

Física Experimental IV

www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Aula 5 – Computador Óptico

Ótica Geométrica: Lentes

ATIVIDADES PARA BAIXAS TENSÕES

- Nesse caso, o diodo deve ser próximo a um capacitor ideal
 - Deve ocorrer ressonância (**RLC**)
 - Encontrar a frequência de ressonância para esse circuito, mantendo a tensão do gerador baixa (da ordem de **50-70 mV**)
 - Comparar essa frequência àquela obtida para o **RLC**, duas semanas atrás.
 - Discuta esses resultados
 - **50-70 mV** é baixo o suficiente? Qual o valor de **C₀** ?

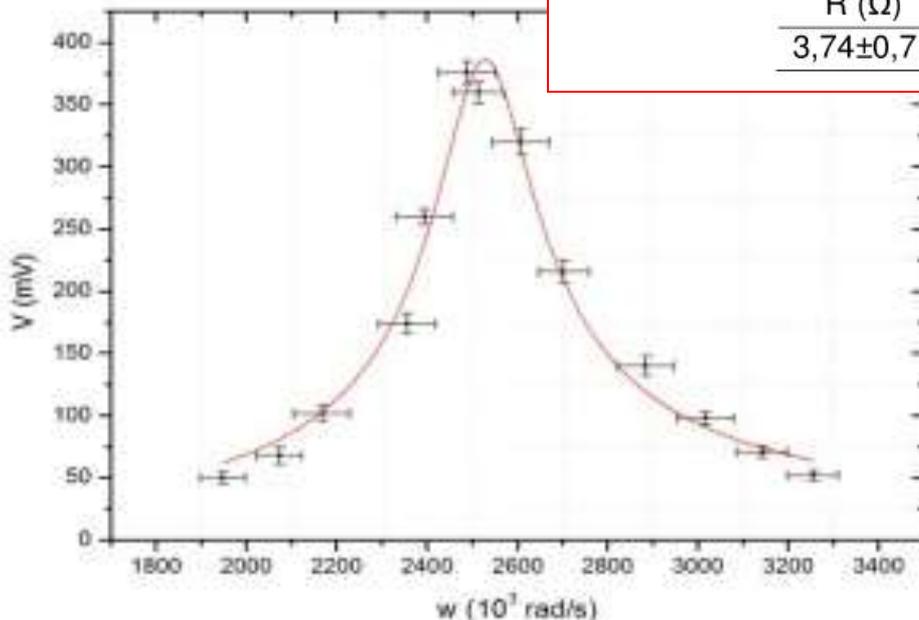
Problemas

- Este grupo levantou a curva de ressonância para o circuito RLD, começando em 50mV.
- E ajustou a curva teórica...

A partir do ajuste dos pontos experimentais da Figura 1, foram obtidos os seguintes valores de R, L, C e ω_{resso} .

Tabela 1: Valores de R, L, C e ω_{resso} , obtidos a partir do ajuste da curva de ressonância.

R (Ω)	L (H)	C (μF)	ω_{resso} (10^6 rad/s)
$3,74 \pm 0,71$	$0,017 \pm 0,004$	$8,99 \pm 0,83$	$2,53 \pm 0,17$



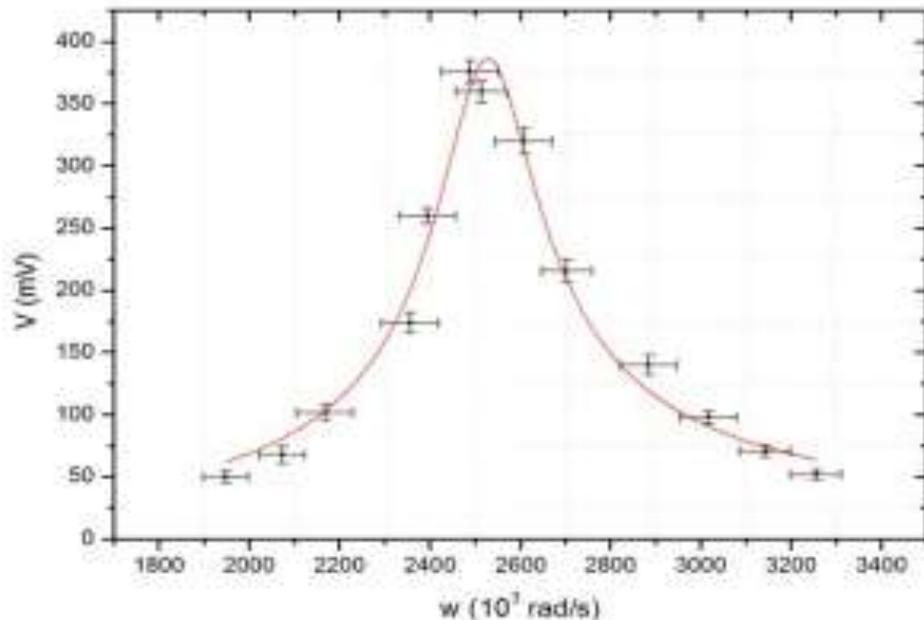
O valor ajustado foi $L=17\text{mH}$, muito acima do nominal 1mH

Na aula anterior vimos que o valor nominal estava dentro de 10%... Então isso deveria levantar suspeitas!

Qual o problema ??

- Este grupo e outros grupos tiveram que variar a tensão de entrada para mantê-la entre 50 e 70mV

Figura 1: À esquerda, o gráfico da tensão no diodo em função da frequência angular em um circuito RLD. Observe que a escala utilizada foi 10^{-3} V no eixo y e 10^3 rad/s no eixo x. A tensão de entrada no circuito ficou entre 50 e 70 mV. À direita, a foto do sinal do osciloscópio na ressonância.

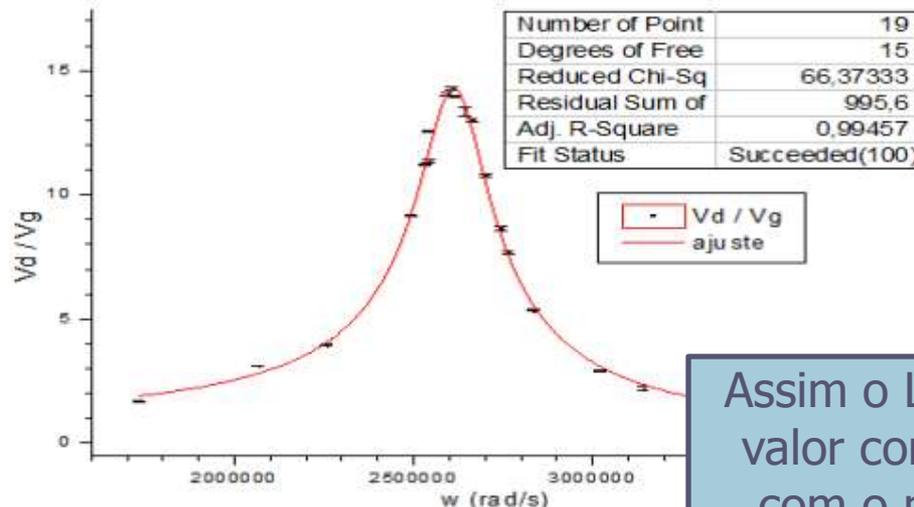


- Mas nestes caso V_G não é constante e não podemos ajustar a equação da aula passada!

Possível solução

- Estes grupo normalizou: V_d/V_g

Inicialmente, tratou-se do diodo como um capacitor ideal. Com as frequências e tensões sobre o diodo e sobre o circuito obtidas, foi possível utilizando a equação (2) encontrar os parâmetros L e C do circuito através do ajuste presente na figura 1, abaixo.



Mas será que o C_0 está correto ?

Assim o L deu um valor compatível com o nominal

FIG. 1 - Ajuste realizado com as tensões medidas sobre o diodo e sobre o circuito em função da frequência medida.

Note que foi utilizada a razão $\frac{V_d}{V_g}$, pois, variando a frequência no gerador, a tensão não se mantia constante, então, tomando a razão, foi possível realizar o ajuste. Os parâmetros encontrados foram $C = 12,9(8)nF$ e $L = 1,12(7)mH$ e $R = 219(13)\Omega$. Utilizando (4) é possível obter a frequência angular de ressonância para o circuito, $\omega_0 = 2,63(12)Mrad/s$. Utilizando (3), obtém-se a frequência angular de ressonância em carga para o diodo, $\omega_1 = 2,62(23)Mrad/s$.

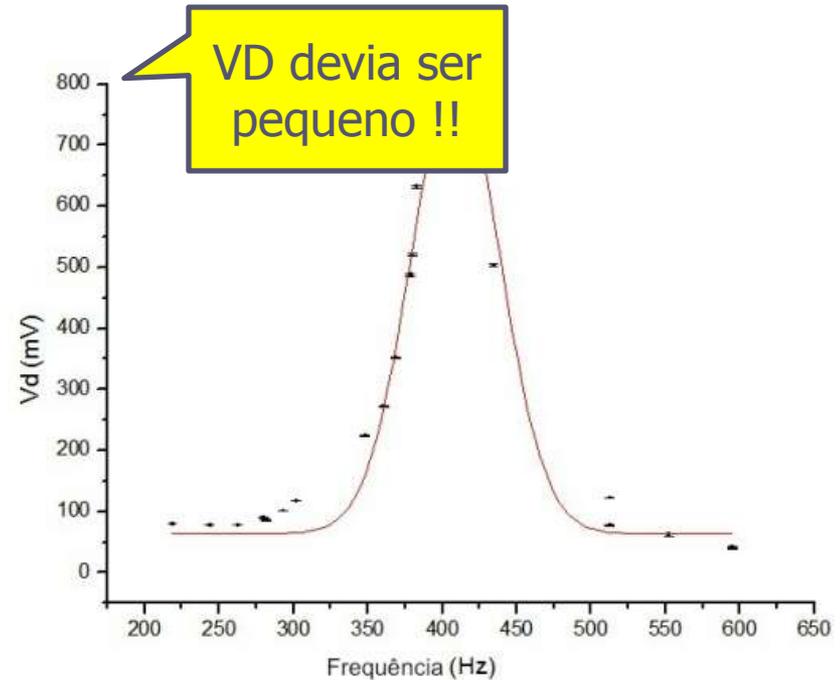
Qual o Problema ??

- O valor encontrado não é o C_0
- O problema é que estamos tratando de ressonância e V_d aumenta para $\omega \sim \omega_0$
- Para estar no regime linear, precisávamos de:

$$\frac{eV_D}{kT} \ll 1$$

$$C_0 = \lim_{V_D \rightarrow 0} C(V_D)$$

- Este grupo misturou diferentes valores de $C(V_D)$ e por isso o valor da capacitância é apenas a média!!!



Modelo de Diodo Real

- Note que a capacitância depende da tensão aplicada:

$$C(V_D) = C_0 \exp\left[\frac{eV_D}{kT}\right], \text{ para } V_D > 0$$

$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}}, \text{ para } V_D \leq 0$$

- Para tensões muito pequenas:

$$\frac{eV_D}{kT} \ll 1 \Rightarrow C(V_D) \rightarrow C_0$$

VD (mV)	eVd/kT 300K	exp()
800	30.9	2.6e13
400	15.5	5.1e6
100	3.86	47
50	1.93	6.9
10	0.386	1.5

Boa Análise

Se é estudada a equação (1) com mais cautela, é possível verificar que as tensões utilizadas sobre o diodo não são pequenas o bastante para que seja considerado um capacitor ideal. Na figura 8, tem-se a exponencial de (1) calculada em função das tensões sobre o diodo utilizadas.

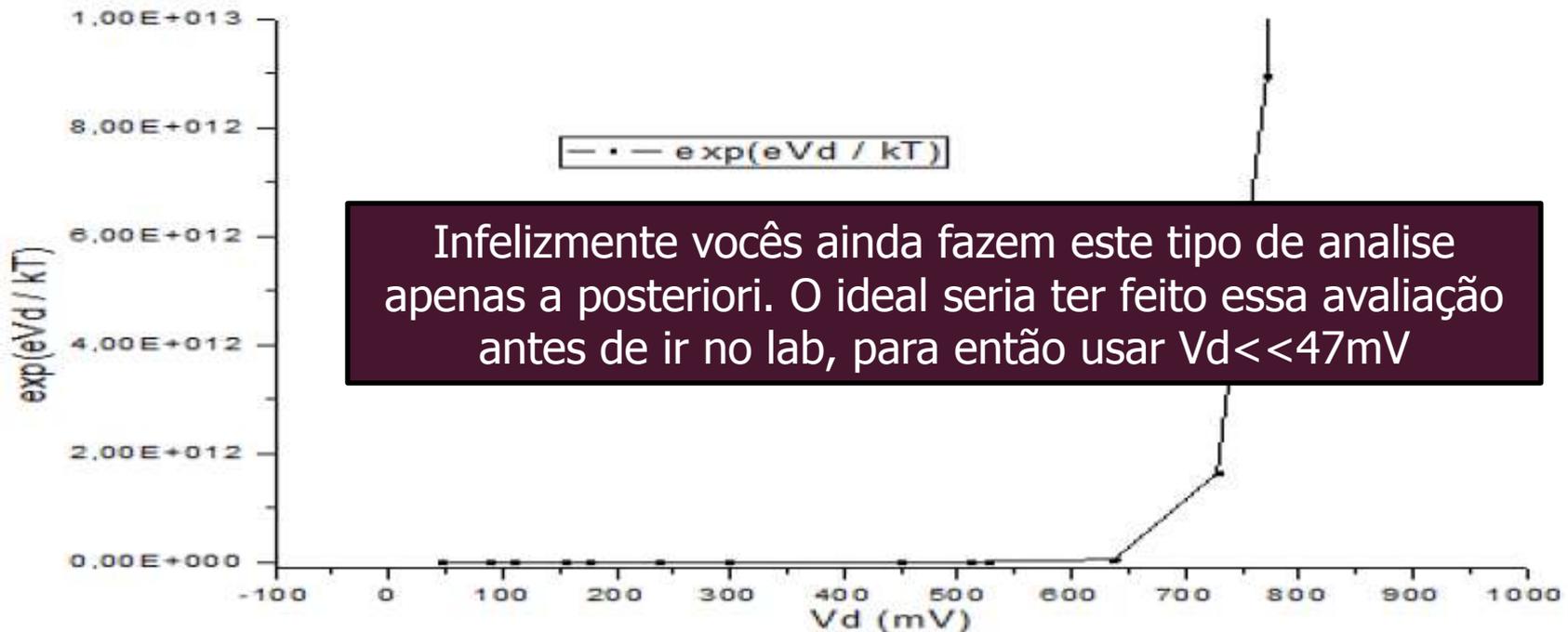


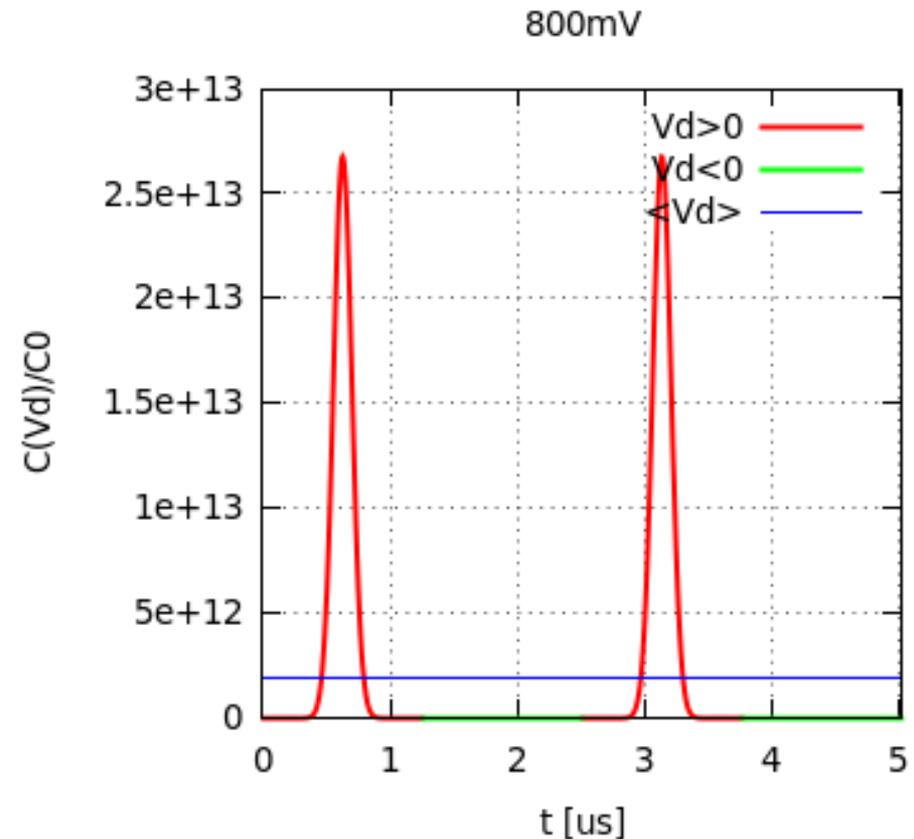
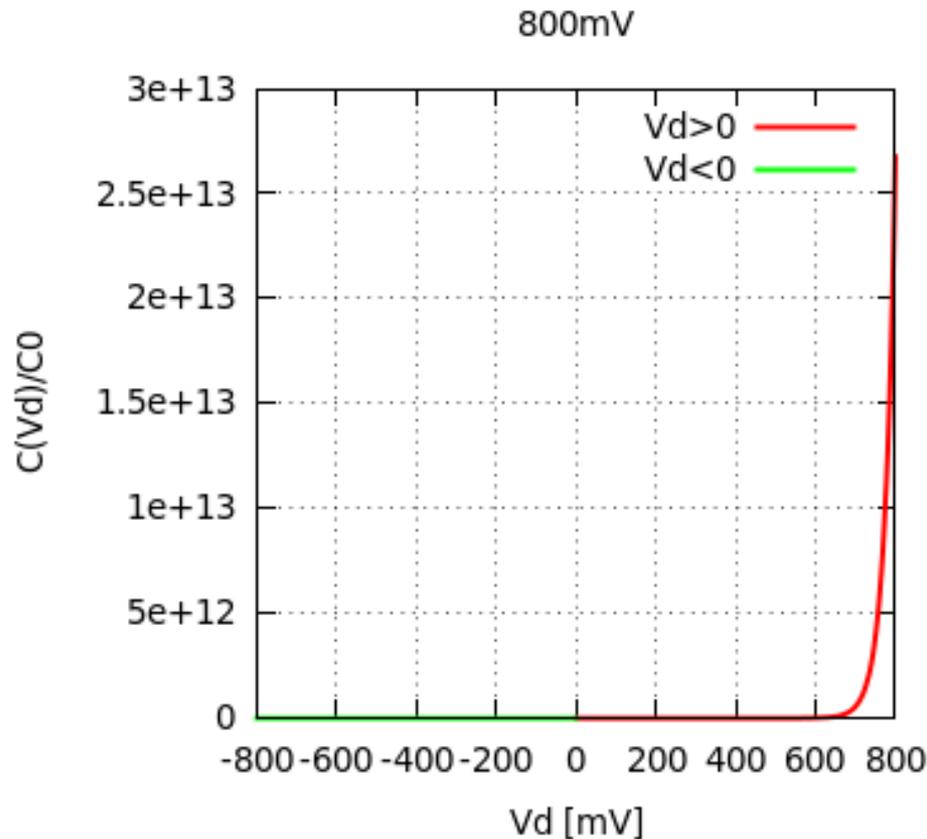
Figura 8: exponencial da equação (1) em função das tensões sobre o diodo utilizadas.

Ressaltando que a partir de 47mV já obtem-se $\exp\left[\frac{eV_d}{kT}\right] = 6$. É possível concluir que o estudo a baixas amplitudes de tensão pôde ter apresentado significantes incoerências ao tratar o diodo como um capacitor ideal.

RLD $T=300\text{K}$, $\omega_0=2.5\text{krad/s}$, $T=2.5\mu\text{s}$

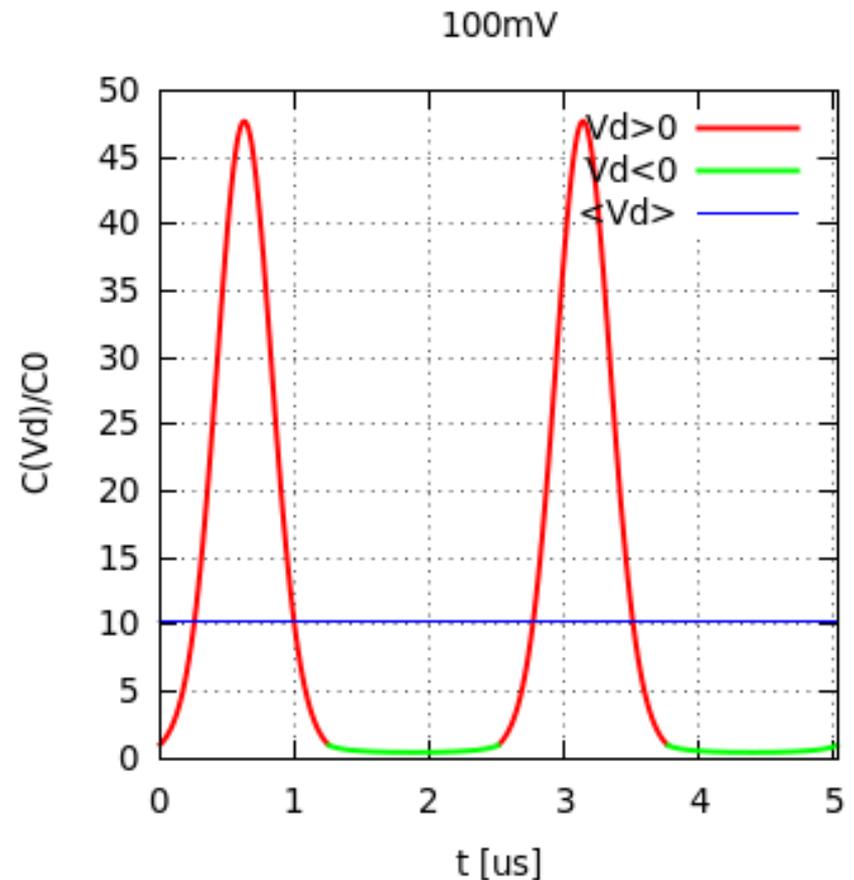
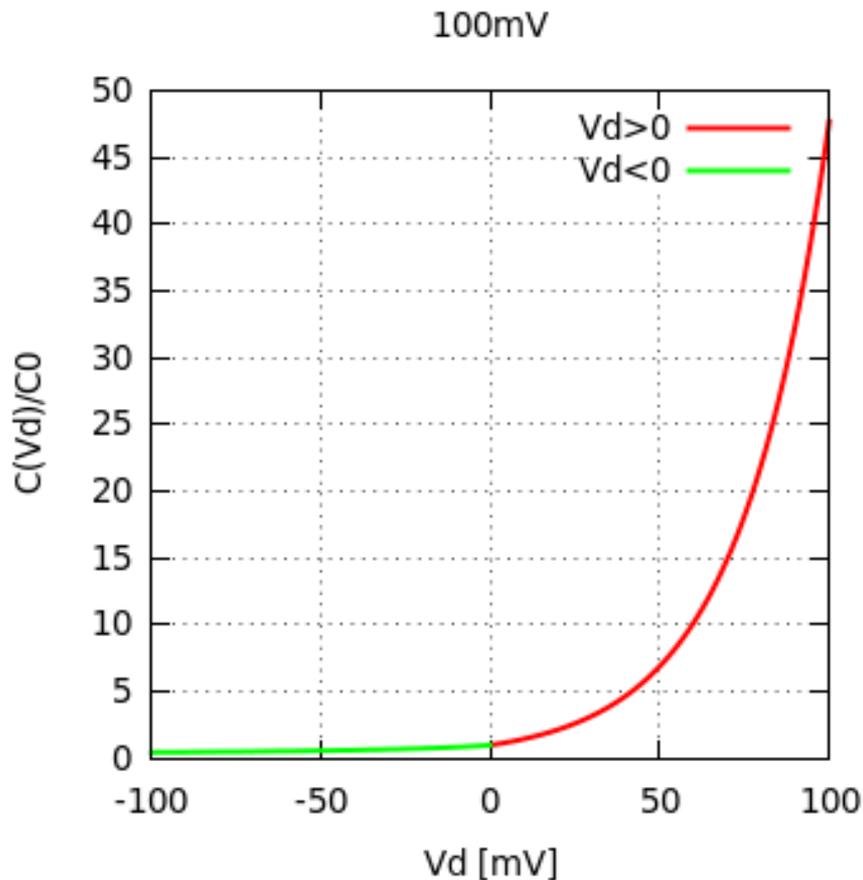
- Com $V_D=800\text{mV}$, o regime é totalmente não linear. O valor experimental é a média, sobre um ciclo da tensão alternada,

$$C_{\text{exp}} = \frac{1}{T} \int_0^T C[V_D \cos(\omega t)] dt$$



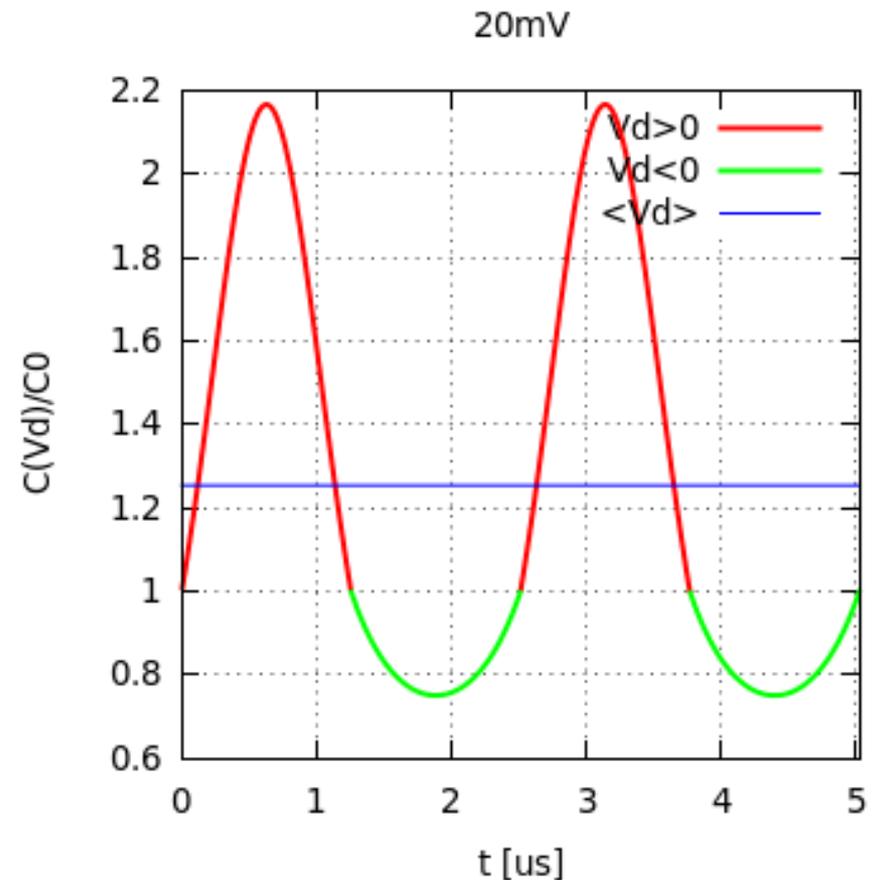
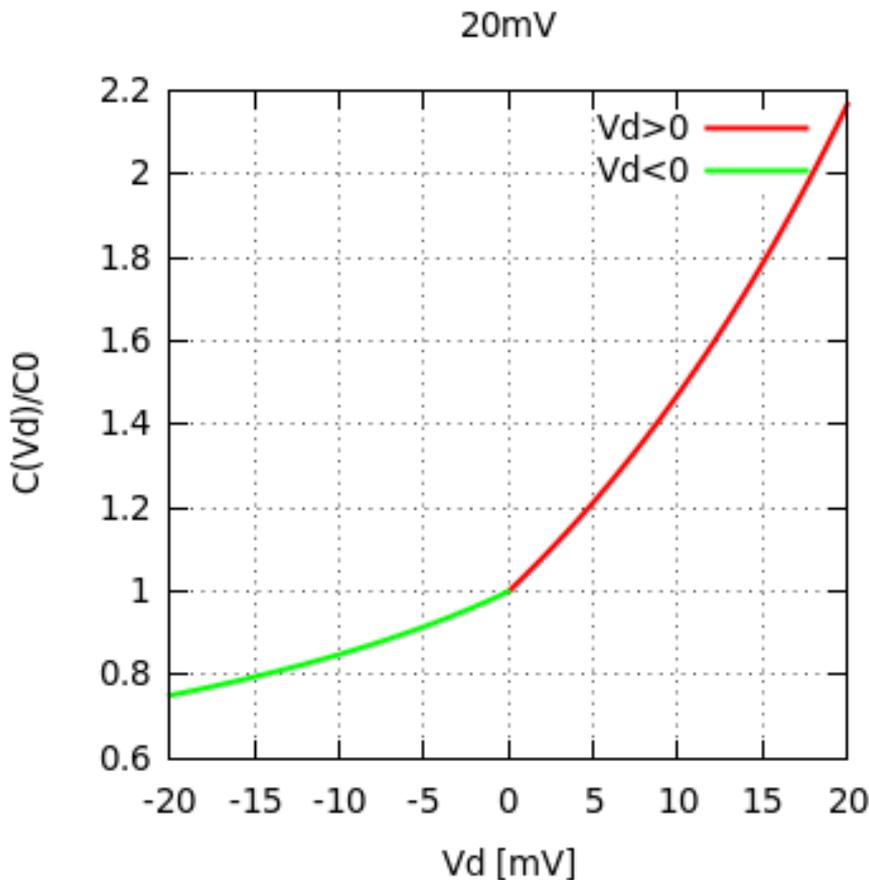
RLD $T=300\text{K}$, $\omega_0=2.5\text{krad/s}$, $T=2.5\mu\text{s}$

- Com $V_D=100\text{mV}$, o efeito ainda é muito forte e o valor médio de $C(V_D)$ em um ciclo é $10 \cdot C_0$



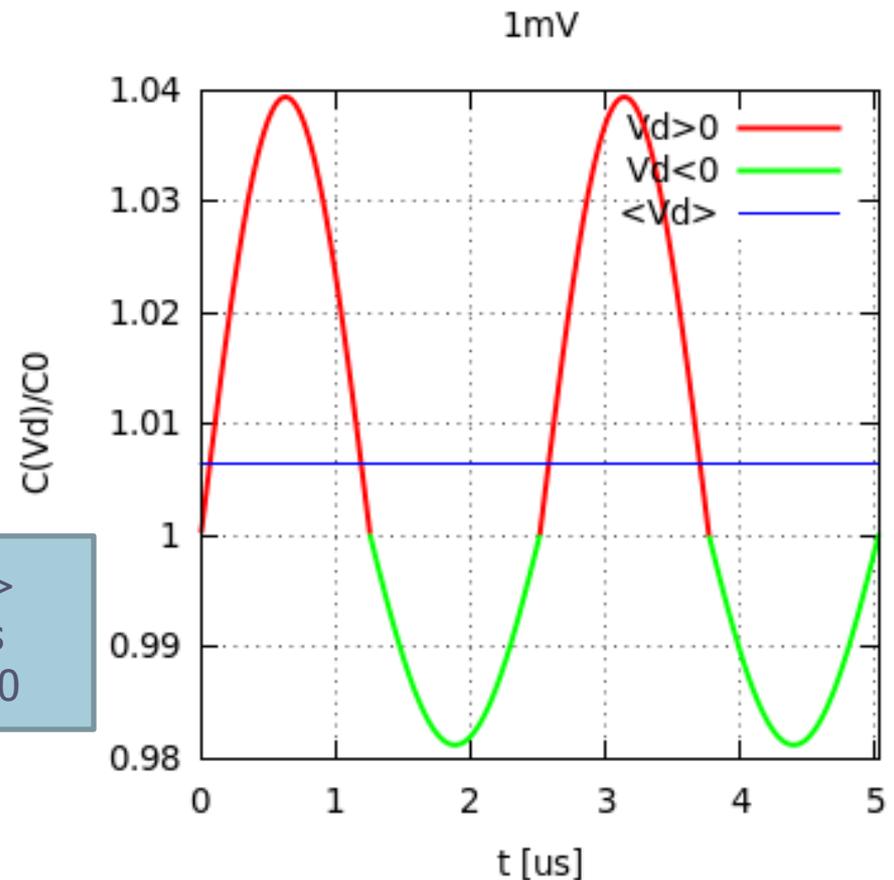
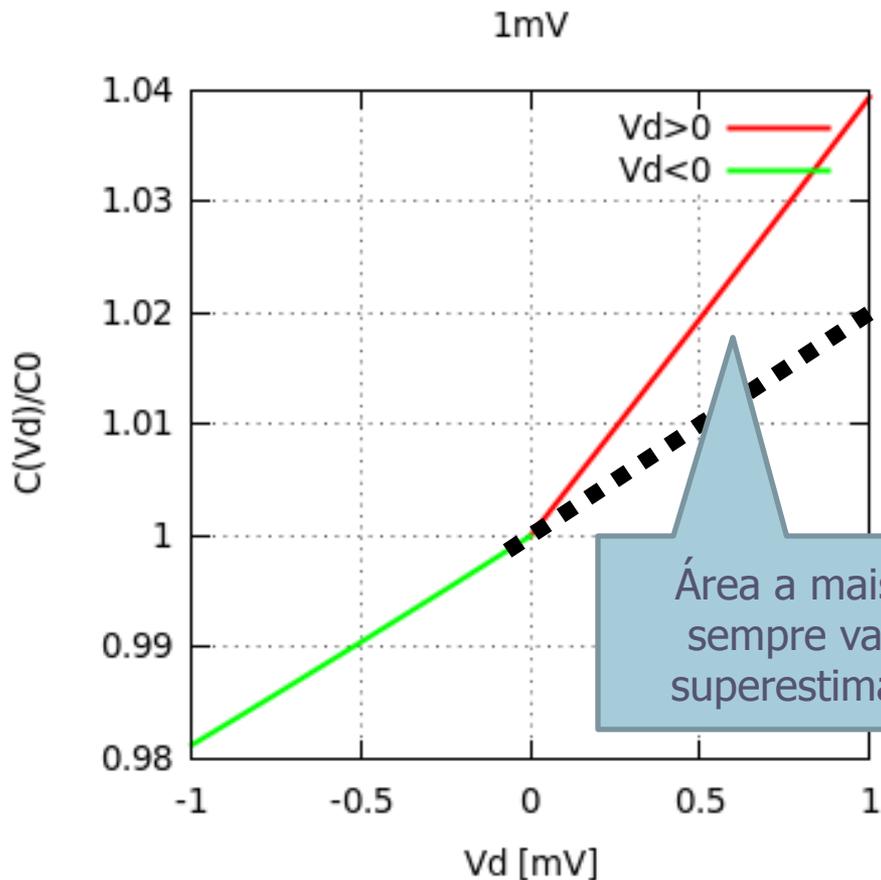
RLD $T=300\text{K}$, $\omega_0=2.5\text{krad/s}$, $T=2.5\mu\text{s}$

- Com $V_D=20\text{mV}$, a capacitância oscila quase como uma senoide. Os máximos ainda são mais altos que os mínimos e o valor médio de $C(V_D)$ em um ciclo é $1.25 \cdot C_0$



RLD $T=300\text{K}$, $\omega_0=2.5\text{krad/s}$, $T=2.5\mu\text{s}$

- Mesmo para $V_D=1\text{mV}$, o regime ainda não é totalmente não linear. De fato, só teremos C_0 quando $V_D=0$ devido a descontinuidade da derivada.



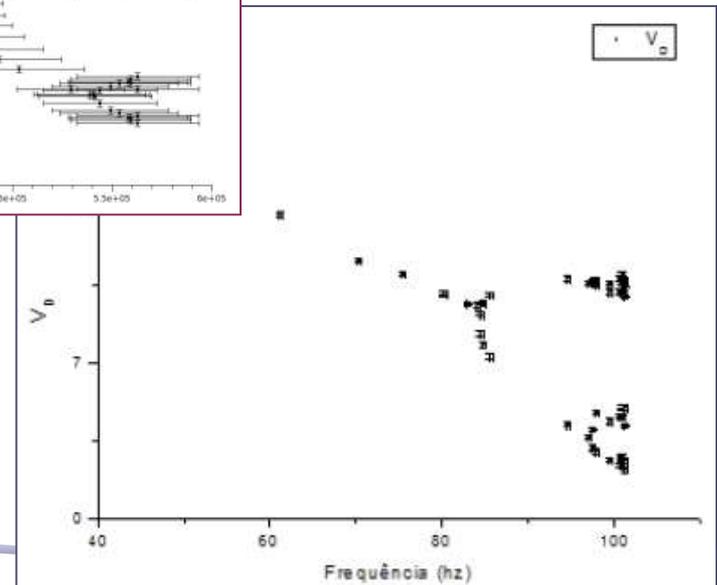
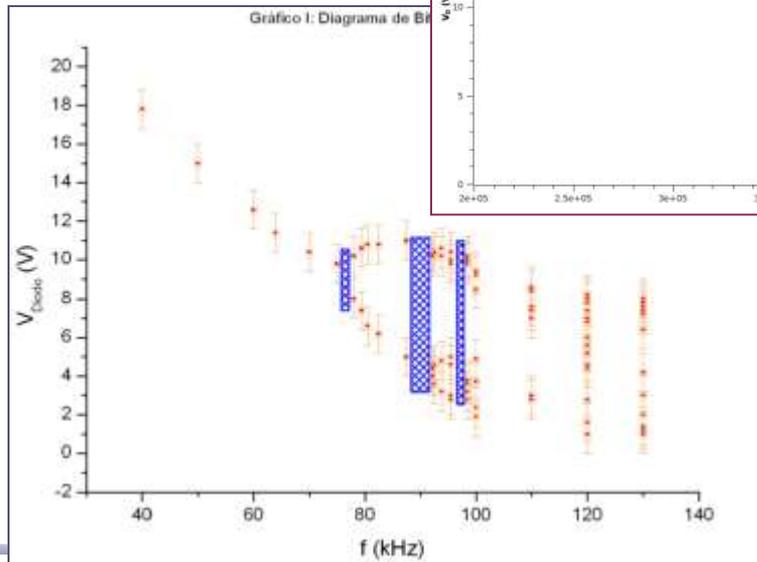
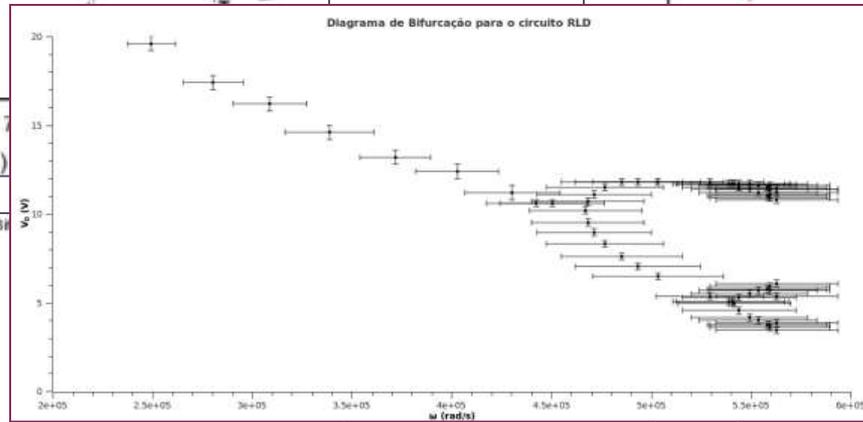
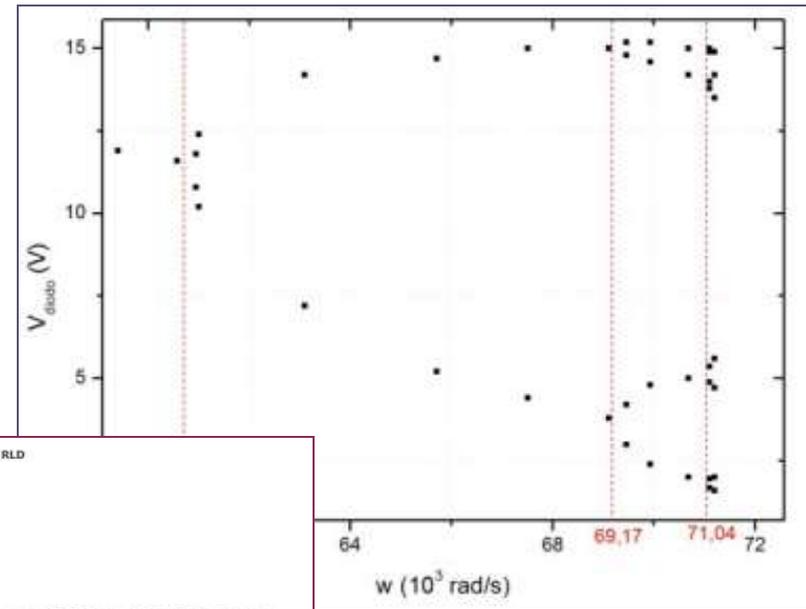
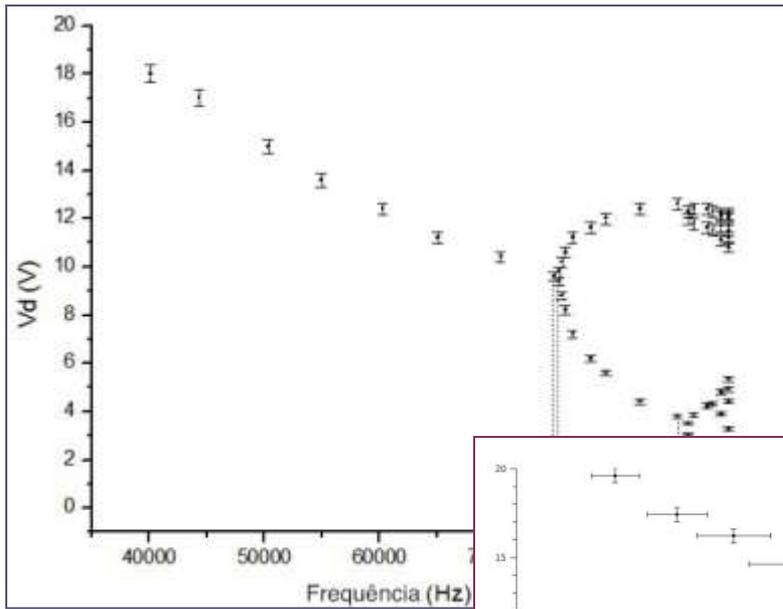
Ressonância

	V_D (mV)	W_{diodo} (10^6 rad/s)	C_0 (F)
H01	VG ~50-70	3.129 (333)	$5.9 (9) 10^{-4}$
H02	400	2.53 (17)	$8.99 (83) 10^{-6}$
H03	900	2.20 (30)	$2.06 (3) 10^{-10}$
H04	VG ~ 62	2.589 (25)	$1.5 (4) 10^{-10}$
H05	$15 \cdot V_g$	2.63 (12)	$12.9 (8) 10^{-9}$
H06	VG ~ 50-60	2.3621 (13)	$1.79 (19) 10^{-10}$

ESTUDO DE CAOS NO CIRCUITO RLD

- Aumentar a tensão do gerador para aproximadamente 70% do máximo
 - Note que essa tensão varia de arranjo para arranjo. Algumas tensões apresentam bifurcações mais nítidas. Explore um pouco.
- Medir o diagrama de bifurcação do circuito
 - Gráfico de V_D em função da frequência no gerador. Começar próximo de 40 kHz
 - Tomar cuidado de medir vários pontos, principalmente quando estiver próximo de uma bifurcação.
 - Com cuidado, em alguns casos, podemos ir até 16 bifurcações
 - Determinar o número de Feigenbaum

Diagrama de bifurcação



Constante

H01	3.92 (27)	Ponto central +- Metade da distancia + propagação
H02	4.53 (38)	Ponto central +- Metade da distancia + propagação
H03	3.8 (12)	Ponto arbitrário +- Metade da distancia + propagação
H04	4.49 (140)	??
H05	3.25 (40)	Monte carlo
h06	4.73 (28)	Monte carlo

Monte Carlo - 1

as três primeiras regiões de bifurcação como mostra a figura 2 abaixo. Gerando valores com distribuição uniforme¹ entre os pontos antes e pós bifurcação, foi utilizado o método de Monte Carlo para obter o valor da constante de Feigenbaum fazendo uma aproximação da equação 4; o histograma de δ está ilustrado na figura 3 com o respectivo valor médio e o RMS.

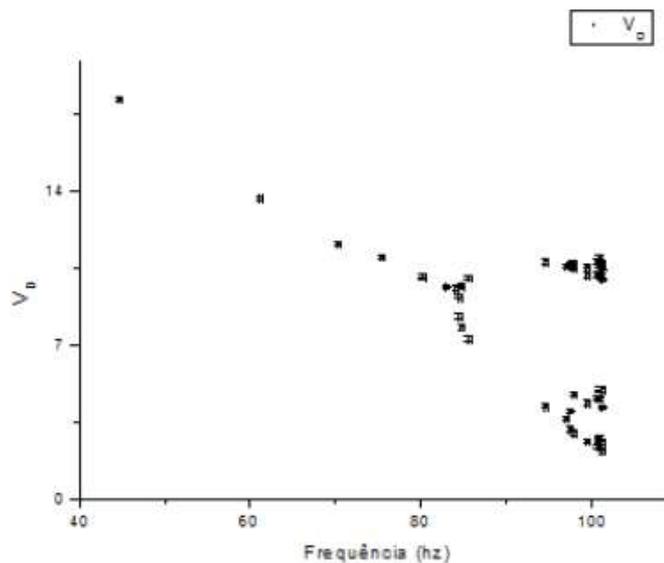


Figura 2: A figura acima mostra o diagrama de bifurcação da tensão no diodo.

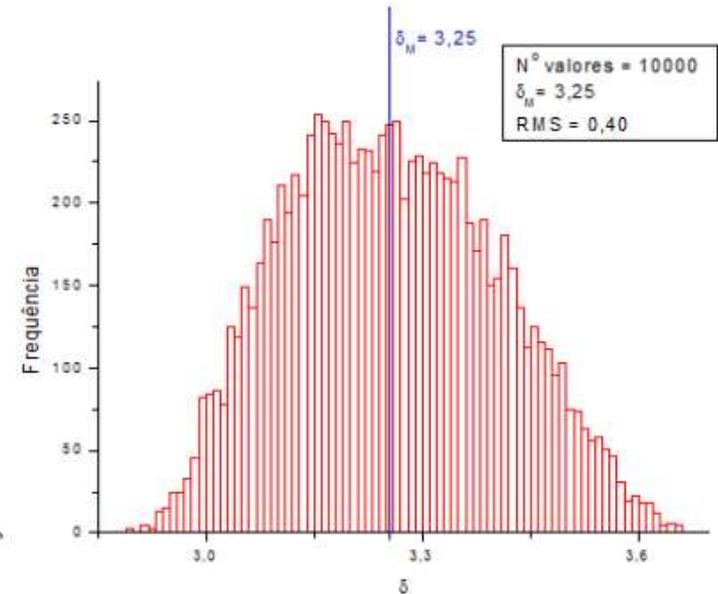


Figura 3: A figura acima mostra o histograma da frequência em função de δ utilizando 10000 valores

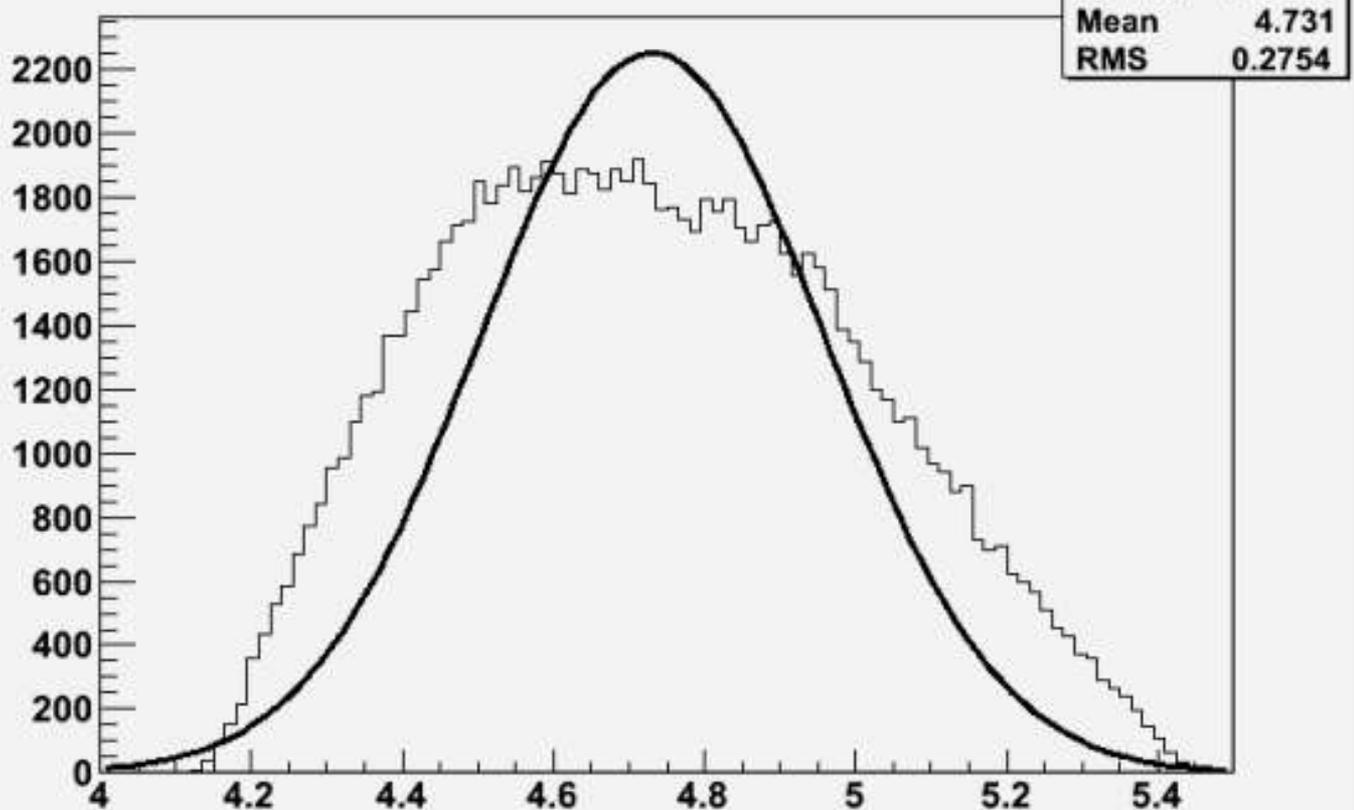
Da figura 2 obteve-se os três primeiros valores médios de bifurcação: $f_1 = 84,33(20)$, $f_2 = 97,30(26)$ e $f_3 = 100,41(13)$. Como mostra a figura 3, tem-se que o valor médio da constante obtido foi $\delta_M = 3,25$ e RMS = 0,40. O valor não é compatível com o da literatura² o que indica que a utilização dos apenas três primeiros valores de R, devido a limitação dos equipamentos utilizados, não é uma aproximação suficiente de (4).

Monte Carlo - 2

Pela figura 1 observa-se a duplicação de períodos das soluções estáveis do circuito RLD que é o cenário de Feigenbaum. O circuito tem rota para o caos. A constante de Feigenbaum obtida foi de 4,73(28) cuja incerteza foi estimada utilizando o método de Monte Carlo.

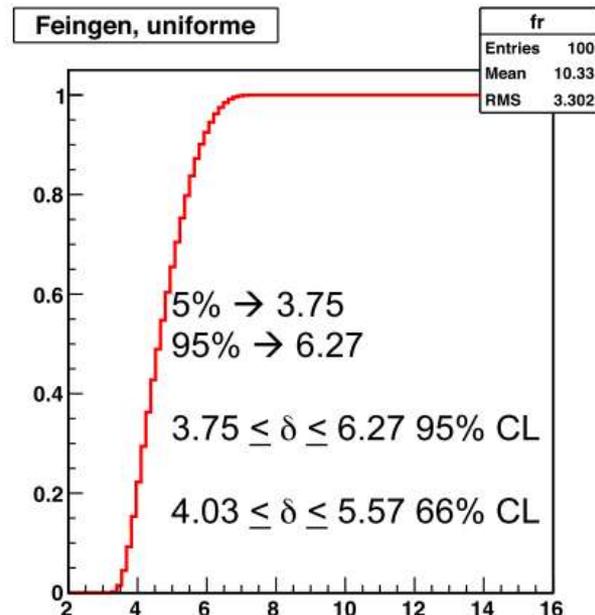
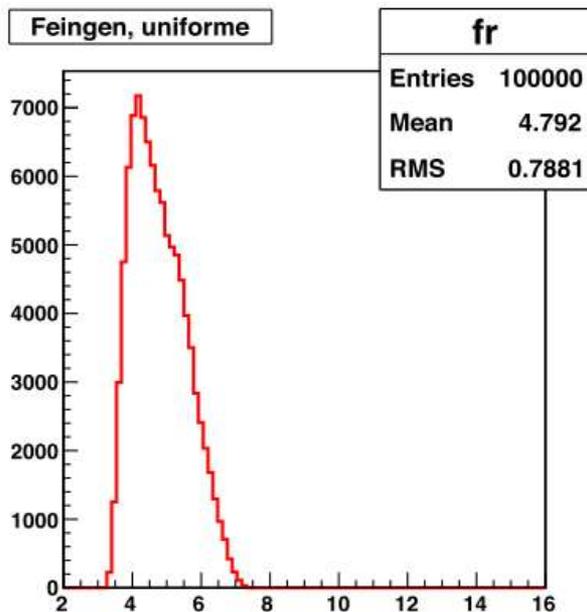
A figura 2 mostra que utilizar a distribuição gaussiana para estimar os valores de incerteza da constante de Feigenbaum é apenas uma aproximação e que deve-se utilizar a distribuição uniforme.

Histograma da Constante de Feigenbaum



Monte Carlo - Correto

- Os dois grupos fizeram o monte carlo e usaram (Média \pm RMS) como valor da constante de Feigenbaum.
- Como os grupos mostraram que a distribuição não é gaussiana, informar o RMS pode confundir.
- Melhor calcular o intervalo de confiança...



... e ao invés de informar o RMS que seria o CL 66%:

$$4.78 \pm 0.79 \text{ (rms)}$$

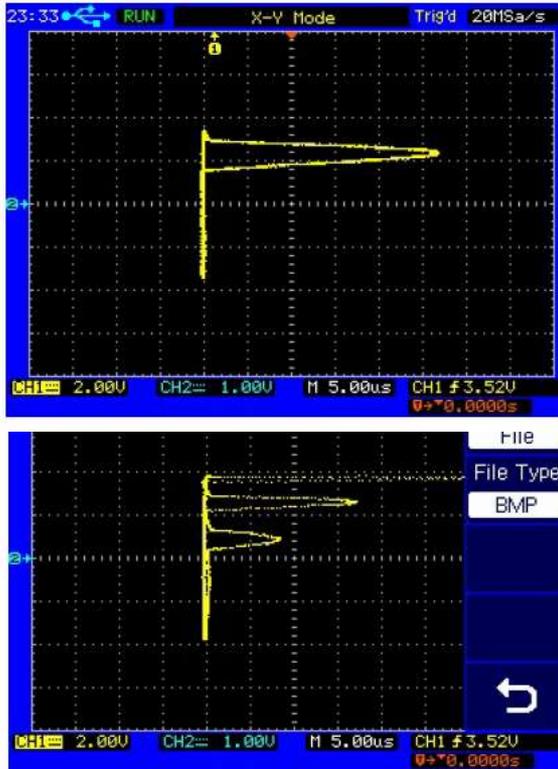
... dar explicitamente o intervalo de confiança:

$$4.8^{+1.5}_{-1.0} \text{ (95\% CL)}$$

Diagramas de Fase

- Levantar o diagrama de fase do circuito para algumas frequências interessantes
 - O diagrama de fase corresponde ao gráfico de V_D vs V_G
 - Modo X-Y no osciloscópio
 - Fazer o diagrama para várias frequências com, pelo menos, os seguintes casos:
 - Não há bifurcações (1 solução para o diodo)
 - Uma bifurcação (2 soluções para o diodo)
 - Duas bifurcações (4 soluções para o diodo)
 - Caos
 - Discutir os diagramas obtidos

Retrato de fase



Como curiosidade, durante o procedimento de configuração para a primeira bifurcação, foi observado um comportamento estranho da tensão no diodo, aparentemente como um transiente.

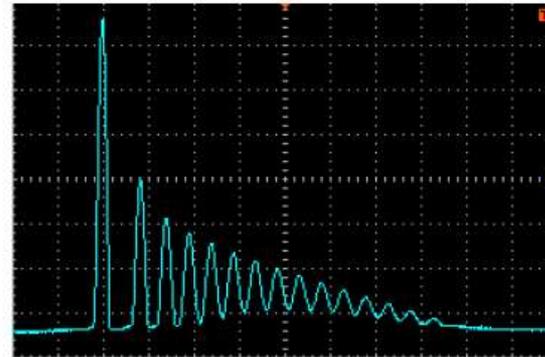
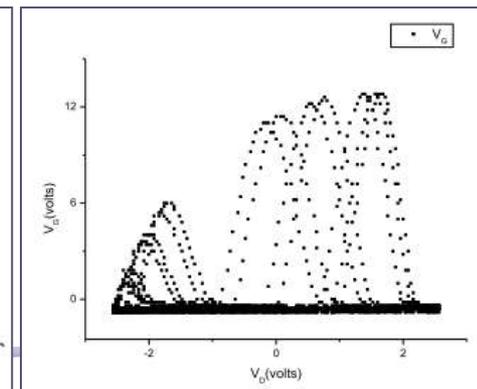
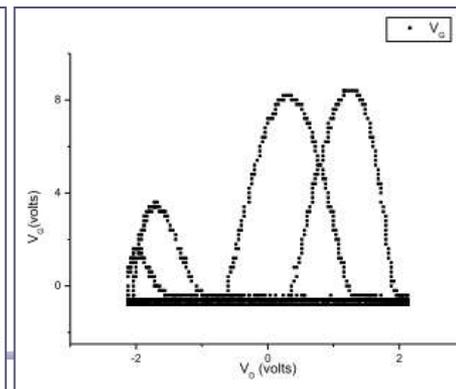
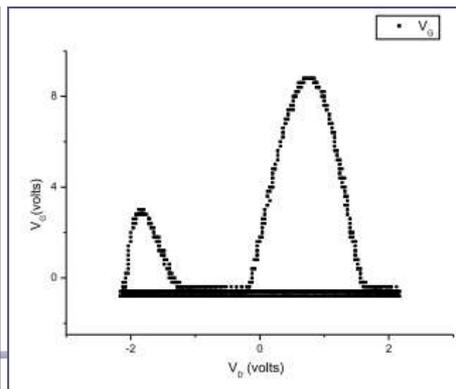
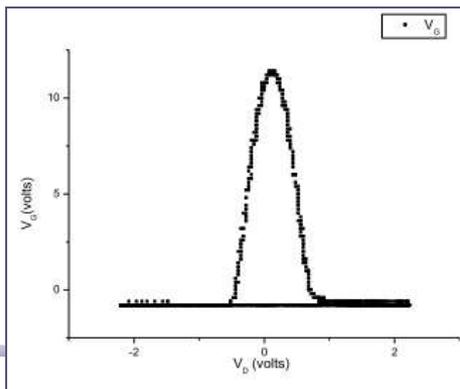
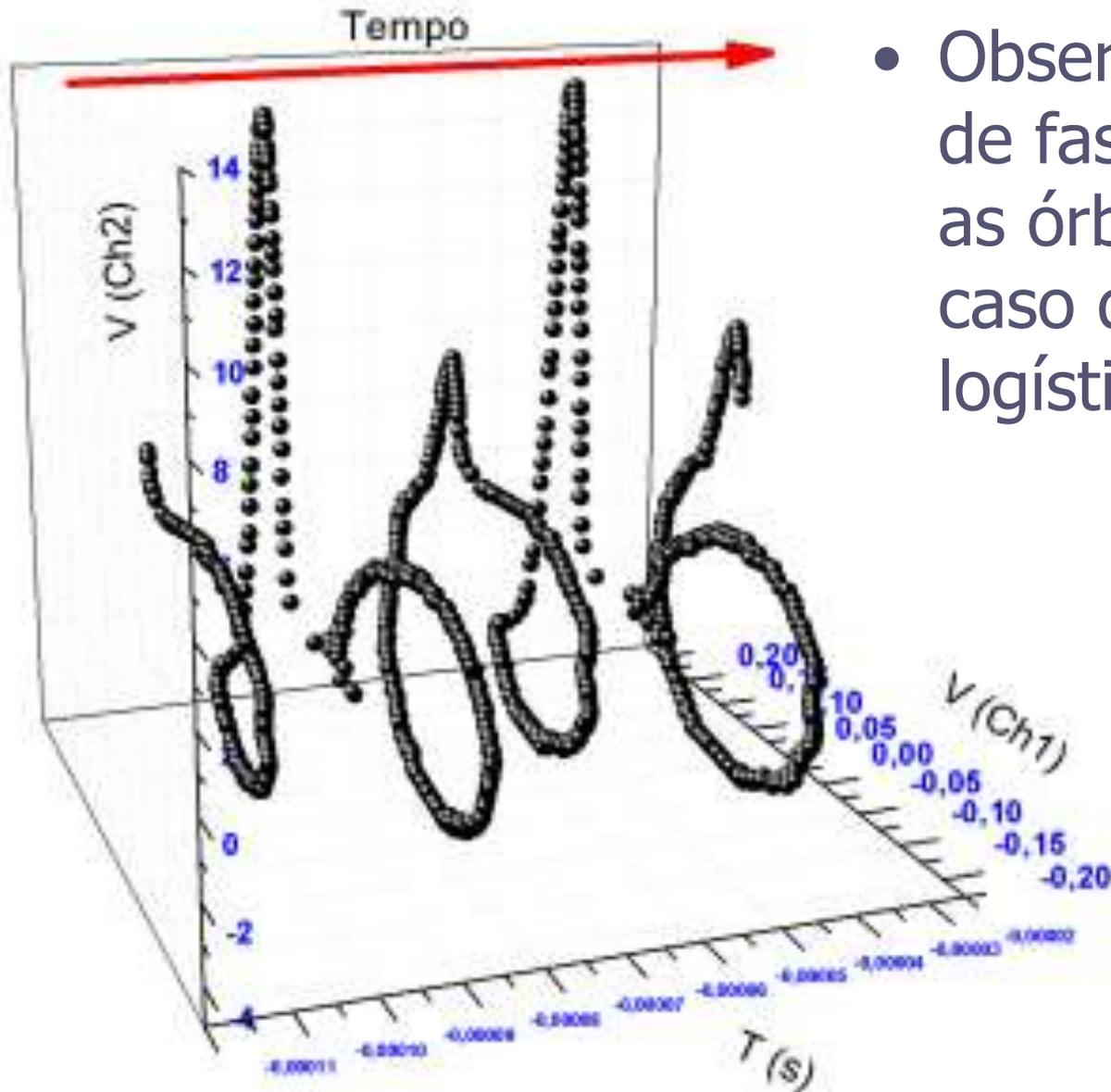


Figura 4: Comportamento da tensão no diodo. Aparentemente um estado transiente do sistema.



Ninguém fez...



- Observando o espaço de fase podemos ver as órbitas, como no caso do mapa logístico!

PROJETO

- Precisamos iniciar a discussão do projeto da turma
 - Próximas duas semanas
 - Discussão de propostas
 - Na próxima síntese, cada grupo faz uma pequena proposta de projeto (um parágrafo) para que, na próxima semana, iniciemos as discussões



**ÓPTICA GEOMÉTRICA -
LENTES**

Exp #2: Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
 - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
 - Interferência e difração
 - Computador óptico
 - Análise de Fourier bi-dimensional
 - Processamento de imagens

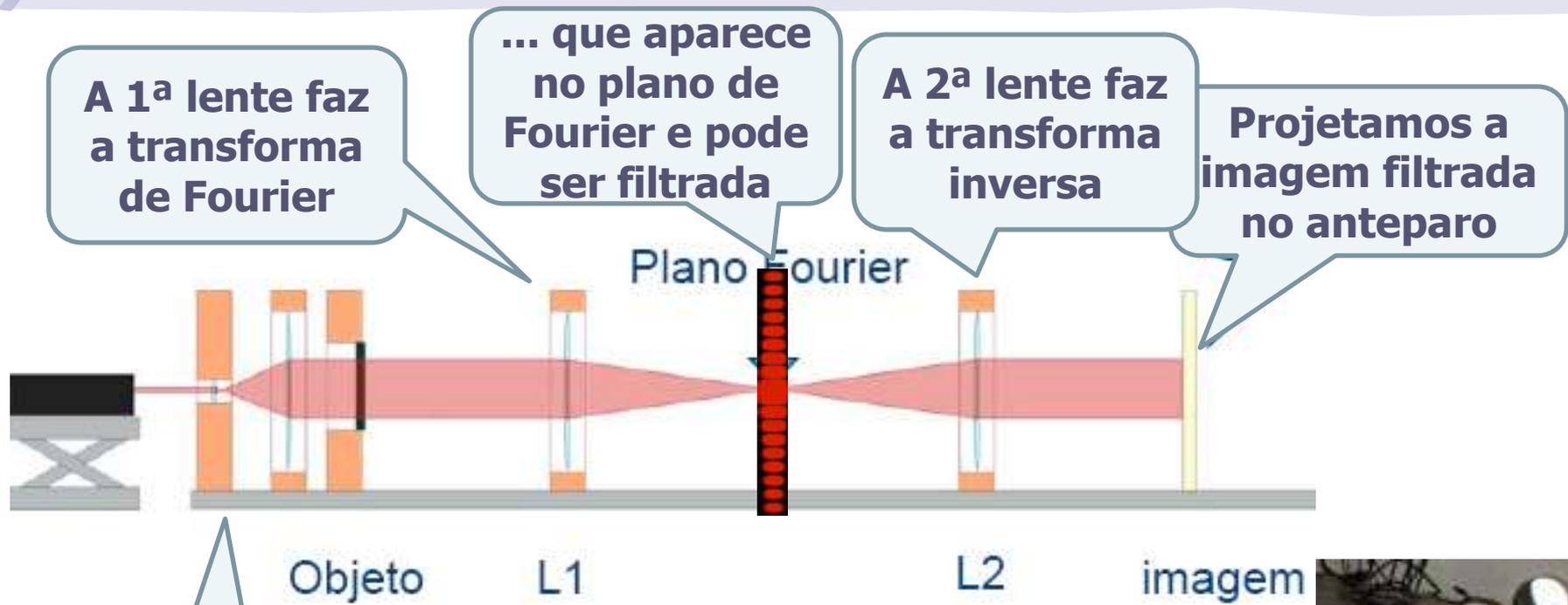


Computador ótico

- **Computador ótico** é um dispositivo que permite a manipulação de imagem de maneira controlada sem a necessidade de efetuar cálculos complicados.
- Esse dispositivo pode e vai ser construído e estudado no laboratório e vamos, nas próximas aulas, discutir como fazê-lo em detalhe.



Como funciona?



o laser ilumina o objeto

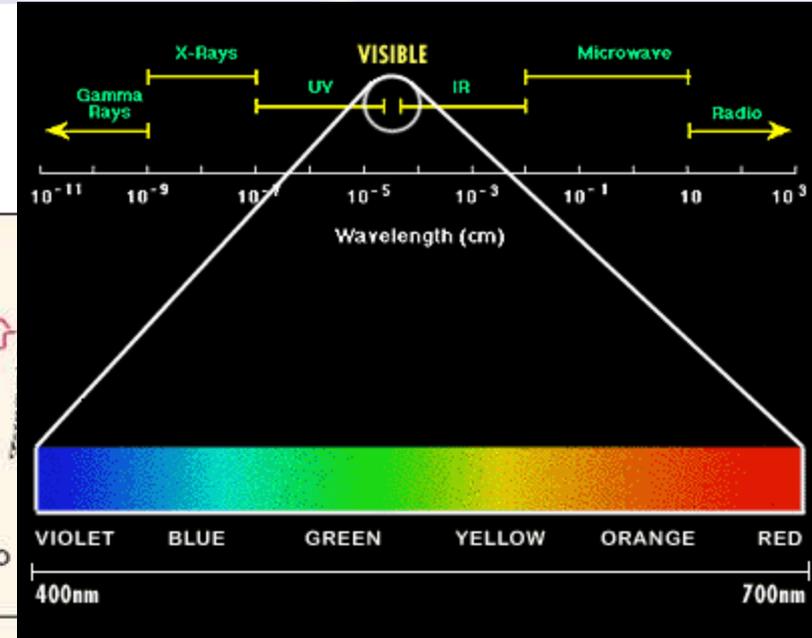
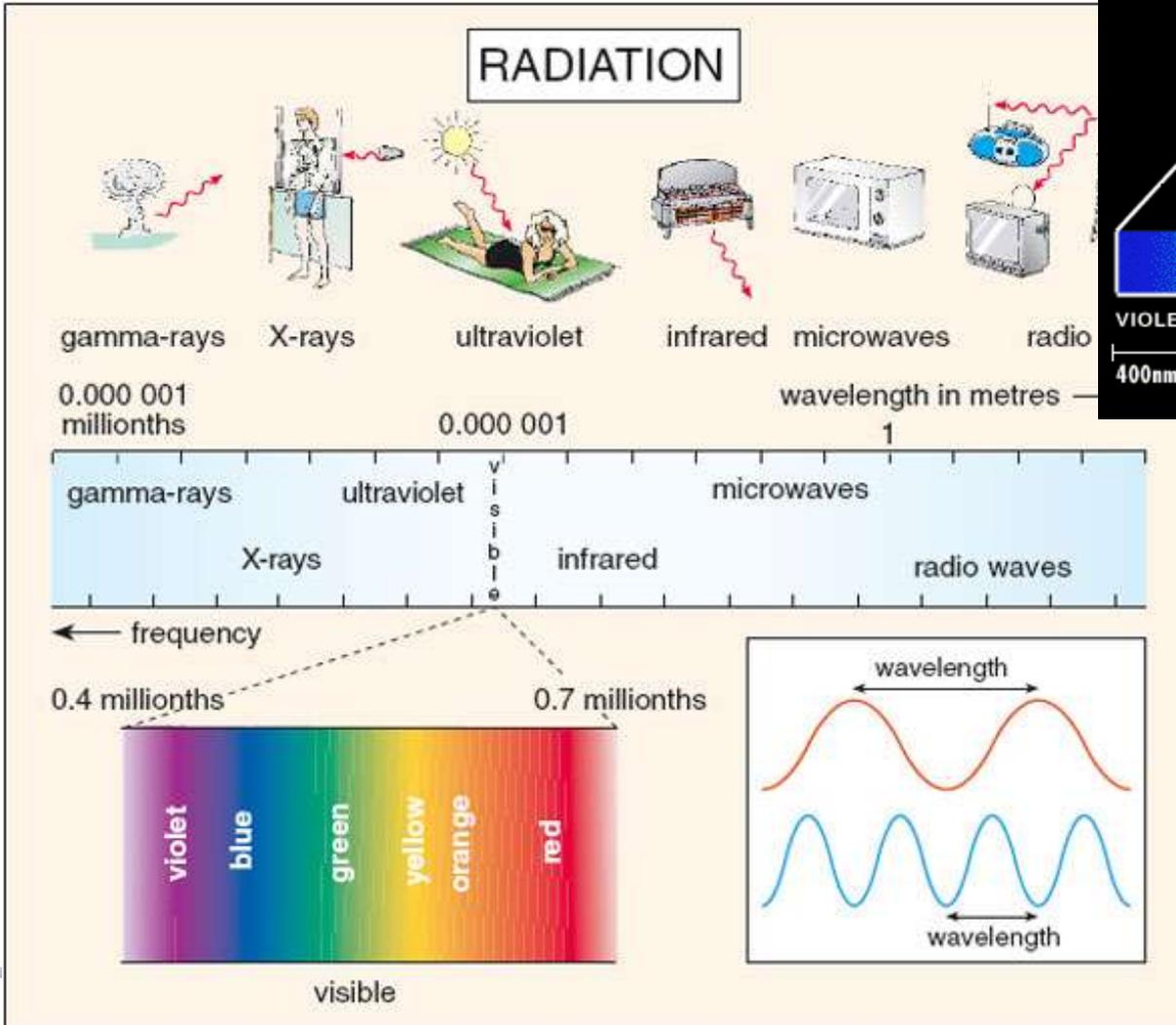
COMPUTADOR
ÓTICO



Programação da Exp. 2

- Aula 1: óptica geométrica
 - Medidas com lentes convergente e divergente
- Aula 2: laser
 - Aumento do diâmetro do laser
 - Estudo de figuras de difração
- Aula 3: difração
 - Mínimos de difração com o espectrofotômetro
 - Transformada de Fourier
- Aula 4: computador ótico
 - Iluminar um objeto com o Laser, aplicar um filtro na transformada de Fourier e recompor a imagem filtrada
- Aula 5: ImageJ
 - Tratamento de imagem no computador

Radiação Eletromagnética



A luz visível é um pequeno intervalo do espectro eletromagnético

O que é óptica geométrica?

- A luz é uma onda eletromagnética, portanto todos os fenômenos ondulatórios se aplicam:
 - Interferência, difração, etc...
- Os efeitos ondulatórios são mais importantes quando o sistema possui dimensões compatíveis com os comprimentos de onda envolvidos
- A **óptica geométrica** despreza os efeitos ondulatórios, o que é válido apenas quando o comprimento de onda da energia radiante é pequeno se comparado às dimensões físicas do sistema óptico com o qual ela interage.

O que é óptica geométrica?

- Em outras palavras, **a óptica geométrica é válida no limite em que o comprimento de onda da luz tende a zero.**
- Os comprimentos de onda típicos da **luz visível** estão entre 400 a 700 nm.
 - Sistemas macroscópicos simples, do dia a dia, possuem dimensões tais que $\lambda/d < 10^{-3}$, ou seja, os efeitos ondulatórios são muito pequenos.
- Nestes caso, a óptica geométrica permite:
 - Aproximar **a propagação da luz como retilínea.**
 - Descrever , de uma maneira simplificada, a alteração na propagação dos raios luminosos ao passarem por aparatos que refletem e/ou refratam a luz.

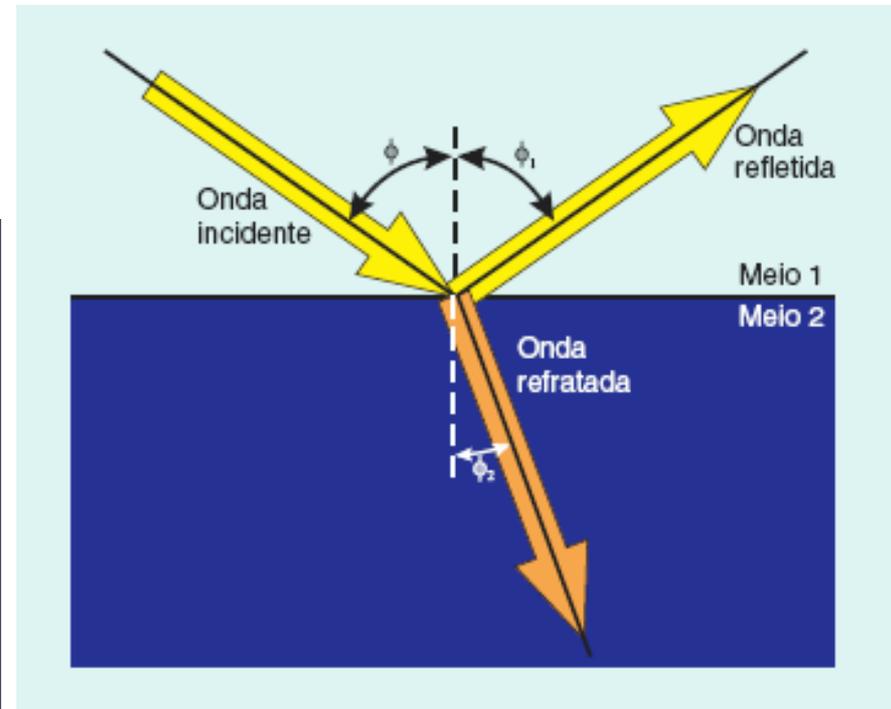
Propagação de um Raio Luminoso

- Quando a luz atinge uma superfície de separação entre meios de propriedades óticas diferentes ocorre:
 - Reflexão
 - Refração

Índice de refração:

razão entre a velocidade da luz no meio e no vácuo

$$n = \frac{c}{v} > 1$$

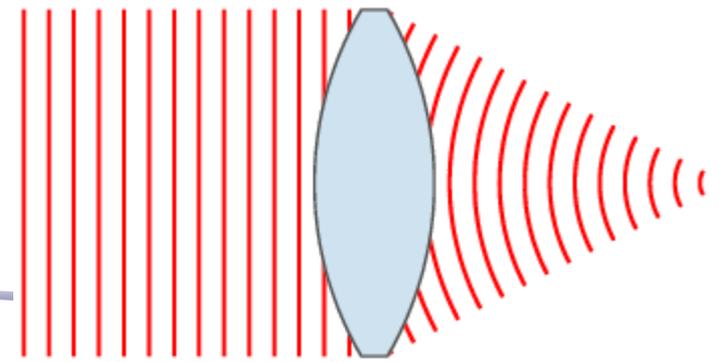
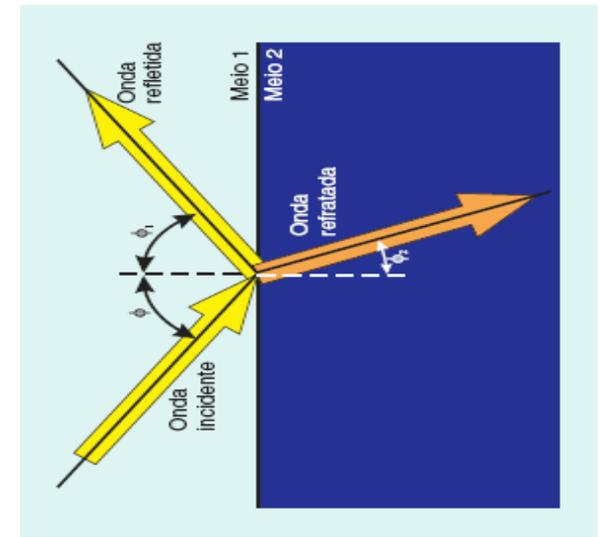


Refração

- O raio luminoso refratado em uma superfície muda de direção de acordo com a lei de Snell:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$

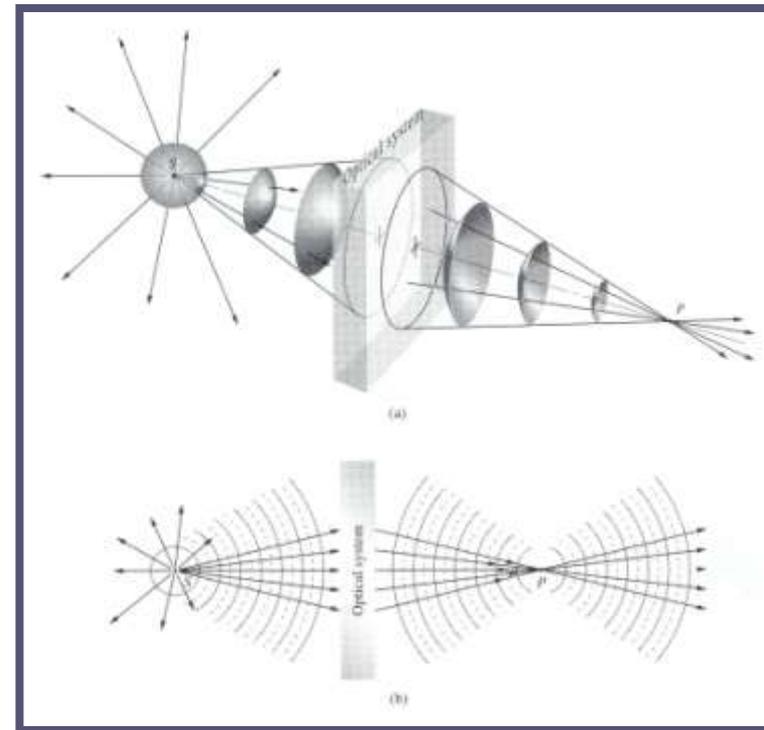
- Esse é o **princípio básico de funcionamento das lentes**, pois determina a mudança de direção dos raios luminosos



Lentes

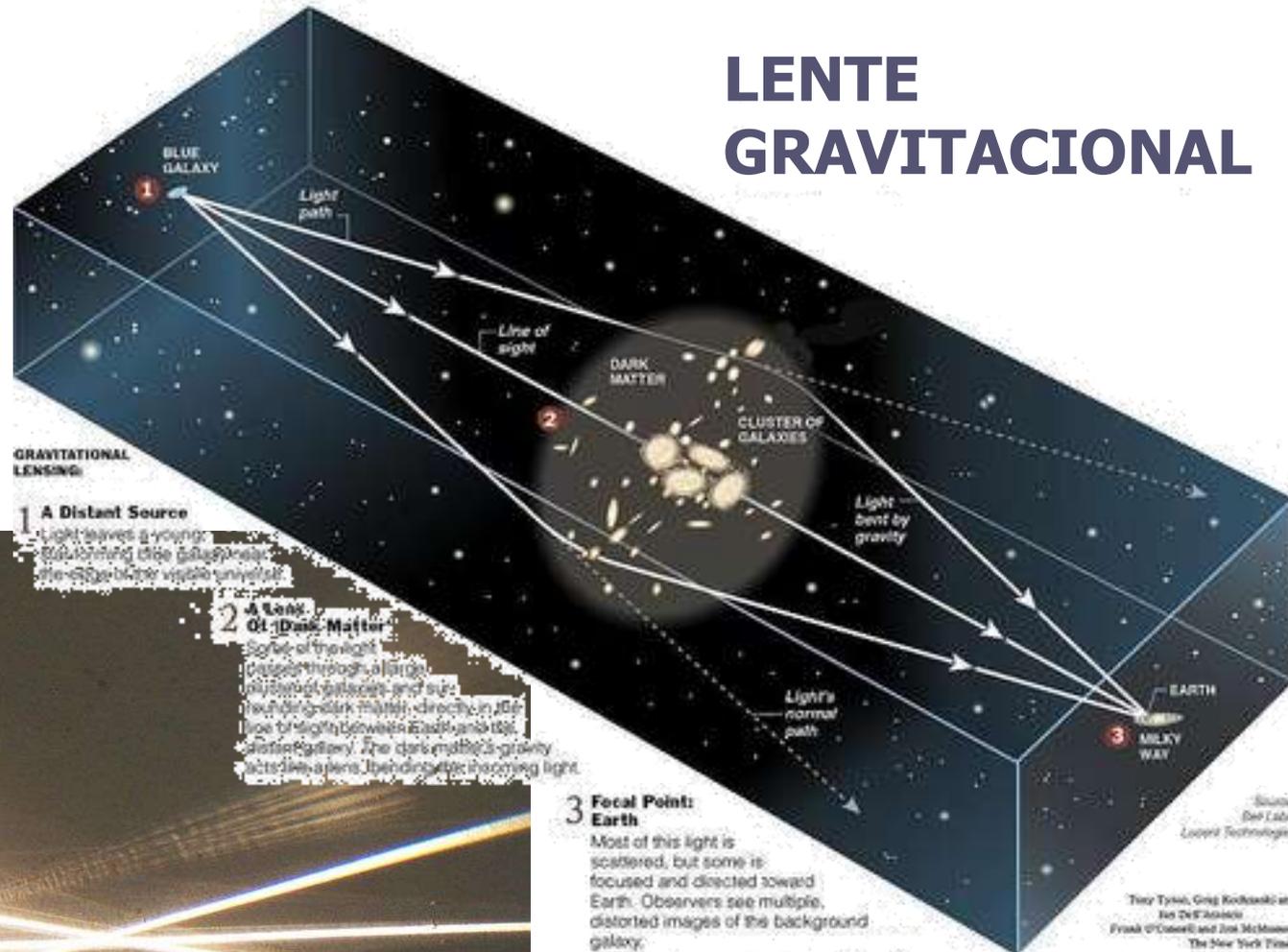
Lente é um dispositivo que muda a distribuição de energia transmitida, quer se trate de ondas eletromagnéticas (visíveis, ultra-violeta, infravermelho, microonda, ondas de rádio), ou mesmo de ondas sonoras ou ondas de gravidade.

- O sistema refrator tem que estar imerso em um meio de índice de refração diferente do seu próprio
- E o formato é construído de forma a alterar a direção dos raios luminosos incidentes da maneira desejada



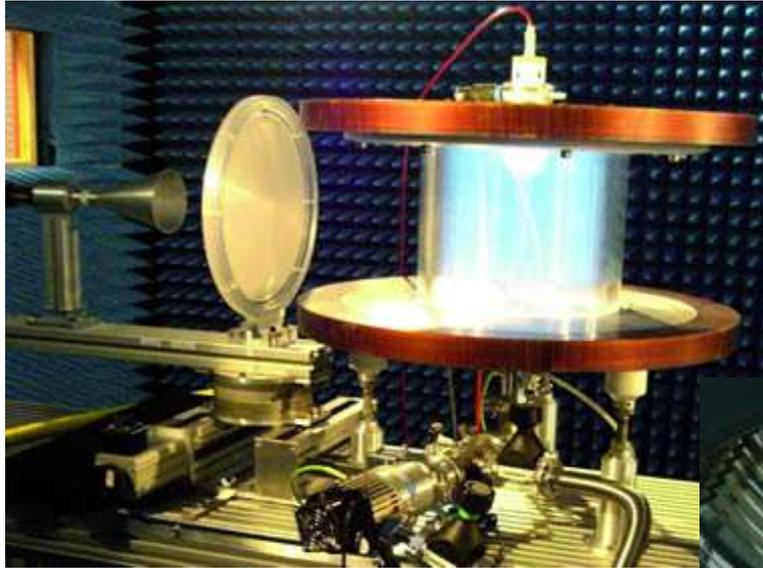
Lentes: Exemplos

LENTE GRAVITACIONAL



RAIOS DE LUZ

Lentes: Exemplos



Lente de farol

Lente de plasma



Lente acústica

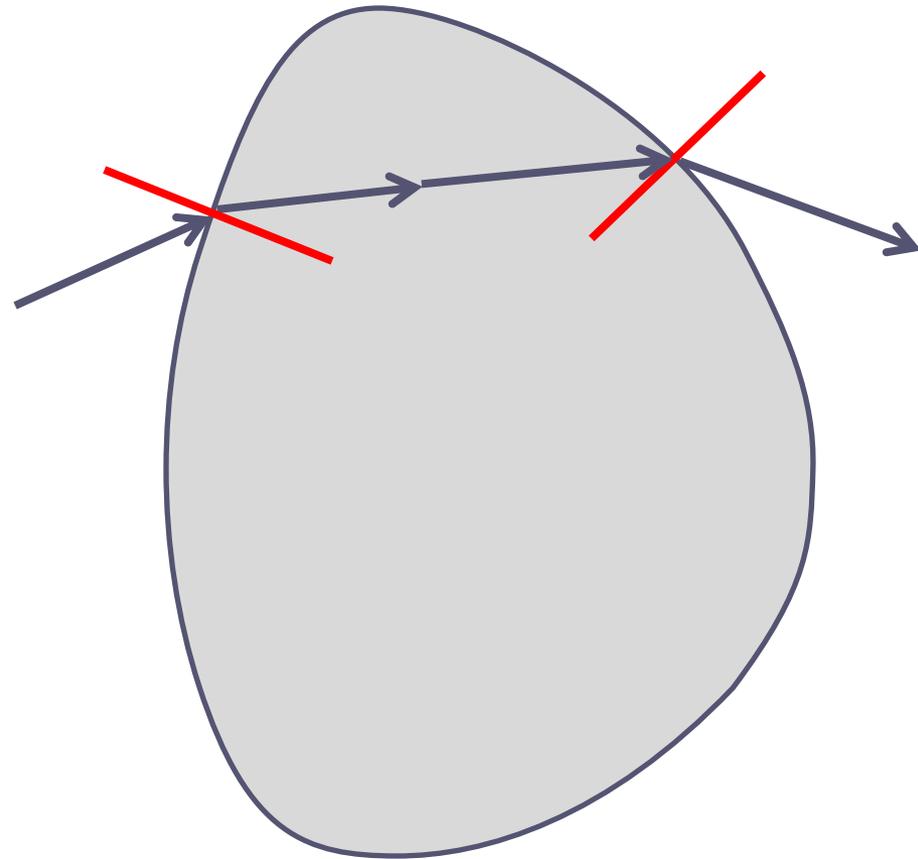


Funcionamento das Lentes

Vamos nos ater às lentes para luz visível.

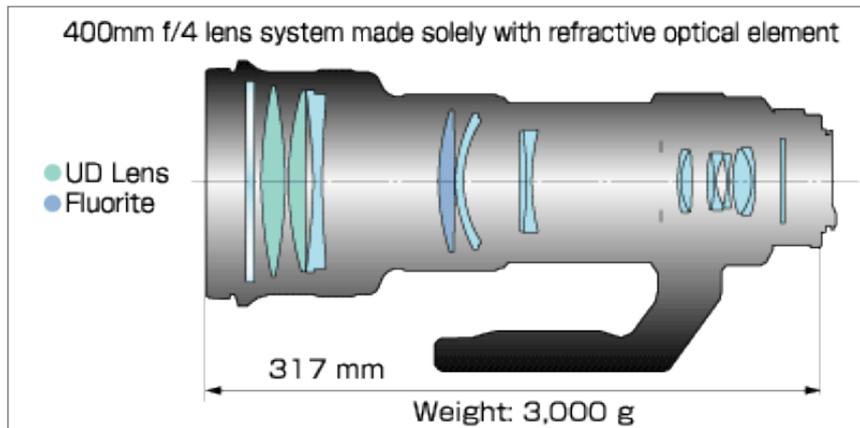
O funcionamento de uma lente é simples:

- Luz incide em uma das superfícies
- Ocorre refração nesta superfície
- A luz se propaga para a segunda superfície
- Ocorre nova refração



Tipos de Lentes: Complexidade

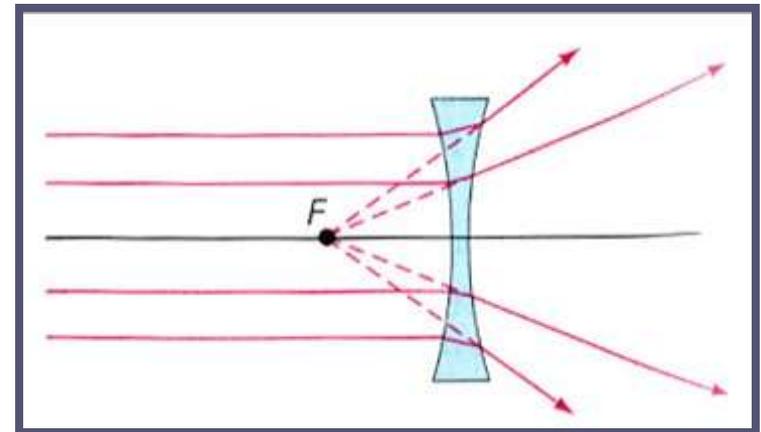
- Lentes podem ser:
 - simples: quando têm um único elemento óptico
 - compostas: quando têm mais de um elemento óptico



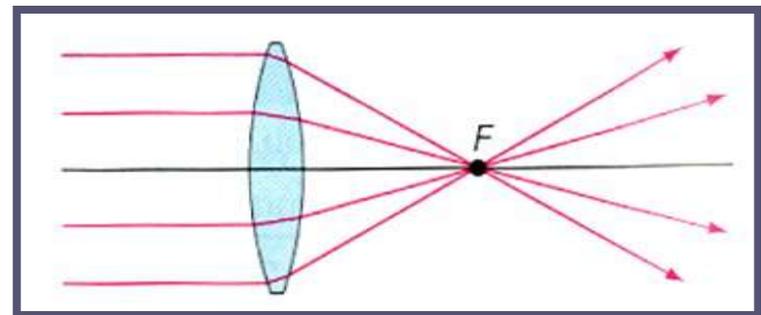
Tipos de Lentes: Convergência

- Quanto à reconfiguração da frente de onda as lentes podem ser convergentes ou divergentes.

Lentes divergentes: distância focal negativa → os raios se afastam (mais fina no centro que nas bordas)



Lentes convergentes: distância focal positiva → os raios se aproximam (mais espessa no centro que nas bordas)



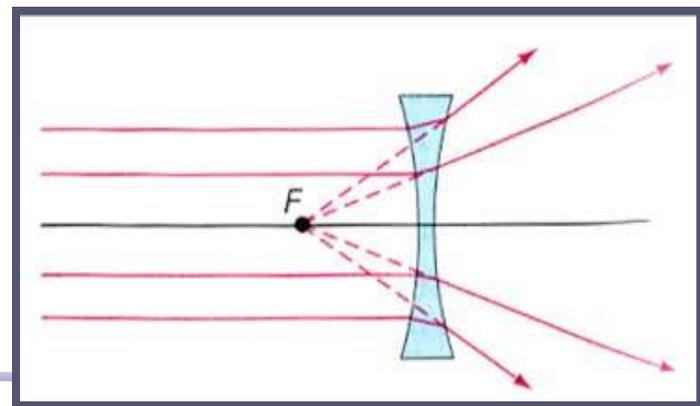
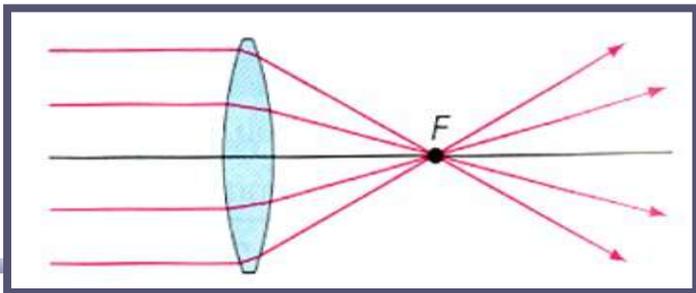
Tipos de Lentes: Dimensões

- Lentes podem ser **delgadas** ou **espessas**
 - Lentes delgadas são aquelas que as suas dimensões não importam, ou seja, não importa onde o raio de luz atinge a lente, o efeito será sempre o mesmo.
 - Lentes espessas são aquelas que as dimensões e posição de incidência dos raios são importantes
- Lentes delgadas são muito mais simples de fazer previsões.



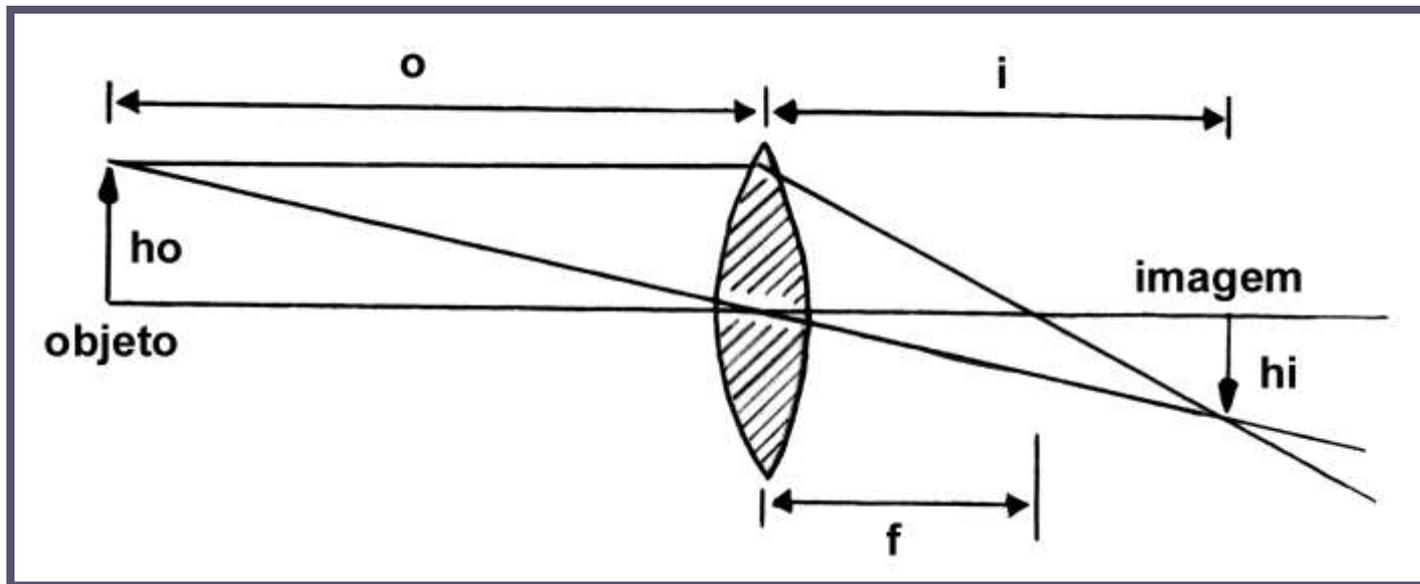
Lentes Delgadas

- Toda lente delgada é caracterizada por uma **distância focal única, independente da face** que o raio luminoso atinge
- A distância focal (f) é a distância entre o centro da lente e o ponto no qual todos os raios luminosos incidentes paralelo ao eixo da lente convergem (ou divergem)
 - Lentes convergentes: $f > 0$
 - Divergentes: $f < 0$



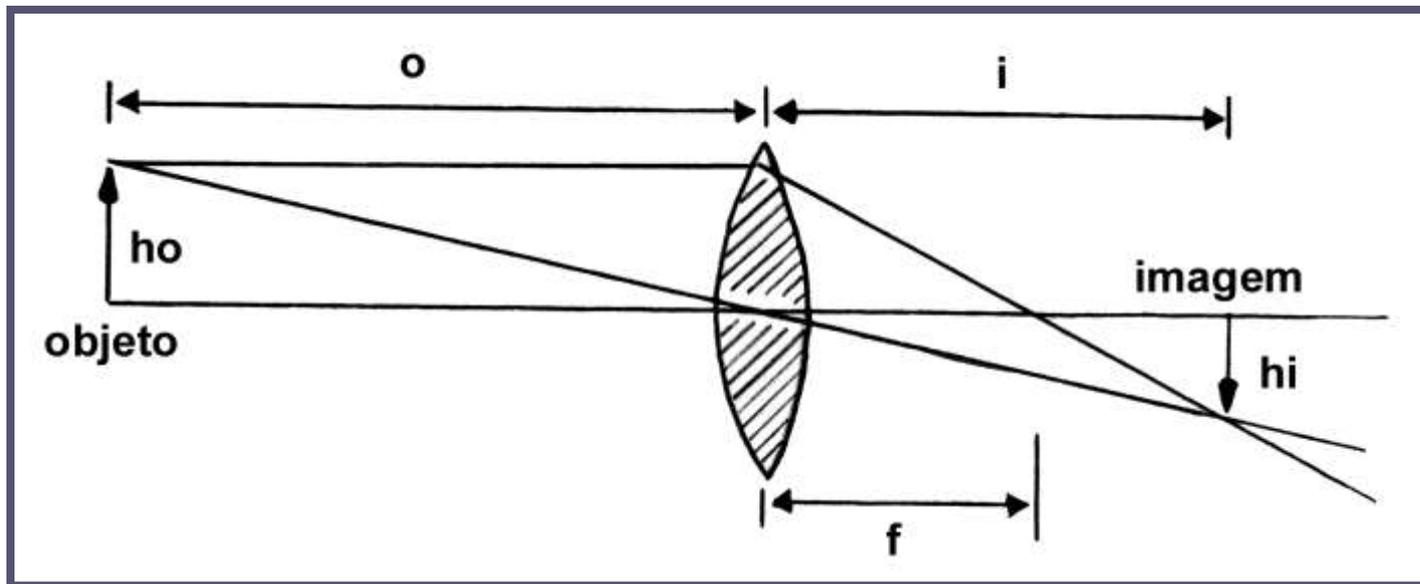
Lentes Delgadas

- Objeto e imagem de uma lente:
 - Distância objeto (**o**) é a distância entre a posição do objeto e o centro da lente
 - Distância imagem (**i**) é a distância entre a posição da imagem e o centro da lente



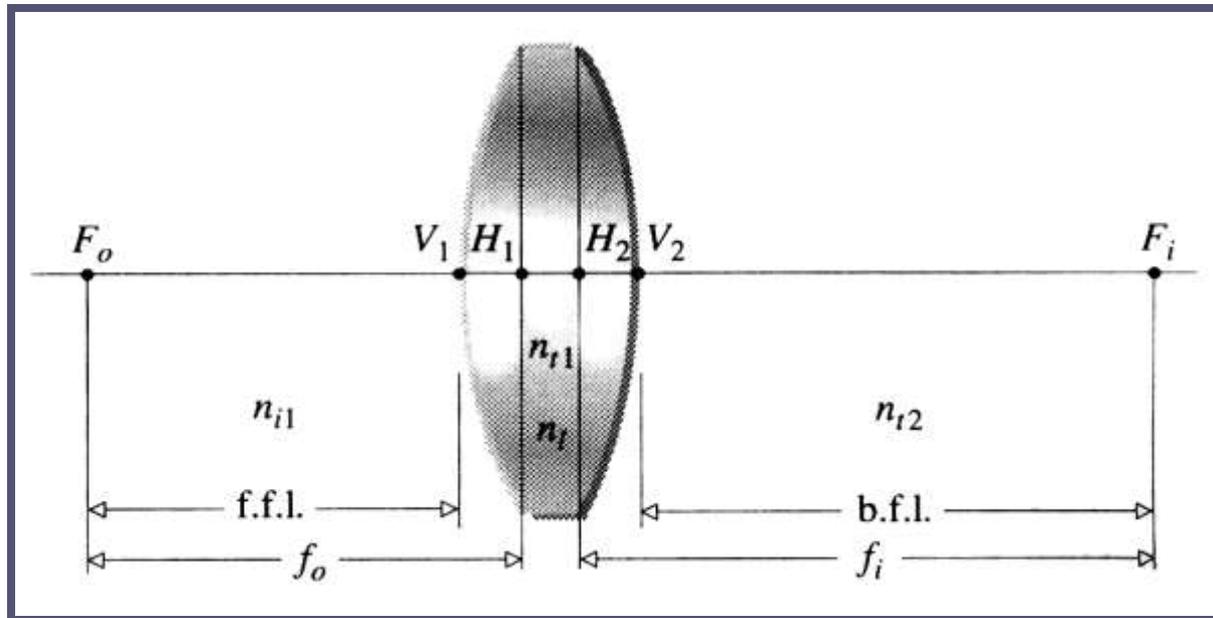
Lentes

- Objeto e imagem de uma lente:
 - Tamanho do objeto (**ho**)
 - Tamanho da imagem (**hi**)
 - Magnificação de uma lente **m = hi/ho = i/o**



Lentes Espessas

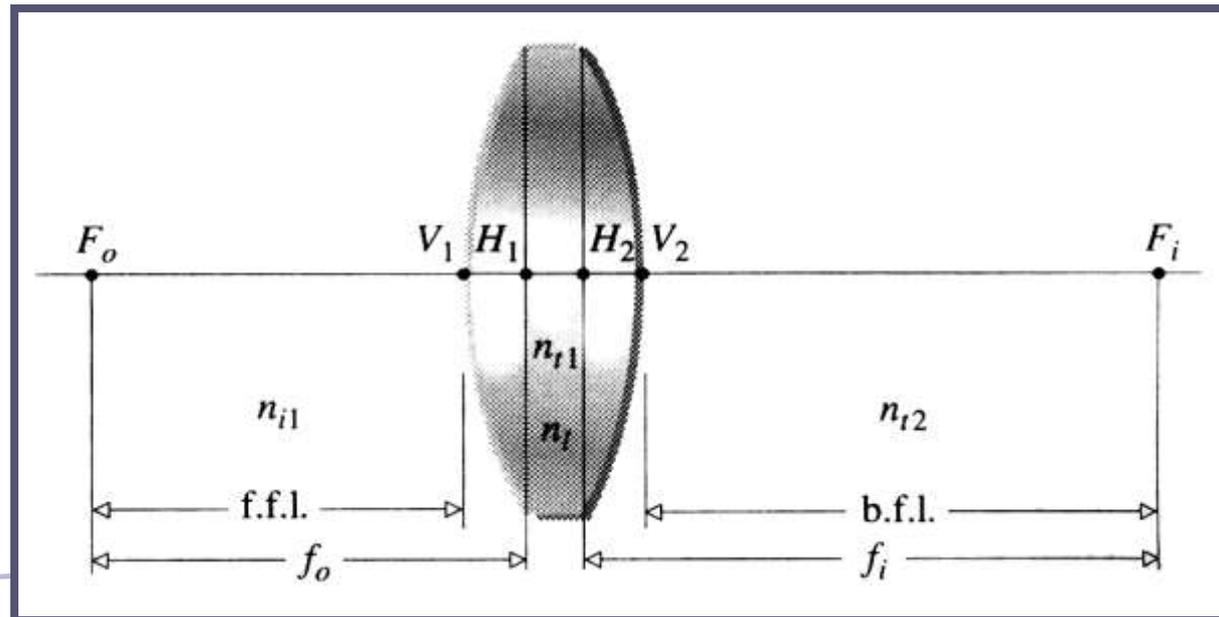
- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada **não são válidas**. Neste caso, tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



Lentes Espessas

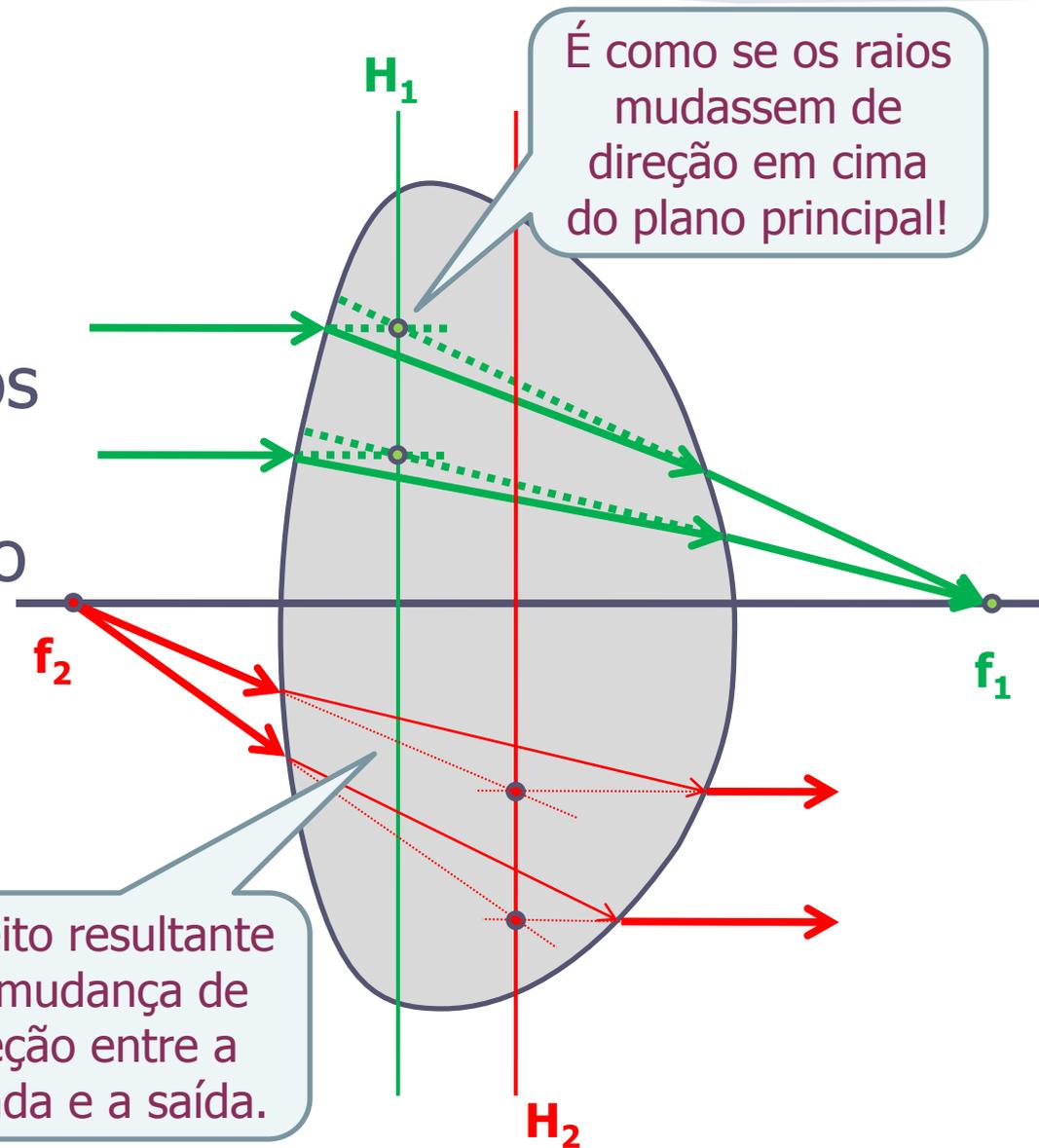
- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais, **f_o** , ou foco objeto; e **f_i** , ou foco imagem.
 - Como a lente está imersa num meio isotrópico (o meio tem o mesmo índice de refração de cada lado da lente) **$f_o = f_i$**

Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente (**H_1** e **H_2**)



Lentes Espessas

- Os planos principais correspondem ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente



Lentes: Trajetórias Dos Raios

- O cálculo das trajetórias de raios luminosos é bastante complexo e trabalhoso
- Necessita-se saber os ângulos de incidência em cada uma das superfícies, os respectivos índices de refração e as distâncias/formas das superfícies
- **Uma técnica utilizada para facilitar estes cálculos é o método matricial**
 - Vamos fazer esse cálculo tanto para lente delgada quanto para lente espessa sempre dentro da aproximação paraxial

Aproximação Paraxial

- Para aplicar o método matricial nos moldes que iremos discutir, é necessário que os raios luminosos sejam paraxiais
- Um raio paraxial tem direção próxima da direção do eixo, ou seja, incide na lente em ângulos pequenos, de tal modo que:

$$\cos \theta \approx 1$$

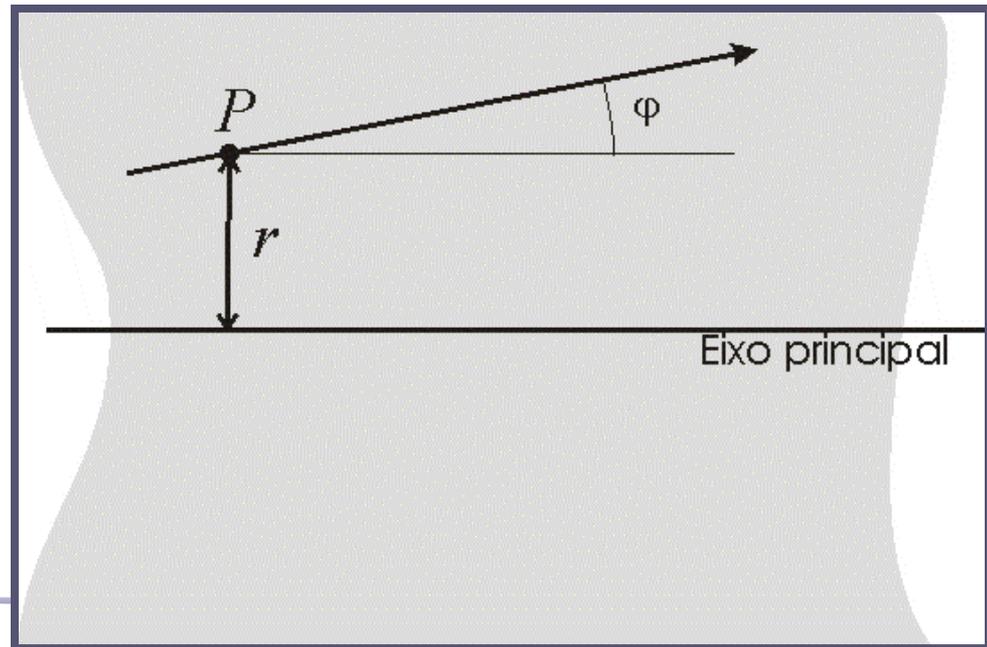
$$\operatorname{sen} \theta \approx \theta$$

- Aproximação boa para $\theta < 10^\circ$

Método Matricial

- Seja um raio luminoso **R** em um meio óptico qualquer. Podemos caracterizar, em qualquer ponto **P**, este raio luminoso pela distância ao eixo óptico principal e o ângulo que ele faz com esse eixo.

$$P = \begin{pmatrix} r \\ \varphi \end{pmatrix}$$



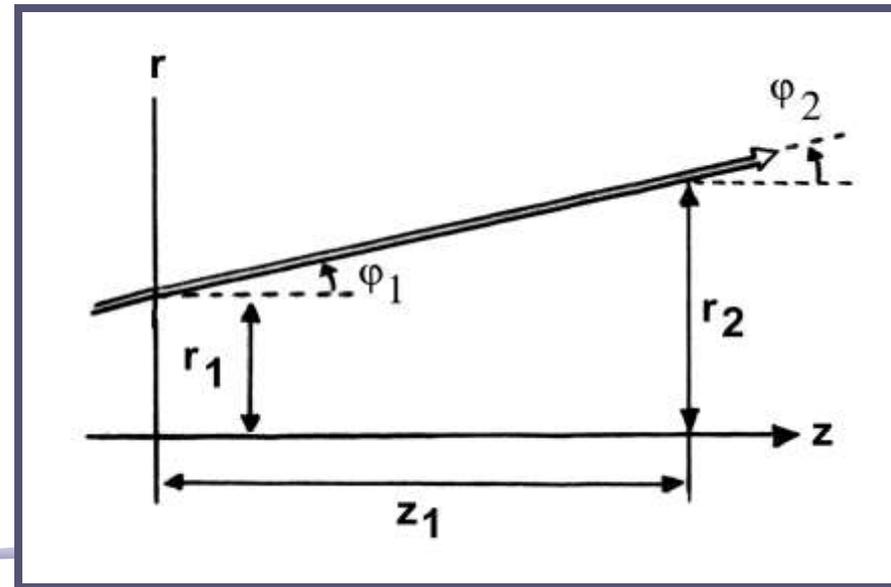
Método Matricial

- O método matricial estabelece uma transformação de um ponto P_1 para outro ponto P_2 de um meio através de uma matriz de transformação M

$$P_1 = \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = MP_1$$



Tratamento Matricial

- Assim, a transformação de um ponto P_1 para outro ponto P_2 em um meio pode ser escrita como:

$$P_2 = MP_1 = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} P_1$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} r_2 &= Ar_1 + B\varphi_1 \\ \varphi_2 &= Cr_1 + D\varphi_1 \end{aligned}$$

Lentes : tratamento matricial

- Devido à reversibilidade dos raios luminosos, as matrizes de transformação tem que ser reversível. A transformação inversa é feita através do inverso da matriz de transformação, ou seja:

$$P_1 = M^{-1} P_2$$

- O teorema de Liouville diz que a área de um feixe luminoso é conservada no espaço de fase, portanto:

$$\det(M) = \det(M^{-1}) = 1$$

Vários meios diferentes

- ▣ A vantagem do método matricial é poder escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido e combiná-las.
- ▣ Seja, por exemplo, uma propagação do ponto \mathbf{P}_1 para \mathbf{P}_2 que passa por vários meios distintos. A transformação, neste caso, é:

$$P_2 = M_n M_{n-1} \cdots M_2 M_1 P_1$$

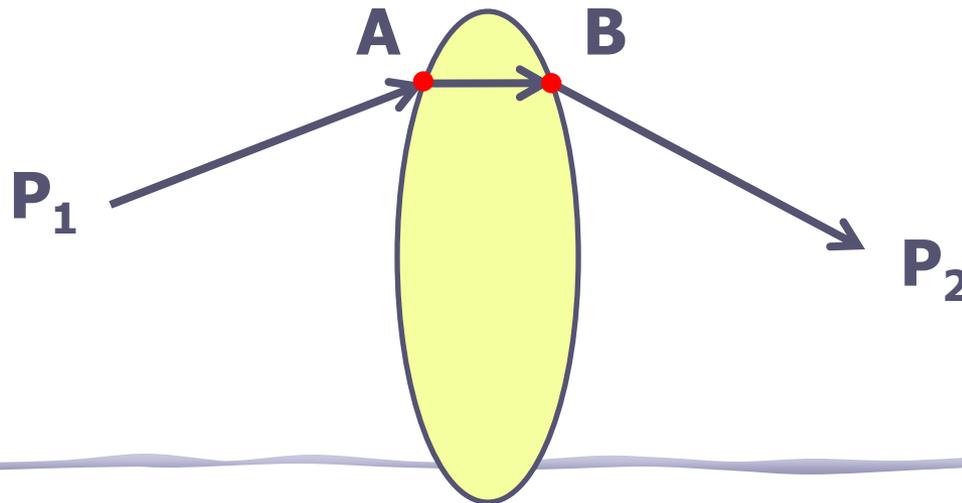
Exemplo: Lente Simples

- Do ponto P_1 para P_2 temos que:

$$P_2 = M_{P_1 \rightarrow P_2} P_1$$

- A matriz é a composição de três transformações diferentes:

$$M_{P_1 \rightarrow P_2} = M_{B \rightarrow P_2} \cdot M_{A \rightarrow B} \cdot M_{P_1 \rightarrow A}$$



Exemplo: Lente Simples

- De P_1 para A , propagação em linha reta

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

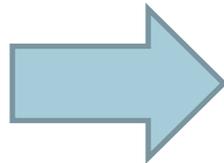
$$r_2 = r_1 + d \tan \varphi_1$$

- Aprox. paraxial:

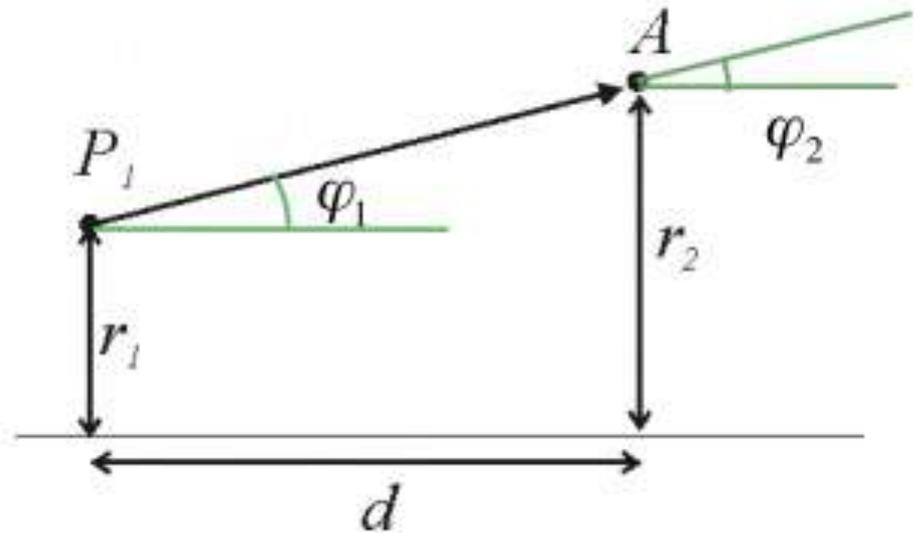
$$\operatorname{tg} \varphi_1 \approx \operatorname{sen} \varphi_1 \approx \varphi_1$$

- Portanto:

$$r_2 = r_1 + d \cdot \varphi_1$$



$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_{P_1 \rightarrow A}} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$



Exemplo: Lente Simples

- De A para B, propagação dentro da lente
- Aprox. lentes delgadas:

$$A \approx B \Rightarrow r_2 \approx r_1$$

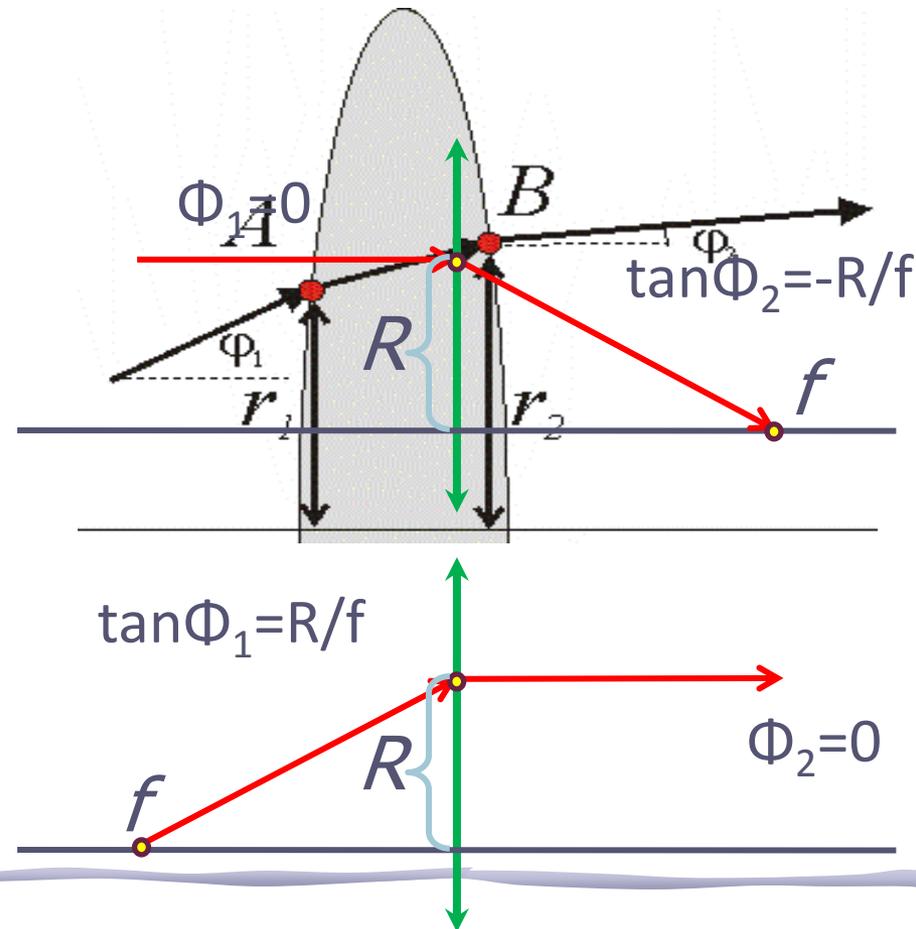
- Além disso temos que:

$$\varphi_1 = R/f \Rightarrow \varphi_2 = 0$$

$$\varphi_1 = 0 \Rightarrow \varphi_2 = -R/f$$

- Dedução na apostila:

$$M_{A \rightarrow B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$



Exemplo: Lente Simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação do ponto de saída da lente (B) até o ponto imagem (i)

Transformação entre os pontos dentro da lente

Transformação do ponto objeto (o) até a lente (A)

Exemplo: Lente Simples

- Para a lente delgada a transformação completa fica

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{i}{f} & o - \frac{io}{f} + i \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

- Ou seja:

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

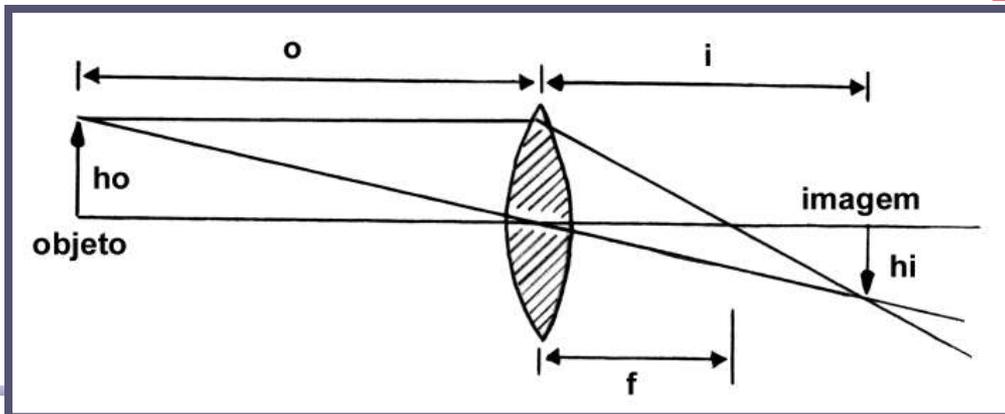
$$\varphi_2 = -\frac{1}{f} r_1 + \left(1 - \frac{o}{f}\right) \varphi_1$$

Equação da lente delgada

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right)r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right)\varphi_1$$

- Mas todos os raios saindo de r_1 chegam no mesmo ponto r_2 independente de φ_1 , portanto o 2º termo deve ser nulo:

$$o - \frac{io}{f} + i = 0 \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

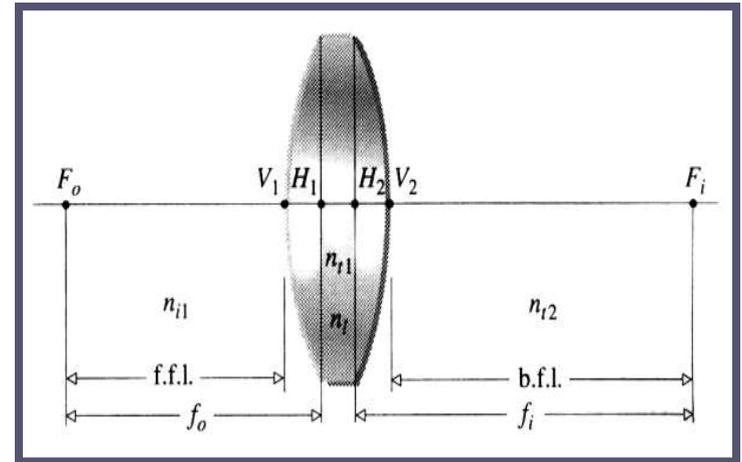


Equação de Gauss para lentes delgadas

Lente espessa: tratamento matricial

- Para a lente espessa a matriz de propagação é mais complicada, porém pode ser demonstrada (ver apostila) e vale:

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{tP_1}{n} & \frac{t}{n} \\ \frac{tP_1P_2}{n} - P_1 - P_2 & 1 - \frac{tP_2}{n} \end{pmatrix}$$



- Onde t é a espessura da lente e a potência da superfície é:

$$P_i = \frac{n-1}{R_i}$$

Lente espessa: foco

- ▣ Uma fórmula que se obtém a partir dessa matriz de transformação é a **equação do fabricante**:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] + \frac{(n - 1)^2}{n} \left[\frac{t}{R_1 R_2} \right]$$

- ▣ Se a lente for delgada, a espessura é desprezível, e o segundo termo vai a zero:

$$\frac{1}{f} \sim (n - 1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

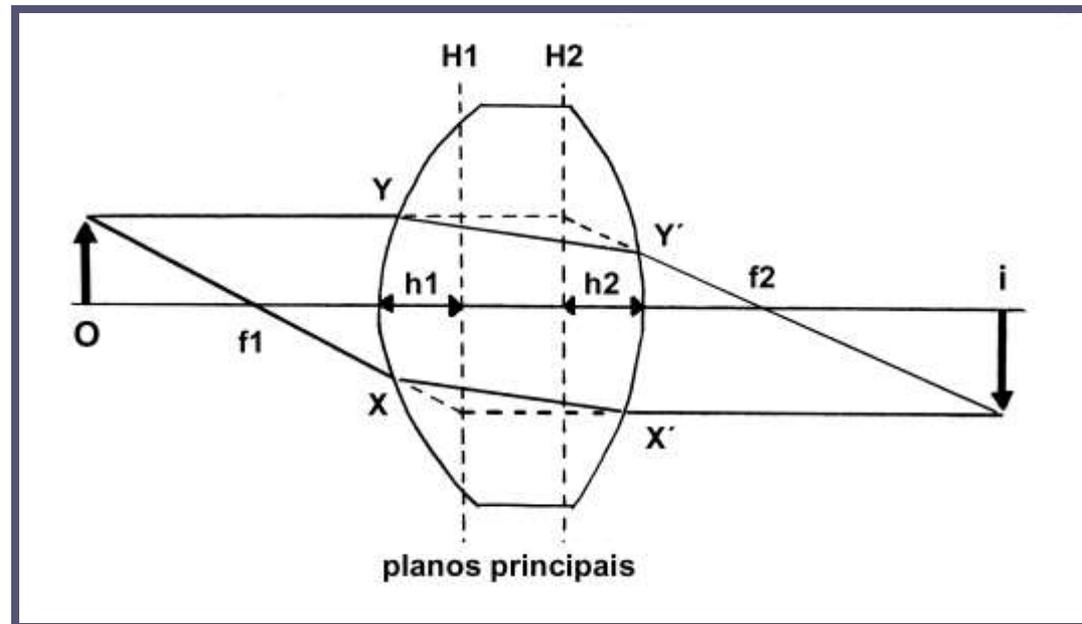
e temos a **equação do fabricante para lentes delgadas**.

Lente espessa

- A posição dos planos principais da lente espessa também sai da matriz de transformação e é

$$h_1 = \frac{t}{n \left(1 + \frac{P_1}{P_2} - t \frac{P_1}{n} \right)}$$

$$h_2 = \frac{t}{n \left(1 + \frac{P_2}{P_1} - t \frac{P_2}{n} \right)}$$

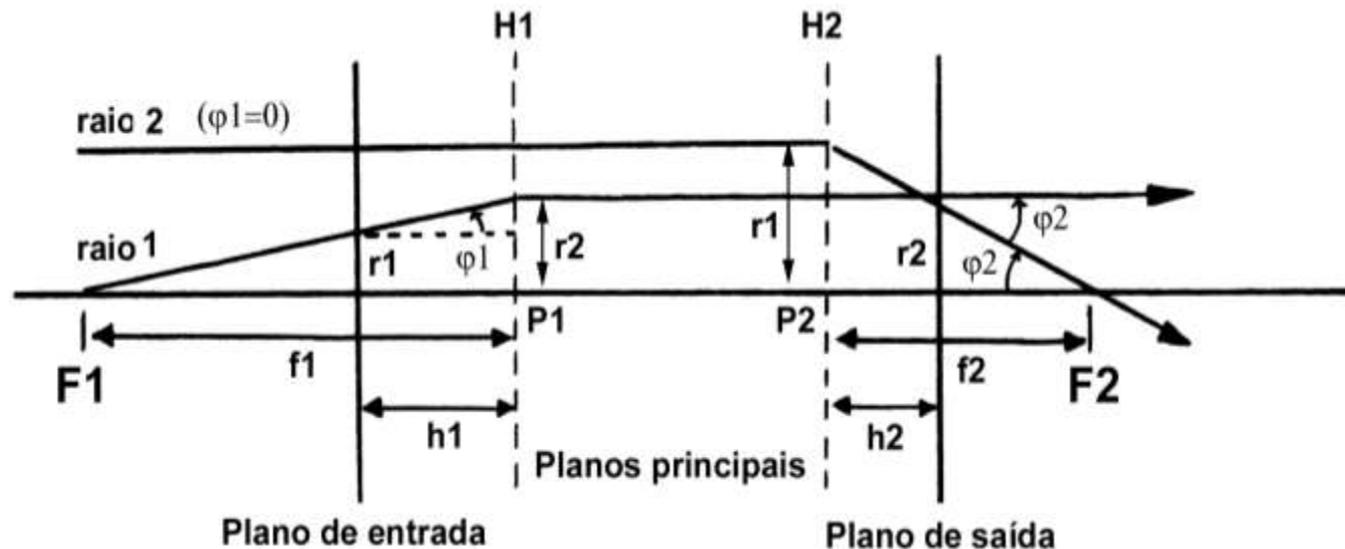


Nessa fórmula, R1 e R2 não tem sinal, i.e. P1 e P2 são positivos.

Lei de Gauss

- É possível mostrar que a equação de gauss é válida para lentes espessas desde que i e o sejam medidos a partir dos planos principais!
 - Qual é o erro sistemático se a lente for espessa mas você considerá-la delgada?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$



Parte1: Lentes

- Medir a distância focal de uma lente convergente e uma lente divergente
 - Estabeleça um procedimento experimental para efetuar essas medidas
 - Tome os dados necessários e obtenha as distâncias focais correspondentes
 - Apresente (discuta como fez) as F.D.P. para as distâncias focais e determine os intervalos de 95% de confiança para essas distâncias
 - Discuta os resultados, considerando os prós e contras do método proposto de medida

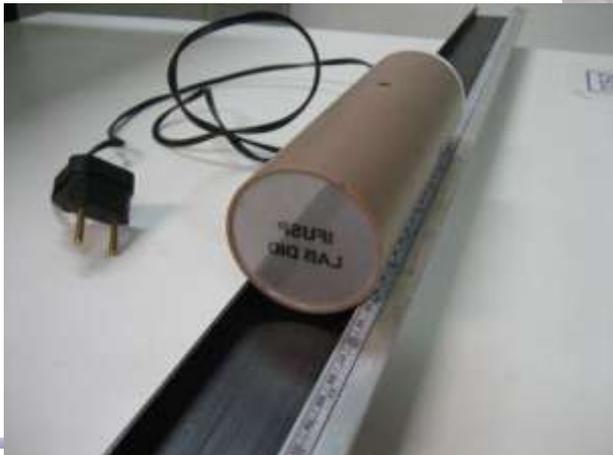
Parte 2: Dimensões

- Utilizando o dispositivo para medida de raio de curvatura, um micrômetro e um paquímetro, meça a curvatura, a espessura e demais parâmetros geométricos da lente que está estudando.
 - Só existe um dispositivo para a medida do raio de curvatura, portanto cuidado com ele.
- Anotar os números das lentes utilizadas
- **NÃO ESQUEÇAM**, estas informações serão necessárias para a próxima aula

Lentes: material

▣ Materiais à disposição:

- ▣ – Bancada óptica milimetrada
- ▣ – Lentes diversas
- ▣ – Objetos luminosos
- ▣ – Anteparos
- ▣ – Lasers, etc.



Dica

- Existem várias maneiras de fazer a medida proposta, mas todas envolvem medidas de distância: objeto, imagem, raio luminoso, ângulos, etc...
- Para o método de vocês:
 - Com estimar os erros nas posições
 - Os erros são independentes?
 - A distribuição da incerteza é gaussiana?