

Seletor de Velocidades,

Parte 4 – Modelo para campo magnético
e calibração do seletor

Aula 4

Prof. Henrique Barbosa
Edifício Basílio Jafet - Sala 100

Tel. 3091-6647

hbarbosa@if.usp.br

<http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa>

Exp. 2 – Seletor de Velocidades

PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
 - Movimento em campo elétrico
- Semana 2
 - Movimento em campo magnético
- Semana 3
 - Simular o campo elétrico e mapear o campo elétrico
- Semana 4
 - Calibrar o seletor de velocidades
- Semana 5
 - Obter a resolução do seletor de velocidades

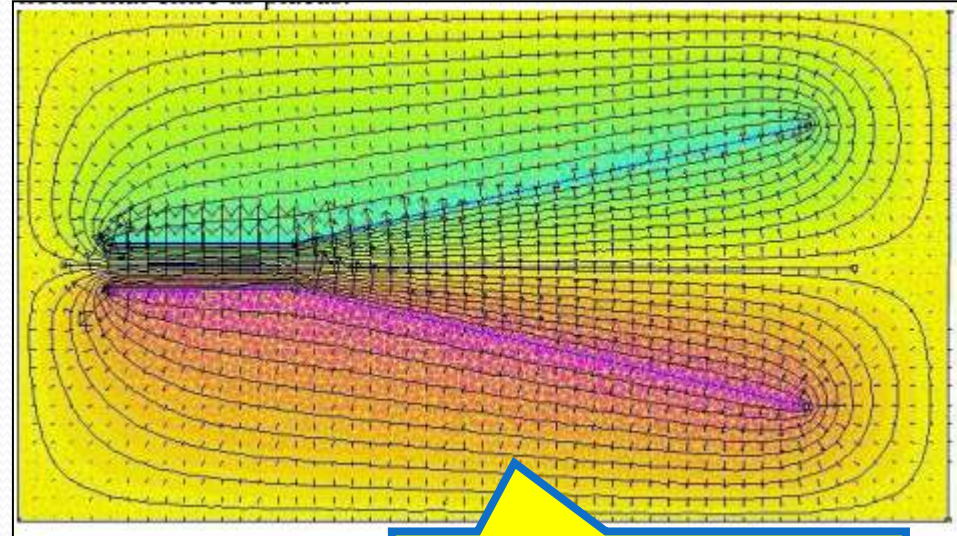
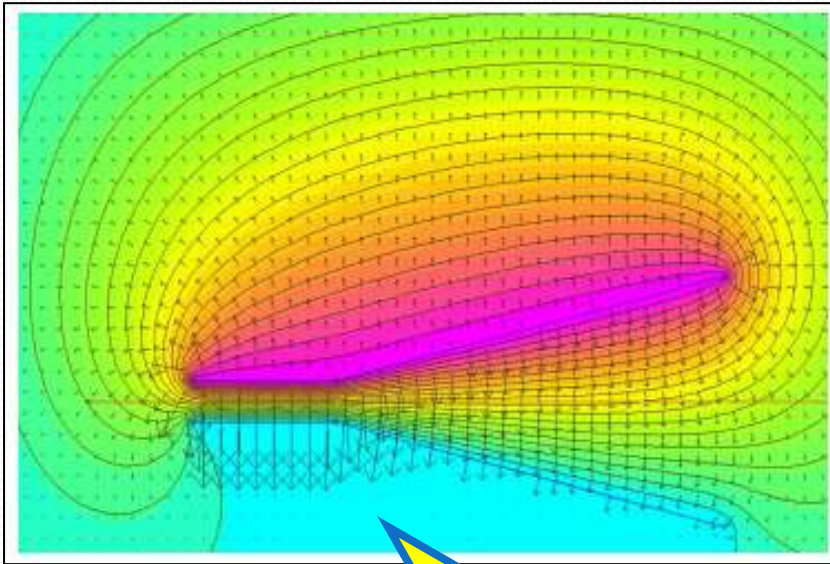
TAREFAS SEMANA PASSADA



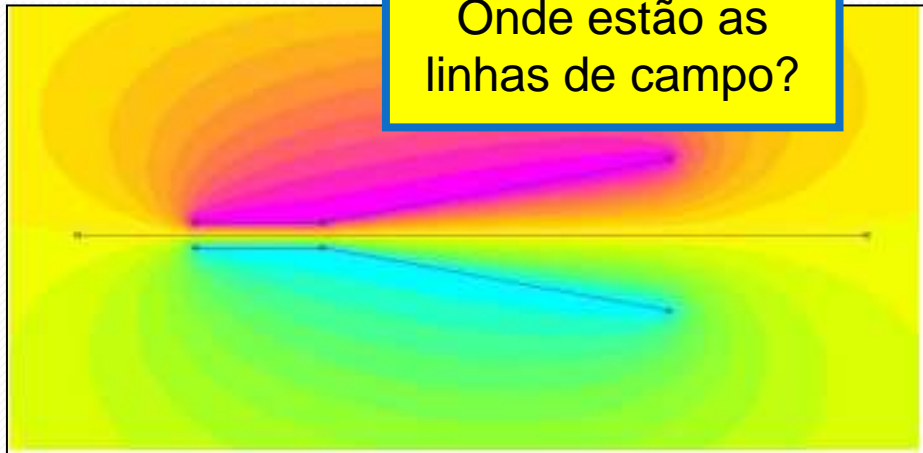
Tarefas da Semana – Parte 1

- Simule, em escala o campo elétrico das placas do TRC.
 - As medidas estão no site e o tutorial também!
 - Os monitores e professores podem ajudá-lo
- Entregue o gráfico do campo elétrico, em função da distância à origem (você define).
 - Ao longo da linha que o feixe percorre, que é o que interessa
 - Entregar os gráficos com a simulação, colocando E_x e E_y no mesmo gráfico, e indicando a posição das placas.
- A partir dos seus resultados:
 - O campo elétrico é uniforme? Há efeitos de borda?

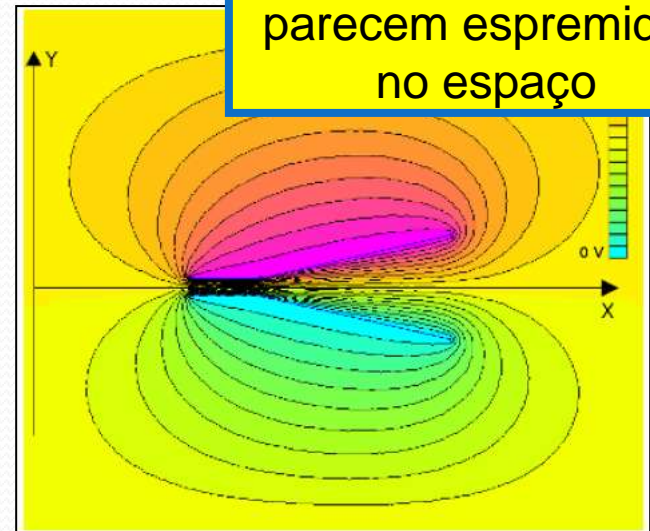
Mapeamento do Potencial



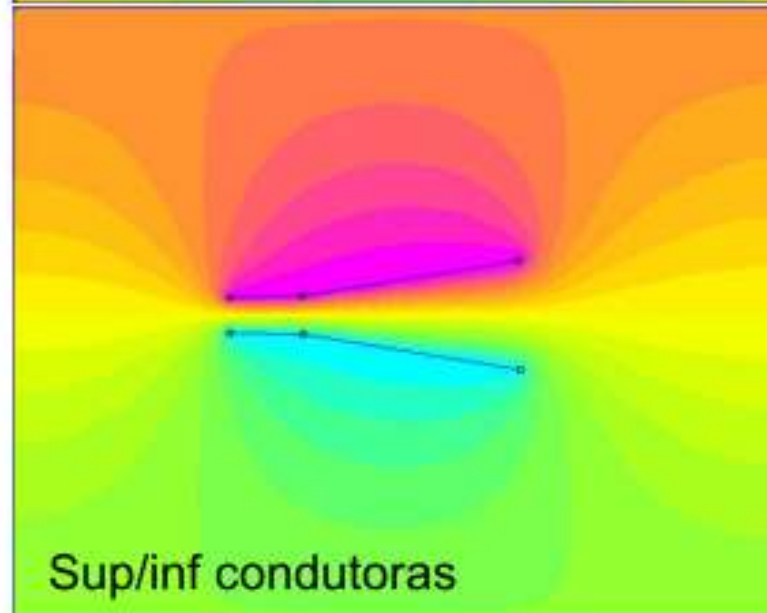
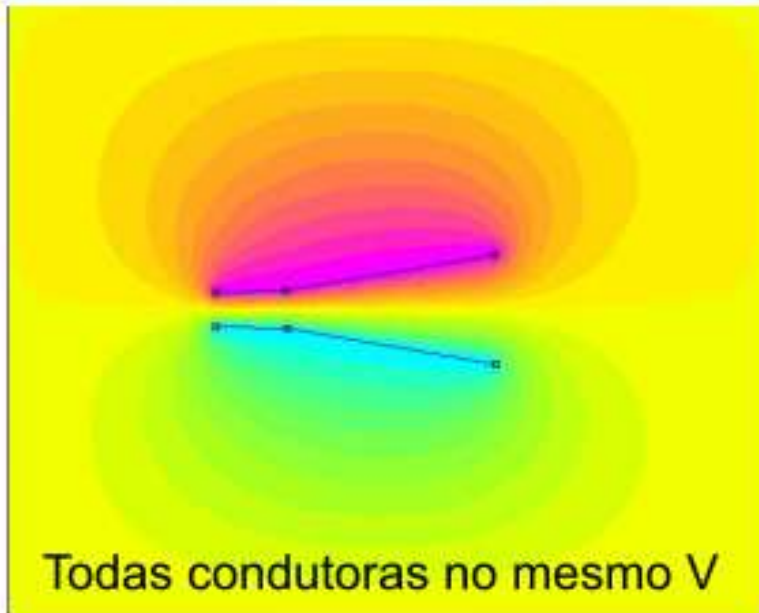
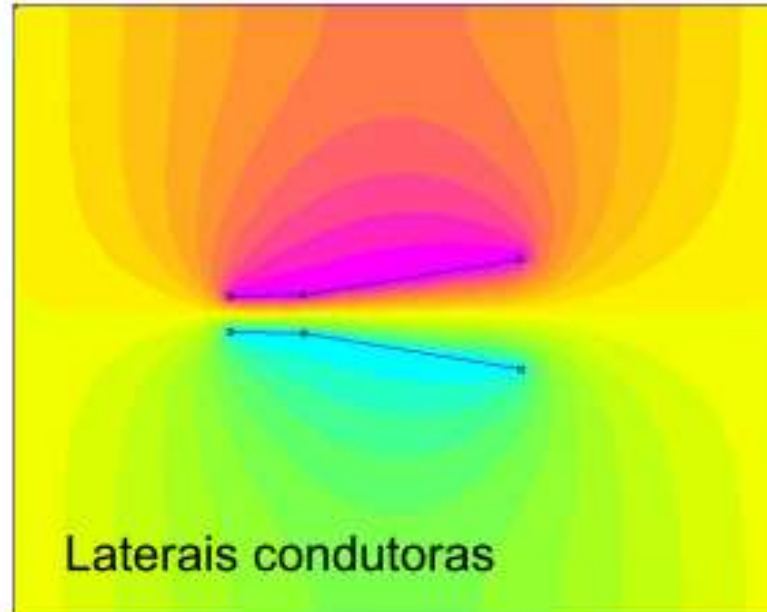
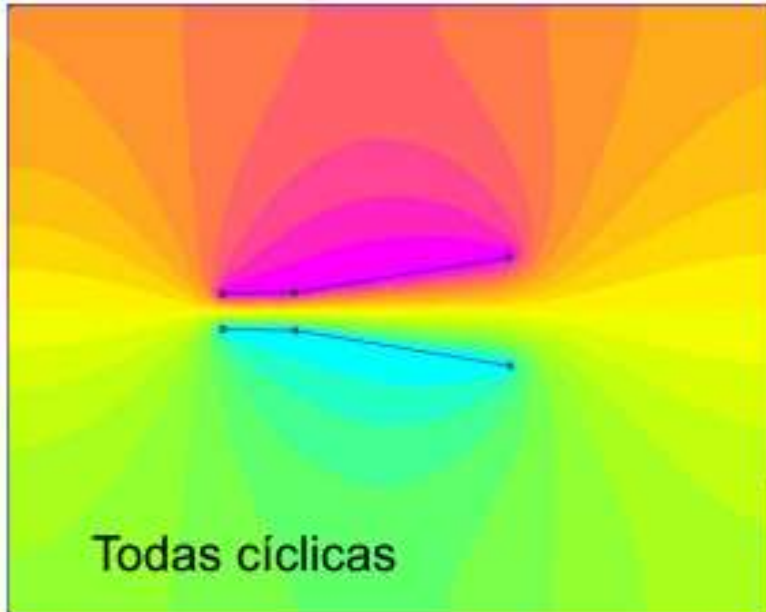
Equipotenciais parecem espremidas no espaço



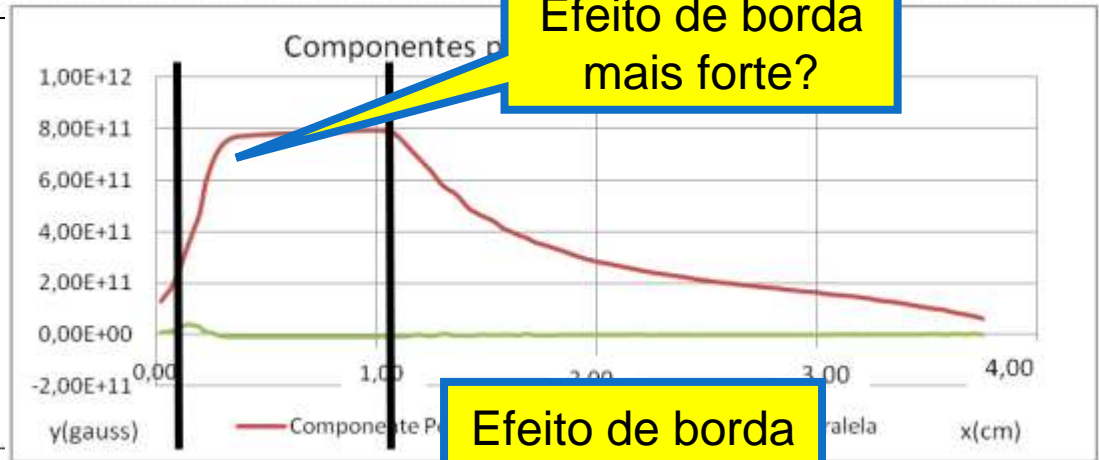
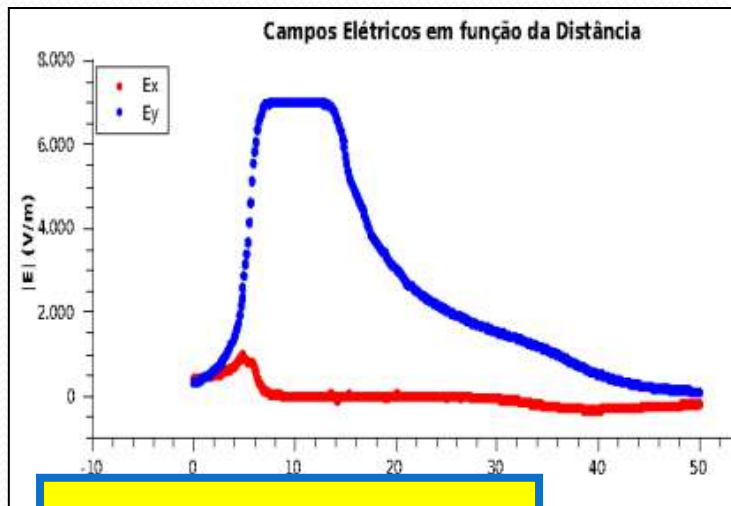
Onde estão as linhas de campo?



Condições de contorno nas bordas



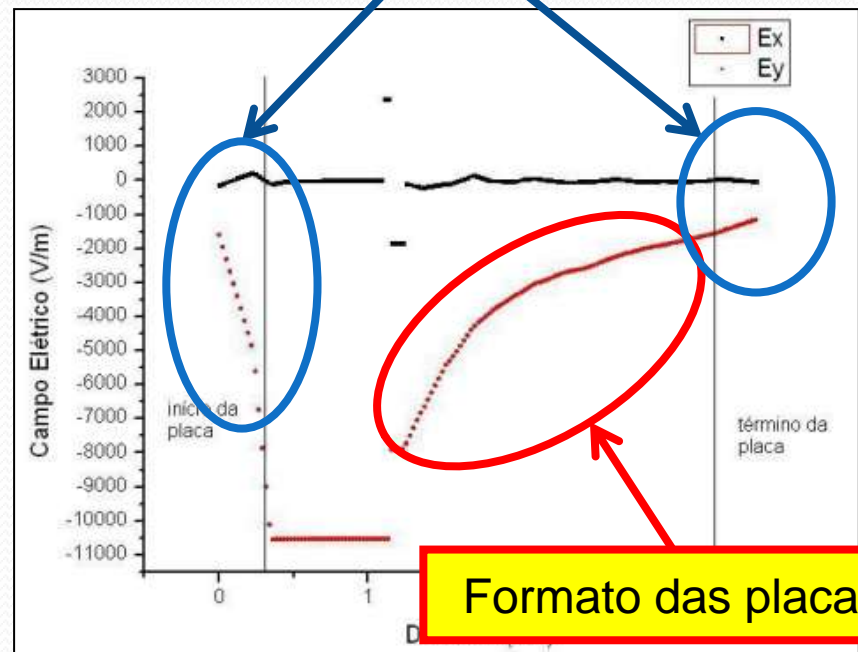
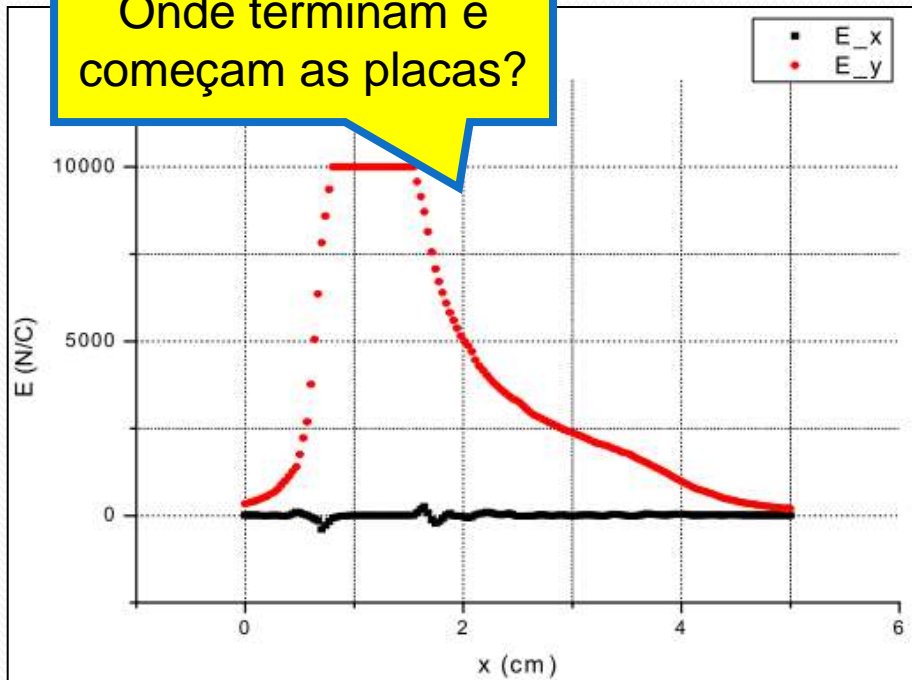
Campo elétrico E_x e E_y



Efeito de borda mais forte?

Efeito de borda

Onde terminam e começam as placas?

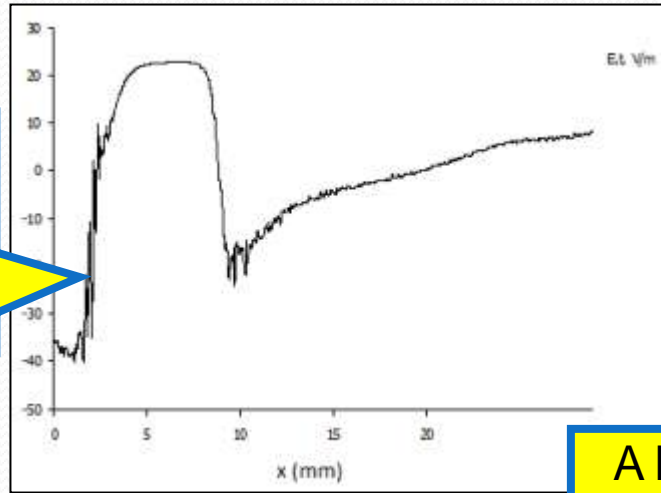


Formato das placas

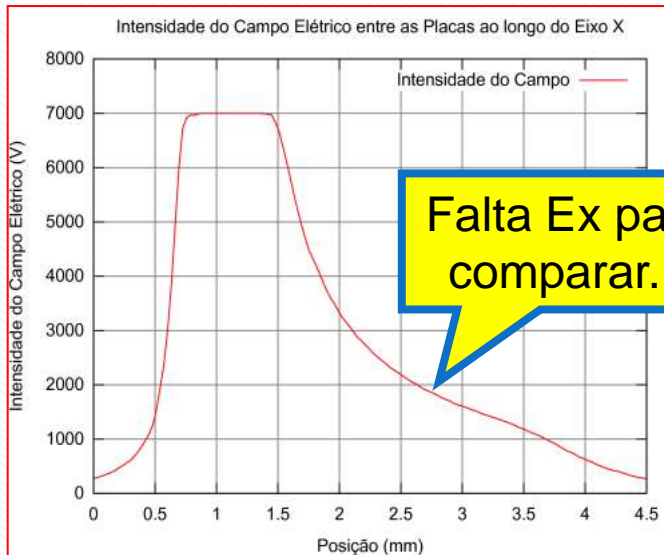
Campo elétrico E_x e E_y



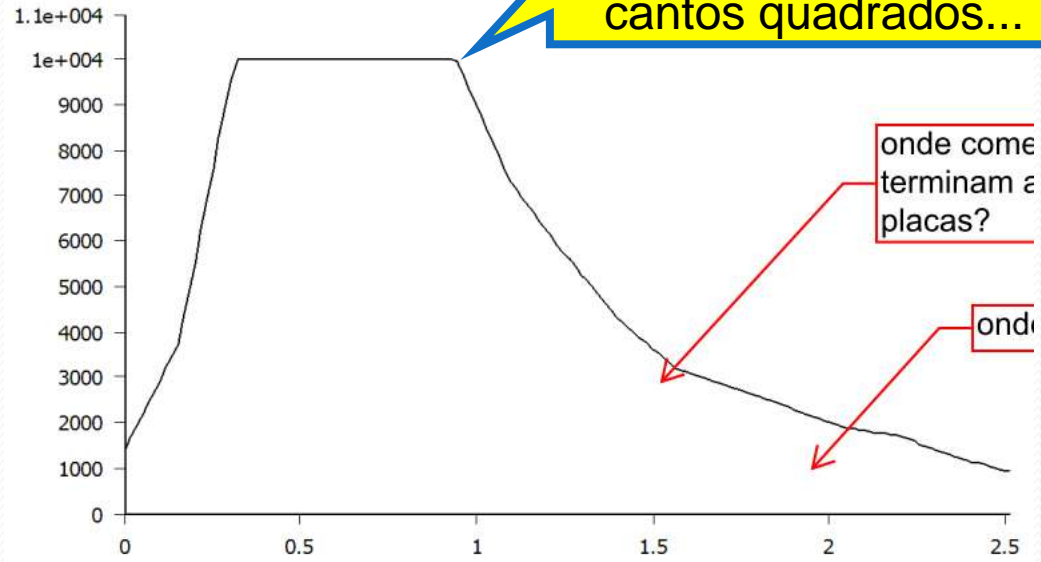
Não adianta se não tiver no mesmo gráfico



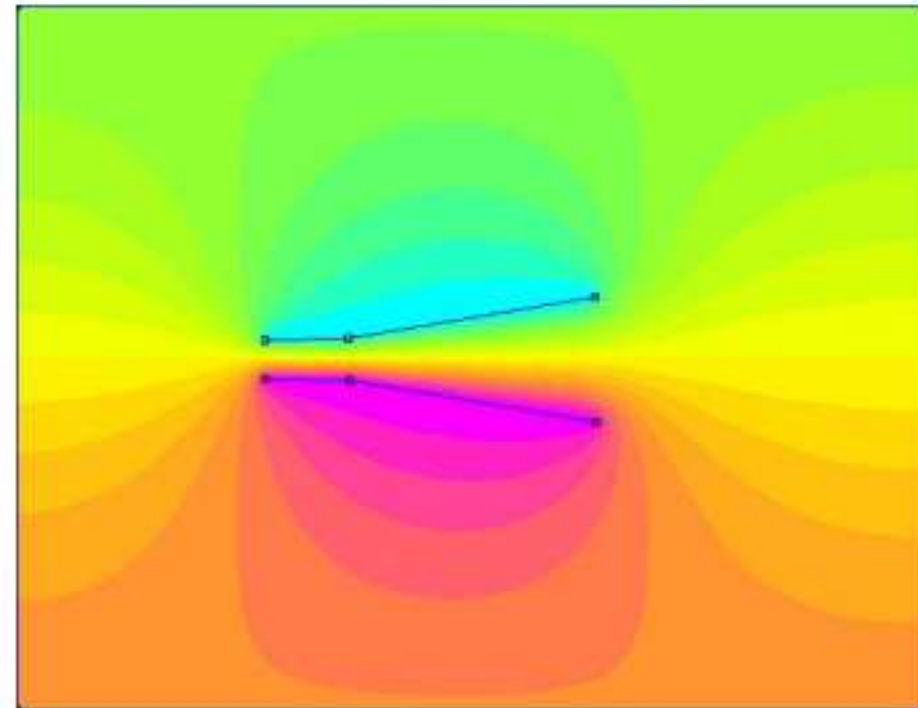
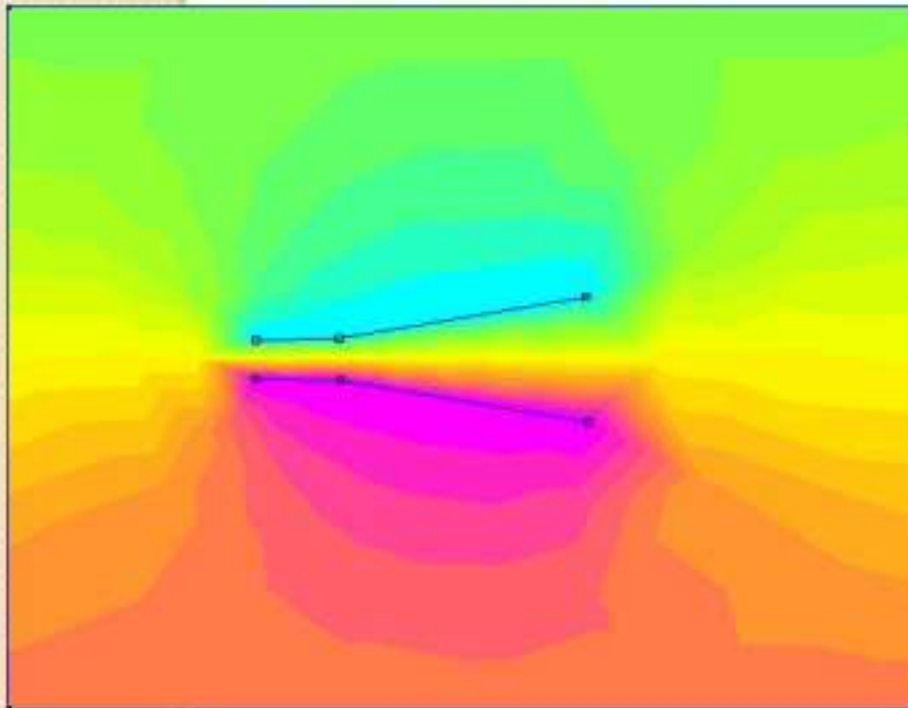
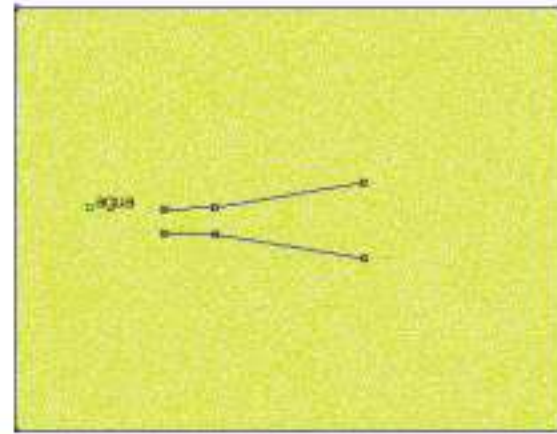
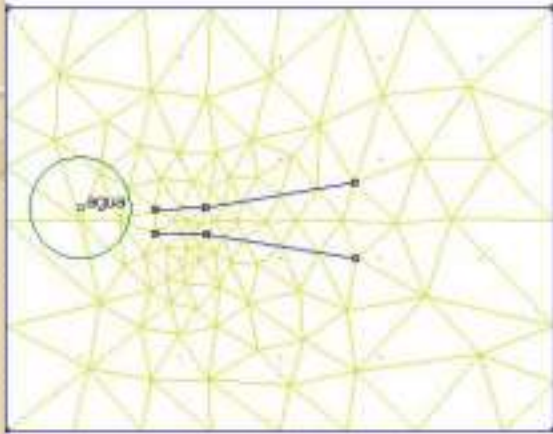
A baixa resolução da simulação deixa os cantos quadrados...



Falta E_x para comparar...

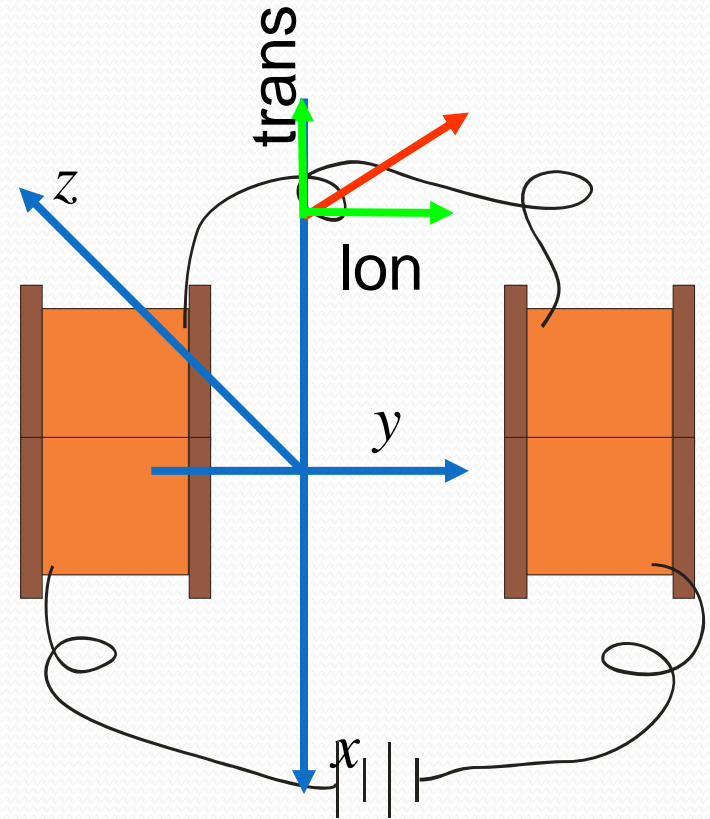


O efeito do tamanho do mesh

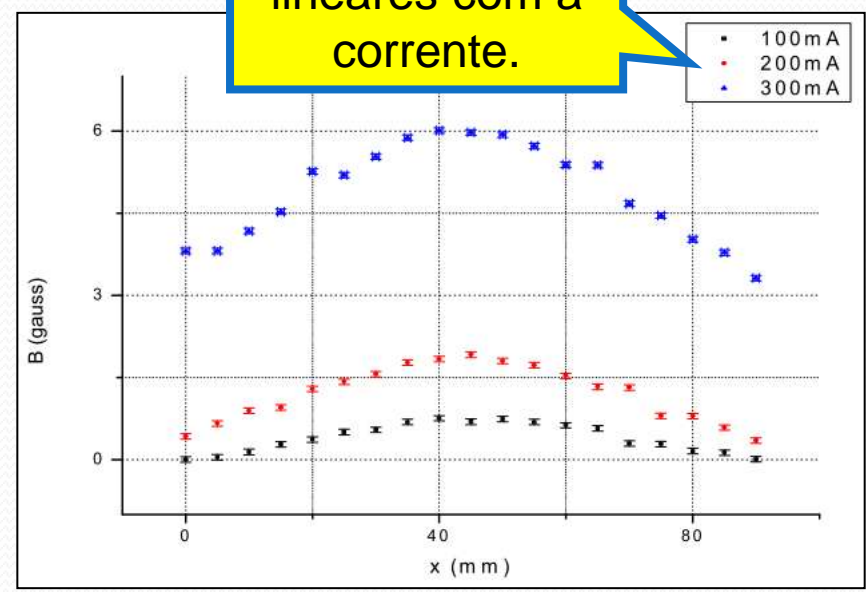
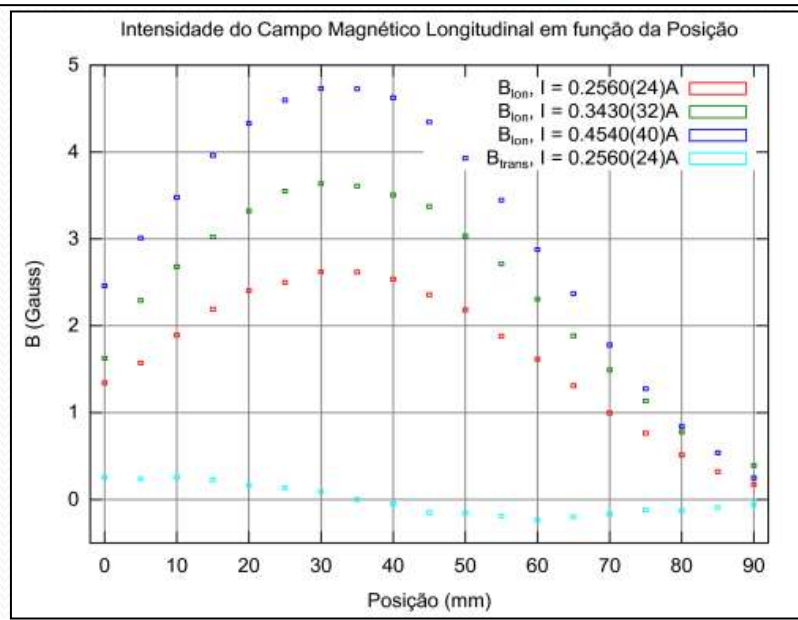
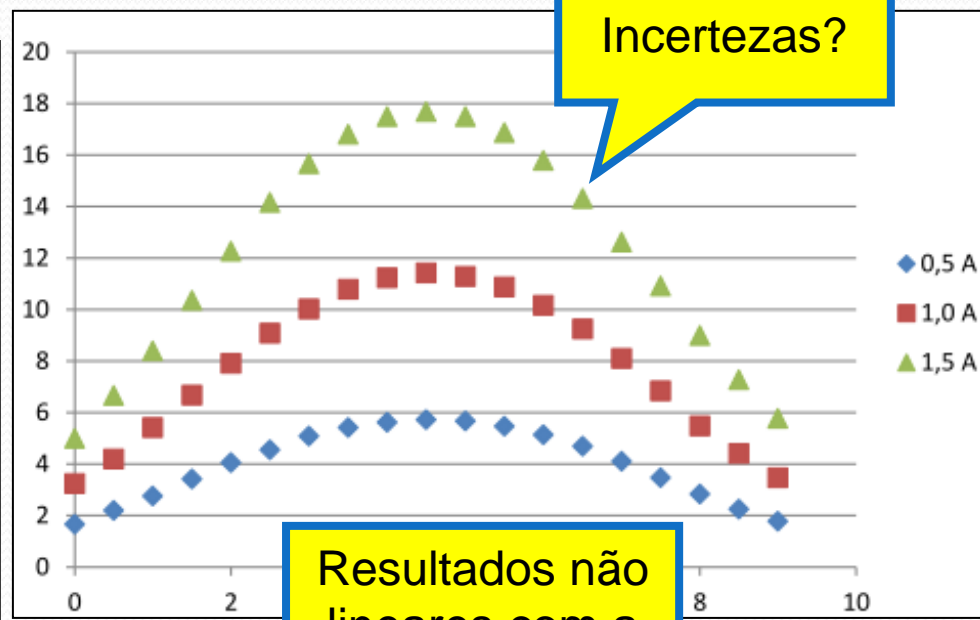
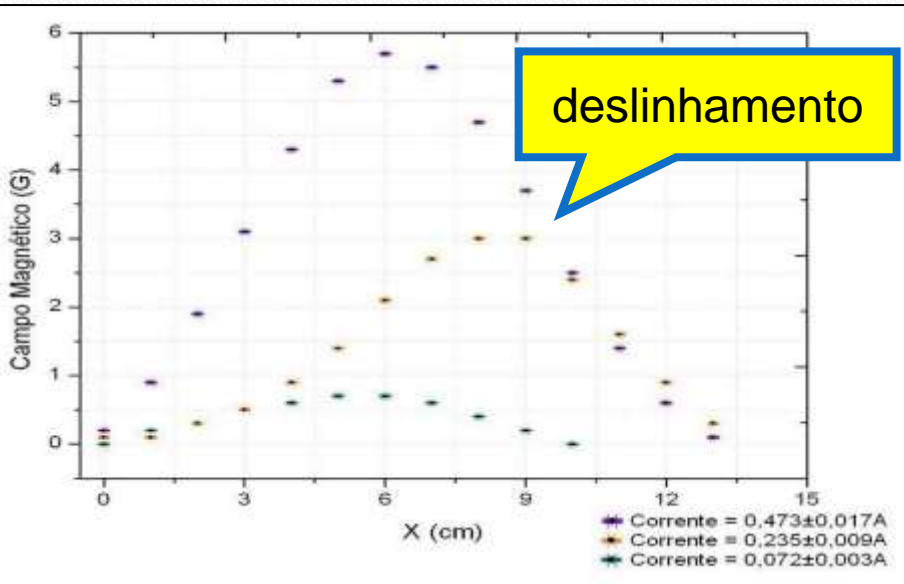


Para entregar – Parte 2

- Fazer **1** gráfico de B_{lon} ao longo do eixo x para **3** valores de corrente nas bobinas.
- Para **1** das correntes fazer **1** gráfico de B_{trans} e B_{lon} ao longo do eixo x .
 - Argumente fisicamente porque não é preciso medir o campo transversal e nem o campo nos outros eixos
- Fazer **1** gráfico de B_{lon}/i ao longo do eixo x para as **3** correntes medidas
 - O resultado obtido é razoável? O que você esperaria? Discuta a linearidade entre campo e corrente.

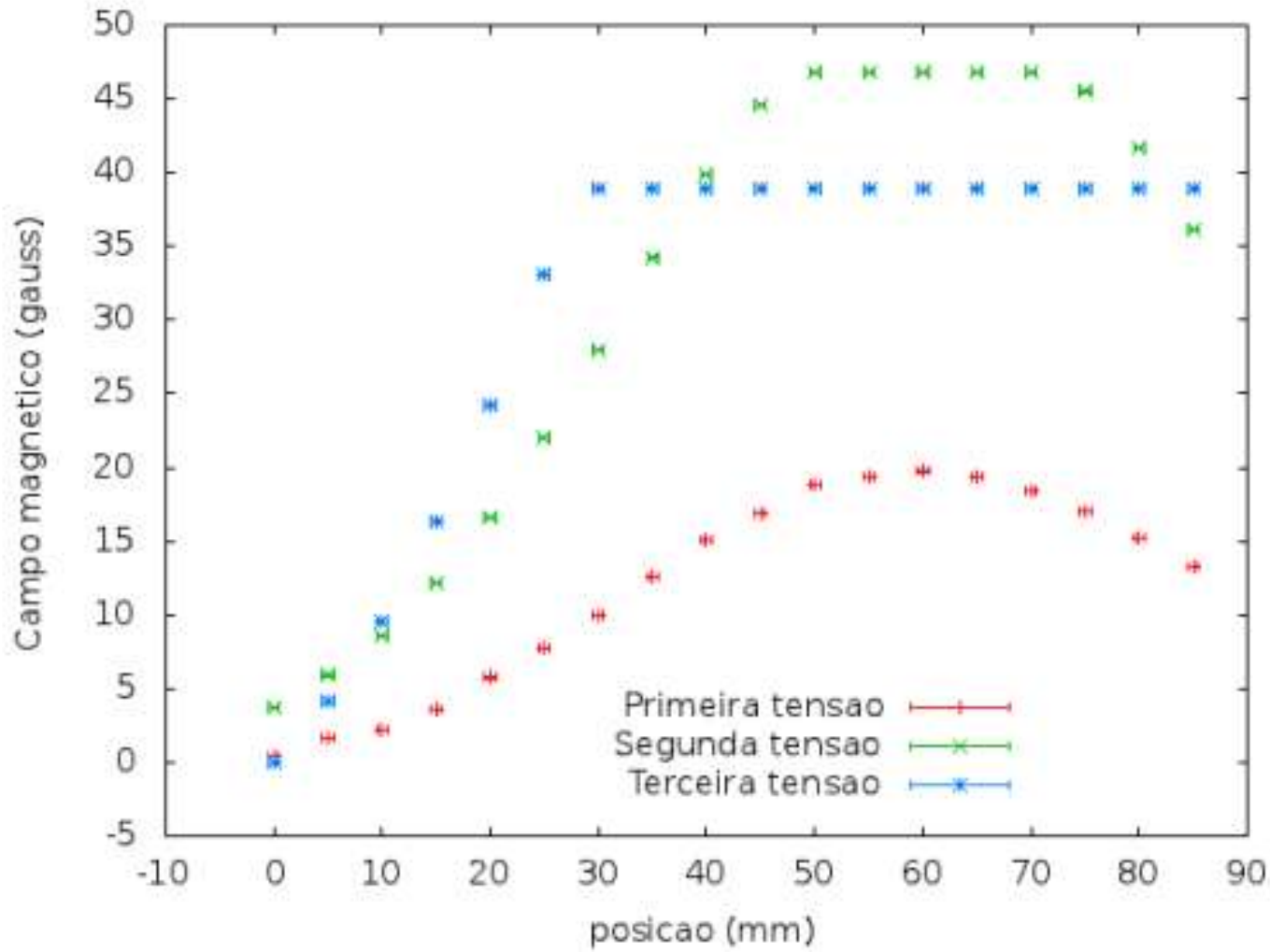


B longitudinal

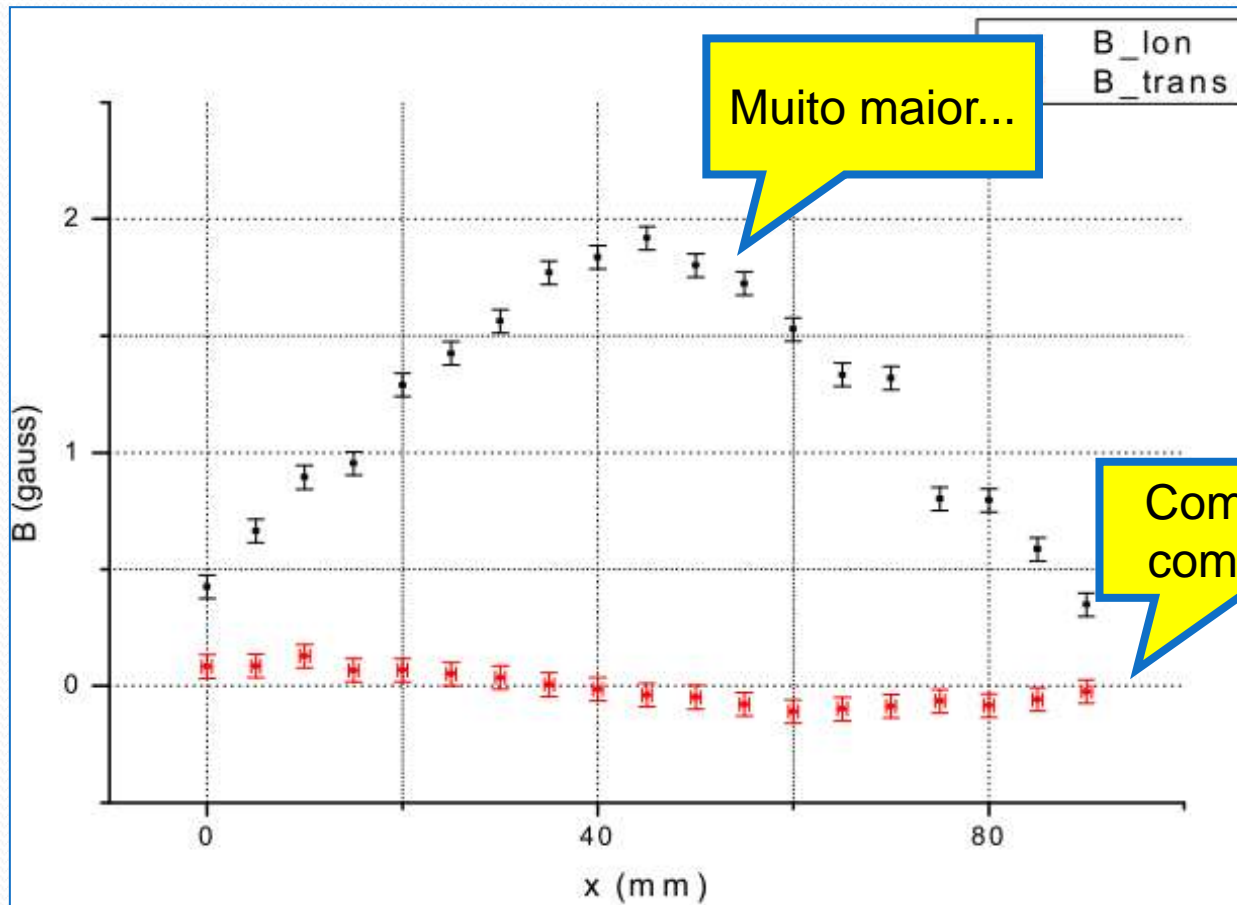


Sensor saturado...

- Um dos grupos saturou o sensor e não percebeu...

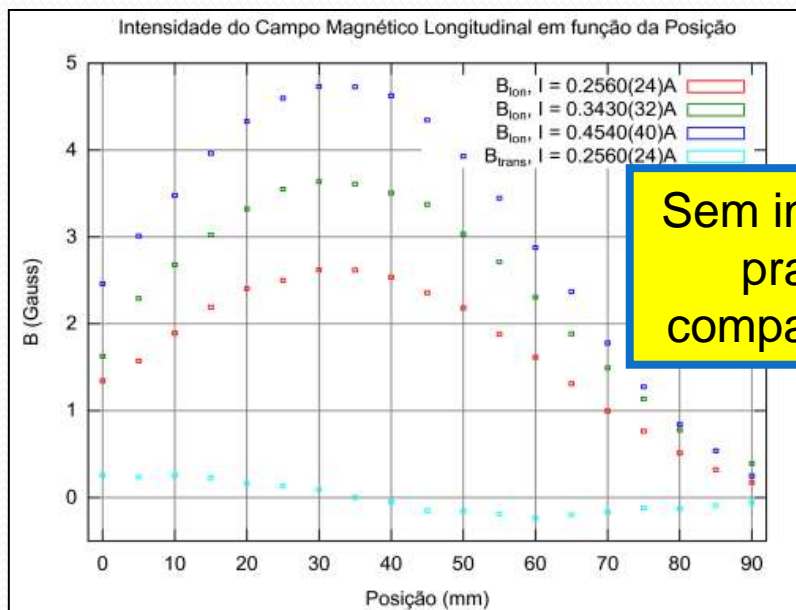
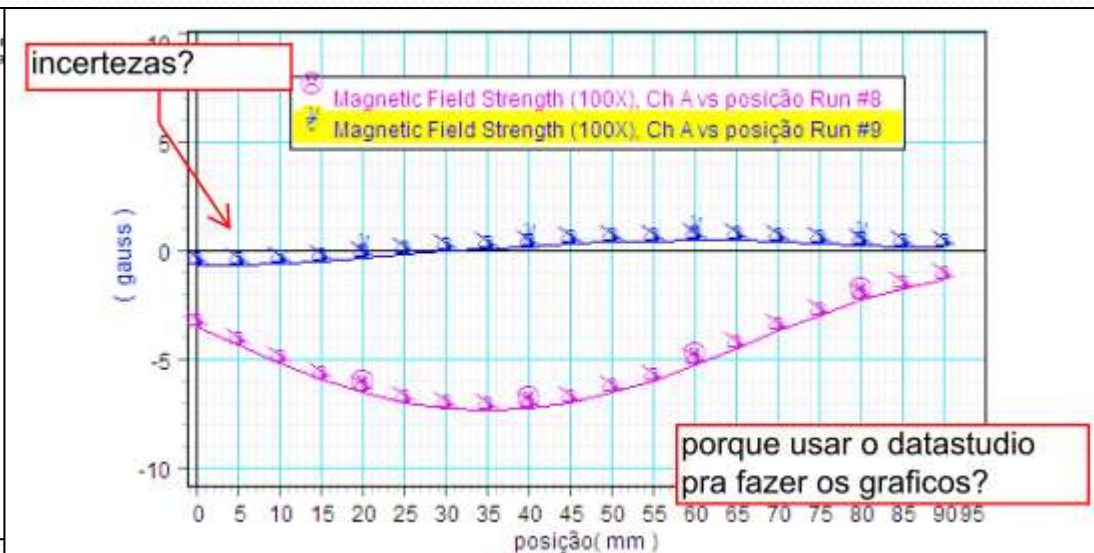
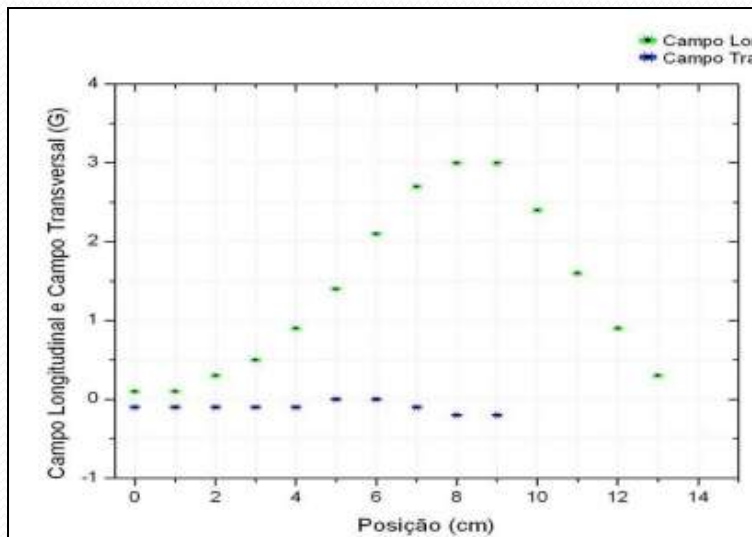


B transversal

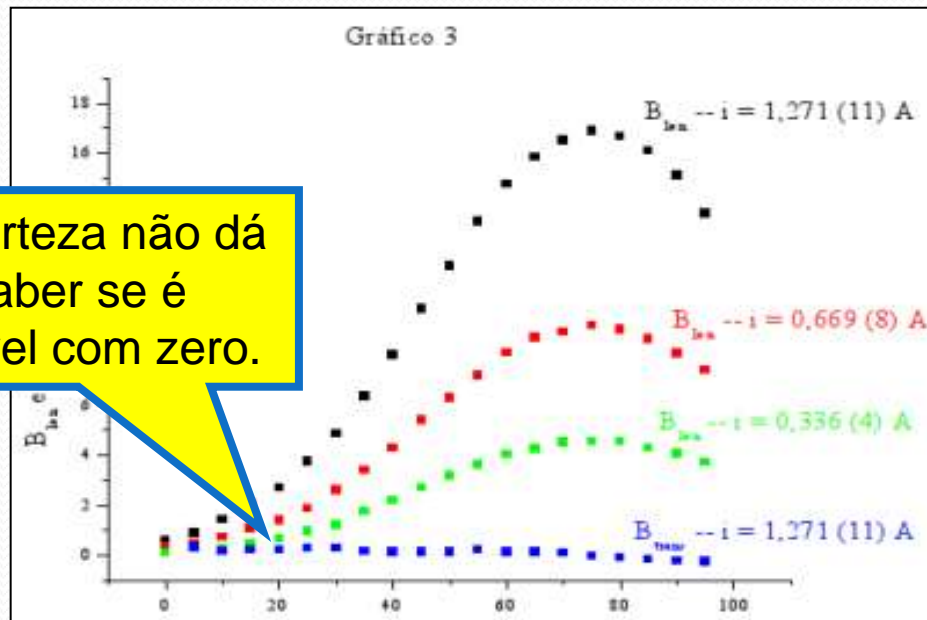


As bobinas foram montadas de modo que se esperava que o campo fluísse de uma bobina para a outra, ou seja, de modo que o campo tivesse apenas componente longitudinal. Como se pode ver pela **Figura 2**, o campo transversal é compatível com zero ao longo de todo o eixo x . Não foi preciso medir o campo em outros eixos, pois há uma simetria em torno do eixo y (longitudinal).

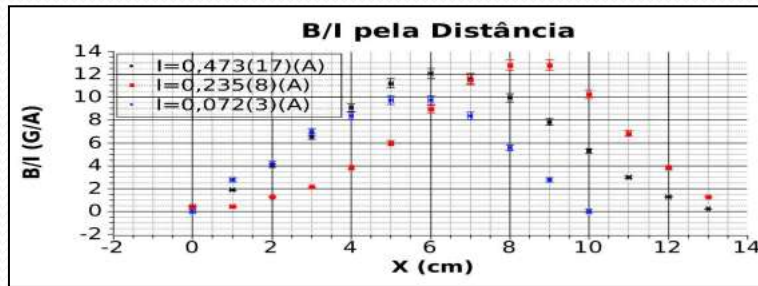
B transversal



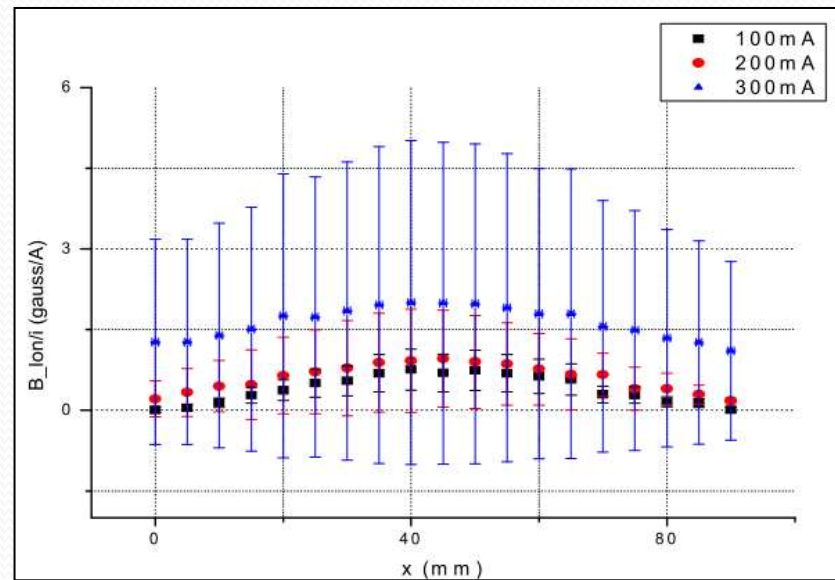
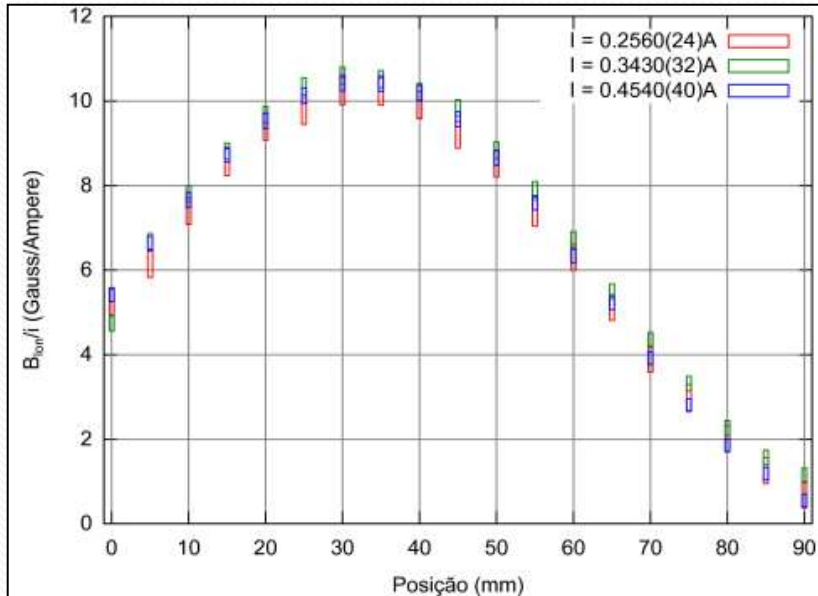
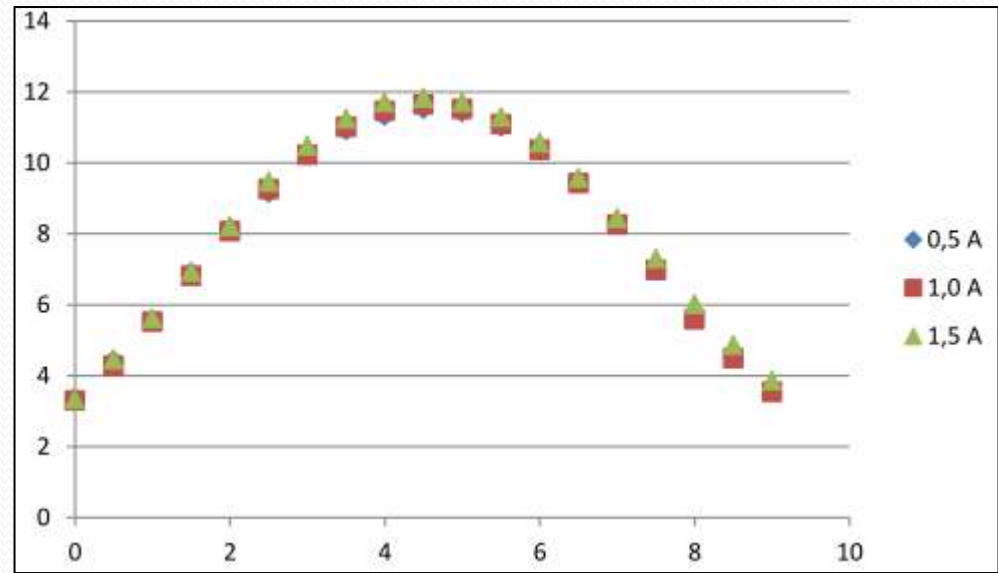
Sem incerteza não dá pra saber se é compatível com zero.



B/i

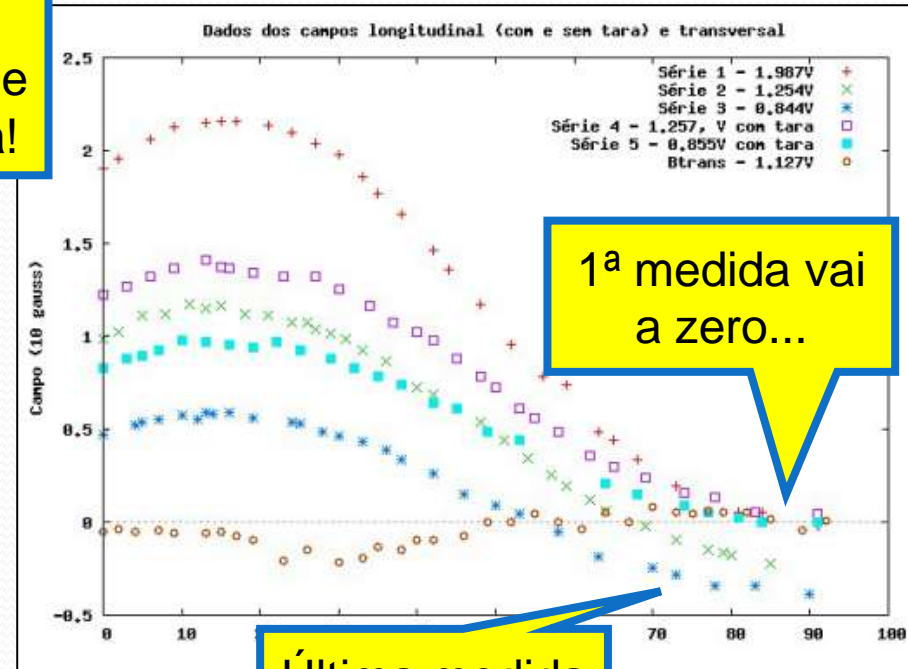
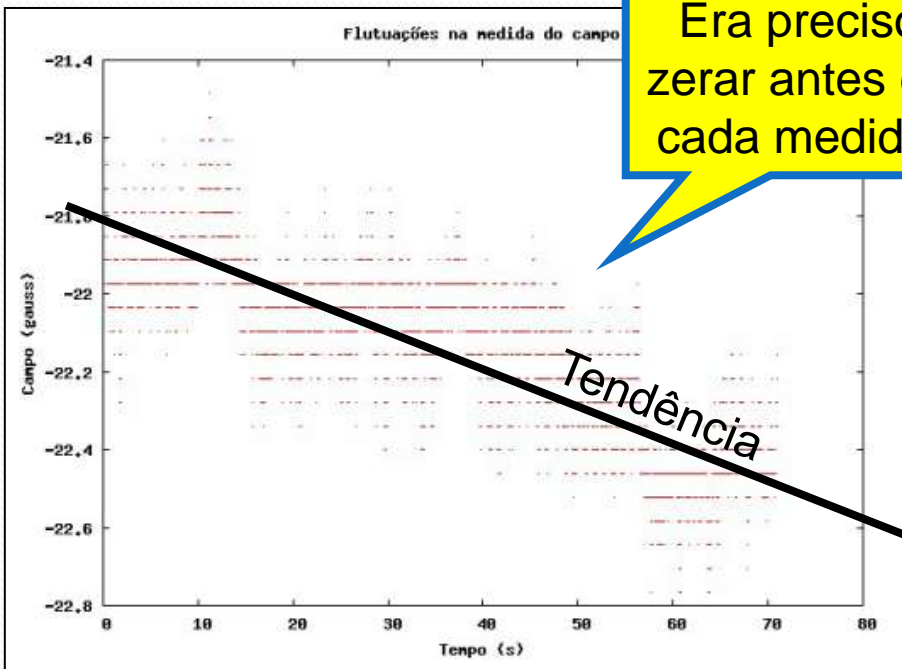


$$\mathbf{B} = \int \frac{\mu_0 I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{4\pi |r|^2}$$



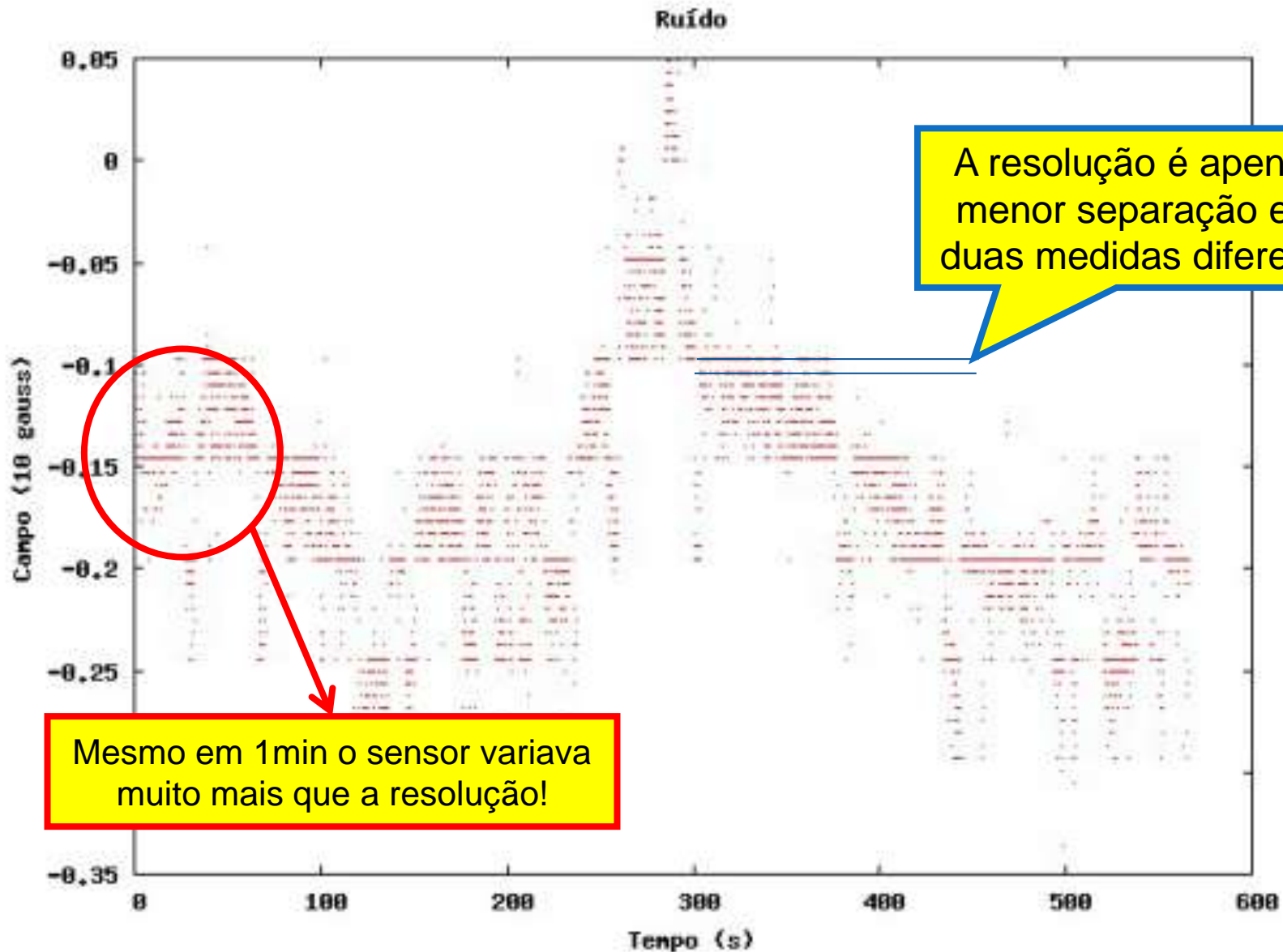
Análise de Erros – Sensor Hall – H09

Taramos o medidor com as bobinas desligadas e o deixamos rodar por aproximadamente 1 minuto parado no mesmo lugar entre as bobinas ligadas (gráfico 1). Nosso objetivo era extrair o desvio padrão de suas oscilações e utilizá-lo como incerteza instrumental. Ficou clara, entretanto, uma tendência nas flutuações, o que acarreta num erro sistemático.



Outra evidência clara disso se mostrou nas séries em que não tarávamos o medidor (gráfico 4). As séries 2 e 3 não foram taradas no começo, e se apresentam deslocadas em relação com as séries 4 e 5 (que foram feitas na mesma voltagem) como fruto do erro sistemático (as séries 1, 2 e 3 foram tomadas todas em seguida; percebendo dados negativos, taramos o PASCO no início das séries 4 e 5).

Análise de Erros – Sensor Hall – H09



A resolução é apenas a menor separação entre duas medidas diferentes!

Mesmo em 1min o sensor variava muito mais que a resolução!

Eletiva

- H4 Proposta para experiência eletiva
Fotossensor – LDR (Light Dependent Resistor)
Criar um fotossensor, de forma a estudar circuitos eletrônicos e efeito fotoelétrico.
A montagem permitirá acender ou apagar lâmpadas, acionar um motor elétrico etc.
- H5 Construção de radares para medições de velocidades de objetos pela diferença de tempo da interrupção do campo magnético formado por esses.
- H7 Levitação eletrodinâmica e eletromagnética.
- H8 Propomos a idéia de verificar experimentalmente a equação de Laplace ou a de Poisson para alguma estrutura previamente construída, na qual geremos um campo elétrico. Podemos comparar os dados obtidos com simulações numéricas das soluções dessas equações ou, se forem sistemas simples, com as próprias soluções analíticas.

Eletiva

Tivemos quatro idéias para a eletiva, que descreveremos brevemente.

5.1 Circuito ressonante com seleção de frequências

- construir um circuito ressonante
- usar ressonância para selecionar frequências (mudar frequência característica do circuito)
- se possível, usá-lo como detector para espectroscopia na faixa de rádio

H9

5.2 Resistência negativa

- há circuitos que apresentam resistência negativa em sua curva característica
- isso faz com que sejam biestáveis (dois estados de "equilíbrio")
- é possível usar a transição para fazer contadores

As outras duas são: Voador eletrostático e armadilha de íons, sobre essas últimas mandaremos um e-mail com maiores detalhes.

Outra proposta para a eletiva é usar plasma/eletricidade para transmitir música a partir de uma fonte sonora. Há vários vídeos sobre isso, mas eu não sei exatamente qual foi editado e qual não foi. Um exemplo seria esse: <http://www.youtube.com/watch?v=fRqj374cc2o> . Uma das vantagens dessa proposta é que ela tem em comum características com essa experiência, como por exemplo medir o campo elétrico gerado ou até mesmo como o campo magnético varia com a frequência do plasma. Outra vantagem é que une as experiências do Lab II (ondas) com as do Lab III.

H14

Exp. 2 – Seletor de Velocidades

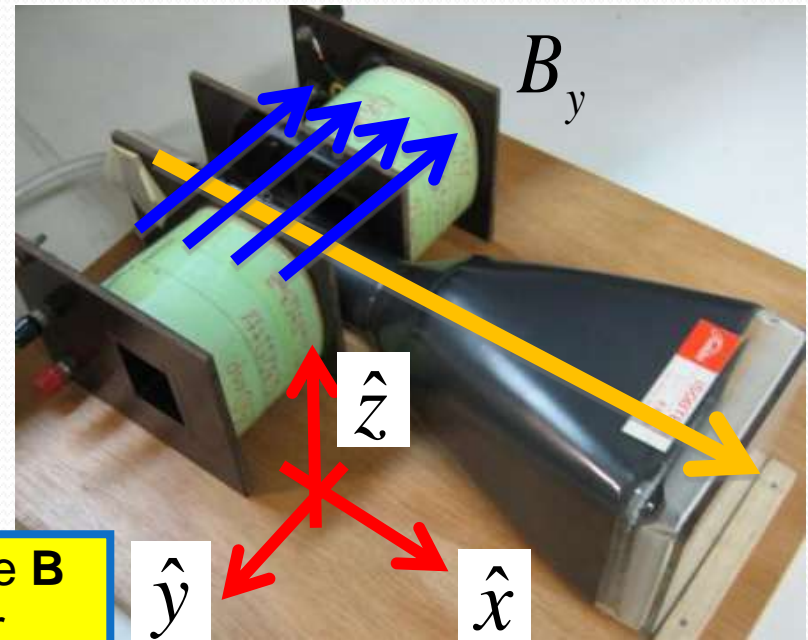
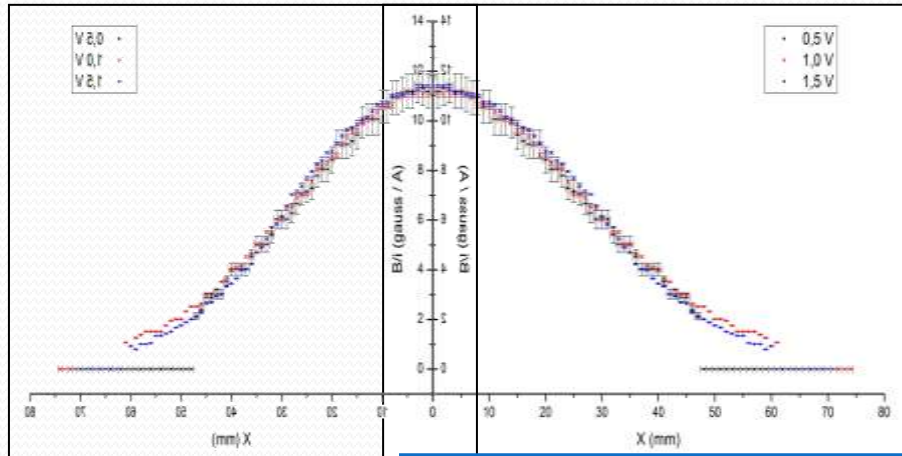
PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
 - Movimento em campo elétrico
- Semana 2
 - Movimento em campo magnético
- Semana 3
 - Simular o campo elétrico e mapear o campo elétrico
- Semana 4
 - Calibrar o seletor + Modelo Teórico
- Semana 5
 - Obter a resolução do seletor de velocidades

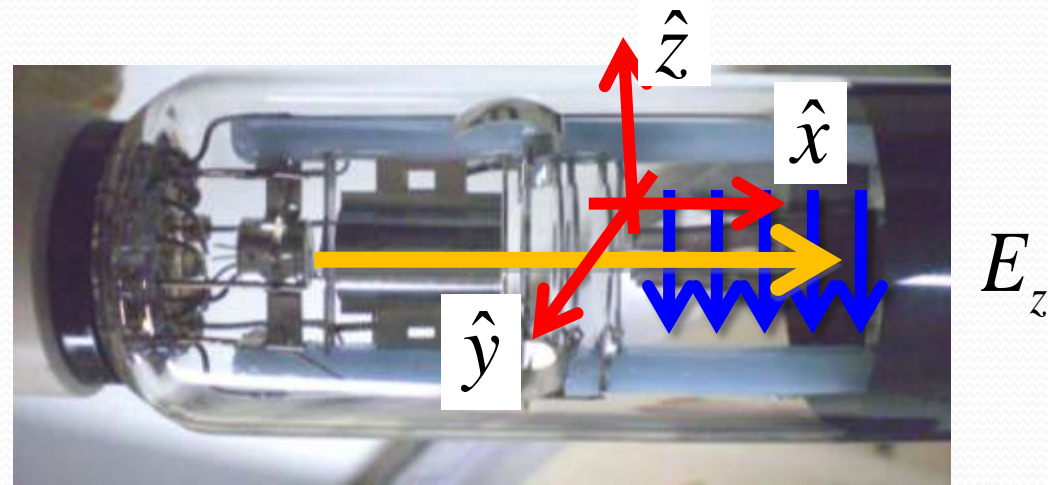
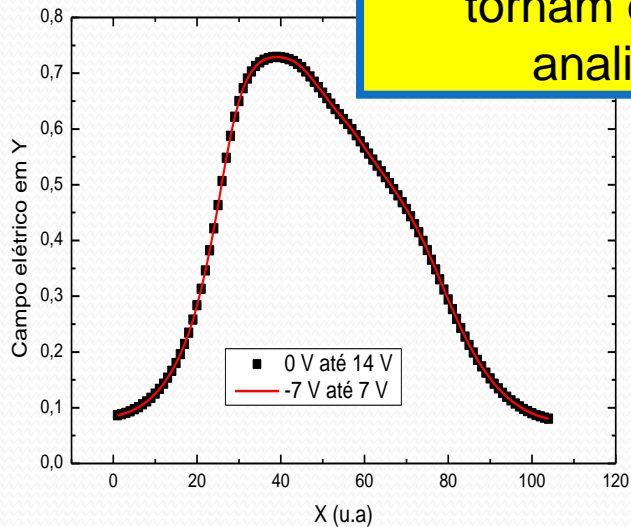


Modelo Teórico para o Seletor

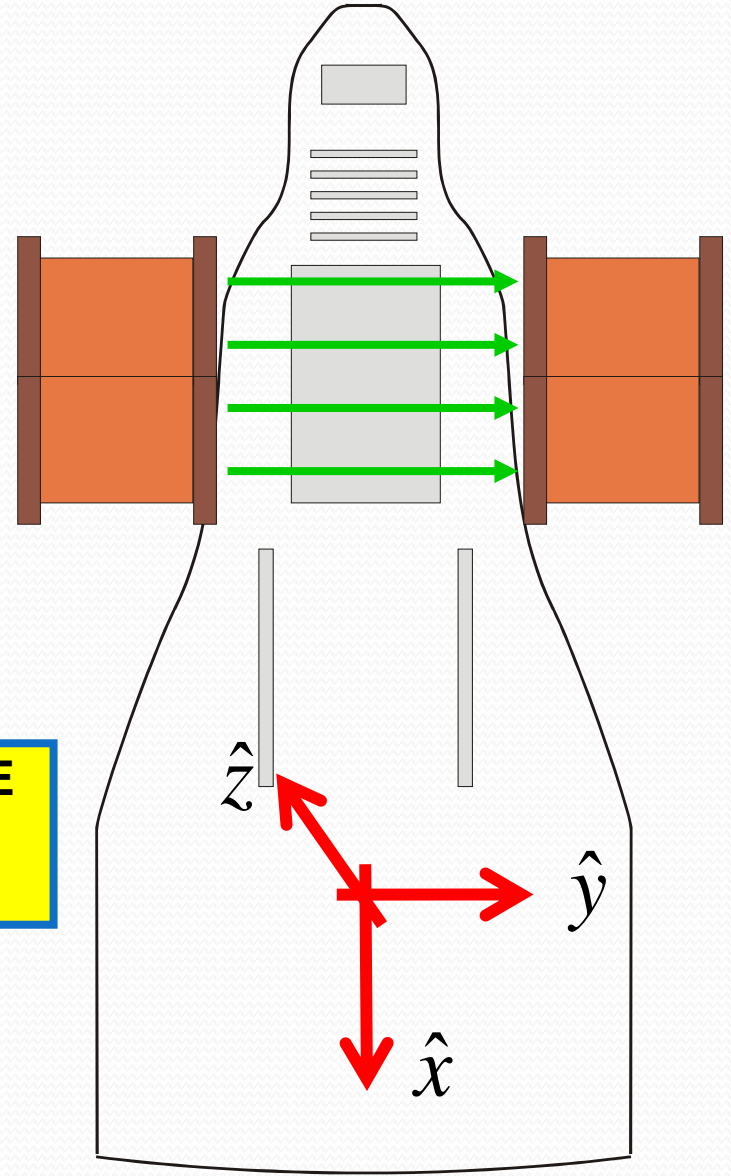
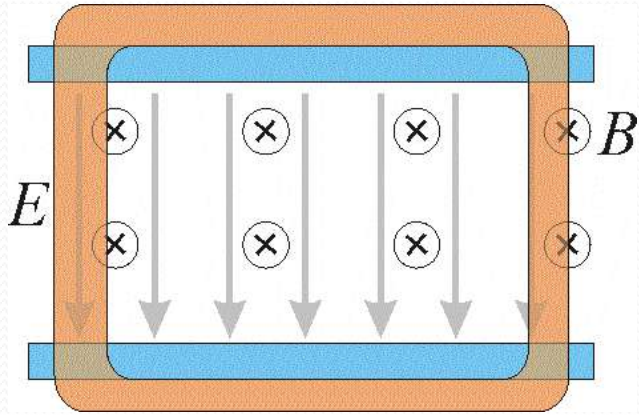
Seletor de velocidades - REAL



Variação espacial de E e B tornam difícil resolver analiticamente!

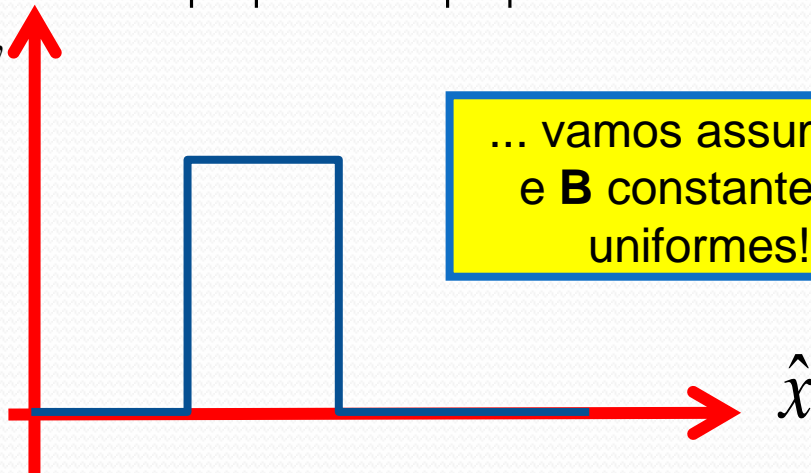


Seletor de velocidades - IDEAL

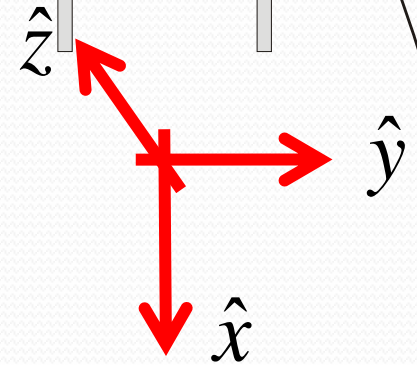


$$|\vec{E}| = E_z, |\vec{B}| = B_y$$

E_z, B_y

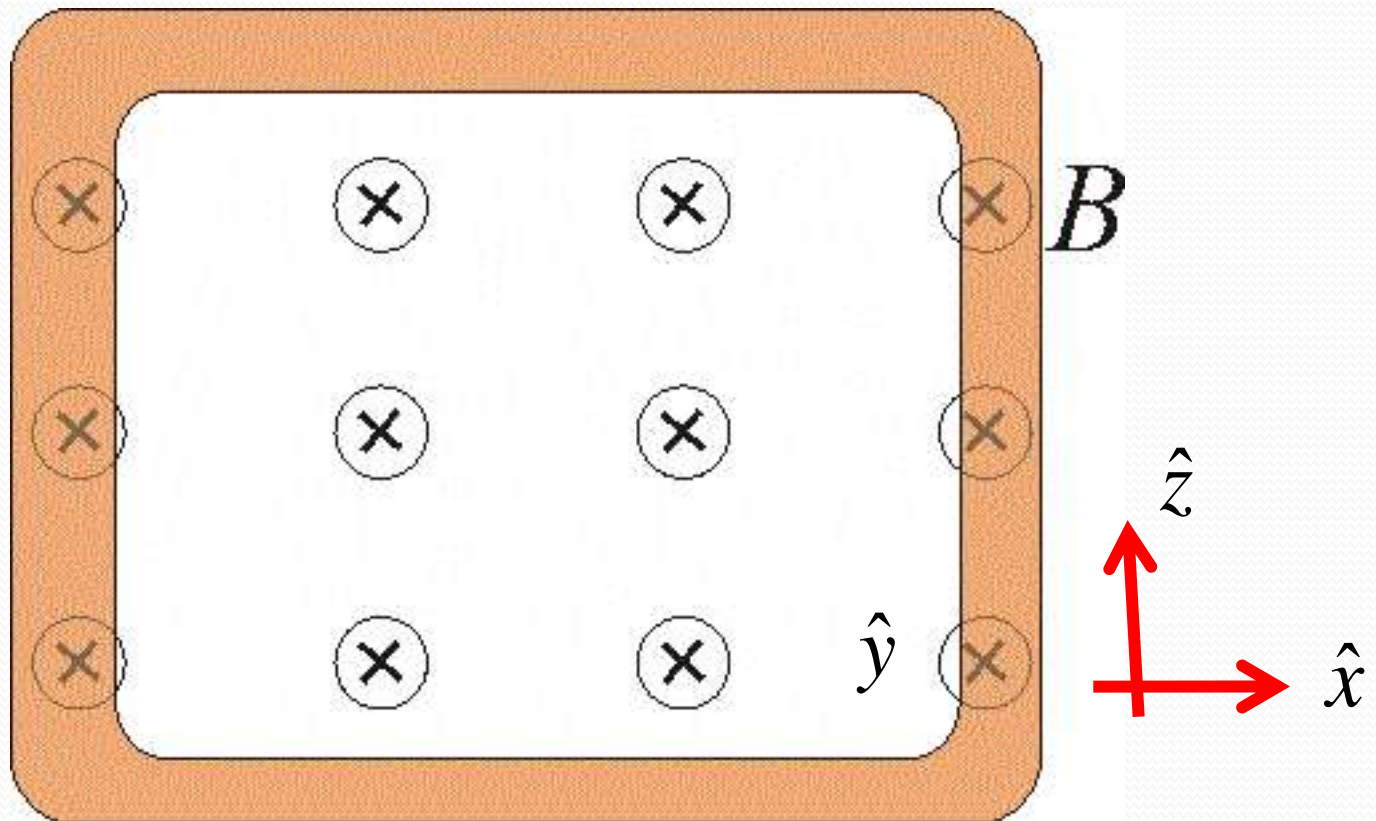


... vamos assumir \mathbf{E}
e \mathbf{B} constantes e
uniformes!



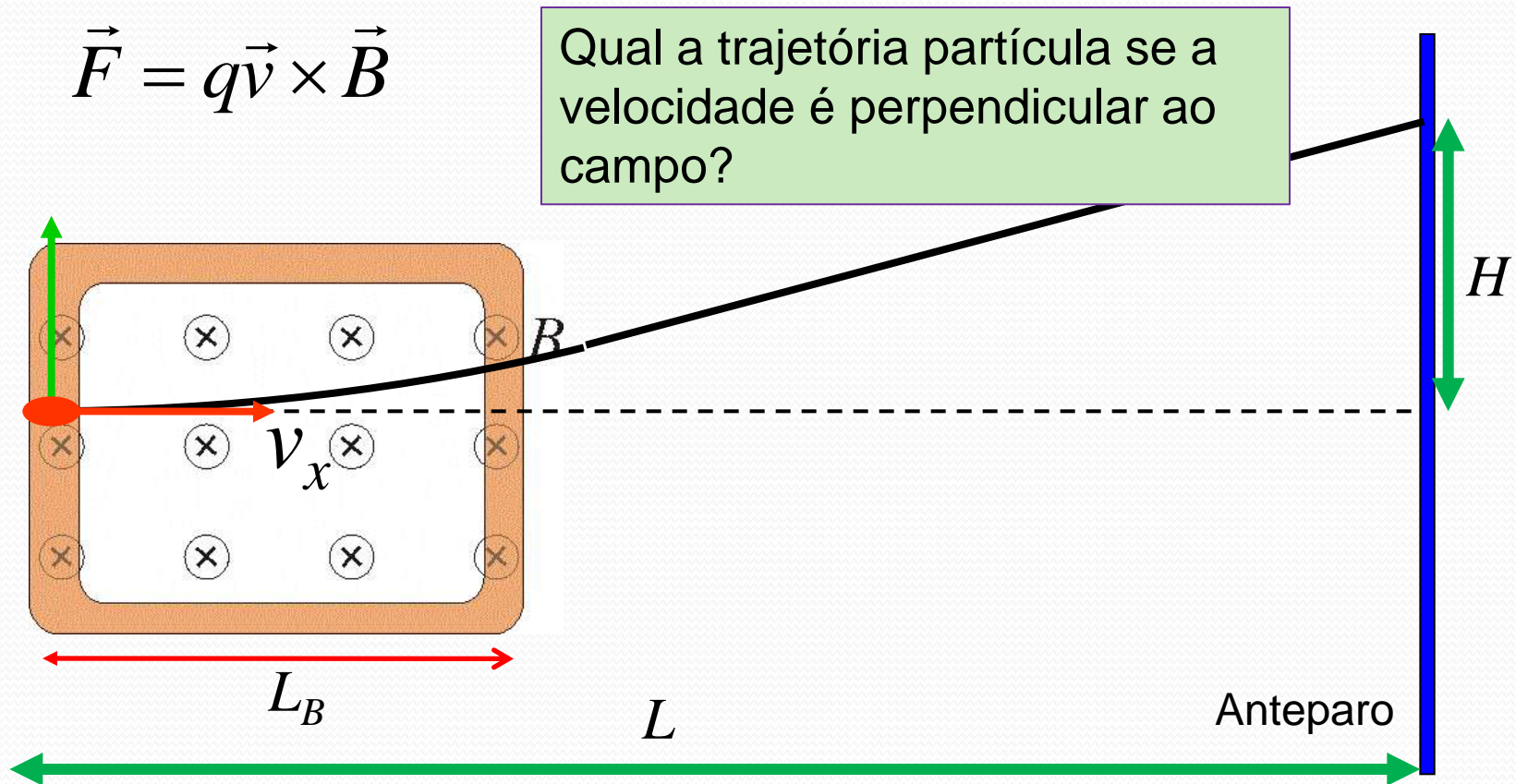
Campo magnético IDEAL

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas.



Movimento em campo idealizado

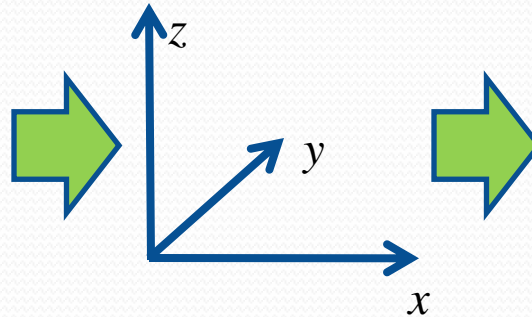
- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas



Movimento em campo idealizado

- Fazendo o produto vetorial para calcular a força:

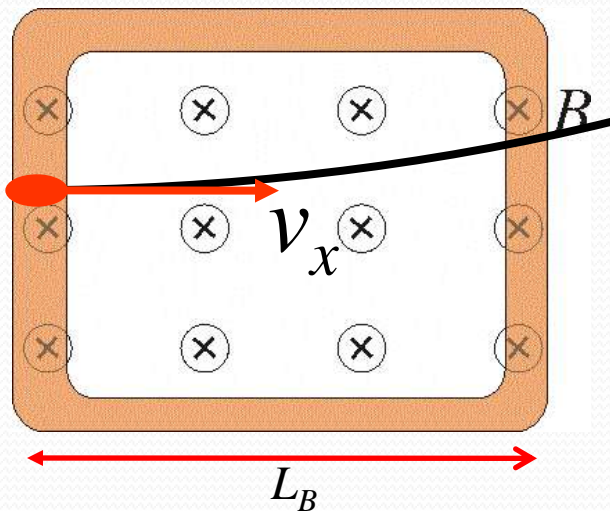
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

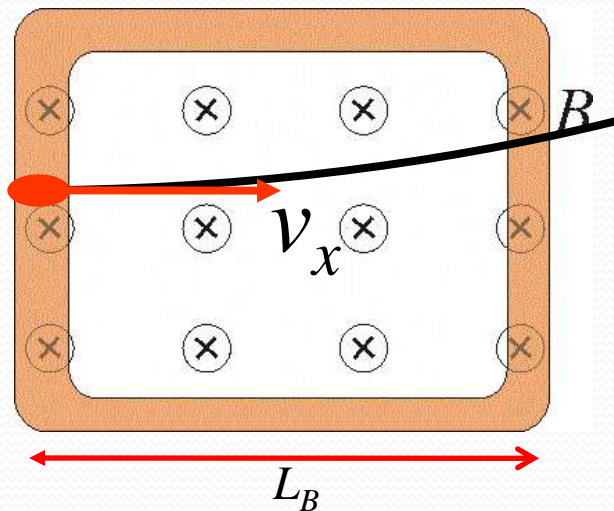


$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix}$$

Movimento em campo idealizado

- Chegamos a duas equações acopladas para as velocidades:

$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = qB(v_x \hat{k} - v_z \hat{i}) \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} F_x &= -qBv_z \\ F_z &= qBv_x \end{aligned}$$



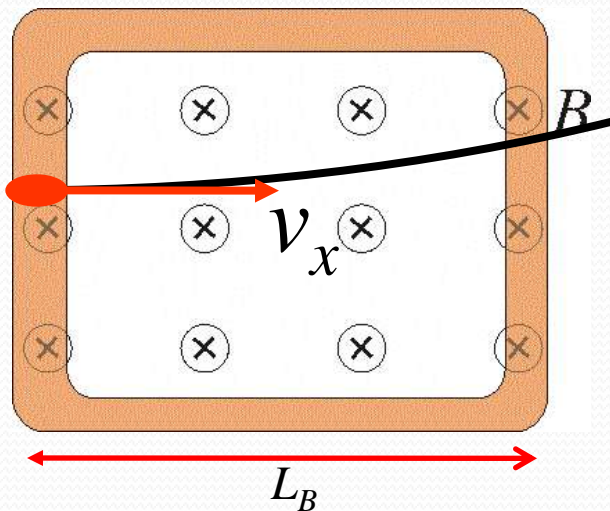
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\overbrace{\frac{qB}{m}}^{\omega} v_z \\ \frac{d}{dt} v_z &= \frac{qB}{m} v_x \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{d}{dt} v_x = -\omega v_z \\ \frac{d}{dt} v_z = \omega v_x \end{cases}$$

Movimento em campo idealizado

- Que podem ser resolvidas derivando uma delas em t

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\omega v_z & \Rightarrow & \frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega \frac{d}{dt} v_z & \Rightarrow & \frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega^2 v_x \\ \frac{d}{dt} v_z &= \omega v_x & & & & \end{aligned}$$



$$v_x = v_{0x} \cos(\omega t)$$

$$v_z = v_{0x} \sin(\omega t)$$

Movimento em campo idealizado

- E podemos encontrar a equação da órbita

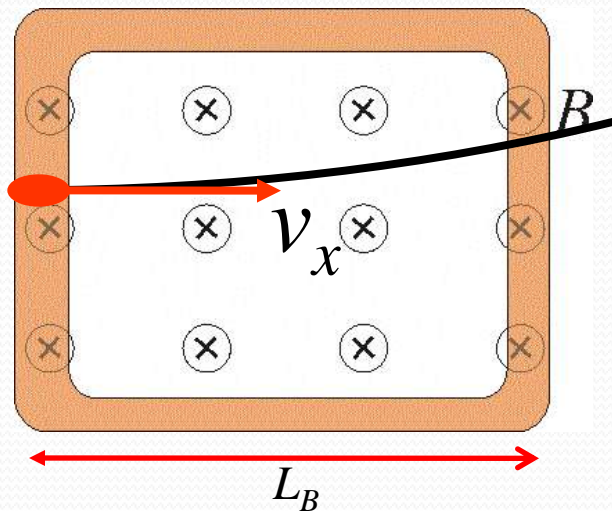
$$\frac{dx}{dt} = v_{0x} \cos(\omega t)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_{0x} \sin(\omega t)$$



$$x = \frac{v_{0x}}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$z = -\frac{v_{0x}}{\omega} \cos(\omega t)$$



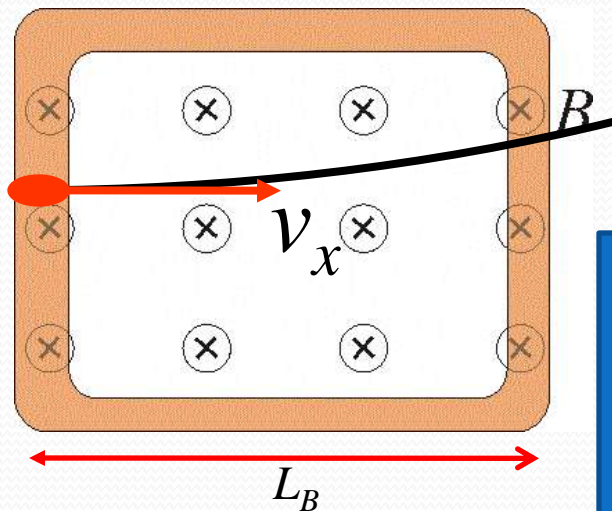
Qual é a trajetória descrita por estas equações?

Movimento em campo idealizado

- É uma órbita circular!

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{v_{0x}}{\omega} \right)^2$$

Equação de uma circunferência de raio v_{0x}/ω



$$R = \frac{v_{0x}}{\omega} = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

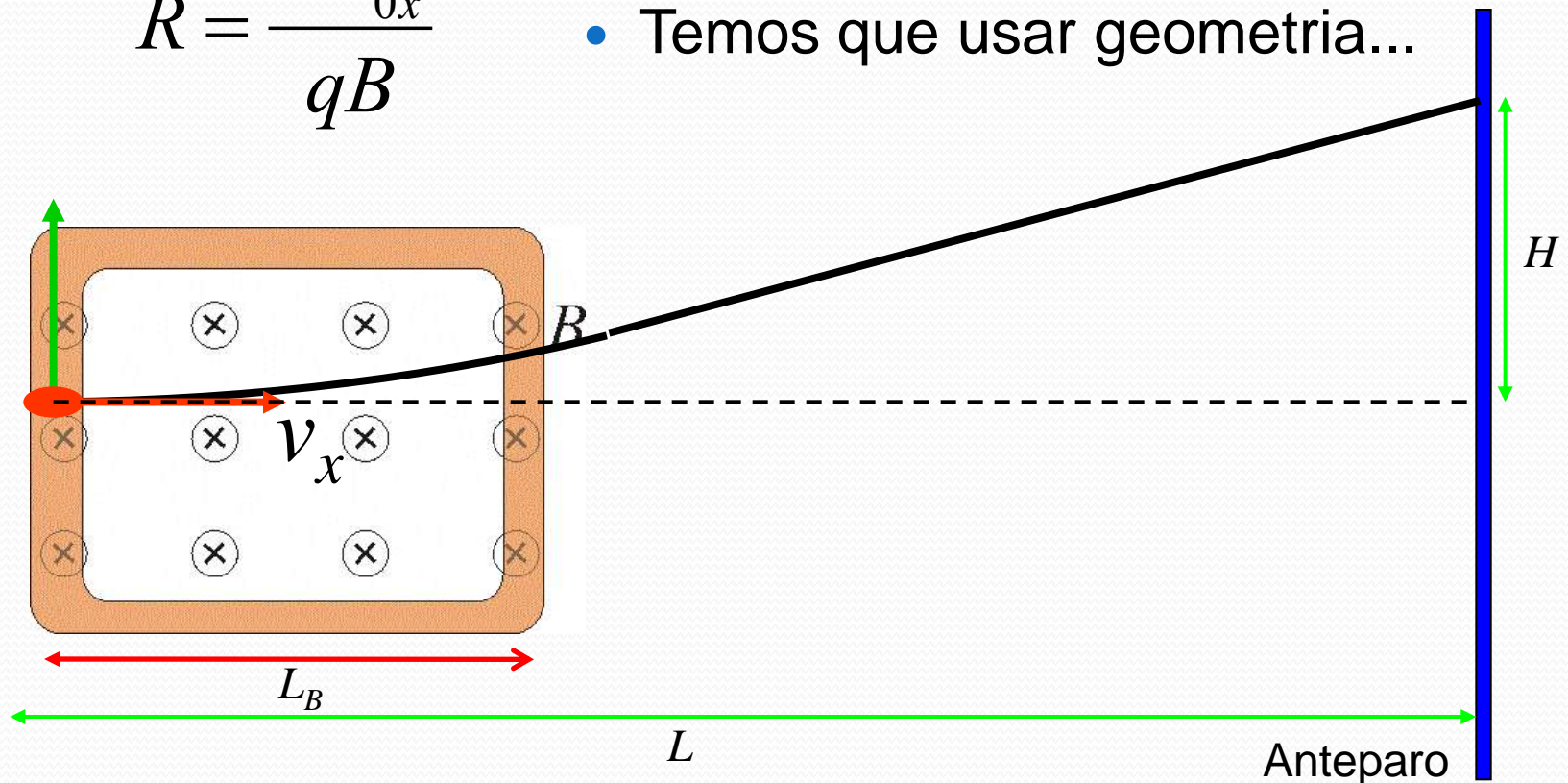
O resultado é bastante intuitivo! Sendo a força magnética perpendicular à velocidade ela é centrípeta e a trajetória é “circular”

Movimento em campo idealizado

- Trajetória circular na região do campo magnético

$$R = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

- Qual é o deslocamento H na tela do TRC?
- Temos que usar geometria...





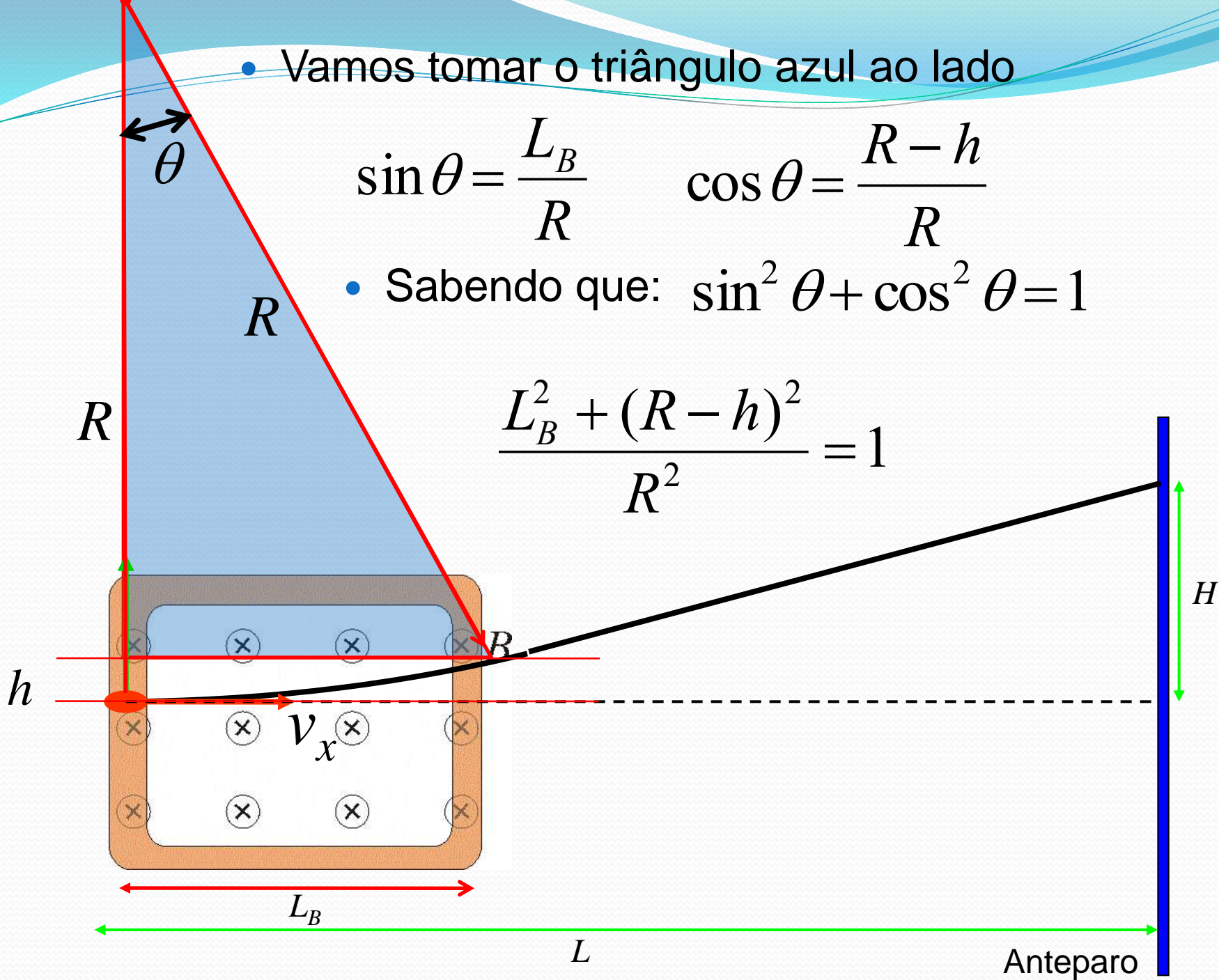
Deslocamento x Campo **B**

- Vamos tomar o triângulo azul ao lado

$$\sin \theta = \frac{L_B}{R} \quad \cos \theta = \frac{R-h}{R}$$

- Sabendo que: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\frac{L_B^2 + (R-h)^2}{R^2} = 1$$



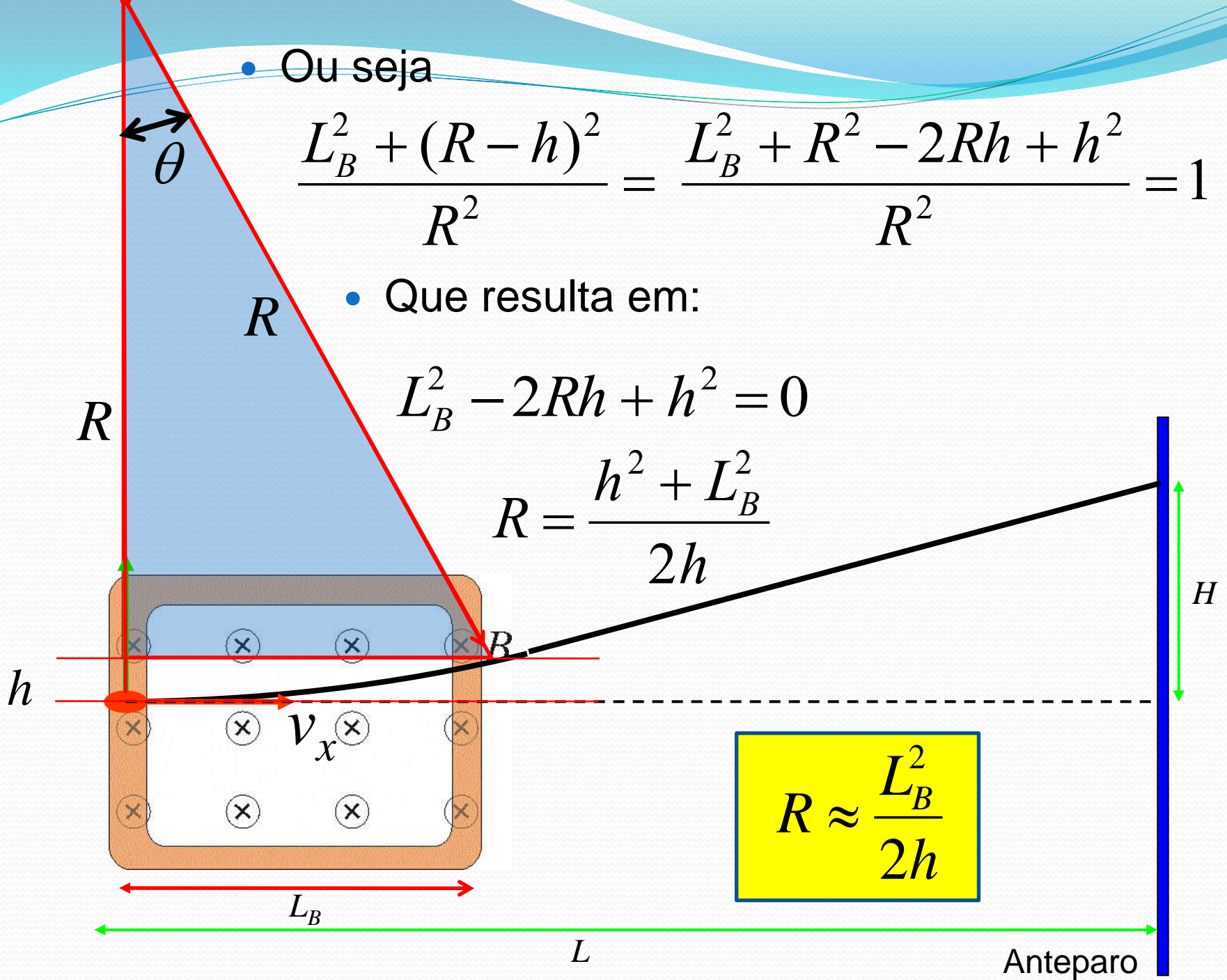
- Ou seja

$$\frac{L_B^2 + (R - h)^2}{R^2} = \frac{L_B^2 + R^2 - 2Rh + h^2}{R^2} = 1$$

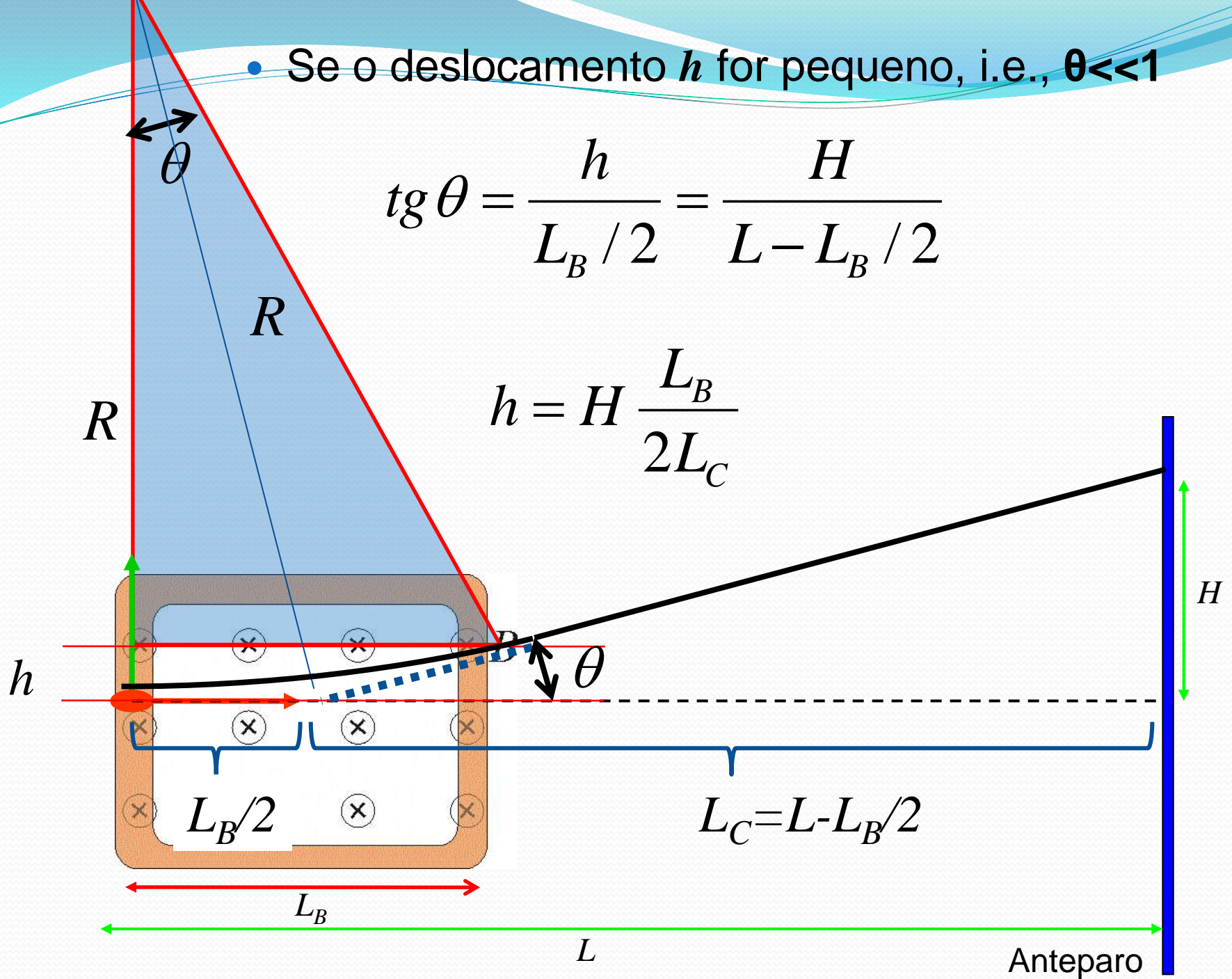
- Que resulta em:

$$L_B^2 - 2Rh + h^2 = 0$$

$$R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$$



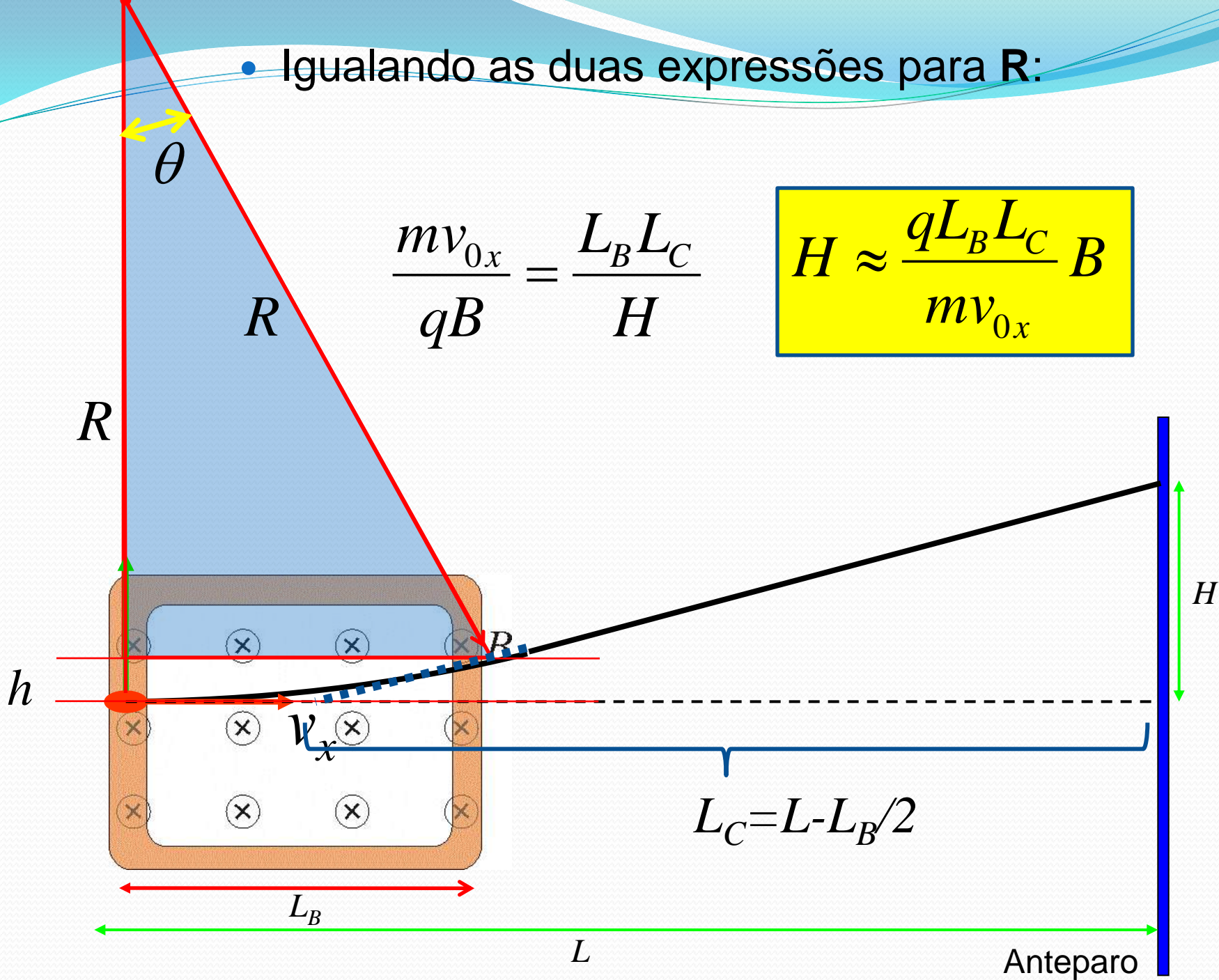
- Se o deslocamento h for pequeno, i.e., $\theta \ll 1$



- Igualando as duas expressões para R:

$$\frac{mv_{0x}}{qB} = \frac{L_B L_C}{H}$$

$$H \approx \frac{qL_B L_C}{mv_{0x}} B$$

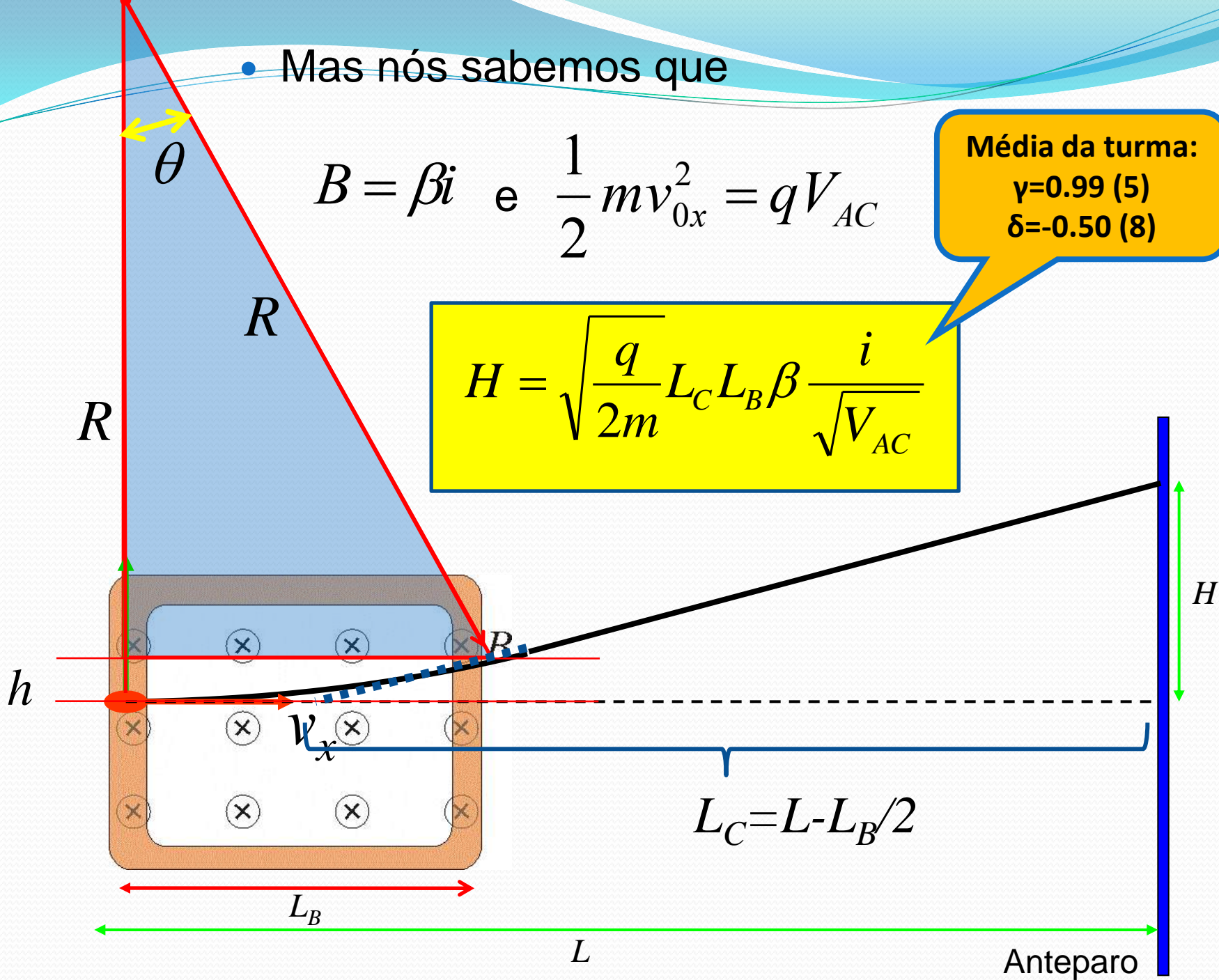


- Mas nós sabemos que

$$B = \beta i \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} m v_{0x}^2 = q V_{AC}$$

Média da turma:
 $\gamma = 0.99$ (5)
 $\delta = -0.50$ (8)

$$H = \sqrt{\frac{q}{2m}} L_C L_B \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$

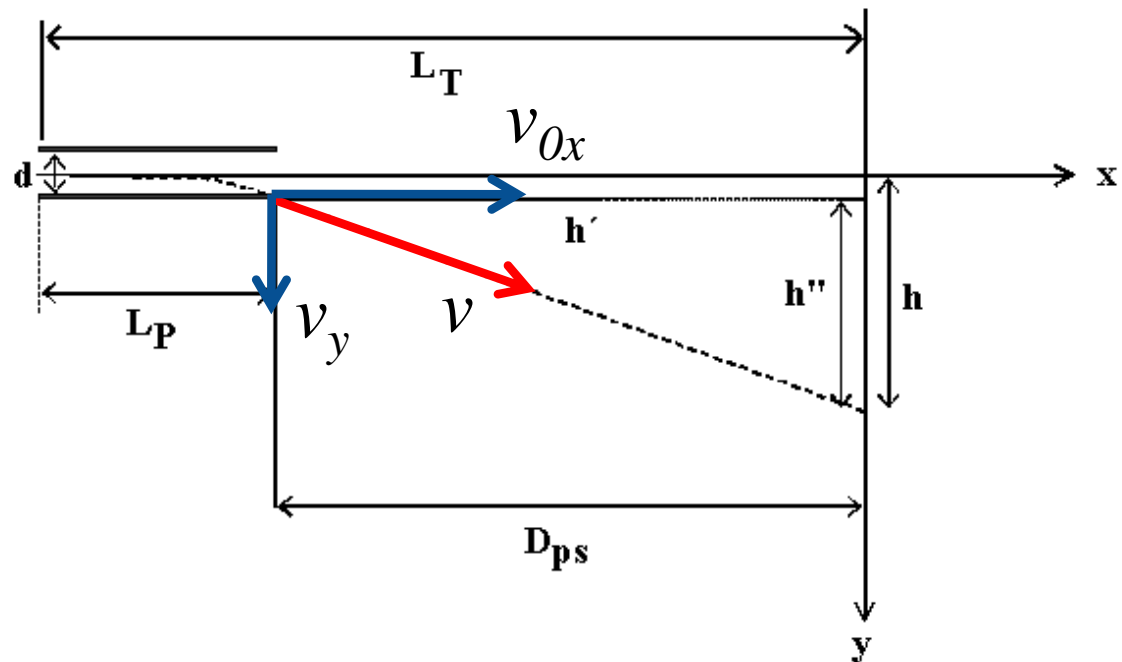


Para entregar – Parte 1

- A partir das medidas da semana 2, verifique se a fórmula teórica é válida
 - Compare o valor dos expoentes e da constante
- Qual o significado físico do termo $L_B\beta$?
 - Estime seu valor a partir dos dados da semana 3
 - Qual seria o comprimento das bobinas ideais? É possível calcular?
- Usando os dados das semanas 2 e 3, estime a razão carga/massa do elétron.

Para entregar – Parte 2

- Usando a notação abaixo, deduza o modelo teórico para o movimento do elétron criado por um capacitor ideal
 - Coloque a dedução em um apêndice da síntese
- Compare o seu modelo com os dados da semana 1, observando o valor dos expoentes e das constantes
- Comente e discuta





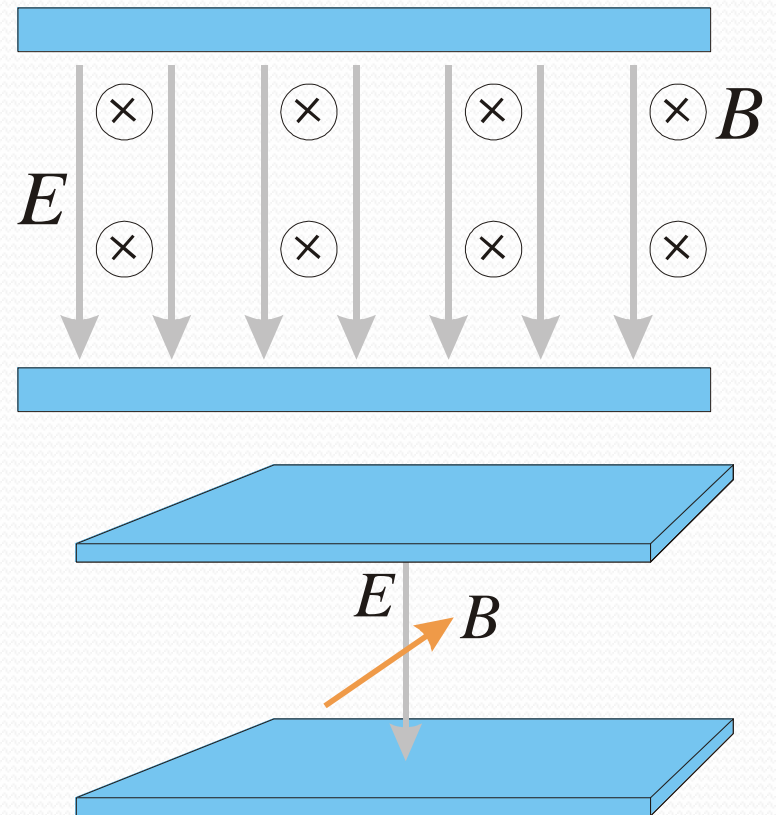
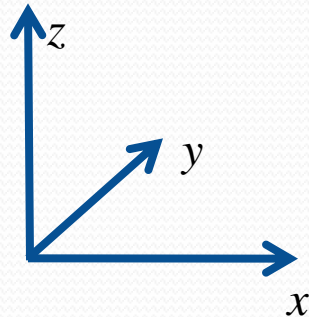
Calibração do Seletor

Objeto de estudo: o Filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade *inicial* da partícula incidente

Podemos resolver se simplificarmos o problema...

$$m \frac{d}{dt} \vec{v} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



Movimento em campo idealizado

- Vamos considerar os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} constantes e resolver o movimento na região onde $\mathbf{F}_r \neq 0$

$$m \frac{d}{dt} \vec{v} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



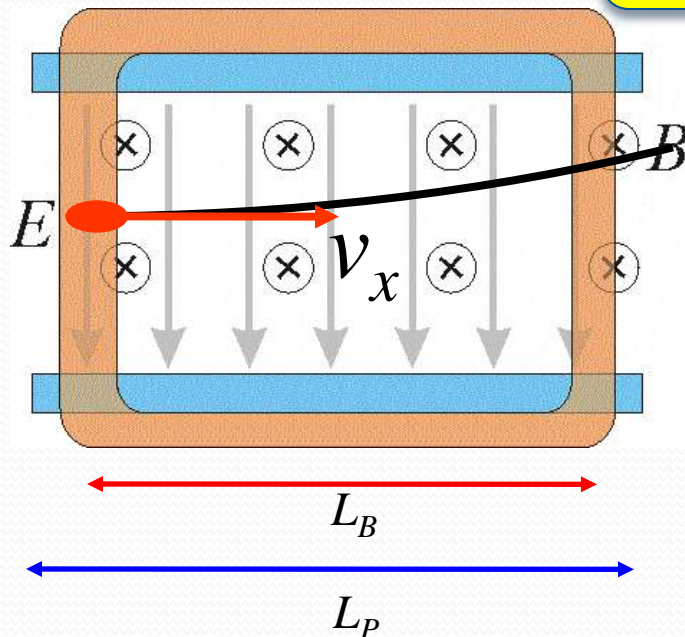
$$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B \hat{j}$$

$$\vec{E} = -E \hat{k}$$

$$B(v_x \hat{k} - v_z \hat{i})$$



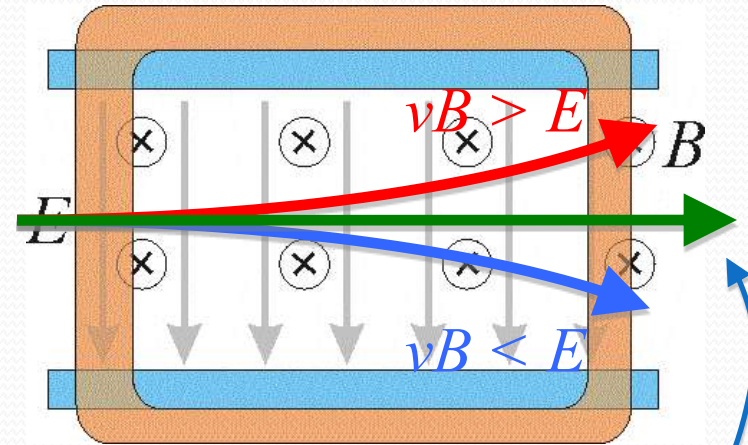
$$m \frac{d}{dt} \vec{v} = q(v_x B - E) \hat{k} - qBv_z \hat{i}$$

Precisamos resolver?

Vamos olhar de perto este seletor

- Qual é a condição na qual a partícula não sofre desvio?

$$m \frac{d}{dt} \vec{v} = q(v_x B - E) \hat{k} - qBv_z \hat{i}$$



- Condição de força resultante nula:

v_z inicial é nula. Se não houver força em Z isto não muda

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

$$\vec{F} = q(v_x B - E) \hat{k} - qBv_z \hat{i} = 0$$

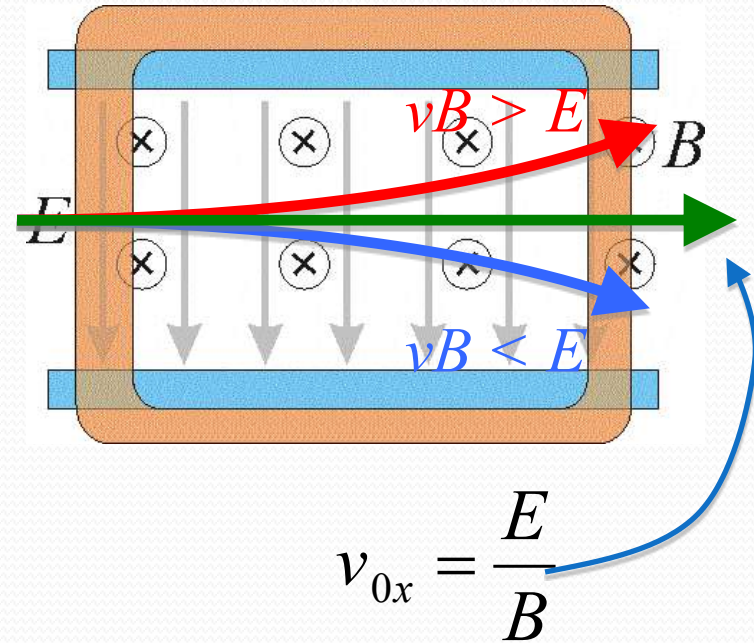
$$v_{0x} B - E = 0 \quad v_{0x} = \frac{E}{B}$$

Se a velocidade da partícula for igual à razão entre campo elétrico e magnético o desvio sofrido é nulo

Calibração do seletor

- Nós sabemos também que o campo elétrico é proporcional à tensão entre as placas e que o campo magnético é proporcional à corrente nas bobinas, ou seja:

$$|\vec{E}| = \frac{V_P}{d}, \quad |\vec{B}| = \beta i$$



$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

Calibração do seletor

- Ou seja, para a velocidade de filtro, sem desvio:

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

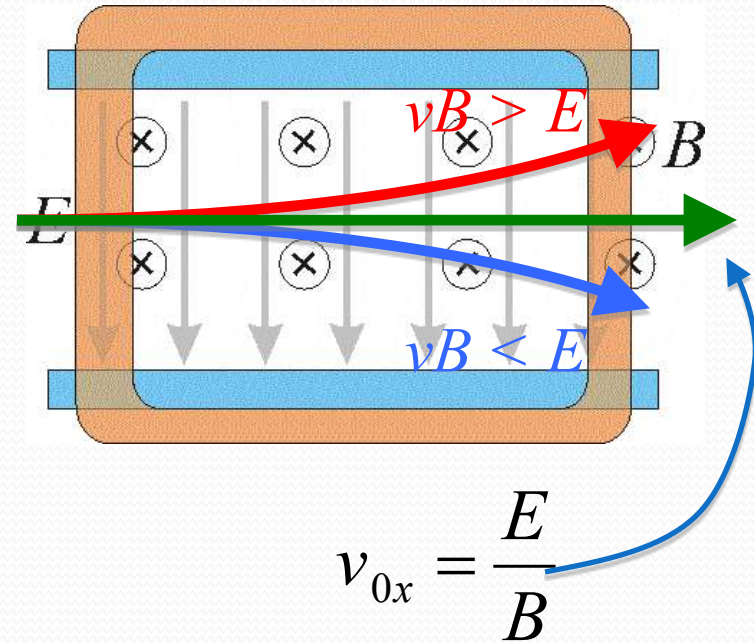
- Podemos fazer que:

$$v_{0x} = \frac{1}{\beta d} \frac{V_P}{i}$$

- Ou seja:

$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

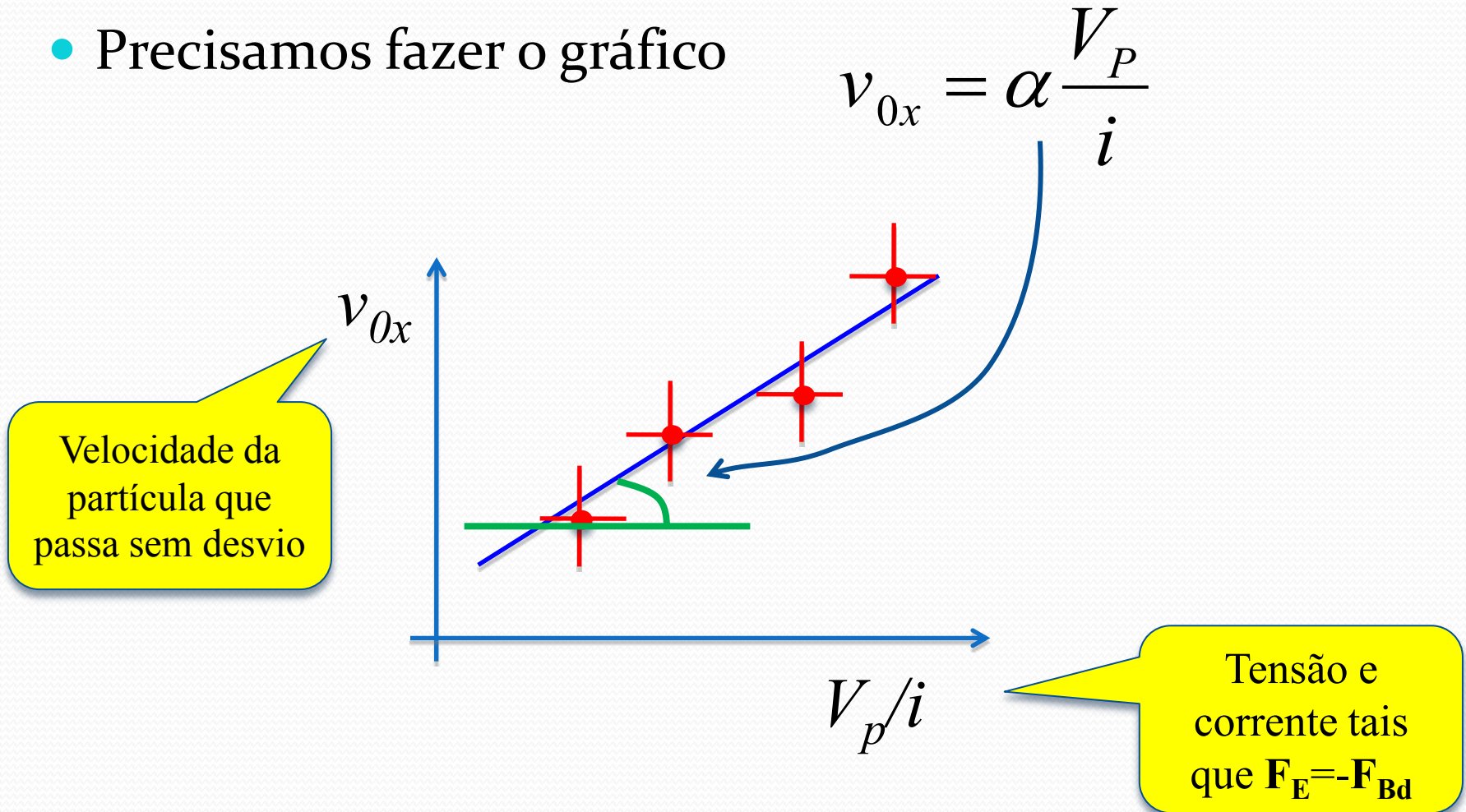
Selecionamos as velocidades apenas controlando V_p e i . α é a constante de calibração!



Só vale para a partícula que passa reto

Como calibrar o seletor e obter α ?

- Precisamos fazer o gráfico

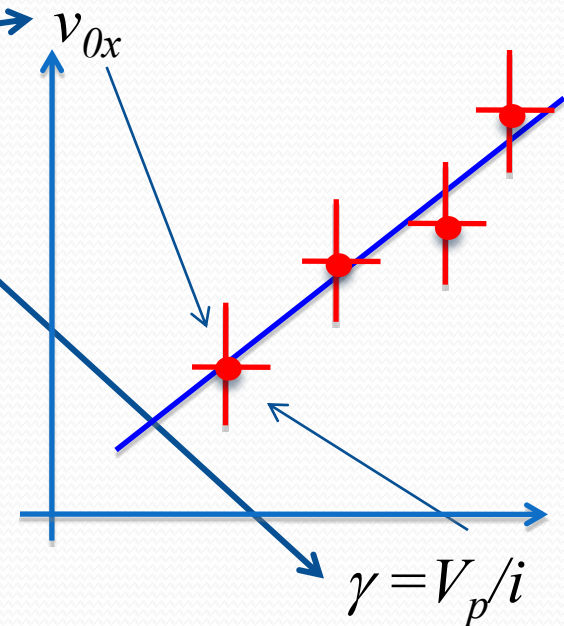
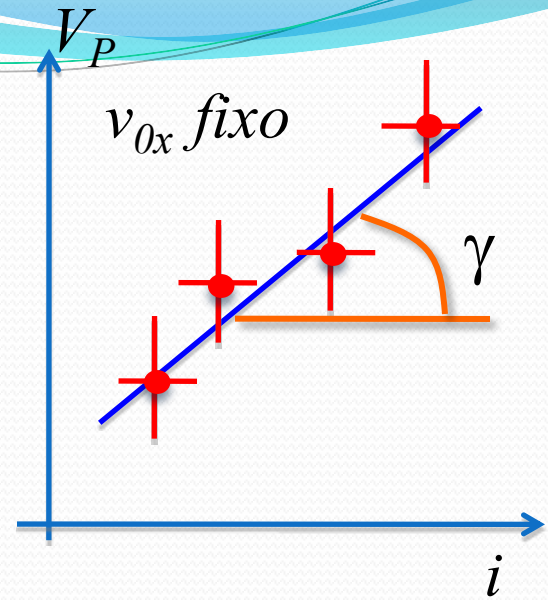


- Como obter cada ponto do gráfico de forma precisa?

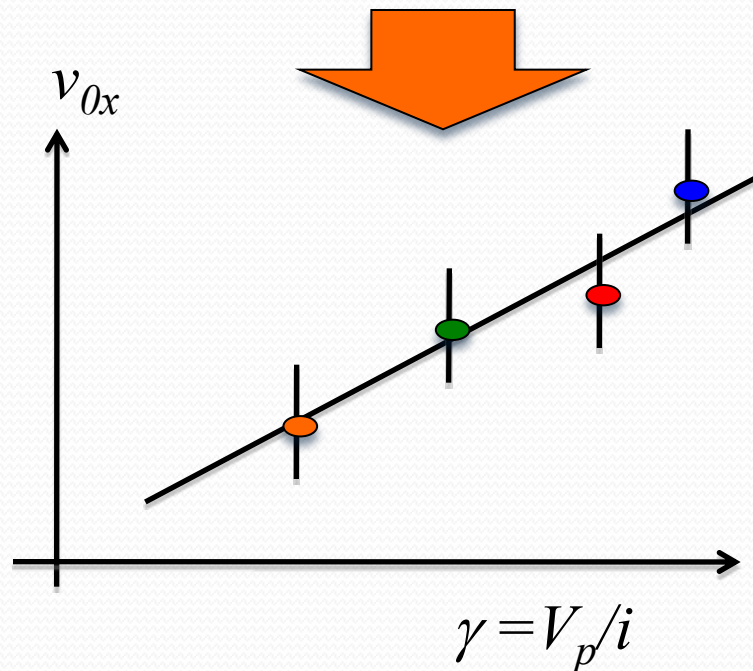
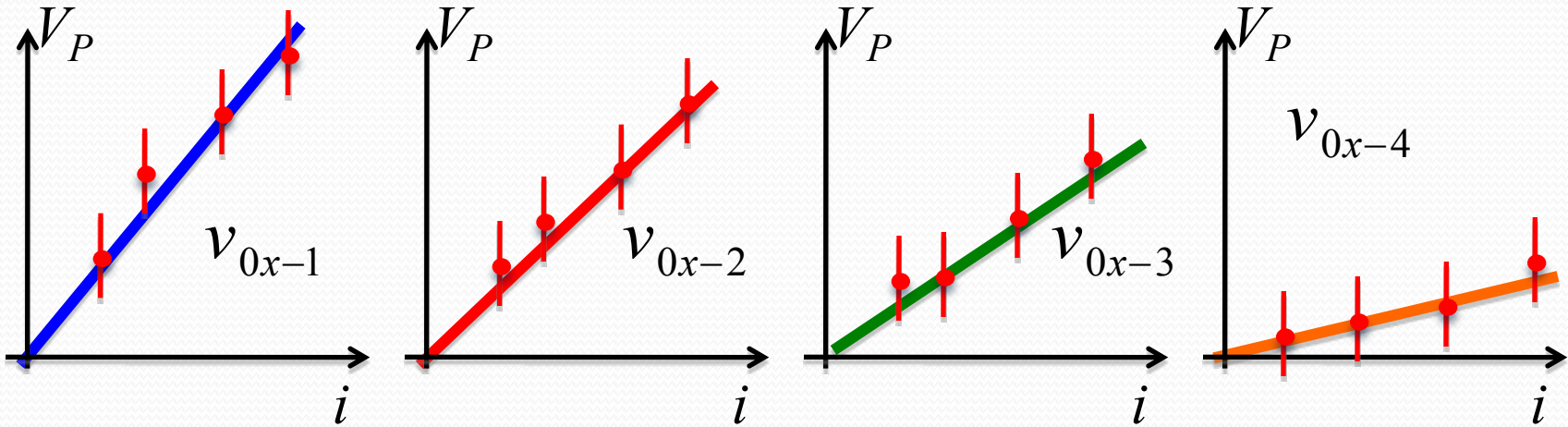
Procedimento

$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

- Selecione uma tensão de aceleração (V_{AC}) e obtenha v_{0x} .
- Com tensão entre as placas NULA ($V_P = 0$)
 - 1) Ajuste a corrente (i) para que o deslocamento devido ao campo magnético seja 1 cm. Meça i .
 - 2) Ajuste a tensão entre as placas para compensar este deslocamento e voltar a partícula para a origem. Meça V_P .
 - 3) Repita os passos (1)-(2) para $h=1, 2, 3$ cm, etc...
 - 4) Faça o gráfico de V_P em função de i para estes dados (estão todos no mesmo v_{0x})
 - 5) O coeficiente angular obtido é a razão $\gamma = V_P/i$ para o v_{0x} selecionado.
- Repita os passos acima para, pelo menos, mais 3 valores de v_{0x} (V_{AC}) e faça o gráfico v_{0x} vs γ
 - Total de pelo menos 4 pontos



Calibração do seletor



$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

Para entregar – Parte 3

- Calibrar o seletor de velocidades
 - Obter a constante α que relaciona a velocidade de filtro com a tensão entre as placas e a corrente nas bobinas
 - Um único gráfico com os ajustes de V_p em função da corrente, uma curva/ajuste para cada v_{0x}
 - Gráfico ajustado de v_{0x} em função de V_p/i , pontos estes obtidos dos ajustes acima.
 - Uma vez calculado α , use o β estimado na parte 2, obtenha a distância efetiva entre as placas do capacitor (d)
 - Compare com o valor nominal e discuta a luz da simulação de E e dos efeitos de borda.