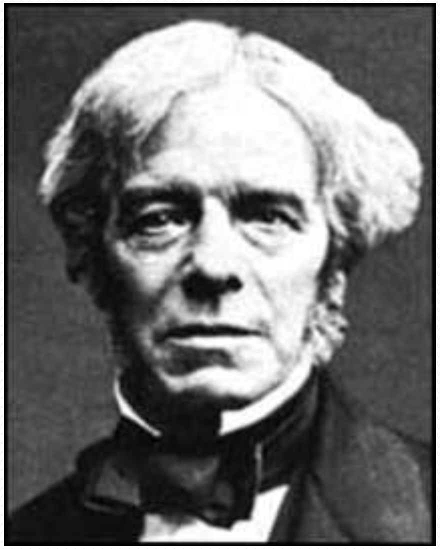
Corrente Alternadas
Parte 1 – Lei de Faraday
Aula 10

Prof. Henrique Barbosa
Edifício Basílio Jafet - Sala 100
Tel. 3091-6647
hbarbosa@if.usp.br

http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Esta Semana... A lei de Faraday



1791-1867

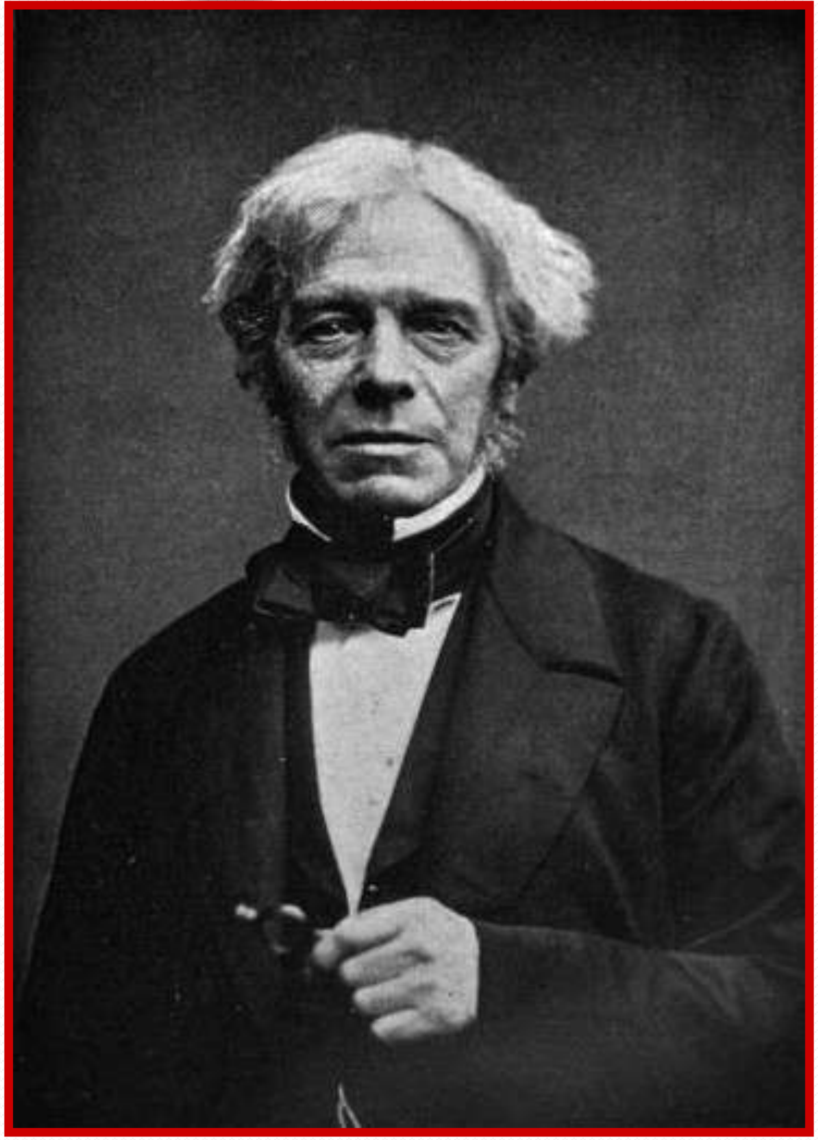
Michael Faraday

- **Faraday** inventou o primeiro motor e o primeiro gerador elétrico. E ele descobriu muitos dos princípios fundamentais que governam a física dos fenômenos elétricos e isso sem nenhum treinamento matemático.

- **Faraday**, como **Thomas Edson**, praticamente não teve educação formal, mas ele lia vorazmente, começou a **<u>trabalhar muito cedo e adorava "experimentar"</u>** o que atraiu a atenção do químico Sir Humphrey Davy que o contratou como secretário.

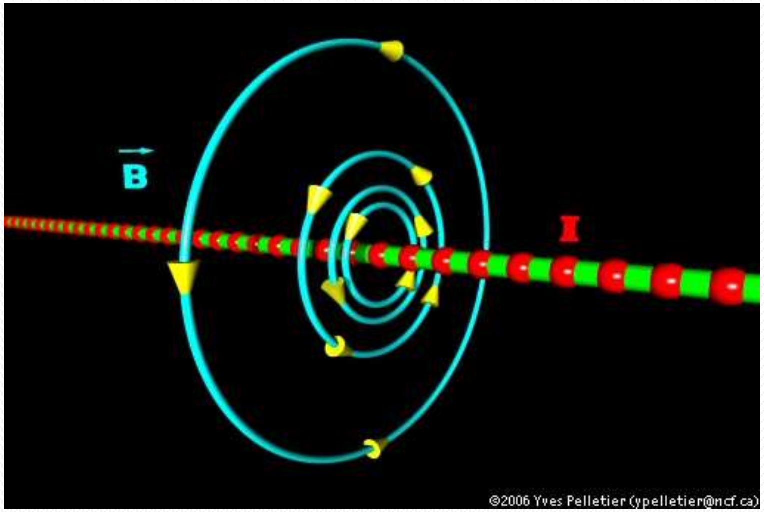
- Até onde se sabe, **Faraday** nunca escreveu uma equação na vida, o que não o impediu de fazer descobertas revolucionárias.

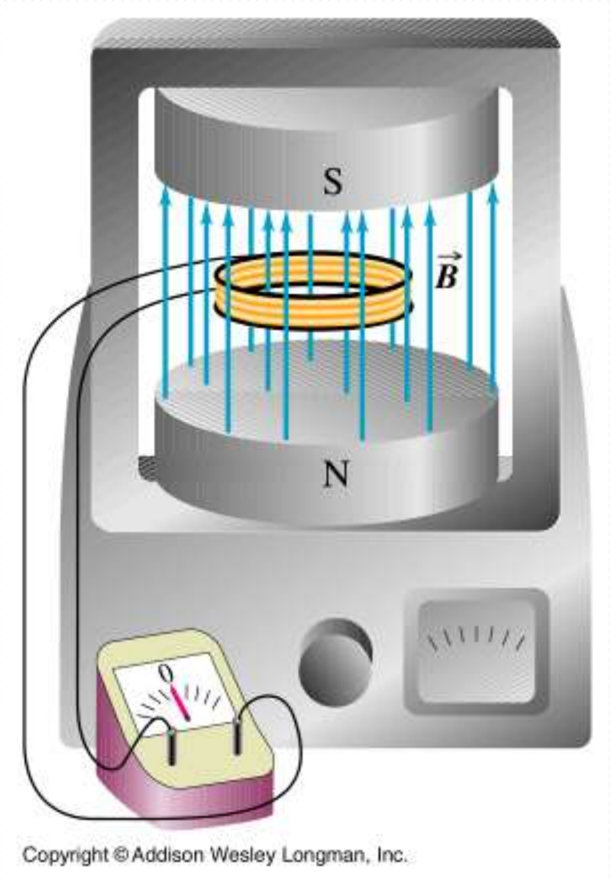
- Mesmo **Maxwell**, fluente como era em matemática, preferia as demonstrações experimentais em que Faraday era imbatível: "**scientific truth should be presented in different forms and should be regarded as equally scientific**" (Maxwel)



Lei de Faraday

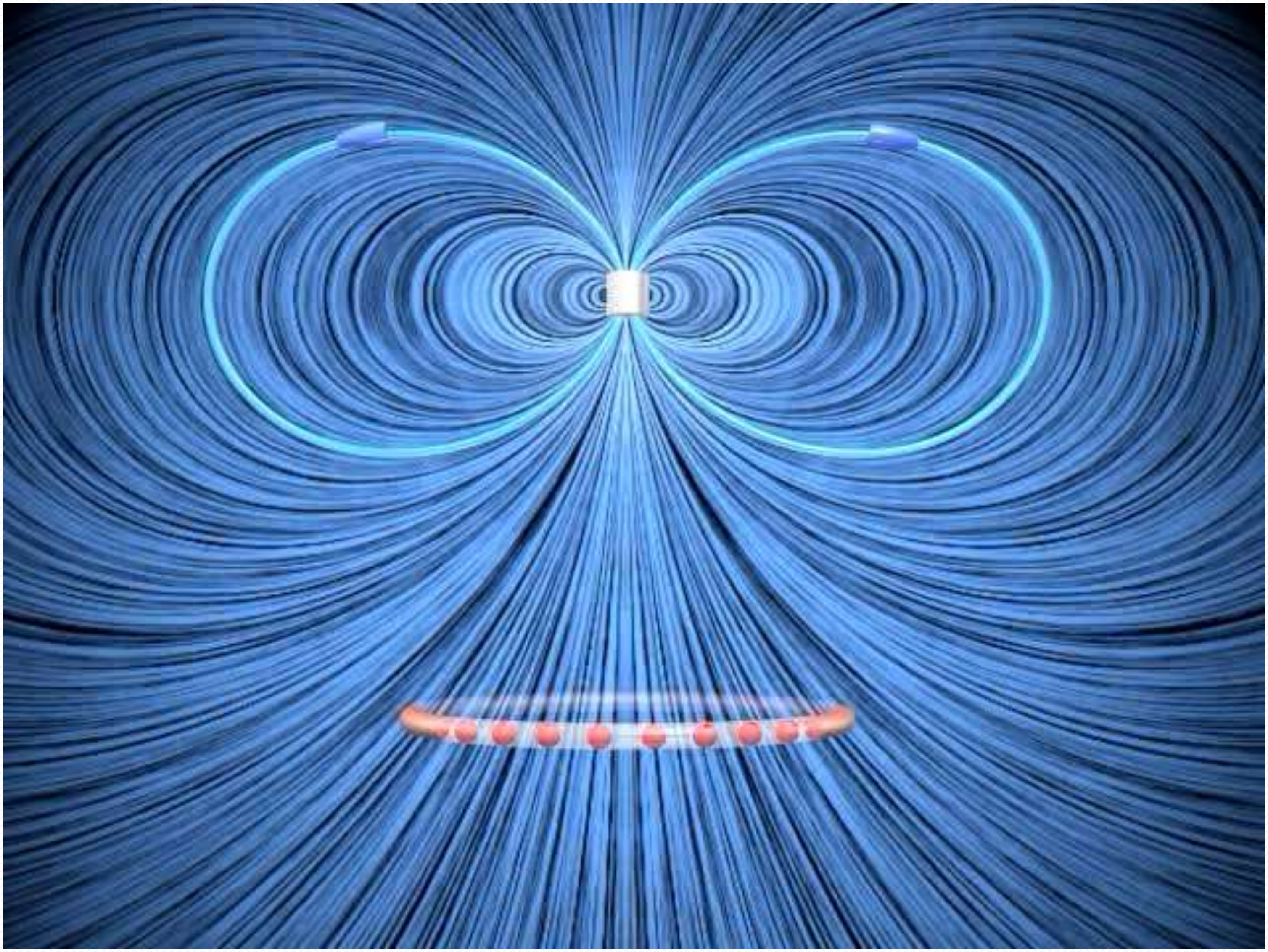
- i(const.no tempo) ⟶ B





B(const.no tempo) ~~⟶~~ **?** **i**

Lei de Faraday: exemplo



http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D

Lei de Faraday

- Então o que precisa variar para que uma força eletromotriz seja induzida num circuito?

FEM induzida

A lei de Faraday da indução eletromagnética diz que uma força eletromotriz ε é induzida num circuito fechado, imerso num campo magnético B, sempre que:

- houver variação na intensidade das linhas de campo B que atravessam o circuito.
- houver variação entre a direção das linhas de campo B que atravessam o circuito e o versor normal à área compreendida pelo circuito
- houver variação na área compreendida pelo circuito, ou espira
- caso o circuito seja composto de muitas espiras enroladas (bobina), houver variação no número total de espiras, que é também variação na área compreendida pelo circuito

$$\boxed{\varepsilon = -\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)}$$

Fluxo magnético

É a “quantidade” de linhas de campo que passam por dentro da espira, i.e. é o produto de B através da espira pela área da espira.

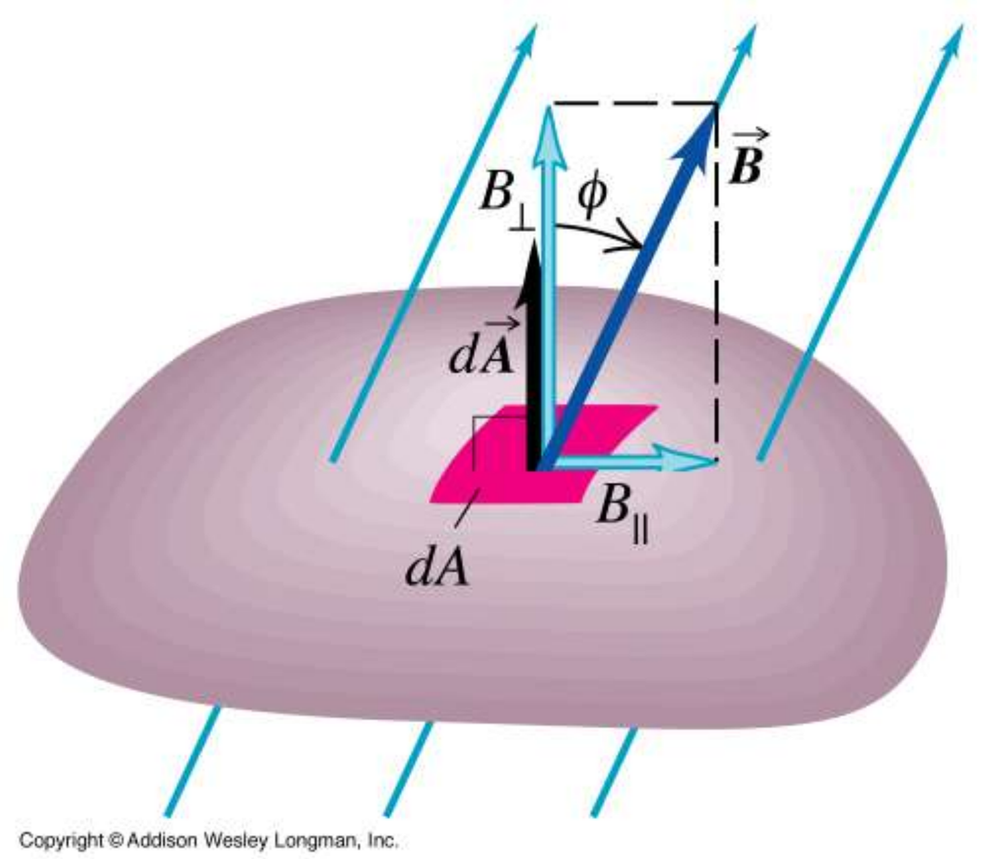
É definido como o produto escalar do campo pelo vetor área da espira.

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} da$$

unidade de fluxo magnético é o Weber: 1 weber = 1Wb = 1 T m^2

Cálculo do Fluxo

- O vetor área da espira tem módulo igual à área compreendida pela espira e direção e sentid da normal à área da espira.

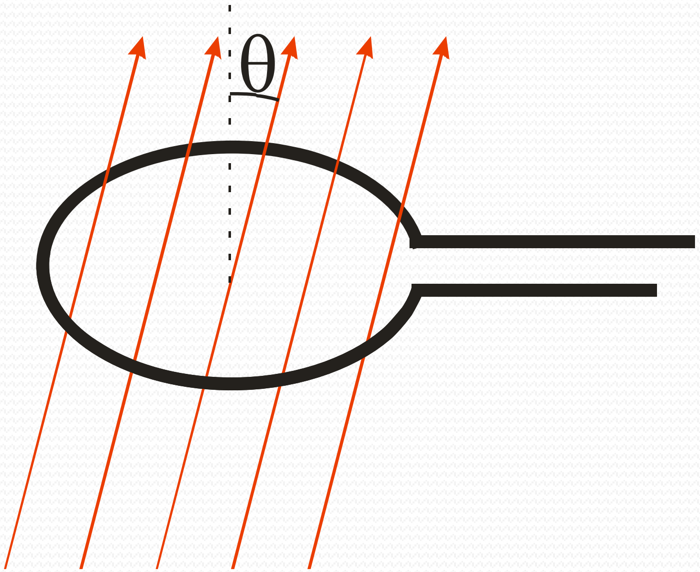


$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} da$$

$$\vec{n} da = d\vec{A}$$

Fluxo magnético sobre uma espira ideal

- Espira circular de área A
- Campo uniforme e constante na espira
  - Espira suficientemente pequena para supor que o campo não varia
- Ângulo entre a espira e as linhas de campo = θ



$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

$$= BA\cos(\theta)$$

Lei de Faraday em uma espira ideal

- Vamos calcular a variação do fluxo sobre uma bobina de área A.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(BA\cos\left(\theta\right)\right)$$

$$\varepsilon = -A\cos\left(\theta\right)\frac{dB}{dt} + BA\sin\left(\theta\right)\frac{d\theta}{dt}$$

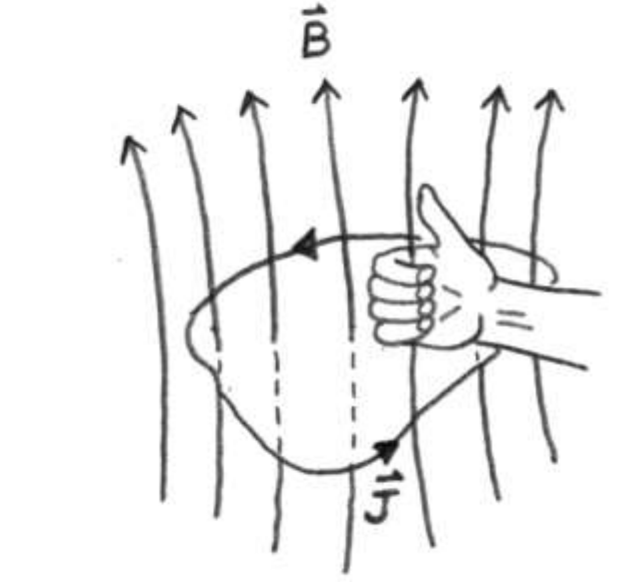
Indução devida a variação temporal do campo magnético (supondo apenas mudança de amplitude)

Indução devida a mudança da geometria ou posição da bobina

Interpretação

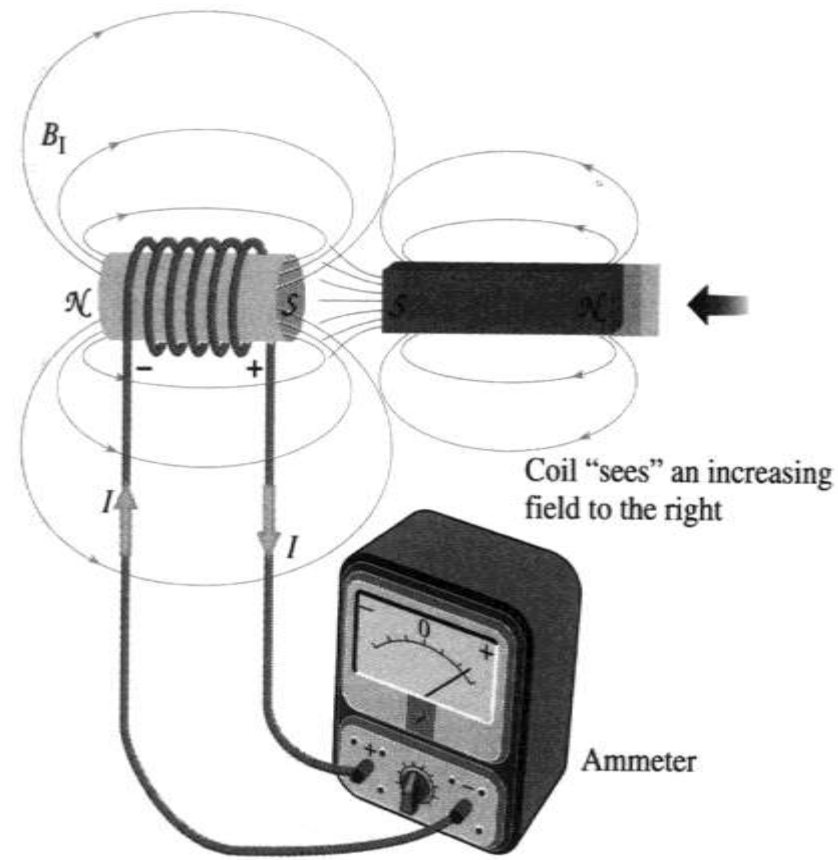
- O sinal negativo na **Lei de Faraday** está relacionado à polaridade da força eletromotriz induzida em relação à variação do fluxo. Isso é estabelecido pela **lei de Lenz**:
- **A força eletromotriz induzida (f.e.i.) produz uma corrente que age sempre de maneira a se opor à variação que a originou.**
- **A lei de Lenz resulta da lei de conservação de energia.**

$$\varepsilon = -\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)$$



Interpretação

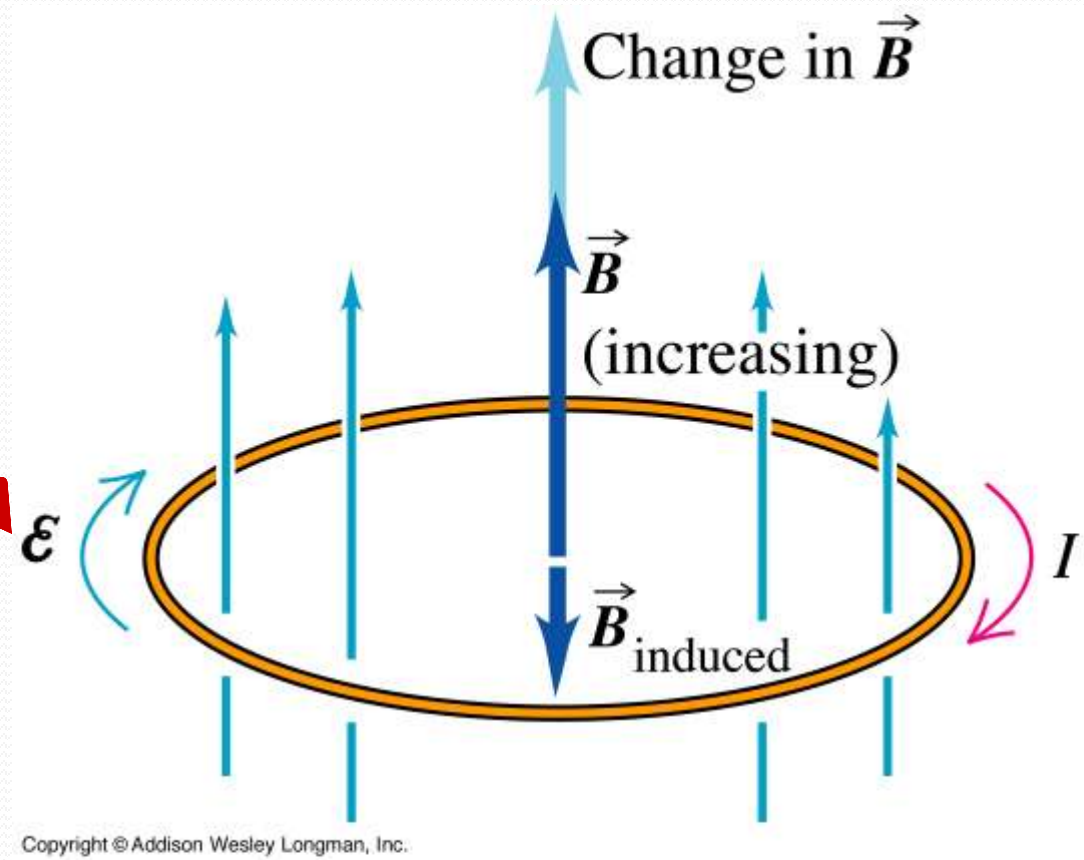
- agente externo move um imã permanente para o interior de uma bobina, o fluxo de B através da bobina, estará aumentando.
- o campo induzido vai se opor a essa variação, gerando um polo magnético idêntico ao que está se aproximando.



O trabalho exercido pelo agente externo proporciona a energia necessária para gerar e manter a corrente induzida na bobina.

Lei da indução de Faraday

- A força eletromotriz auto induzida



Neste caso B varia em razão de uma corrente variável no tempo

Comprovando a Lei de Faraday

- É possível comprovar a **Lei de Faraday**:
  - Comparando quantitativamente a **fem** induzida com a variação de fluxo de **B** que a criou
- Como fazer?
  - Temos que conhecer os dois lados dessa equação

$$\varepsilon = -\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)$$

medimos

Temos que saber calcular

Procuro uma geometria cujo campo seja fácil de calcular. Mantenho tudo constante e vario o fluxo variando apenas a corrente que gera B

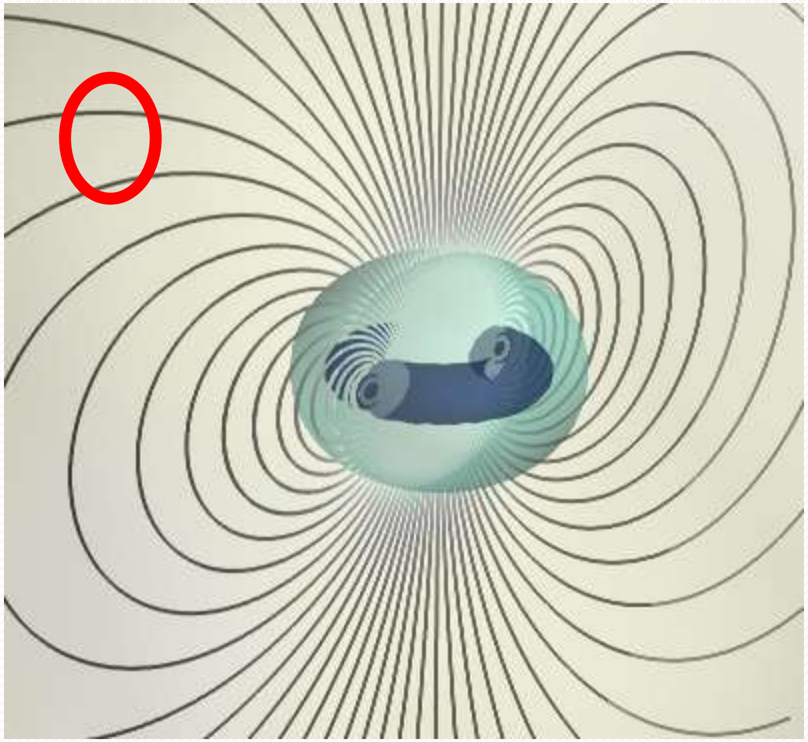
Lei da indução de Faraday

- Por outro lado, se conhecemos a área da espira, podemos usar a **lei de Faraday** para mapear um campo desconhecido (é preciso ter uma idéia da simetria), medindo a **fem** induzida numa espira

$$\varepsilon = -\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)$$

medimos

calculamos



Nesta Semana

- Vamos explorar **2** aplicações práticas da **lei de Faraday**:
  - Se conheço o campo mas não a área da bobina, posso achar essa área, medindo a **f.e.i.** na bobina, ou seja, **calibro** a bobina
  - Conhecendo a área da bobina, posso medir o campo, e.g., posso mapear um campo magnético no espaço. Nesse caso vou chamar a bobina de bobina sonda.

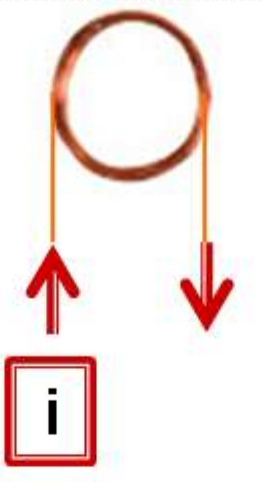
Essa bobina sonda terá que ter 3 características:

- **ter a área conhecida,**
- **permitir a indução de uma f.e.i. mensurável**
- **e ser pequena o bastante para mapear um campo com incerteza aceitável**

A bobina sonda

Uma boa bobina sonda:

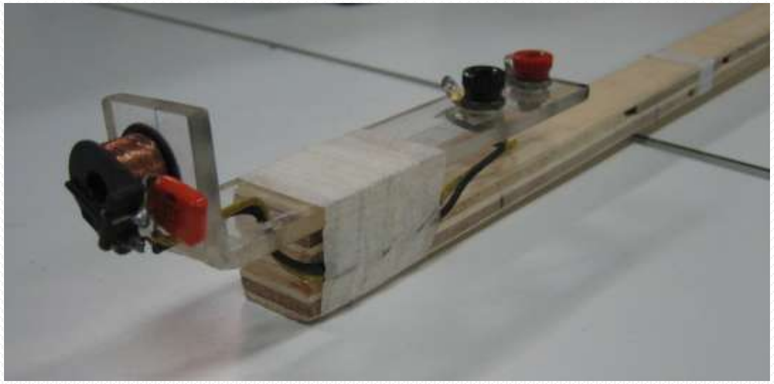
- tem que ter uma área efetiva A_{bef} grande
- tamanho da bobina deve ser o menor possível



$$A_{bef} = \sum_{i=1}^{n} A_{bi}$$

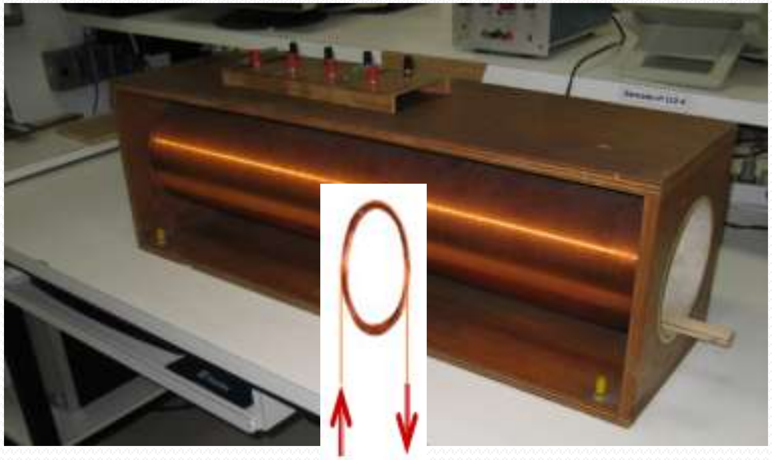
Como fazer?

- Enrolar um fio bem grande num carretel bem pequeno
- E a área? Não dá para calcular
- Tem que calibrar!



Para calibrar a bobina sonda:

- Escolho uma geometria que forneça um campo constante e que eu saiba calcular:
  - Um solenóide longo alimentado com uma tensão alternada cujos parâmetros sejam conhecidos
  - Campo de um solenóide longo não é difícil de calcular (desprezando os efeitos de borda) portanto o fluxo do campo através da bobina sonda também pode ser calculado



Coeficiente da reta de ajuste

Solenóide, dá pra calcular

$$\varepsilon_b = -A_{bef}\left(\frac{dB_S}{dt}\right)$$

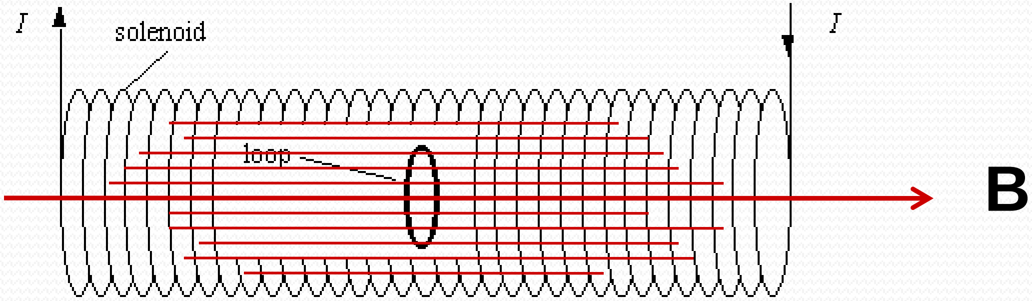
Meço com osciloscópio

Calibração da bobina sonda

- Dentro do solenóide, alimentado com uma corrente alternada conhecida, coloca-se a bobina sonda

$$i_S = i_{Sm} sen\omega t$$

- Manter o que constante?
  - Ângulo entre o campo e o vetor área da espira onde a **f.e.m.** é induzida (igual a zero)
  - Geometria do campo e geometria da espira
  - Só varia o campo variando a corrente no solenóide com uma função conhecida: seno, cosseno.

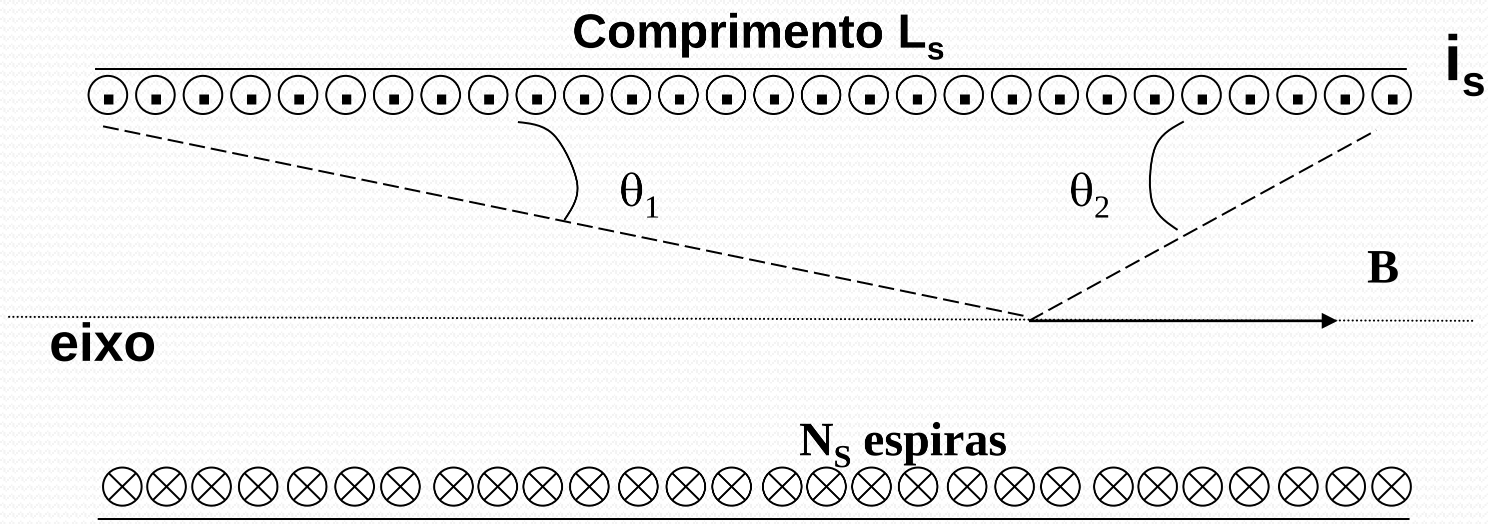


$$\varepsilon_b = -A_{bef}\left(\frac{dB_S}{dt}\right)$$

Campo Magnético de um Solenóide

- Esquema do solenóide:

$$\boxed{i_S = i_{Sm} sen\omega t}$$



$$B_S = \frac{\mu_0 N_S}{L_S}\left(\frac{\cos\theta_1 + \cos\theta_2}{2}\right) i_{Sm} sen\omega t \qquad B = B_{Sm} sen\omega t$$

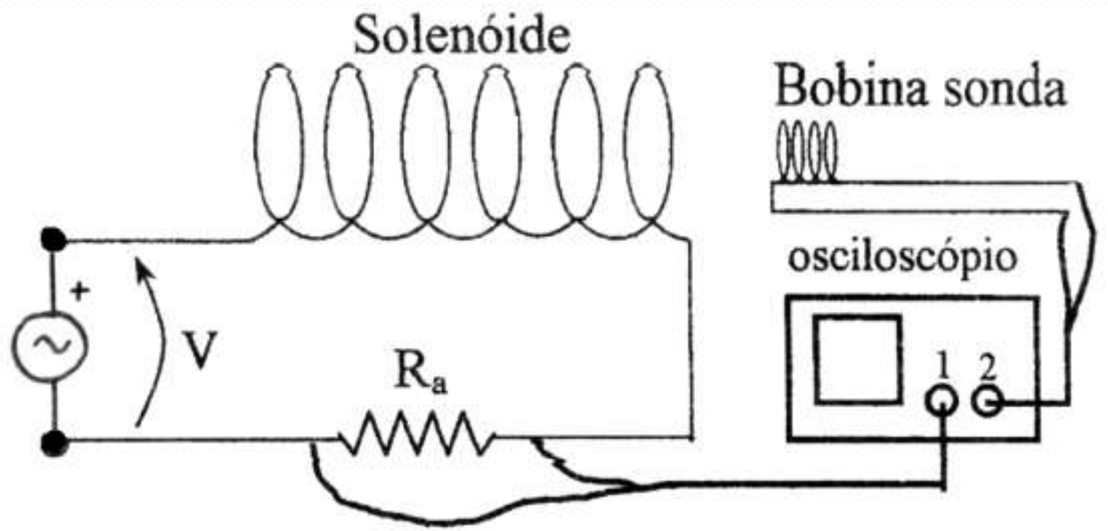
Campo de referência criado pelo solenóide grande

Calibração da bobina sonda

- Com a corrente, calculamos o campo e sua derivada

$$i_{Sm} = \frac{V_{Ra}}{R_a} \Rightarrow B_{Sm} = \frac{\mu_0 N_S}{L_S}\left(\frac{\cos\theta_1 + \cos\theta_2}{2}\right) i_{Sm} \Rightarrow \varepsilon_b = -A_{bef}\left(\frac{dB_S}{dt}\right)$$

$$\sim \sin(\omega t) \qquad \sim \sin(\omega t) \qquad \sim \omega\cos(\omega t)$$



Existe uma diferença de fase de 90º entre o campo magnético e a FEM induzida por ele!

Calibração da bobina sonda

- As áreas de todas as espiras **não são** iguais: $A_{bef} = \sum_{i=1 \to n} A_i$.

$$\varepsilon_b = -A_{bef}\,\omega \left(\boxed{\frac{\mu_0 N_S}{L_S} \left[\frac{\cos\theta_1 + \cos\theta_2}{2} \right] \frac{V_{Ram}}{R_a}} \right) \cos \omega t$$

$$\varepsilon_b = -A_{bef}\,\omega B_{sm} \cos \omega t = \varepsilon_{bm} \cos \omega t$$

- Mede- se ε_{bm}, calcula-se o valor da amplitude do campo do solenóide através da corrente, **ω** também é medida no osciloscópio e obtém-se a área efetiva da bobina:

$$A_{bef} = \frac{\varepsilon_{bm}}{\omega B_{Sm}}$$

Medida de campos desconhecidos

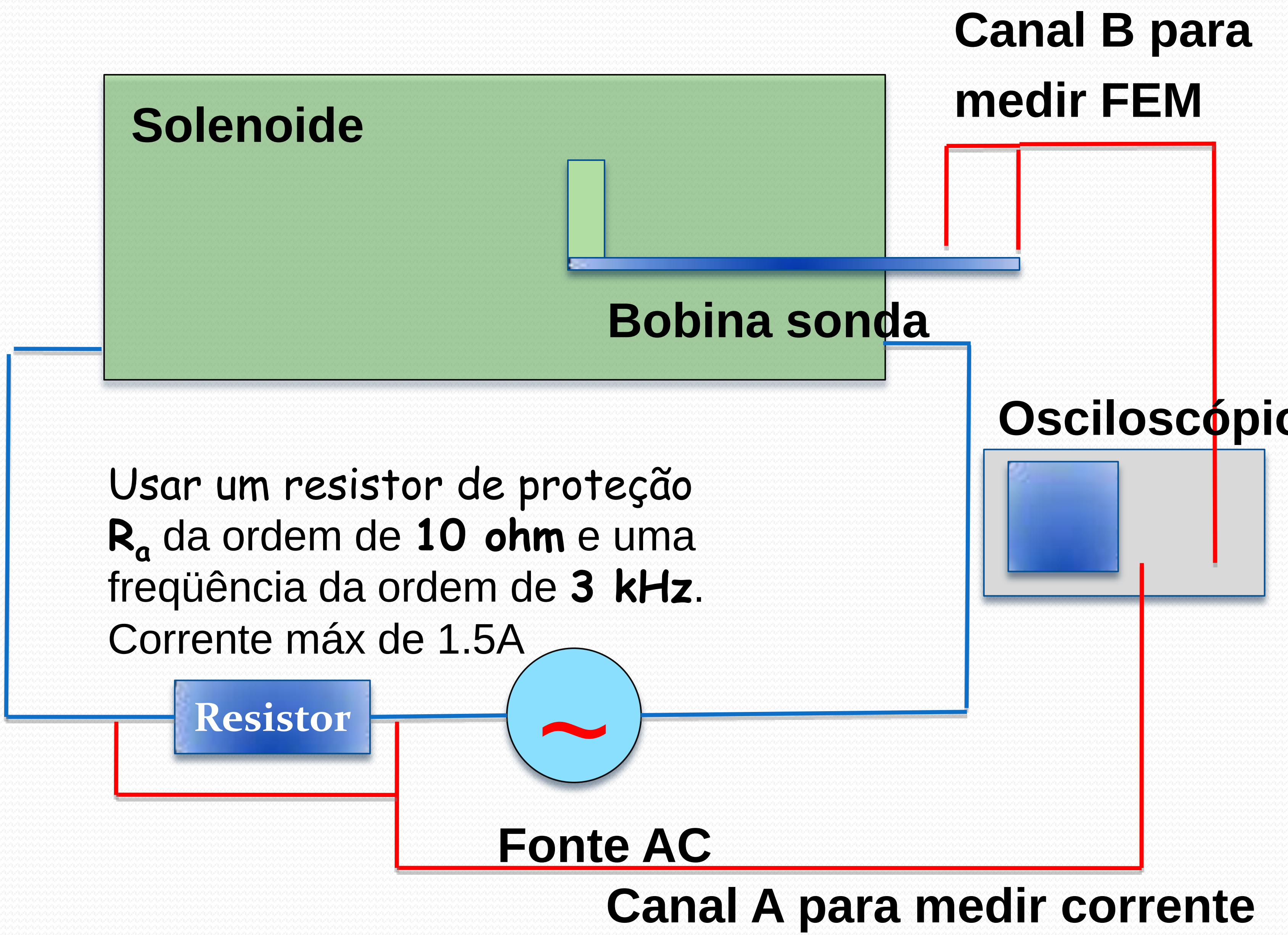
- Uma vez calibrada a bobina, pode utilizá-la para medir campos desconhecidos
  - Posicione a bobina de maneira que o vetor área seja paralelo à direção do campo (como?)
  - Meço a F.E.I.
  - Calculo a amplitude do campo $\mathbf{B_m}$ $B = B_m \cos(\omega t)$

$$B_m = \frac{\varepsilon_{bm}}{\omega A_{befff}}$$

Meço com osciloscópio

Coeficiente da reta de calibração

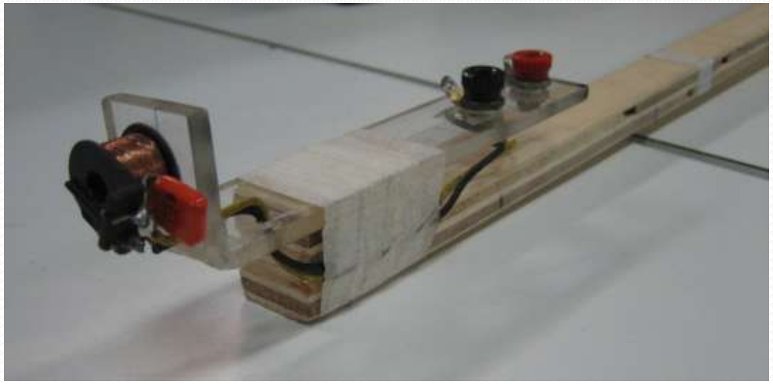
Arranjo experimental



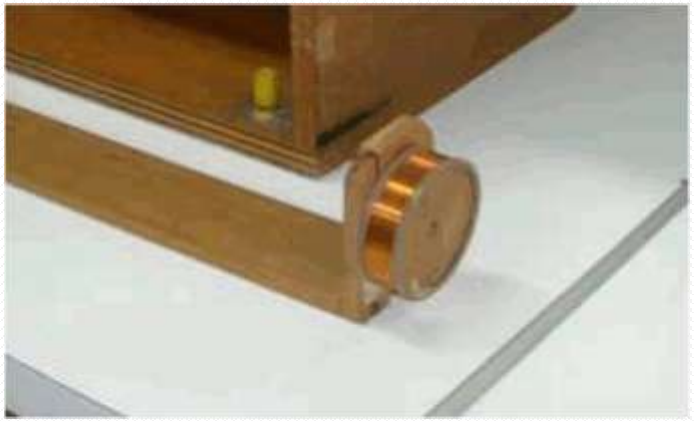
Usar um resistor de proteção R_a da ordem de **10 ohm** e uma freqüência da ordem de **3 kHz**. Corrente máx de 1.5A

Equipamentos básicos do laboratório

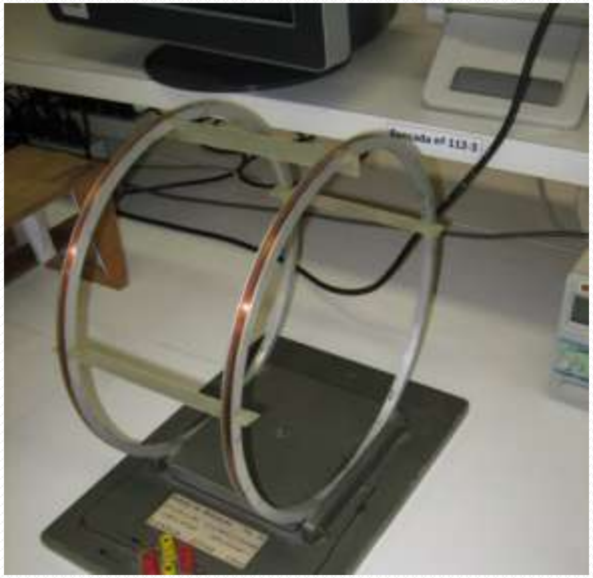
- Bobinas sonda



- Solenóide de referência



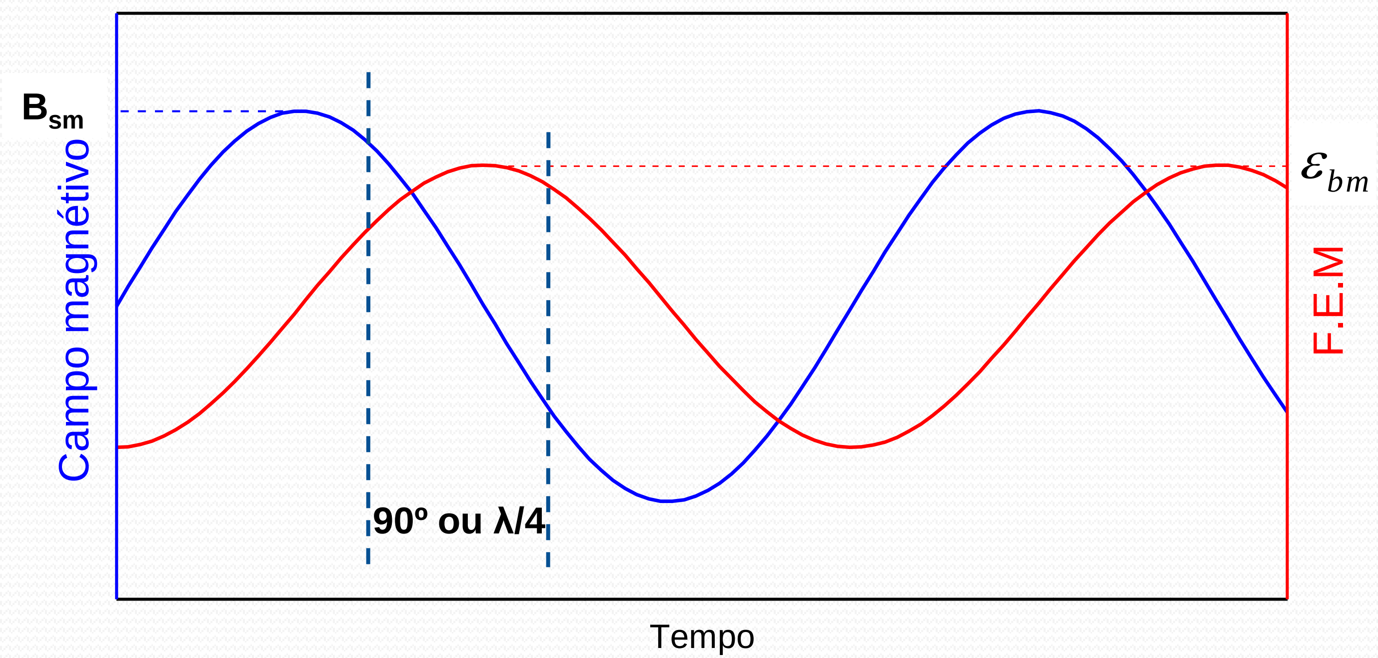
- Bobina de Helmholtz



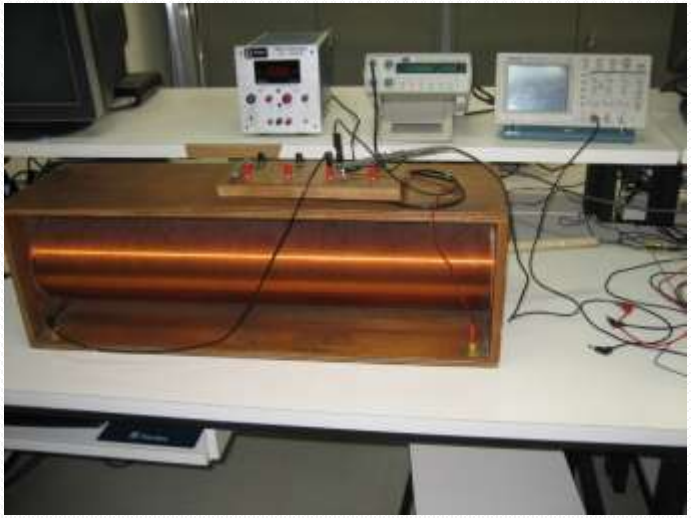
A FEM e o Campo Magnético

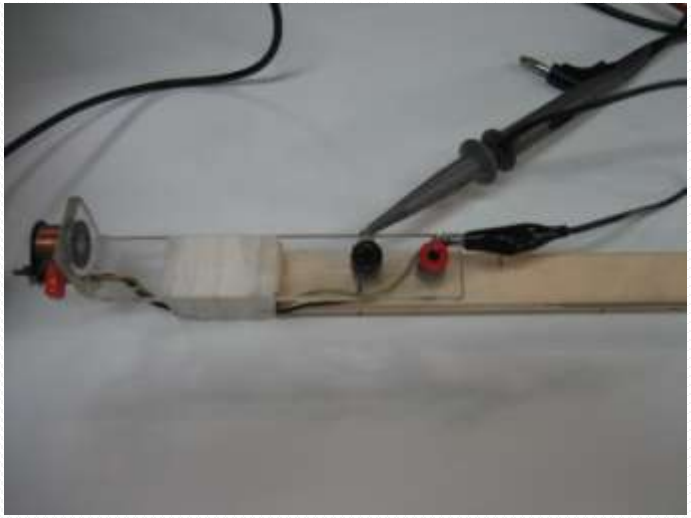
- Campo $$B_S(t) = \frac{\mu_0 N_S i_{sm}}{L_S}\left(\frac{\cos\theta_1 + \cos\theta_2}{2}\right) sen(\omega t) = B_{sm} sen(\omega t)$$

- F.E.M. $$\varepsilon_b(t) = -n_b A_b \omega B_{sm}\cos(\omega t) = \varepsilon_{bm} sen(\omega t - \pi/2)$$



Arranjo experimental





Osciloscópio

gatilho (trigger)

A ponta de prova tem atenuador que pode ser alterado (muda também a impedância)

referência 5V

terra

canal 1

canal 2

varredura (horizontal)

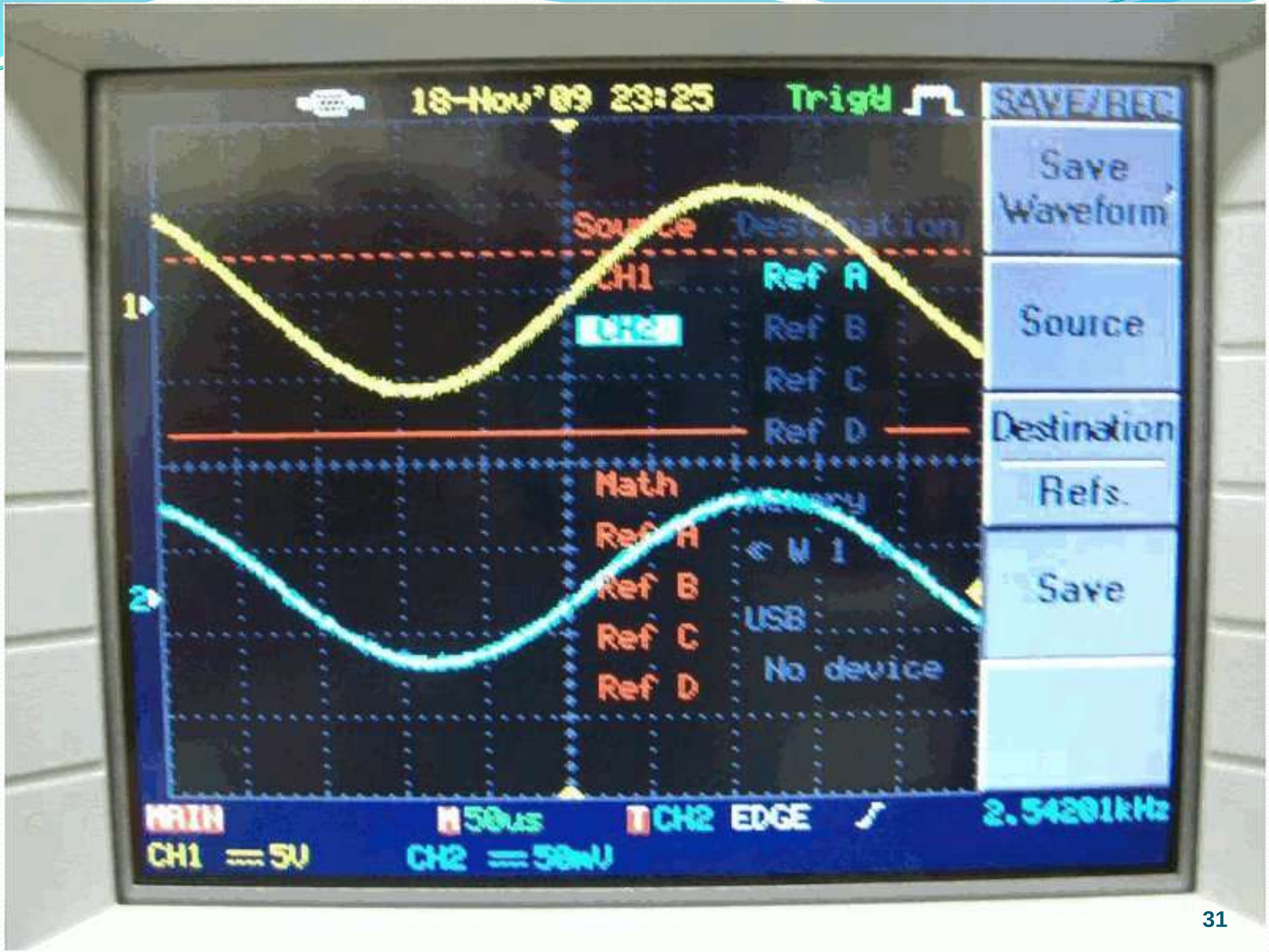
Osciloscópio

Tomada de dados

Funções matemáticas

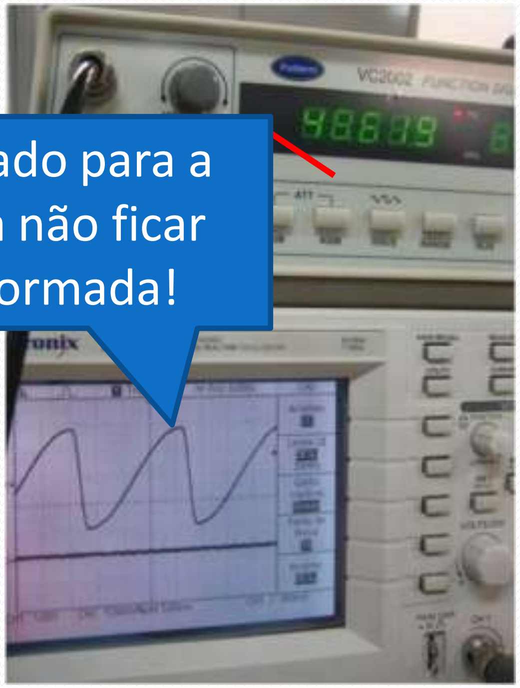
Armazena dados, Imagens, pode exportar, etc

Congela imagens na tela

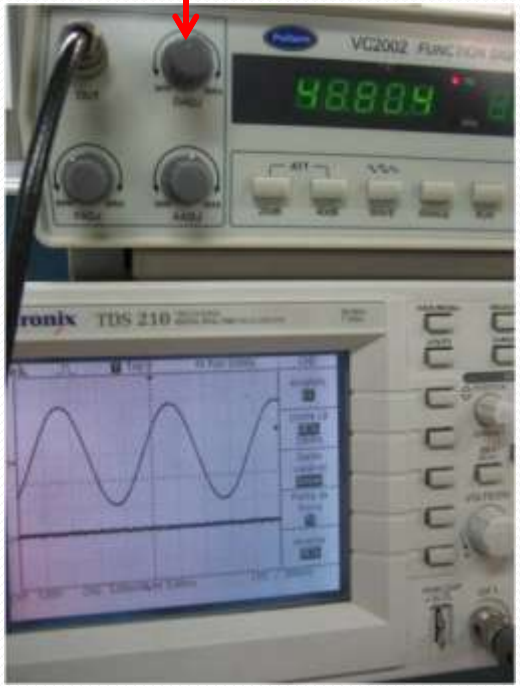

18-Nov'09 23:25
Trig'd
SAVE/REC
Save Waveform
Source
Destination
Refs
Save
Source
Destination
CH1
CH2
Ref A
Ref B
Ref C
Ref D
Math
Ref A
Ref B
Ref C
Ref D
USB
No device
MAIN
50us
CH2 EDGE
2.54201kHz
CH1 ⎓5V
CH2 ⎓50mV

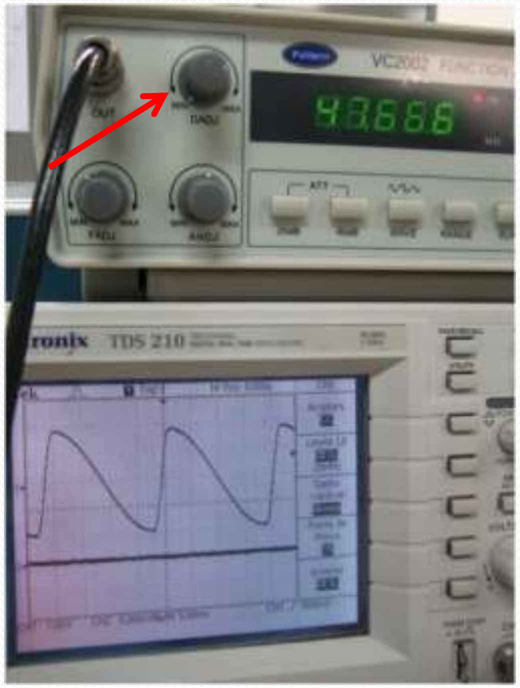
Ajuste do gerador de áudio

- Ajuste de freqüência e amplitude
- Cuidado com duty cycle



Cuidado para a onda não ficar deformada!





Tarefas da semana (1)

- **Calibração da bobina sonda em carretel:**
  - Usando a bobina sonda de área desconhecida, fazer gráfico da **f.e.m.** induzida em função da corrente no solenóide.
  - Ajustar os dados com a função apropriada e determinar a área efetiva da bobina sonda em carretel e compare com os resultados dos colegas.
  - Medir a defasagem entre o campo magnético (corrente) e a **f.e.m.** na bobina sonda (só precisa fazer para um valor de corrente, certo?).
  - Anotar número da bobina sonda que utilizou → **procure usar a mesma nas próximas aulas.**

Tarefas da semana (2)

- Para calibrar a bobina sonda com um solenóide a hipótese feita foi que o campo não varia dentro da área da bobina.
  - Verifique experimentalmente se isso é verdade. A posição da bobina, em relação à altura (diâmetro) dentro do solenóide afeta a medida? E o ângulo?
  - Explique como fez essa verificação e porque ela pode ser considerada confiável.
- Compare seu resultado com os de seus colegas.
- Comente.

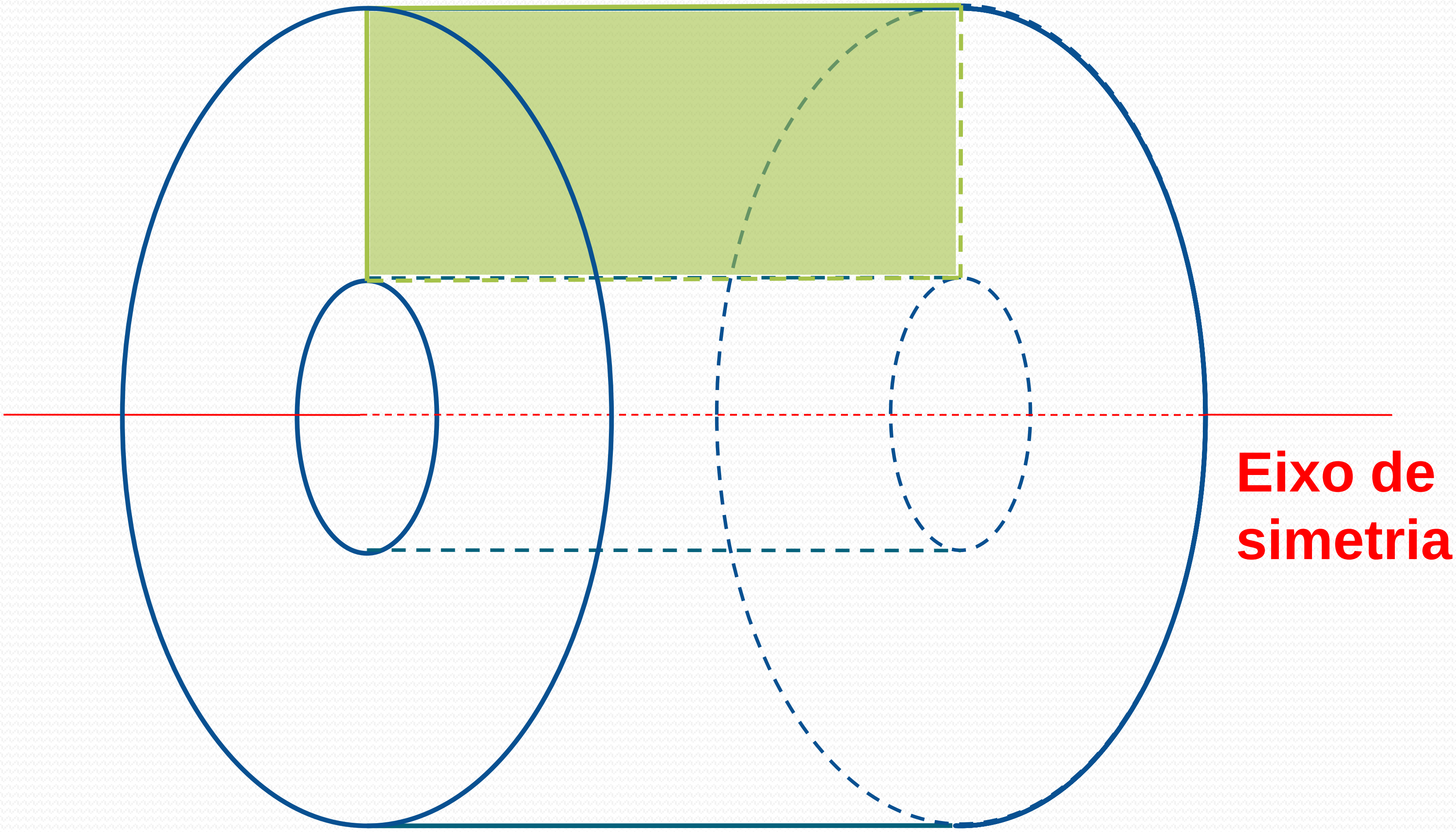
- **Pergunta**: Deve existir alguma preocupação do alinhamento do solenóide com o campo magnético local? Porque?

Tarefas da semana (3)

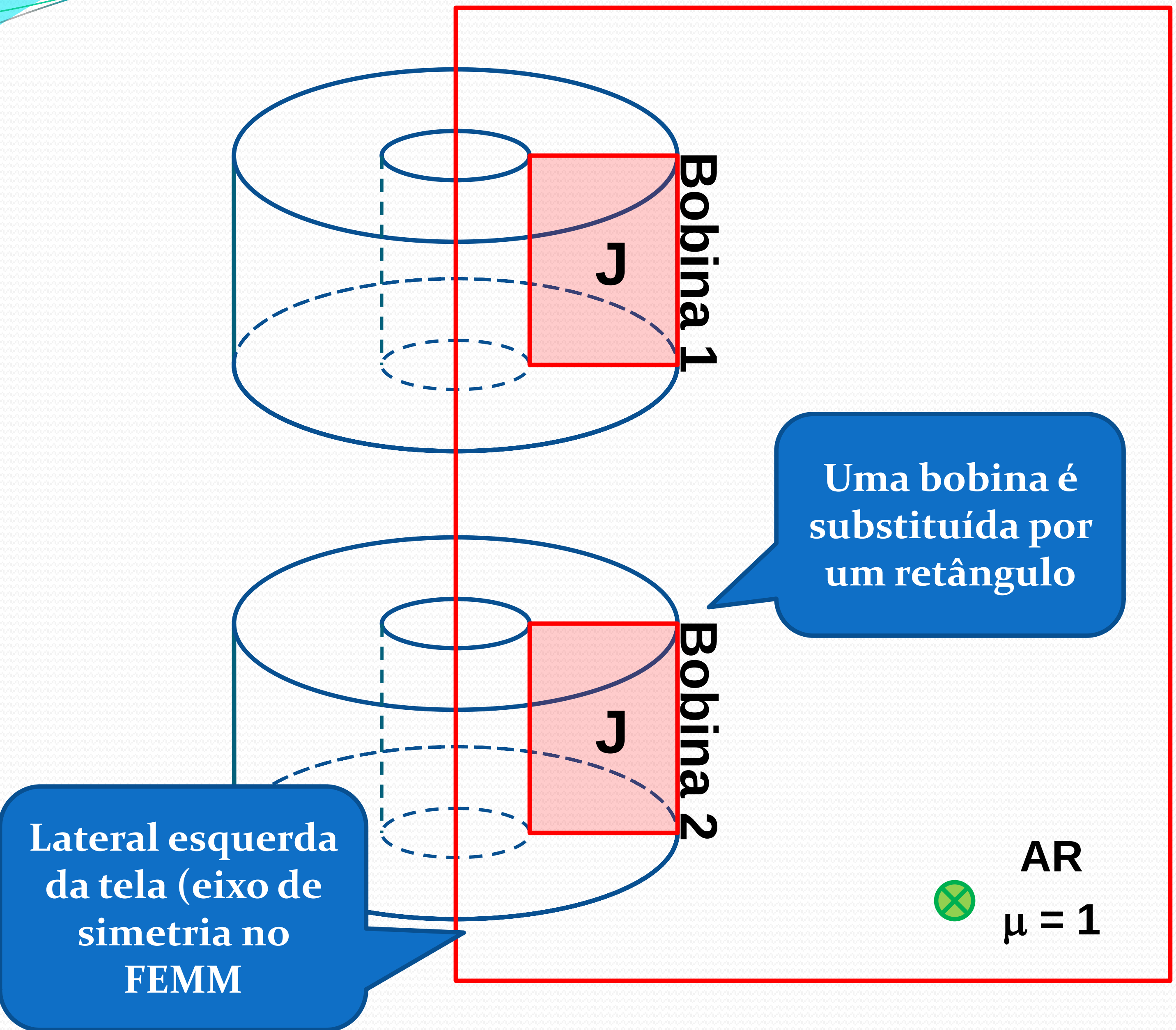
Campo magnético de valor desconhecido:

- O campo do solenóide utilizado foi calculado analiticamente fazendo algumas aproximações.
  - Será que isso não afeta a calibração da bobina?
  - Como é esse campo de fato?
- Mapear o campo do solenóide ao longo do eixo **de simetria**.
- Faça um gráfico desse campo em função da distância e superponha a ele:
  - o resultado analítico (precisa incluir a correção??)
  - e o resultado da simulação com o programa **F.E.M.M.**.
- Comente seus resultados.

FEMM – Só resolve problemas com simetria... Neste caso: rotação



FEMM – Geometria do problema

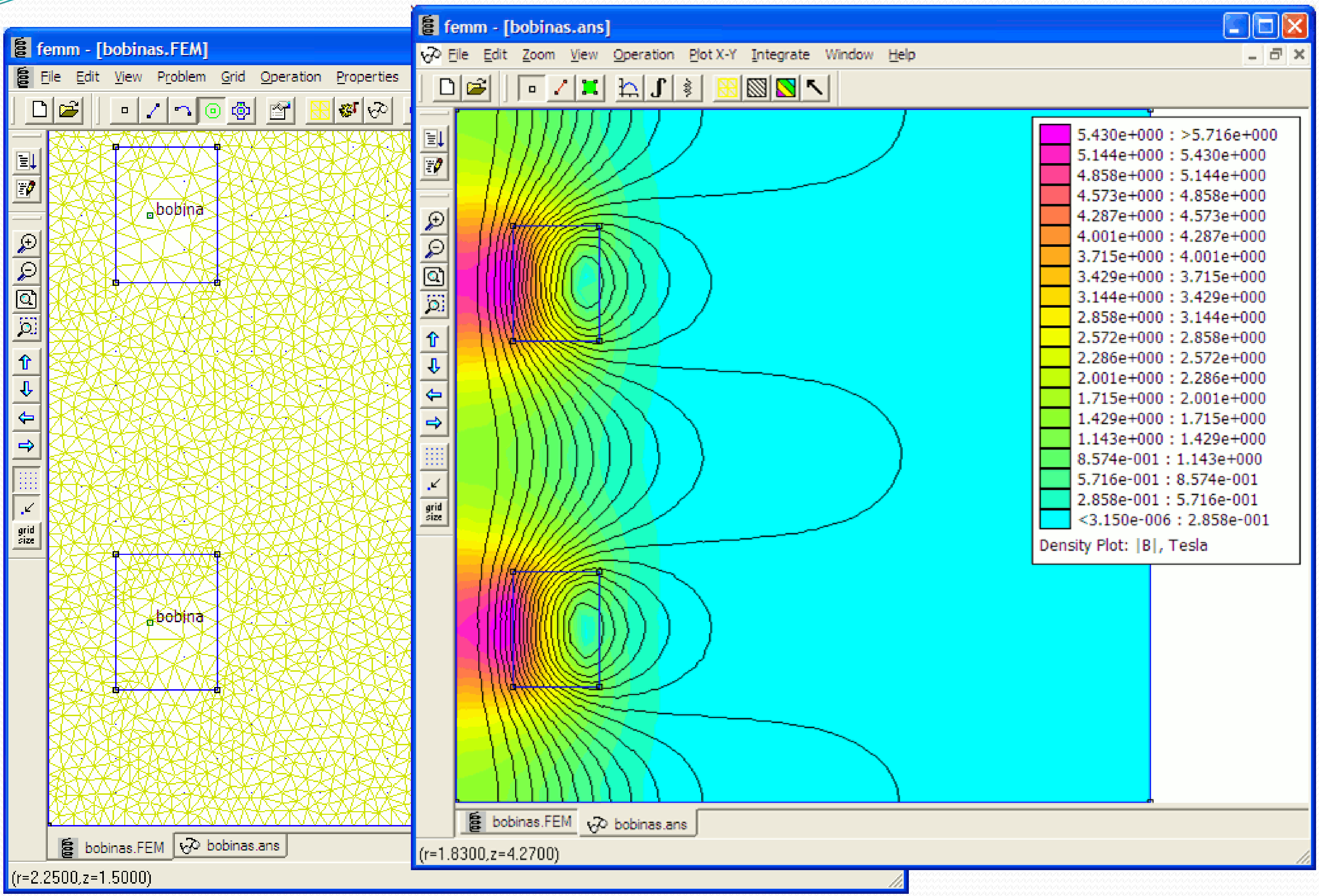


J é a densidade de corrente em cada bobina

$$J = \frac{Ni}{A}$$

Em vermelho é a geometria a ser desenhada

FEMM...


femm - [bobinas.FEM]
File Edit View Problem Grid Operation Properties
bobina
bobina
grid size
bobinas.FEM
bobinas.ans
(r=2.2500,z=1.5000)
femm - [bobinas.ans]
File Edit Zoom View Operation Plot X-Y Integrate Window Help
5.430e+000 : >5.716e+000
5.144e+000 : 5.430e+000
4.858e+000 : 5.144e+000
4.573e+000 : 4.858e+000
4.287e+000 : 4.573e+000
4.001e+000 : 4.287e+000
3.715e+000 : 4.001e+000
3.429e+000 : 3.715e+000
3.144e+000 : 3.429e+000
2.858e+000 : 3.144e+000
2.572e+000 : 2.858e+000
2.286e+000 : 2.572e+000
2.001e+000 : 2.286e+000
1.715e+000 : 2.001e+000
1.429e+000 : 1.715e+000
1.143e+000 : 1.429e+000
8.574e-001 : 1.143e+000
5.716e-001 : 8.574e-001
2.858e-001 : 5.716e-001
<3.150e-006 : 2.858e-001
Density Plot: |B|, Tesla
grid size
bobinas.FEM
bobinas.ans
(r=1.8300,z=4.2700)

FEMM – Cuidados...

OBS importante:

- As dimensões são da área que passa corrente e não dos suportes, etc.

- Definir o problema como “Axissymetric”