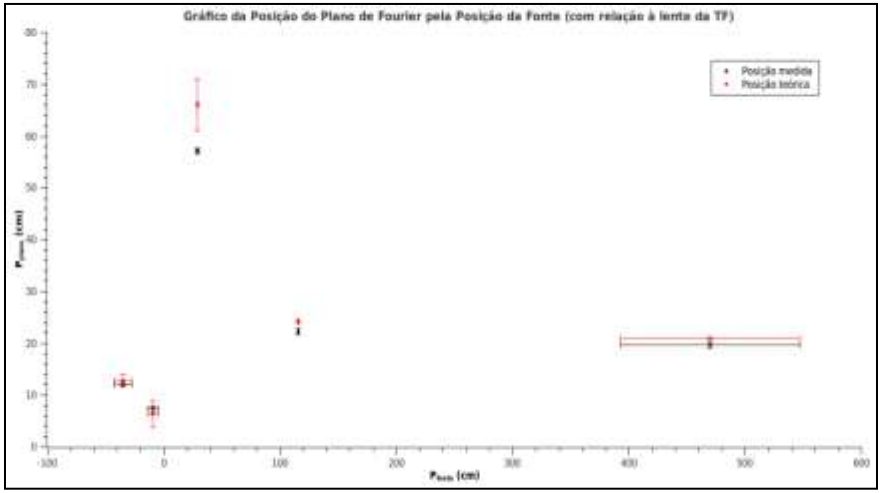
- Era importante determinar onde a fonte pontual estava!
- Apenas 2 grupos fizeram a regressão..

montagem	1	2	3
Distancia entre as lentes *(mm)*	54,0(5)	100,0(5)	150,0(5)
Coeficiente linear *(mm)*	-0,30(13)	2,73(35)	3,70(65)
Coeficiente angular	0,025(3)	0,016(1)	0,014(2)
Posição da fonte *(cm)*	1,20(52)	-16,9(23)	-26,4(55)

Afastando as lentes de 1cm e 20cm, podia-se projetar o foco na frente das lentes e, com uma medida, encontrar a origem da fonte pontual!



Posição da TF x fonte pontual



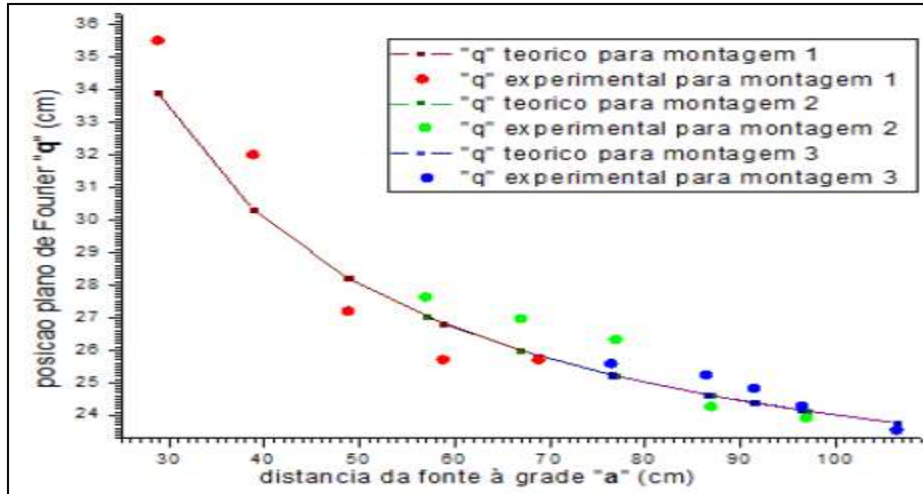


***Figura 3**: posição do plano de Fourier "q" em função da distância da fonte a grade "a", bem como a previsão teórica para permitir uma comparação.*

Tabela 3: Dados para o feixe divergente.

Experimental		Teórico	Teste Z
a (cm)	q_e (cm)	q_t (cm)	
118(7)	24,00(22)	23(3)	0,2
20(4)	43,50(22)	40(4)	0,9
57(3)	26,00(21)	27,1(4)	2,3

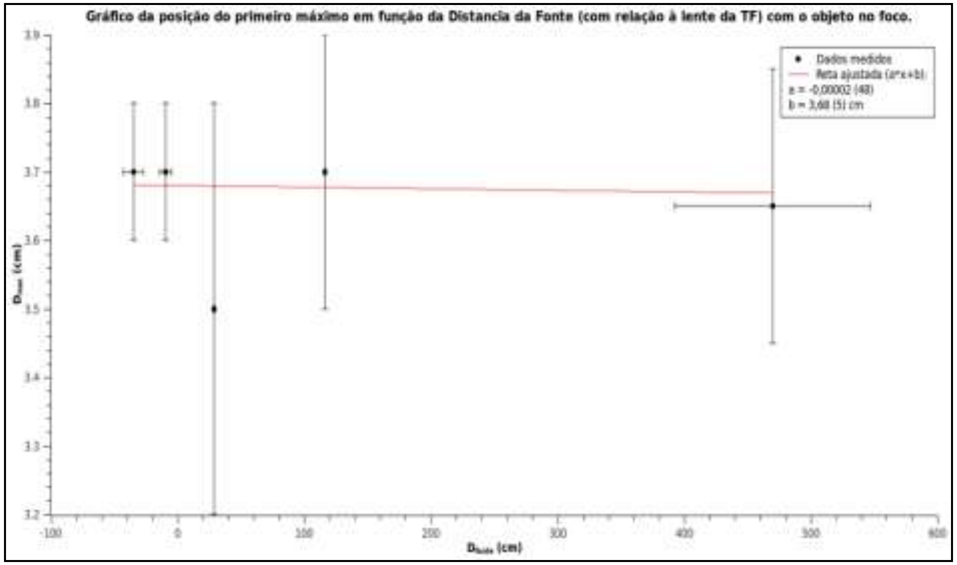
Tabela 1: Dados e resultados obtidos, com suas respectivas incerteza.

a (cm)	Incerteza (cm)	q Teórico (cm)	Incerteza (cm)	q Experimental (cm)
7,25	6	75,2	62	65,4(2)
30,4	6,7	33,2	7,3	35,3(2)
57,2	4	27	1,8	26,0(2)

d (mm)	$a_{calculado}$ (mm)	a extraído de q_{medido} (mm)	q_{medido} (mm)	q extraído de $a_{calculado}$ (mm)	separação dos máximos (mm)
128,0 (2,1)	194,4 (2,1)	388,3 (1,9)	303,0 (2,1)	405,8 (2,2)	35,5 (0,5)
188,0 (2,1)	200,9 (2,1)	421,1 (2,2)	295,0 (2,1)	399,1 (2,0)	35,0 (0,5)
88,0 (2,1)	226,4 (2,1)	307,7 (1,2)	330,0 (2,1)	376,7 (1,6)	35,0 (0,5)

Tabela 2 – distâncias medidas e calculadas para a fonte pontual

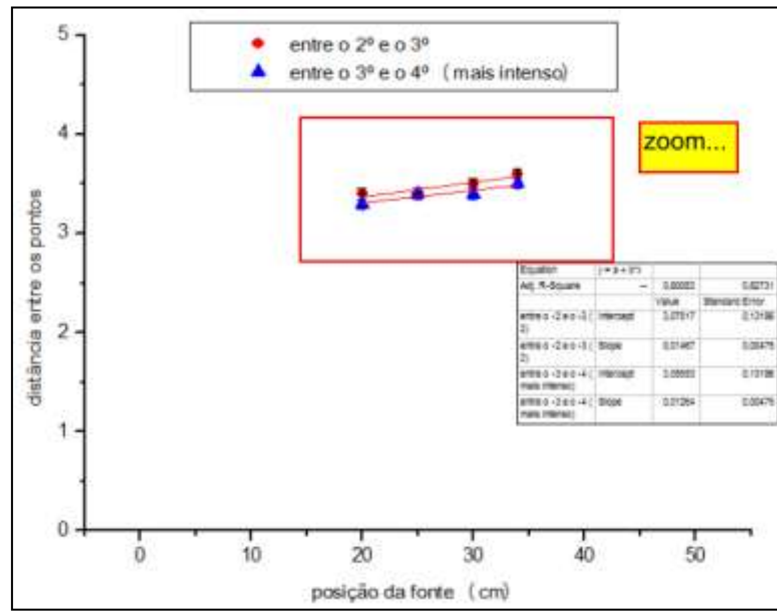
Tamanho da TF x posição da fonte



a (cm)	Incerteza (cm)	Máximo1 (cm)	Máximo2 (cm)
7,25	6	3,9(2)	3,7(2)
30,4	6,7	3,7(2)	3,7(2)
57,2	4	3,9(2)	3,9(2)

Tabela 4: Posição dos máximos, na situação em que b = f.

a(cm)	d_1 (cm)	d_2 (cm)
118(7)	3,9(2)	3,7(2)
20(4)	3,7(2)	3,7(2)
57(3)	3,7(2)	3,8(2)



d (mm)	$a_{calculado}$ (mm)	a extraído de q_{medido} (mm)	q_{medido} (mm)	q extraído de $a_{calculado}$ (mm)	separação dos máximos (mm)
128,0 (2,1)	194,4 (2,1)	388,3 (1,9)	303,0 (2,1)	405,8 (2,2)	35,5 (0,5)
188,0 (2,1)	200,9 (2,1)	421,1 (2,2)	295,0 (2,1)	399,1 (2,0)	35,0 (0,5)
88,0 (2,1)	226,4 (2,1)	307,7 (1,2)	330,0 (2,1)	376,7 (1,6)	35,0 (0,5)

Tabela 2 – distâncias medidas e calculadas para a fonte pontual

AULA DE HOJE

Computador Óptico

A Bit-Serial Optical Computer (BSOC), the first computer to store and manipulate data and instructions as pulses of light.

Três "aproximações" para o ótica:

- **Ótica geométrica**

  $\lambda \to 0$ e a luz é tratada como raio

- **Ótica física**

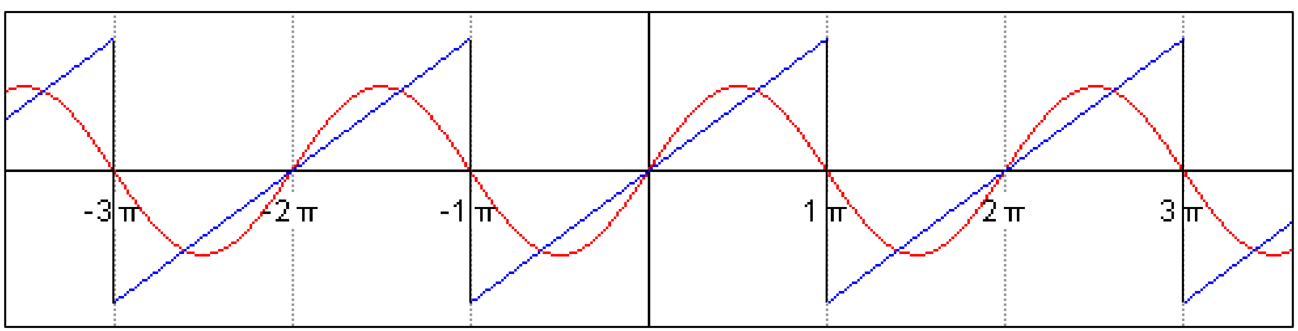
  Princípio de Huygens-Fresnel: cada frente de onda é uma superposição de ondas esféricas

- **Ótica de Fourier**

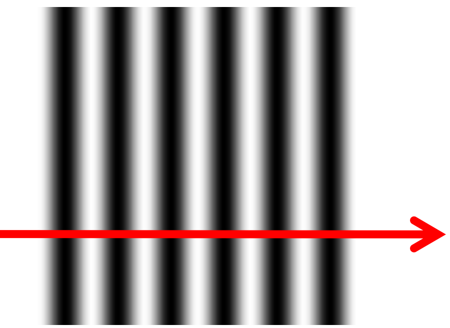
  Trata a propagação da luz como uma série de ondas planas: para cada ponto de uma frente de onda há uma onda plana que cuja propagação é normal àquele ponto

Série de Fourier

- A teoria de Fourier afirma que qualquer sinal pode ser representado por uma série de ondas senoidais.
  - Isso funciona para qualquer tipo de onda, seja no espaço ou no tempo.
  - Qualquer imagem pode ser representada por uma série de ondas senoidais.



Série de Fourier: Imagens



- A amplitude é representada pelo contraste: a diferença entre o claro e escuro na imagem.
- A freqüência espacial é a freqüência com que linhas claras e escuras se alternam ao longo de eixo x.
- a fase representa o deslocamento da onda em relação à sua origem, no caso da imagem acima representa quanto a senóide é deslocada para a direita ou para a esquerda.

- Uma transformada de Fourier de uma imagem bidimensional qualquer inclui toda uma série de senóides com freqüências espaciais diferentes, partindo da freqüência zero.

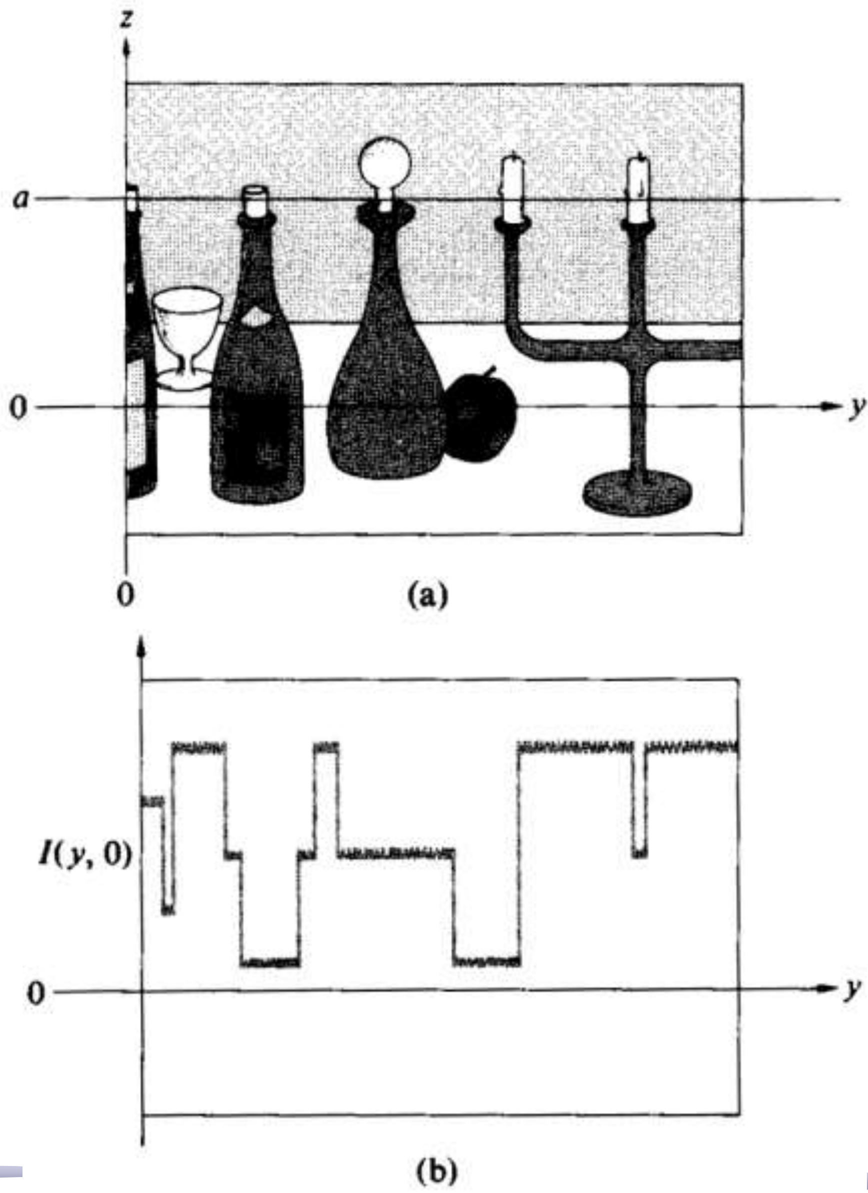
A informação ótica

O que é a informação ótica?

- Ela é simplesmente qualquer imagem.
- Em qualquer caso, a imagem pode ser descrita por uma distribuição bidimensional de fluxo luminoso.
- Sendo um fluxo, pode-se presumivelmente descrevê-lo por uma função **I(y,z)**, que atribui um valor de irradiância **I** para cada ponto do espaço onde se distribui a imagem.
- Freqüência espacial: esse conceito facilita o tratamento da informação ótica.

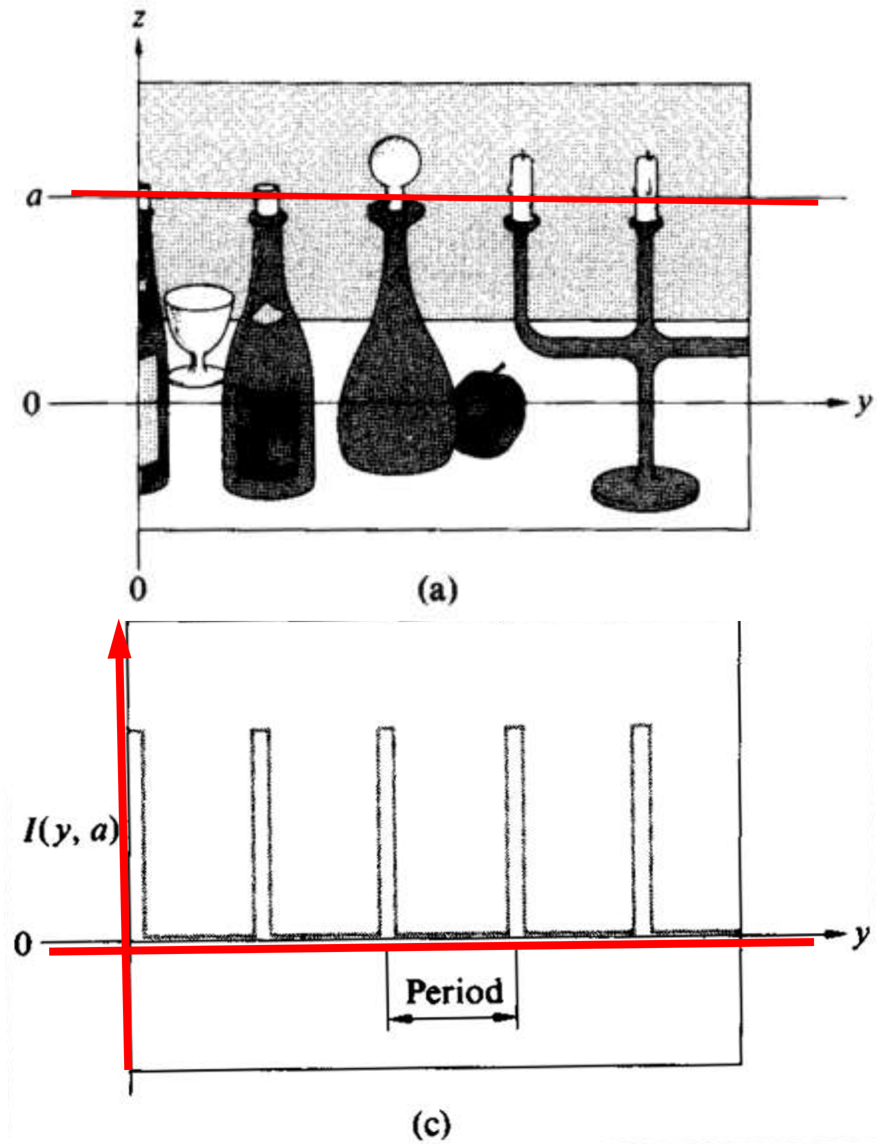
Freqüência Espacial

- Há um valor de I para cada ponto dessa imagem.
- Como se comporta I ao longo do eixo **z=0**?
- Vamos passar um sensor que dá o valor da irradiância **I(y,0)**, em cada ponto dessa linha.



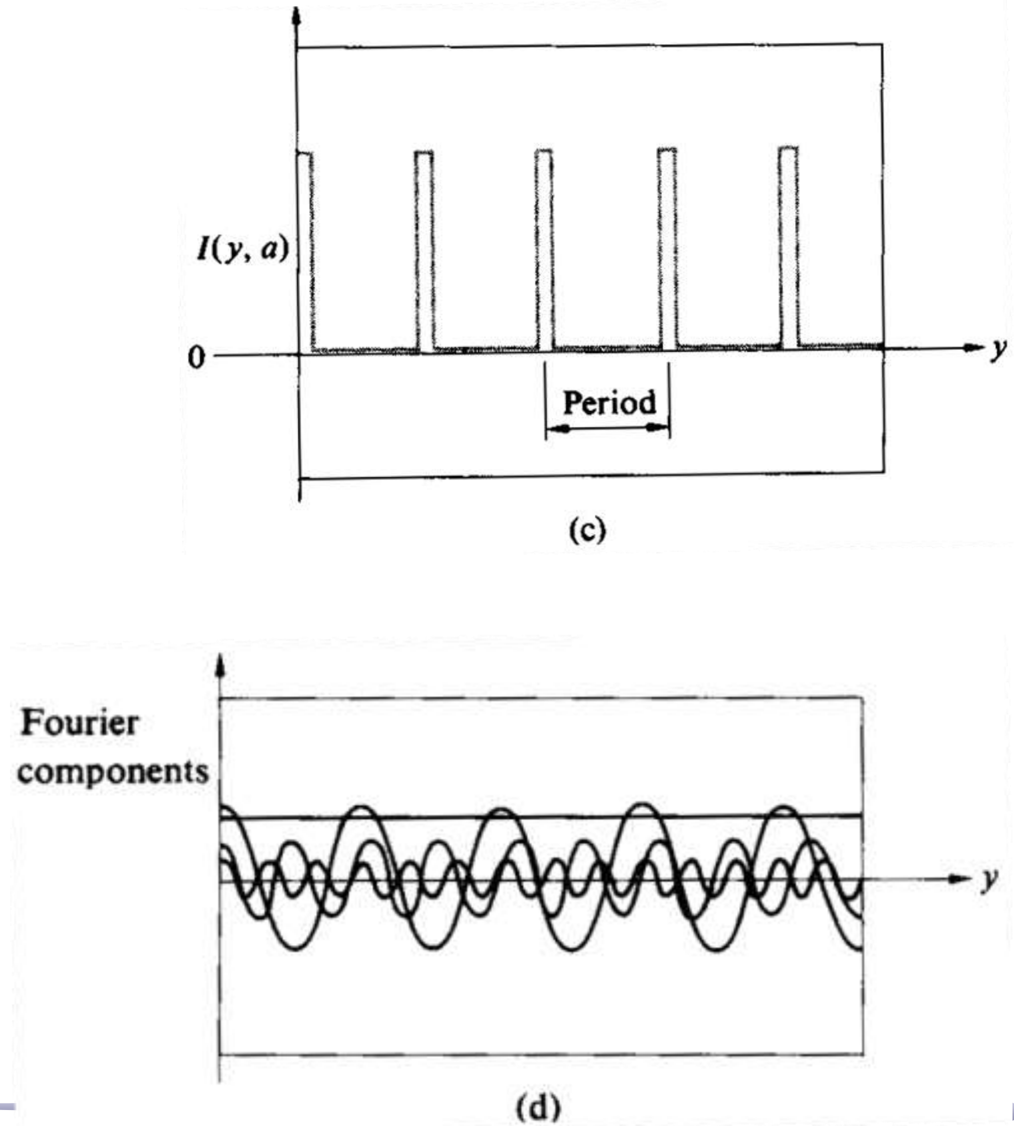
Freqüências Espaciais

- Para ficar mais fácil de se compreender: vamos passar o mesmo sensor em uma outra linha, na linha **z=a**, fazendo o mesmo procedimento já descrito.
- Essa função é uma série de pulsos retangulares igualmente espaçados, que pode ser descrita por uma série de funções harmônicas que são as suas componentes de Fourier.



Espectro de Fourier

- Se os pulsos retangulares estão separados, centro a centro, por intervalos de, digamos, **1cm**: o ***período espacial*** é igual a **1cm** e seu inverso é a ***freqüência espacial*** que é igual a ***1 ciclo por centímetro***.



Esses são os conceitos básicos da óptica de Fourier. Vamos aplicá-la para entender melhor

Ótica de Fourier

- Pode ser demonstrado (Optics cap 11 seção 11.3) que a figura de difração de Fraunhofer ou difração de campo distante de uma abertura é idêntica à transformada de Fourier da função da abertura.

- A função da abertura é uma função que descreve as variações de fase e de amplitude produzidas pela abertura na onda plana que nela incidiu.

Difração de Fraunhofer

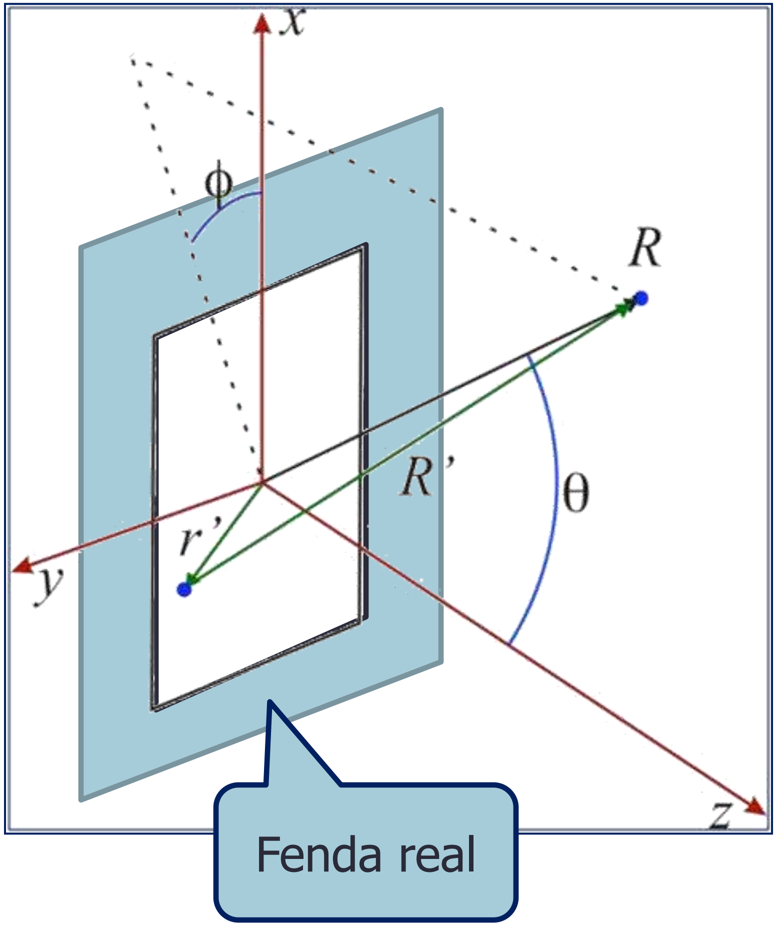
- Formalismo complexo para campo elétrico

$$\hat{E} = E_0 e^{j(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

- Por simplicidade:

$$\hat{E} = E_0 e^{j\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

- Qual o campo elétrico no ponto R?



Difração de Fraunhofer:

- Para cada ponto da **figura de difração** há uma freqüência espacial correspondente (ou seja um $\boldsymbol{k_x}$ e um $\boldsymbol{k_y}$) e o campo difratado é escrito como:

$$\hat{E}(k_x, k_y) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

- Isso quer dizer que a distribuição de campo elétrico na figura de difração de Fraunhofer é a transformada de Fourier da distribuição do campo elétrico na abertura.
- Essa distribuição é dada pela transformada inversa:

A função da abertura é o campo incidente transformado pelo objeto/fenda/lente/etc onde ocorre a difração.

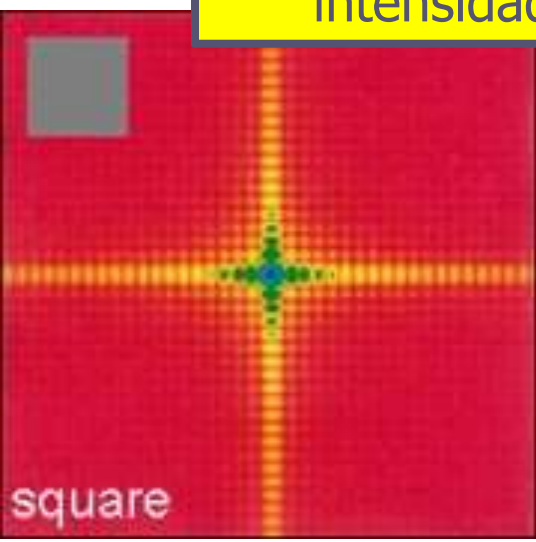
$$\varepsilon(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint E(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

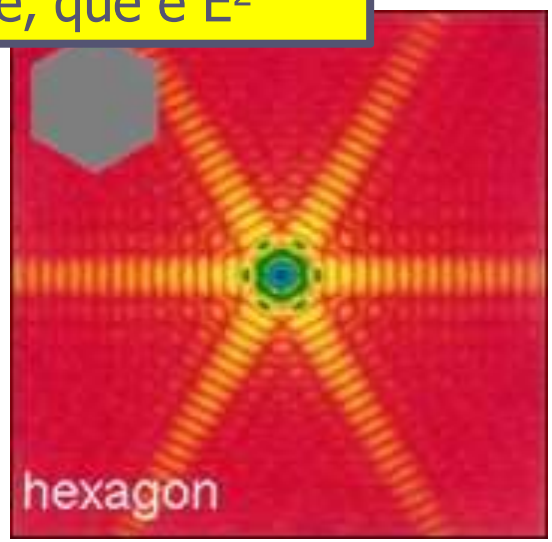
Difração e Transformada de Fourier

- Resumindo, a figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado.

$$\hat{E}\left(k_x, k_y\right) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j\left(k_x x + k_y y\right)} dx dy$$

A difração é a TF do campo elétrico, mas medimos a intensidade, que é E^2





A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às componentes da T.F. para cada freqüência espacial

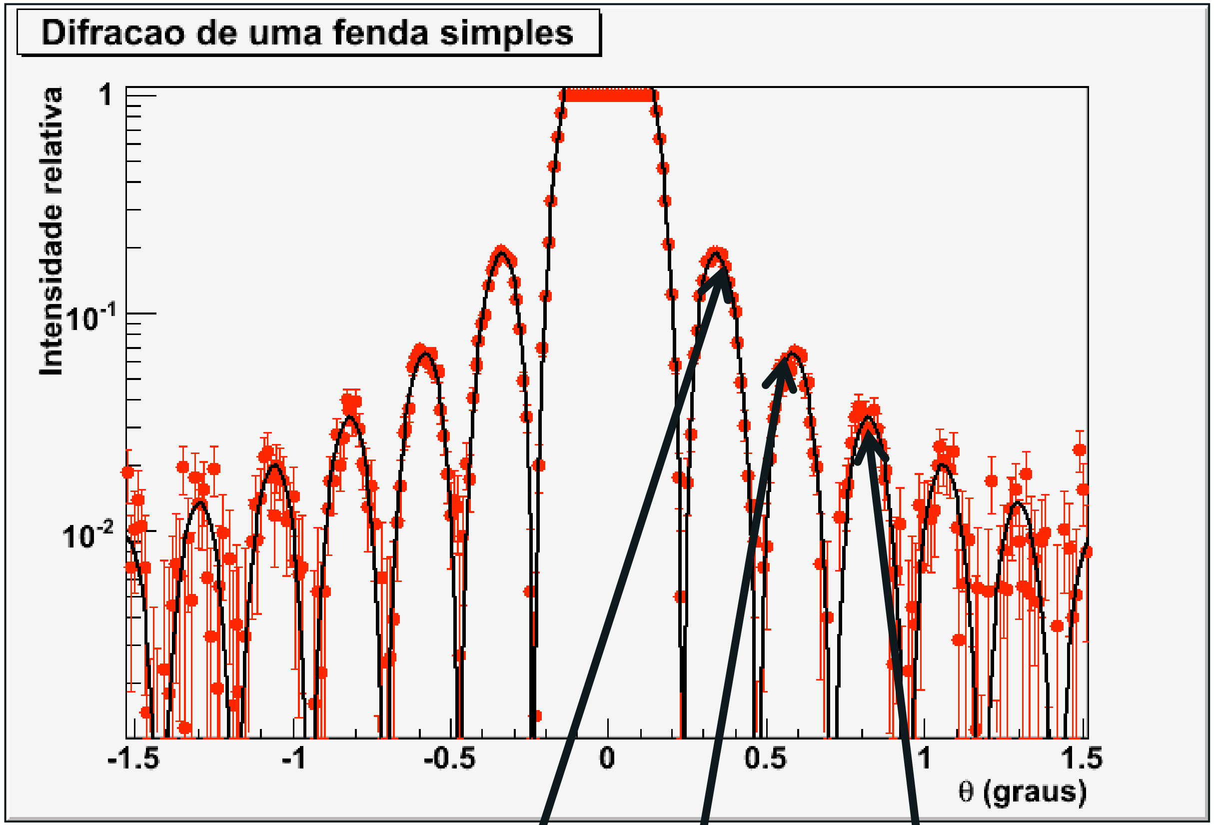
$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow \hat{E}(R_x, R_y) \rightarrow \hat{E}(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \begin{cases} k_x = k \sin\theta \cos\phi \\ k_y = k \sin\theta \sin\phi \end{cases}$$

Slide de A. Suaide, Flex aula #9/2008s1

Exemplo: Fenda Simples

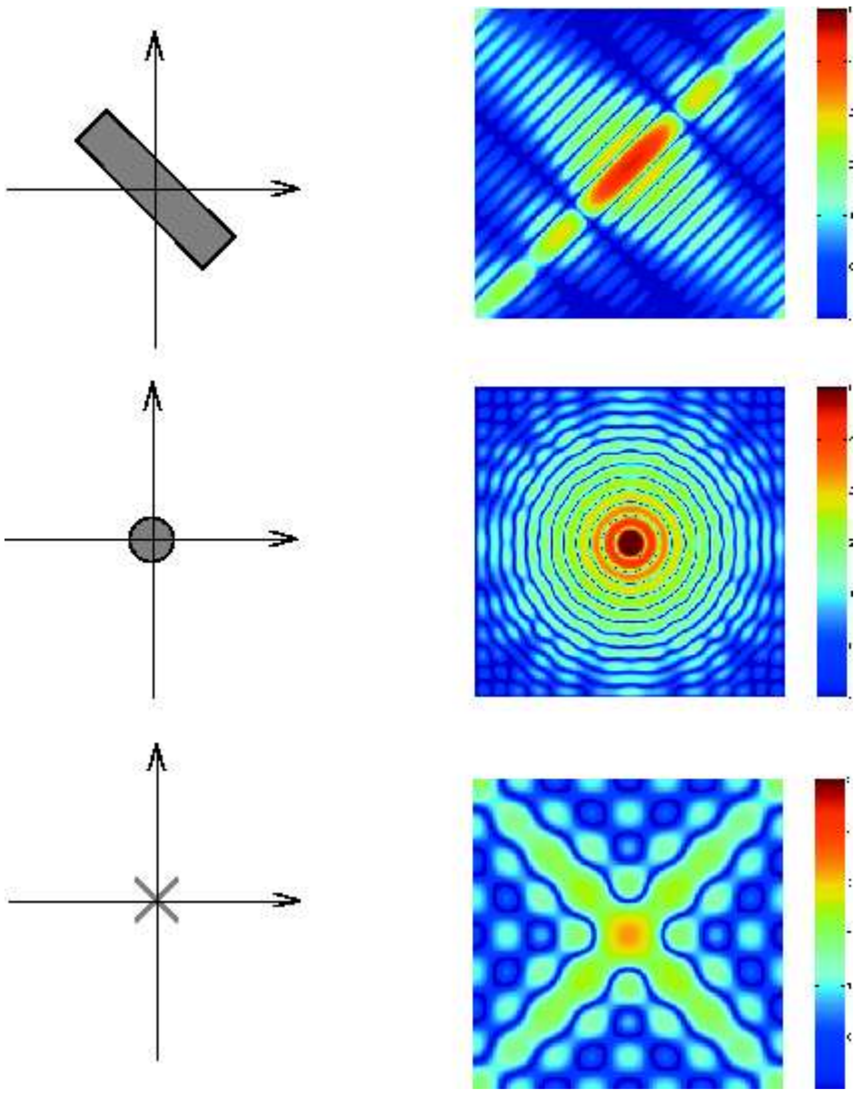
- Para os máximos SECUNDÁRIOS, ***sin(β)=±1***



$$I(\theta_{\max}) = \frac{I_0}{\beta^2} = \frac{1}{(2m+1)^2}\frac{4I_0}{\pi^2} = 1\frac{4I_0}{\pi^2}, \frac{1}{9}\frac{4I_0}{\pi^2}, \frac{1}{25}\frac{4I_0}{\pi^2}, \ldots$$

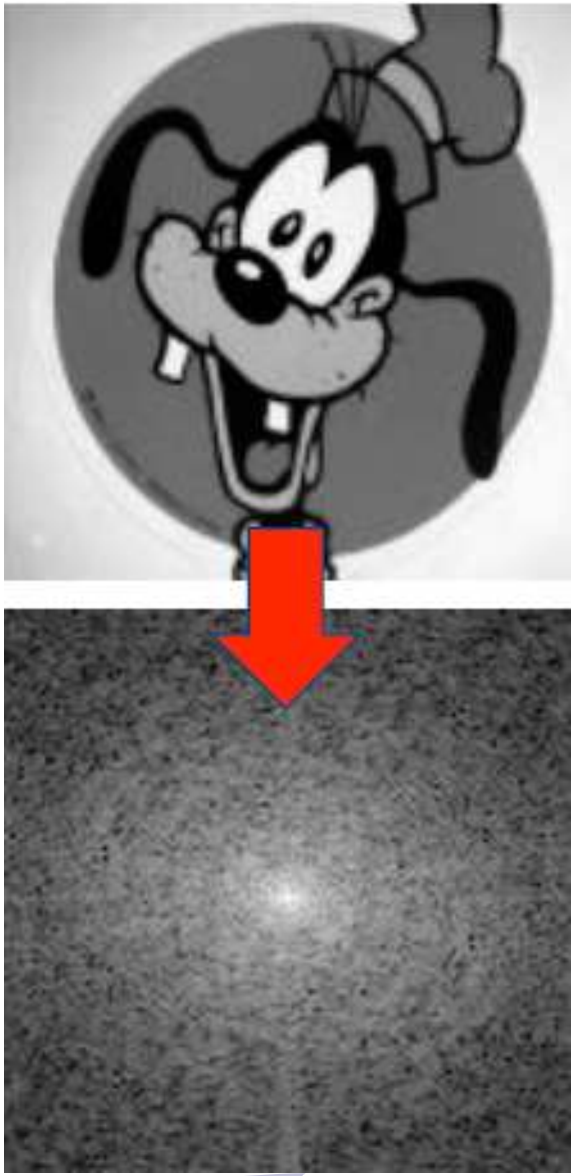
Transformadas de Fourier

- Há uma relação geométrica entre a forma e sua transformada, isto é, entre a figura de difração e o objeto que a gerou



Transformadas de Fourier

- Há uma relação geométrica entre a forma e sua transformada, isto é, entre a figura de difração e o objeto que a gerou



Computador ótico

- A condição de Fraunhofer estará satisfeita se o anteparo estiver a uma distância muito grande em comparação às dimensões da abertura. No caso das fendas utilizadas no experimento anterior esse é o caso:
  - A nossa bancada é suficientemente longa se comparado às dimensões das fendas utilizadas (μm)

- Mas no caso de objetos maiores, não é possível observar a figura de difração de Fraunhofer, pois o comprimento de onda é pequeno e a bancada é curta.

Computador ótico

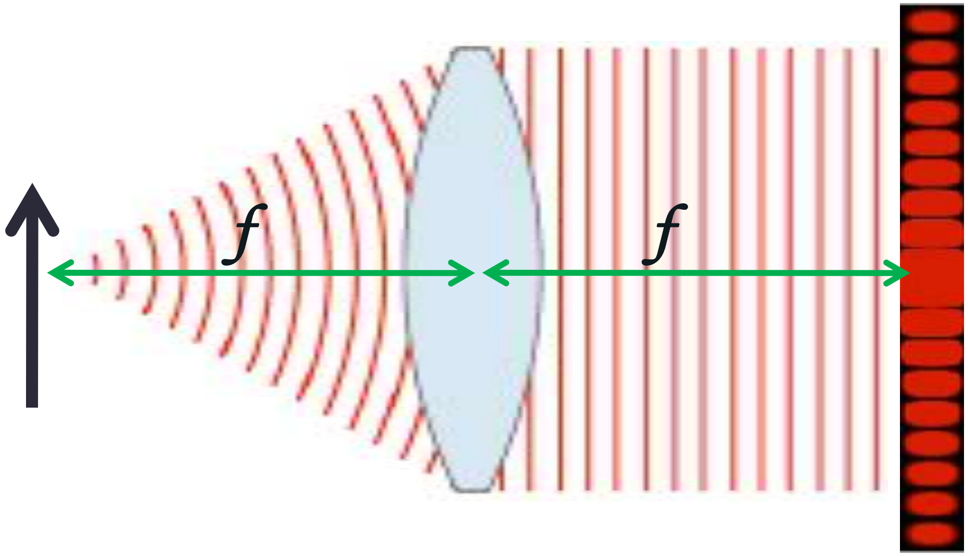
- Então, como fazer a transformada de Fourier da imagem do nosso objeto macroscópico?
- Sabemos que quando a imagem do objeto passar pela lente, do outro lado vai sair um $\boldsymbol{E(k_x,k_y)}$ que é a transformada de Fourier do $\boldsymbol{\varepsilon(x,y)}$.
- Para saber o que vai acontecer exatamente, é preciso considerar como a lente modifica a amplitude e a fase de $\boldsymbol{E_0}$ em cada ponto $\boldsymbol{(x,y)}$.
  - Vejam detalhes no site da Rice University, Physics 332, Fourier optics, seção C.

<u>LENTES:</u> O que acontece é que a transformada de Fourier aparece no plano focal.

Computador ótico

Fazendo as contas, aparecem outros detalhes:

- Para que a lente "calcule" a transformada de Fourier da *função da abertura* do objeto é preciso:
  - Que o objeto seja iluminado por ondas planas (laser=∞)
  - Que o objeto esteja no plano focal anterior da lente (o=f)



A transformada vai aparecer no plano focal posterior da lente

Computador Ótico

- Obviamente, se colocarmos esta **TF** como objeto de uma 2ª lente, a imagem da 2ª lente será a imagem original do objeto!

$$\hat{E}(k_x, k_y) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$\varepsilon(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint E(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

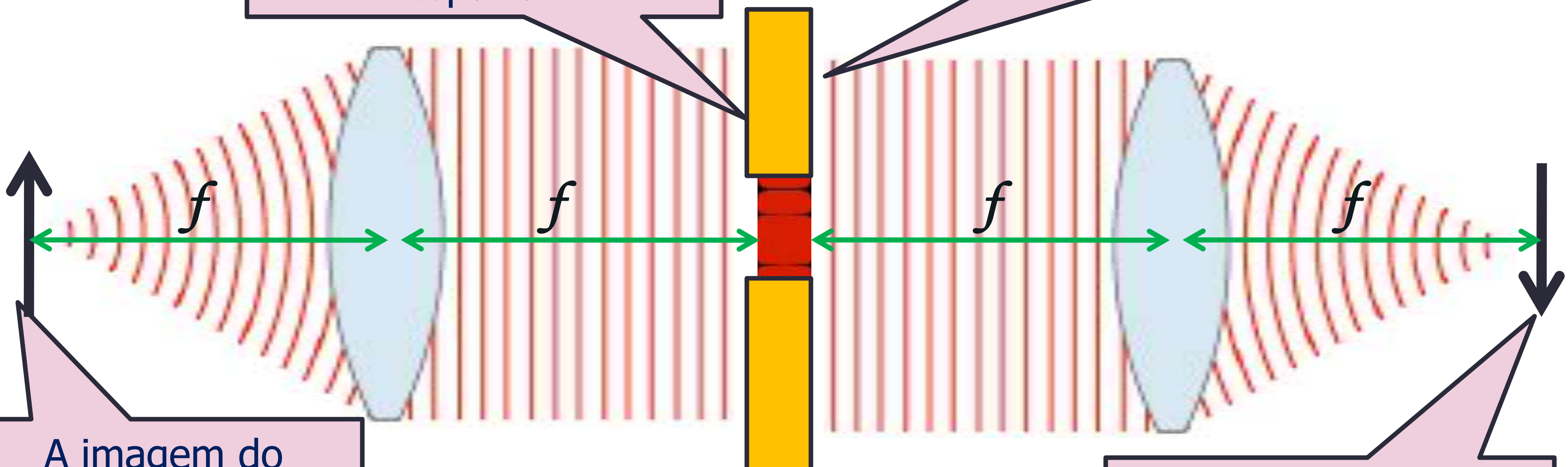
A transformada da transformada é a própria função!

- A imagem recomposta aparece no plano focal posterior da 2ª lente.
- **Como a 1ª transformada de Fourier separa as freqüências espaciais, para filtrar alguma destas basta colocar um anteparo!**

Filtragem espacial

Toda a informação óptica da imagem original esta na transformada de Fourier espacial.

Quando colocamos um anteparo nesta posição, bloqueamos algumas freqüências espaciais.

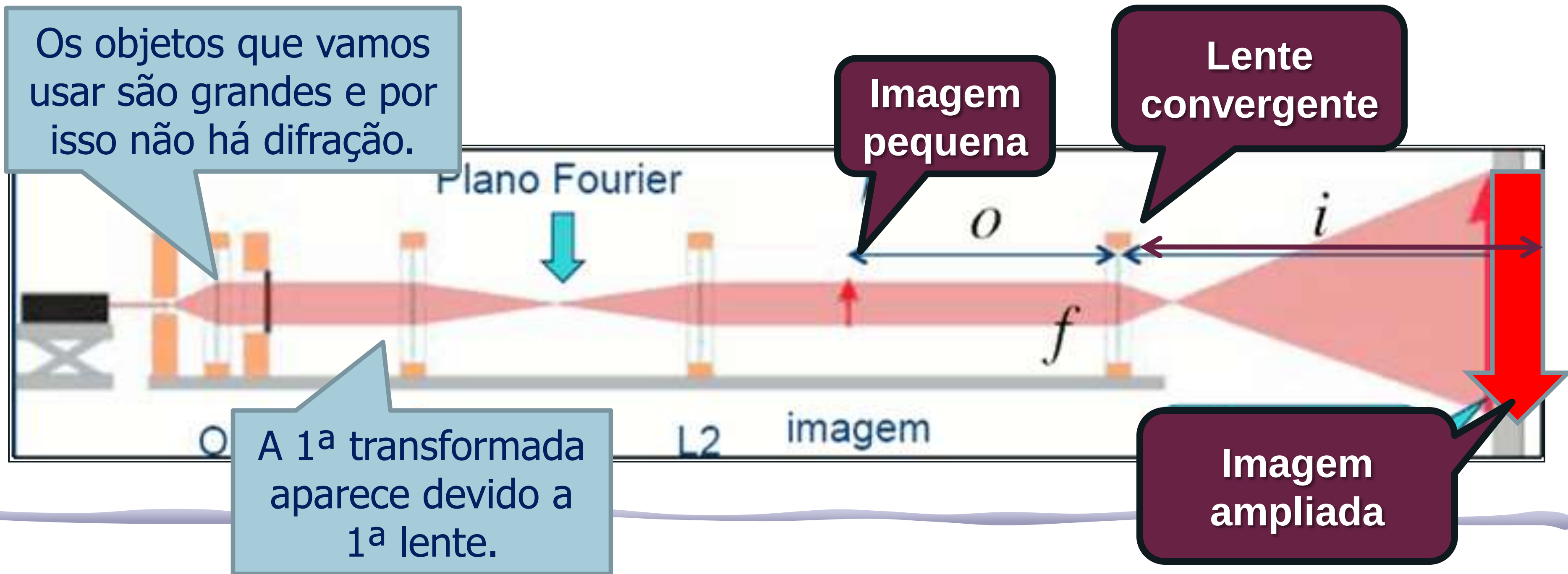


A imagem do objeto é a informação óptica processada pelo nosso computador.

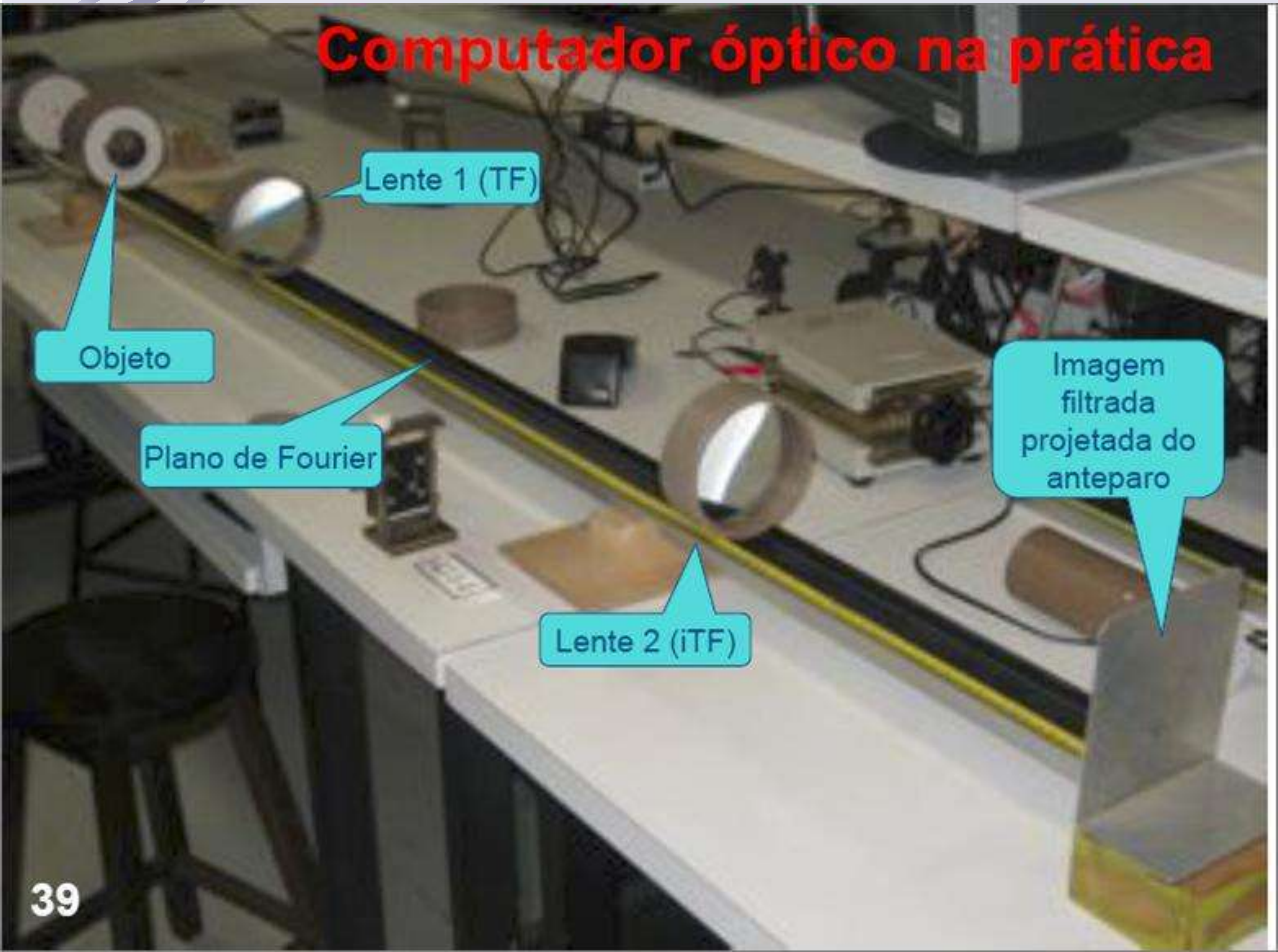
Por isto, ao recompor a imagem, o resultado é diferente da imagem original, pois tiramos alguma freqüências.

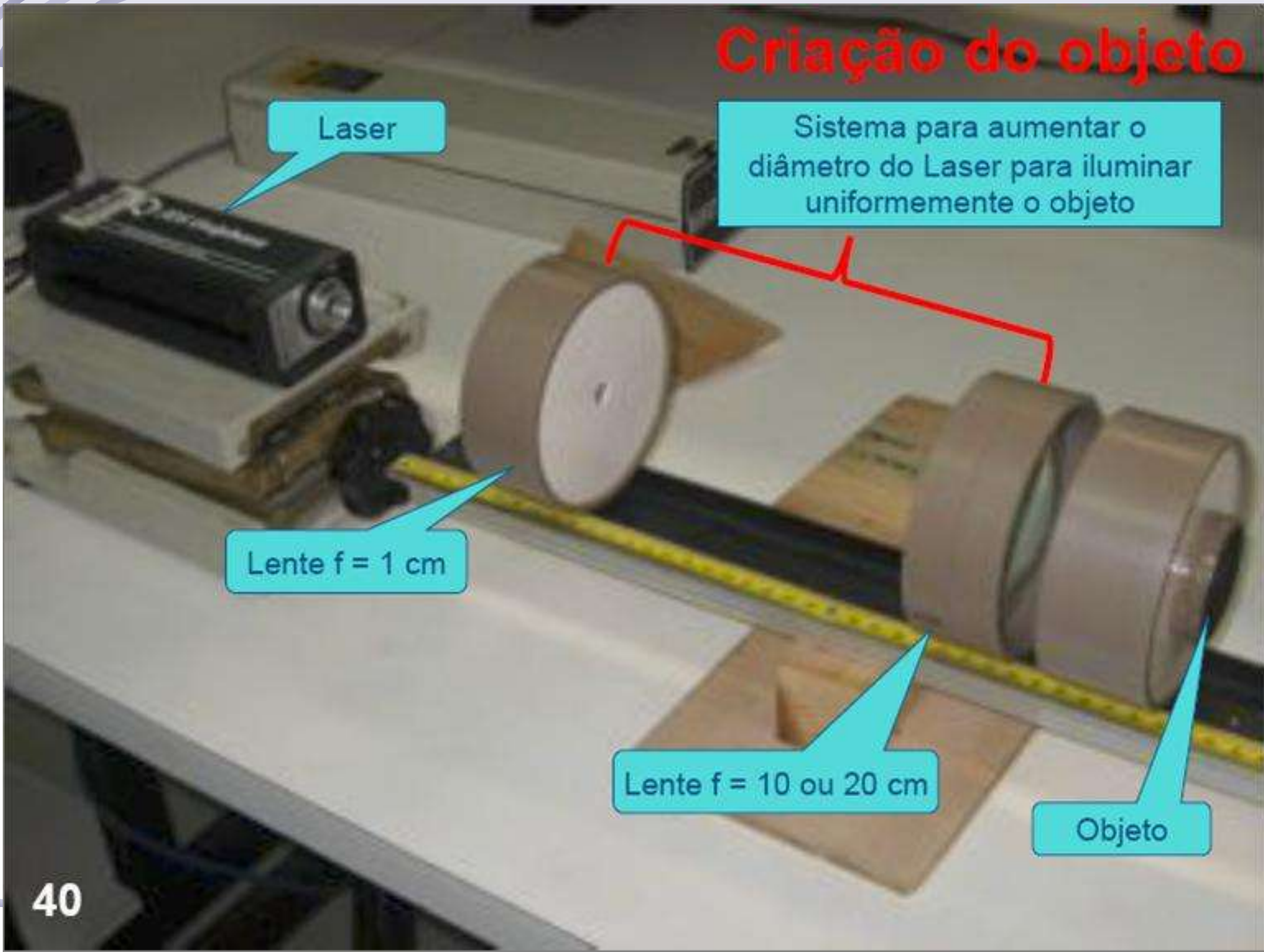
Melhorando a imagem:

- Para observar melhor e fazer aparecer detalhes da imagem é necessário aumentá-la.
- Sabemos que lentes convergentes podem produzir imagens reais, invertidas e maiores que o objeto. Vamos usar uma lente auxiliar!



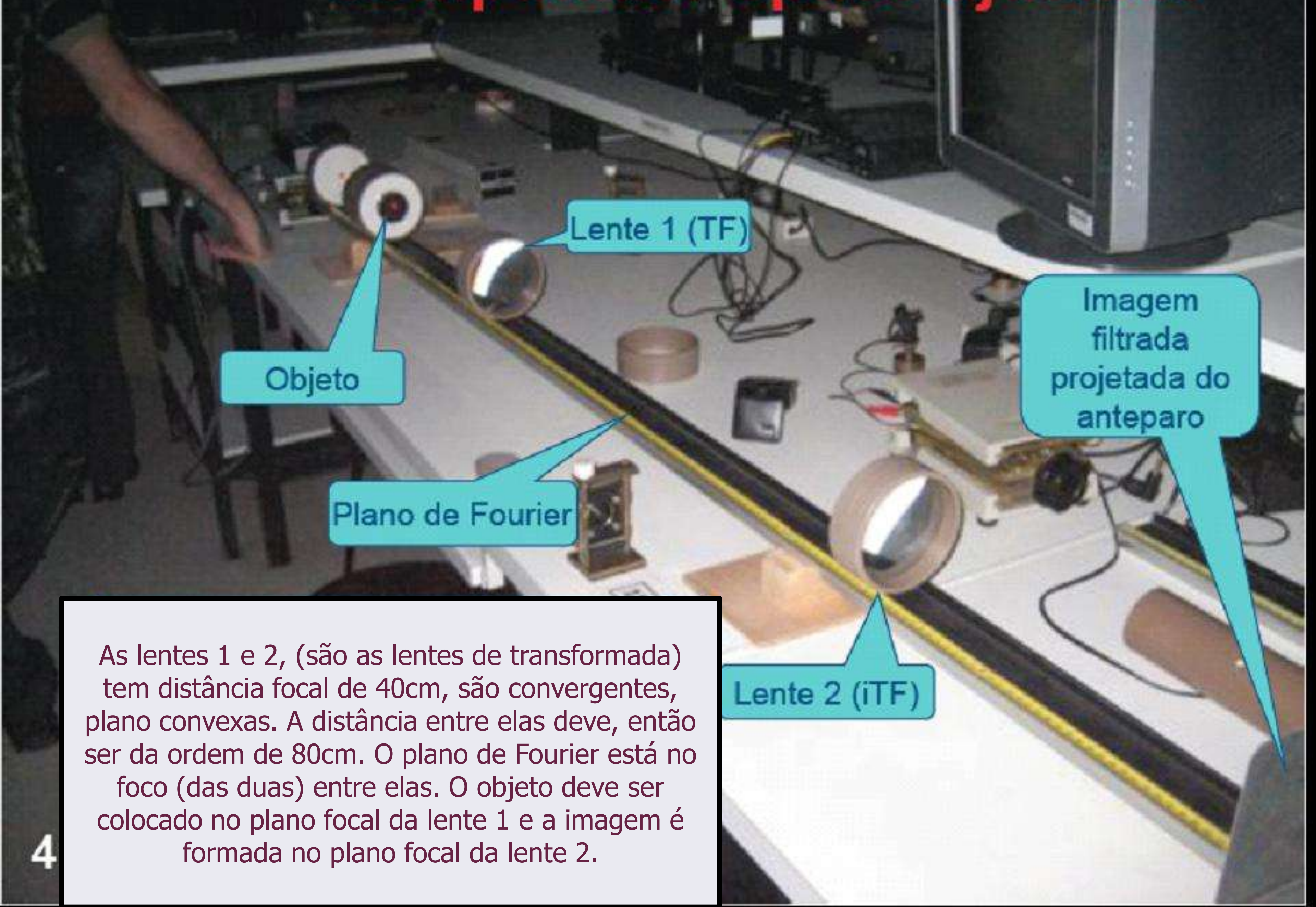
Computador óptico na prática





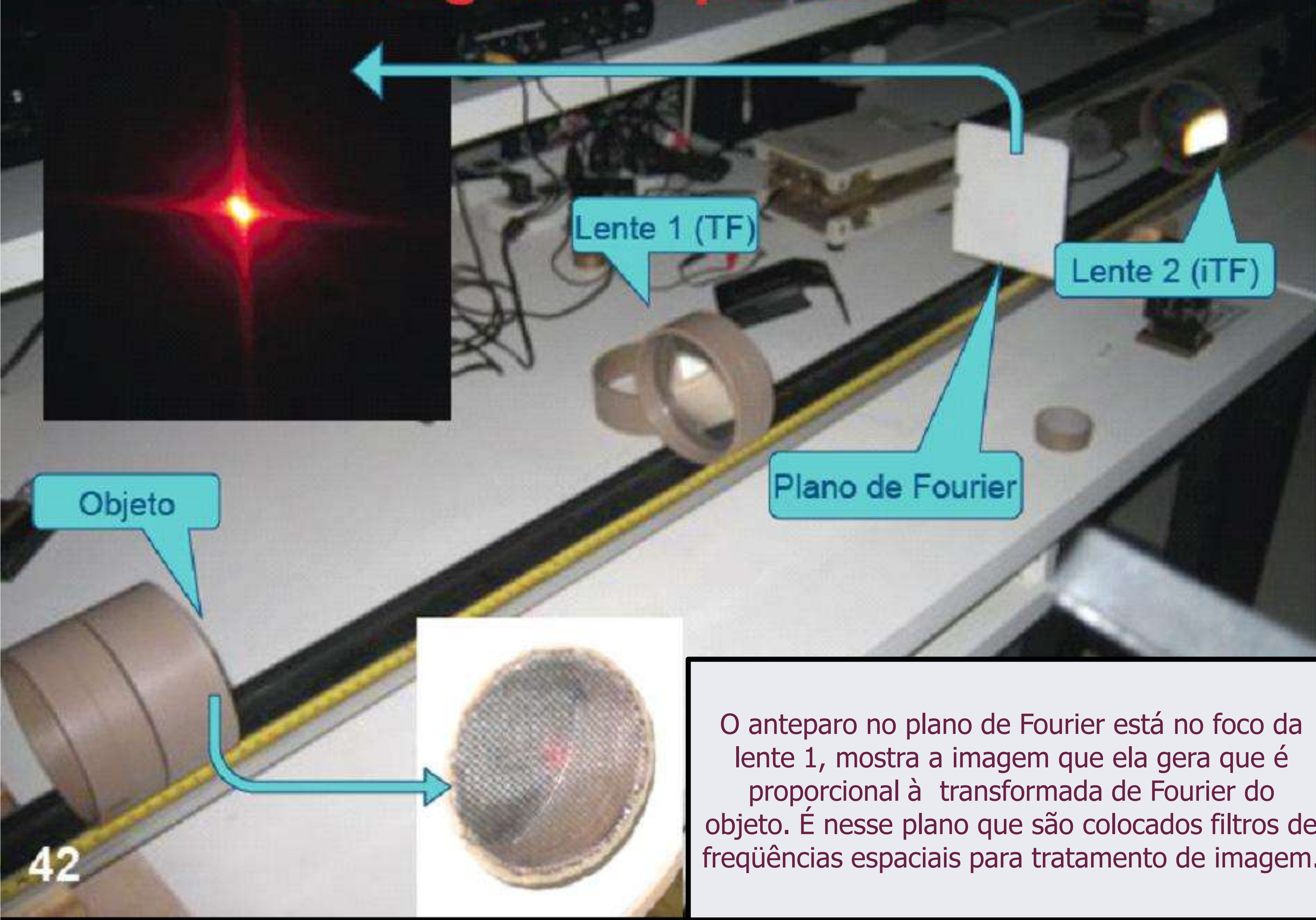
Criação do objeto
Laser
Sistema para aumentar o diâmetro do Laser para iluminar uniformemente o objeto
Lente f = 1 cm
Lente f = 10 ou 20 cm
Objeto
40

Computador óptico ajustado



As lentes 1 e 2, (são as lentes de transformada) tem distância focal de 40cm, são convergentes, plano convexas. A distância entre elas deve, então ser da ordem de 80cm. O plano de Fourier está no foco (das duas) entre elas. O objeto deve ser colocado no plano focal da lente 1 e a imagem é formada no plano focal da lente 2.

Imagem no plano de Fourier



O anteparo no plano de Fourier está no foco da lente 1, mostra a imagem que ela gera que é proporcional à transformada de Fourier do objeto. É nesse plano que são colocados filtros de freqüências espaciais para tratamento de imagem.

Medidas da semana – Parte 1

- Monte o conjunto de lentes para aumentar o feixe do laser
  - Ele precisa ser paralelo, lembram-se?
- Em seguida coloque **o objeto** no plano focal da lente **L1** (lente da transformada). Fotografe o objeto.
- Procure a figura de difração do objeto (com um anteparo) no plano focal do outro lado da **L1**. Fotografe a transformada.
- Coloque a lente **L2** a uma distância igual à soma dos focos das lentes **L1** e **L2**.
  - Se a foco nominal não estiver correto, você pode ajustar as distâncias para melhorar as imagens
- Observe no plano focal depois da lente **L2** a imagem do objeto recomposta pela lente **L2**. Fotografe a imagem recomposta.
  - Caso a imagem recomposta fique muito pequena, use uma outra lente para aumentá-la, ou retire a lente **L2** e projete a imagem recomposta no infinito

Objeto 1: Fenda

- Faça as medidas da semana usando a fenda de 40µm do slide prateado
  - Aumente o feixe por um fator 4 ou 5, pois você não pode iluminar duas fendas vizinhas!
  - Veja a transformada no plano de Fourier e fora dele. Quais são as diferenças? Você pode justificar qualitativamente a diferença, se houver?
  - Compare com a figura de difração da fenda simples de duas semanas atrás. Há diferenças? Sim? Não? comente....

Objeto 2: Grade preta

- Faça as medidas da semana usando a grade de plástico preto
  - Vai precisar aumentar o diâmetro do feixe para iluminar várias linhas da grade. Um fator 20 deve ser suficiente.
  - Procure não aumentar mais que o necessário para não perder intensidade.

Tratamento com Filtros – Parte 2

- Para o objeto grade:
  - Descubra um filtro capaz de eliminar as linhas verticais da grade
  - Depois elimine as linhas horizontais.
  - Você pode pensar num filtro que torne a figura menos nítida? Que freqüências espaciais ele teria que retirar da transformada?
  - Fotografe tudo.

- Comente todos os resultados obtidos

Síntese: objeto fenda

- Para a fenda, a figura na síntese deve ter 4 painéis:

objeto	Imagem recomposta do objeto
Figura de difração da semana passada	Transformada do objeto

- A partir das fotos, discuta no mínimo os seguintes pontos:
  - Relacione a geometria do objeto com a da transformada
  - Compare a foto do objeto com a da imagem recomposta (transformada inversa)
  - Compare a transforma com a figura de difração da semana passada

Síntese: objeto grade

- Para a grade, uma figura inicial deve conter 3 painéis:

objeto	Transformada do objeto	Imagem recomposta do objeto

- Depois, para cada filtro, inclua um outra figura assim:

Filtro aplicado na transformada	Imagem recomposta do objeto	Imagem Filtrada do objeto

- A partir das fotos, discuta no mínimo os seguintes pontos:
  - Descreva o filtro e justifique sua escolha em termo das freqüência que são eliminadas
  - Compare a imagem recomposta do objeto (sem filtro) com a imagem filtrada

Lembrete

- Para a síntese e relatório, tire fotos de tudo!
  - Do arranjo experimental
  - Do objeto
  - Da figura no plano de Fourier
  - Da imagem recomposta do objeto
  - Dos filtros
  - Da transformada com os filtros aplicados
  - Da imagem recomposta depois de filtrada

ATENÇÃO AO LIMITE DE PÁGINAS (=5)
ATENÇÃO AO TAMANHO DA SÍNTESE (<3Mb)