Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Ed. Basílio Jafet, sala 100

Física Experimental IV

www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex
www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Aula 2 – Computador Óptico

Ótica Geométrica: Associação de Lentes

Fonte: apostila de óptica do lab4 e notas de aula dos Prof. A. Suaide e E. Szanto

Computador ótico

- **Computador ótico** é um dispositivo que permite a manipulação de imagem de maneira controlada sem a necessidade de efetuar cálculos complicados.
- Esse dispositivo pode e vai ser construído e estudado no laboratório e vamos, nas próximas aulas, discutir como fazê-lo em detalhe.

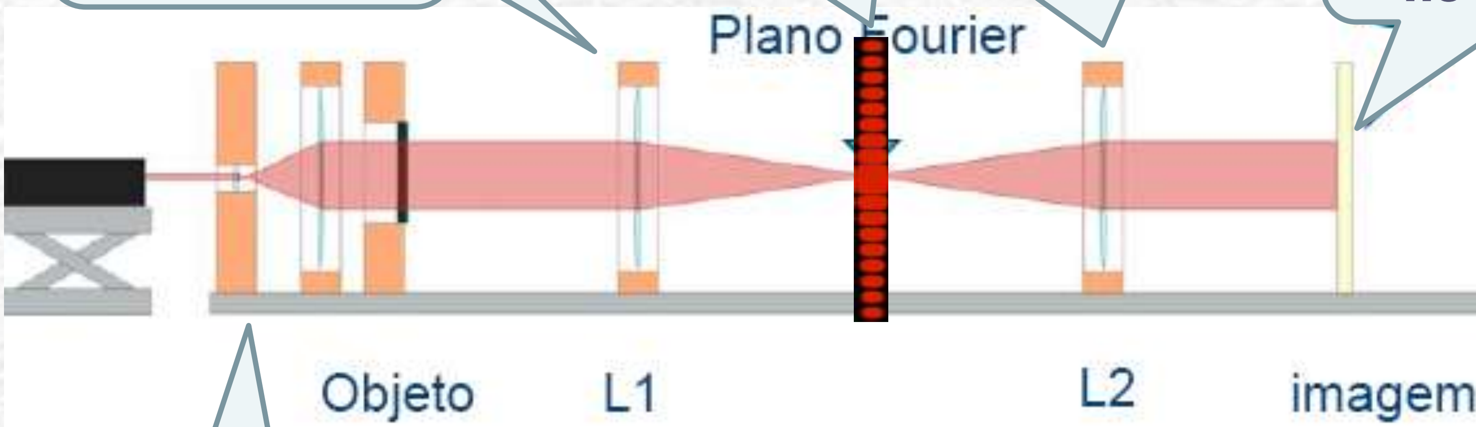
Como funciona?

A 1ª lente faz a transforma de Fourier

... que aparece no plano de Fourier e pode ser filtrada

A 2ª lente faz a transforma inversa

Projetamos a imagem filtrada no anteparo



o laser ilumina o objeto

COMPUTADOR ÓTICO

Programação da Exp. 2

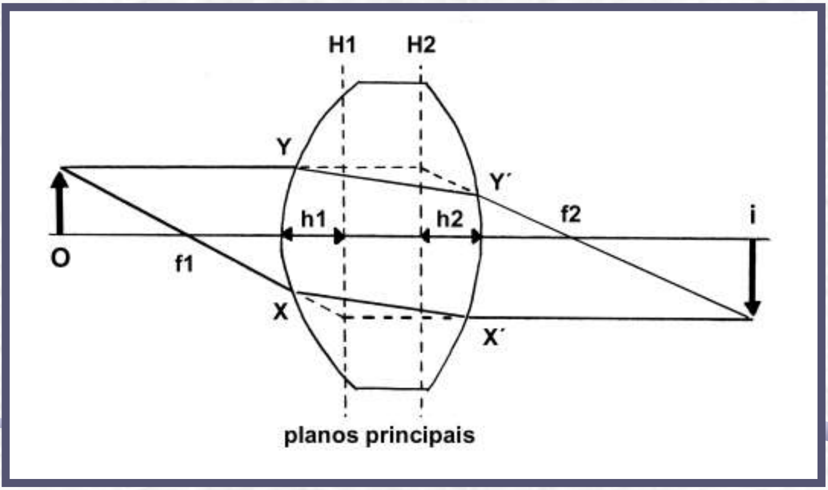
- Aula 1: óptica geométrica
  - Medidas com lentes convergente
- Aula 2: óptica geométrica
  - Medidas com lentes divergente
- Aula 3: laser
  - Aumento do diâmetro do laser e figuras de difração
- Aula 4: difração
  - Espectrofotômetro e transformada de Fourier
- Aula 5: computador ótico
  - Iluminar um objeto com o Laser, aplicar um filtro na transformada de Fourier e recompor a imagem filtrada
- Aula 6: ImageJ
  - Tratamento de imagem no computador

Parte1: Lente Convergente

- Medir a distância focal de uma lente convergente com a maior precisão possível
  - Justifique o arranjo experimental utilizando simulações com o **RayTrace**.
- A aproximação de lente delgada é válida para esta lente? Quais os critérios utilizados?
  - **DICA:** observe as equações que relacionam o foco da lente com os seus parâmetros geométricos.
- Simule a lente real (lente espessa) no **RayTrace**.

Parte 2: Simulação

- Utilizando o dispositivo para medida de raio de curvatura e um micrômetro, meça a curvatura e a espessura da lente que está estudando.
  - Só existe um dispositivo para a medida do raio de curvatura, portanto cuidado com ele.
- Com o raio e espessura da lente, simule a posição dos seus planos principais e distâncias focais e compare com os valores previstos pelo formalismo matricial.
- Comente.

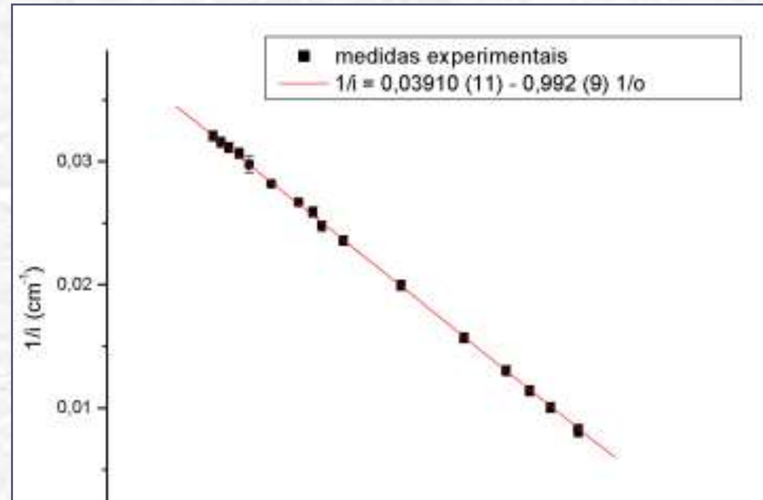


Uma boa análise

Os valores de i e o foram determinados experimentalmente e, utilizando a expressão (1), retirou-se do ajuste linear de $1/i$ por $1/o$ o valor $1/f$, de onde é obtido o valor experimental da distância focal f. Os dados obtidos assim como o ajuste feito estão apresentados na figura 2, de onde retira-se o valor da distância focal $f_{expDelg} = 25{,}58\,(7)$ cm.

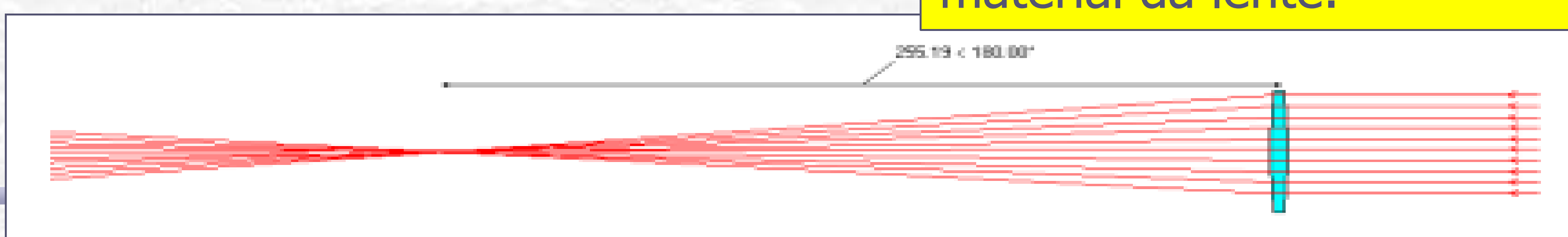
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

f=25.58(7) cm



- Fazendo a simulação de lente espessa, o foco encontrado f=25,52(5) cm foi próximo ao medido

O grupo teve sorte que o índice de refração padrão (n=1.5) era próximo do material da lente.



Uma boa análise

- Para confirmar, o grupo estimou a magnitude dos dois termos na equação do fabricante:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right] - \left[\frac{(n-1)^2}{n}\right]\left(\frac{t}{R_1 R_2}\right)$$

Para a lente estudada, os valores de t (espessura da lente), n (índice de refração do material, no caso, vidro), e $R = R_1 = R_2$ (raio da superfície da lente) eram de respectivamente 5,113 (5) mm, 1,5 e 255,0 (26) mm, o que torna o segundo termo da expressão (2), acima, da ordem de 10^{-5} mm, pequeno o suficiente para ser desprezado em comparação ao primeiro termo. Dessa forma, a expressão (2) que associa o foco da lente a seus parâmetros geométricos se reduz à expressão (3), abaixo, que é a expressão do fabricante para lentes delgadas.

Um erro sutil... E se o material não fosse vidro? Será que o segundo termo poderia ser desprezado de qualquer maneira?
Deve estar próxima, pois a simulação deu próxima, mas como ter certeza?

Análise da eq. do fabricante

Era possível decidir se a lente era delgada ou não apenas observando a equação do fabricante.

Mesmo sem saber qual o índice de refração, o erro relativo em desprezar o último termo é < 1%

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right] - \left[\frac{(n-1)^2}{n}\right]\left(\frac{t}{R_1 R_2}\right)$$

	[mm]		[mm]	[mm]	%
r1	255	**n**	**f_del**	**f_esp**	**ERRO**
r2	255	1.1	1275.0	1276.2	-0.09%
t	5.113	1.5	255.00	255.86	-0.33%
		2.0	127.50	128.14	-0.50%
		2.5	85.000	85.514	-0.60%
		5.0	31.875	32.133	-0.80%
		10.0	14.167	14.296	-0.90%
		15.0	9.1071	9.1932	-0.94%
		50.0	2.6020	2.6279	-0.98%

Uma boa análise

O fato de que os resultados obtidos experimentalmente, através de simulação para a distância focal e através da simplificação da equação do fabricante para lentes delgadas serem compatíveis leva à conclusão de que a aproximação de lente espessa por uma lente delgada, para este caso, representa bem a situação experimental estudada.

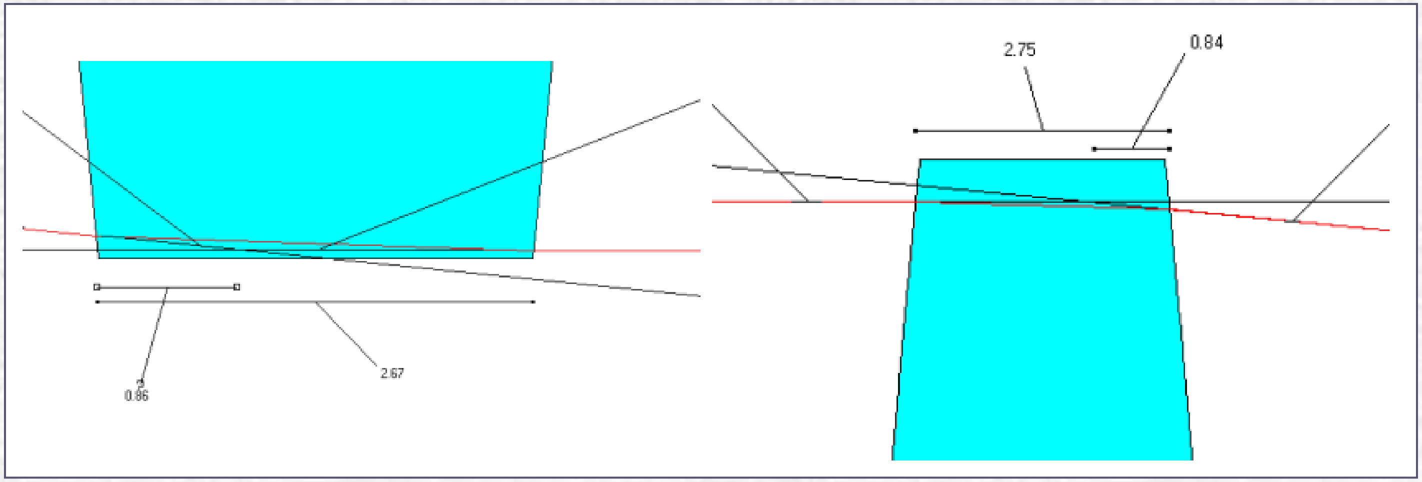
OK, mas seria melhor explicar assim:

1. A eq do fabricante para lentes delgadas deu um foco próximo do experimental =>**n=1.5** é ~ $\mathbf{n_{lente}}$
2. Para n=1.5 e as dimensões desta lente, o segundo termo da eq do fabricante é desprezível => **lente é delgada**

Notem que apenas a simulação "bater" com a experiência não quer dizer que a lente seja delgada... Um erro no foco poderia ser mascarado por uma diferença no índice de refração.

Uma boa análise

Determinou-se o valor $h \equiv h_1 = h_2$, distância entre o plano de entrada ou saída e o plano principal mais próximo. $h_1 = h_2$ por construção, pois considerou-se $R_1 = R_2$. A montagem, está apresentada na figura 5. Obtém-se dela $h = 1{,}60\,(9)$ mm.

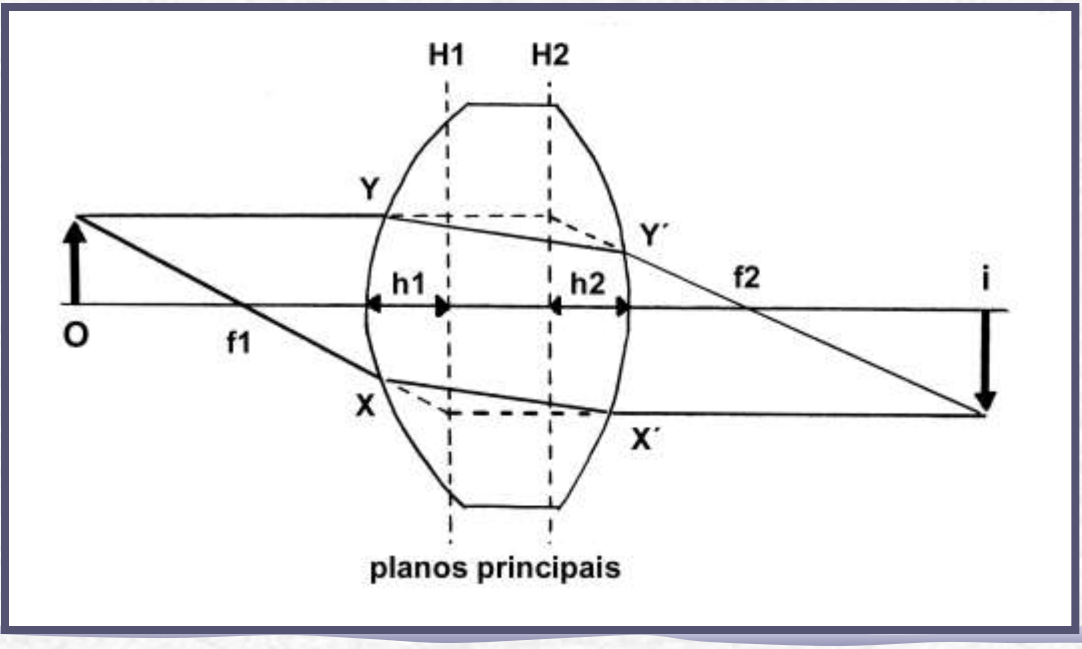


Pelo formalismo matricial, como $P \equiv P_1 = P_2$ $(P_i = (n-1)/R_i)$ por construção, obtém-se $h = (t)(2n - P) = 1{,}7054\,(18)$ mm, compatível com o valor da simulação.

Há um erro sistemático de $0{,}4258\,(4)$ mm aumentando o valor de f nas análises que consideram a lente delgada (ao utilizar a equação (1) ou medir a distância focal a partir do meio da lente). Esse erro sistemático é da mesma ordem de grandeza das incertezas dos valores obtidos para o foco anteriormente, logo não deve-se notar diferença apreciável ao se considerar a lente espessa na análise.

Uma análise quase completa

- A espessura da lente deste grupo era 5 mm e os planos estão em h1=h2=1.7mm, então:
  - A separação entre os planos é de 1.6mm
  - O erro sistemático em **o** e **i** é de 0.8mm
- Pergunta:
  - Se existe uma separação entre os planos principais, a lente pode ser considerada delgada?



Uma boa análise

Retirando o valor do erro sistemático dos valores de i e o e repetindo o processo anterior, obtém-se um valor de $0,3915\,(11)$ para $1/f$, como mostra a figura 6. Com esse valor obtém-se para o foco o valor $f_{exp} = 255{,}4\,(7)$ mm.

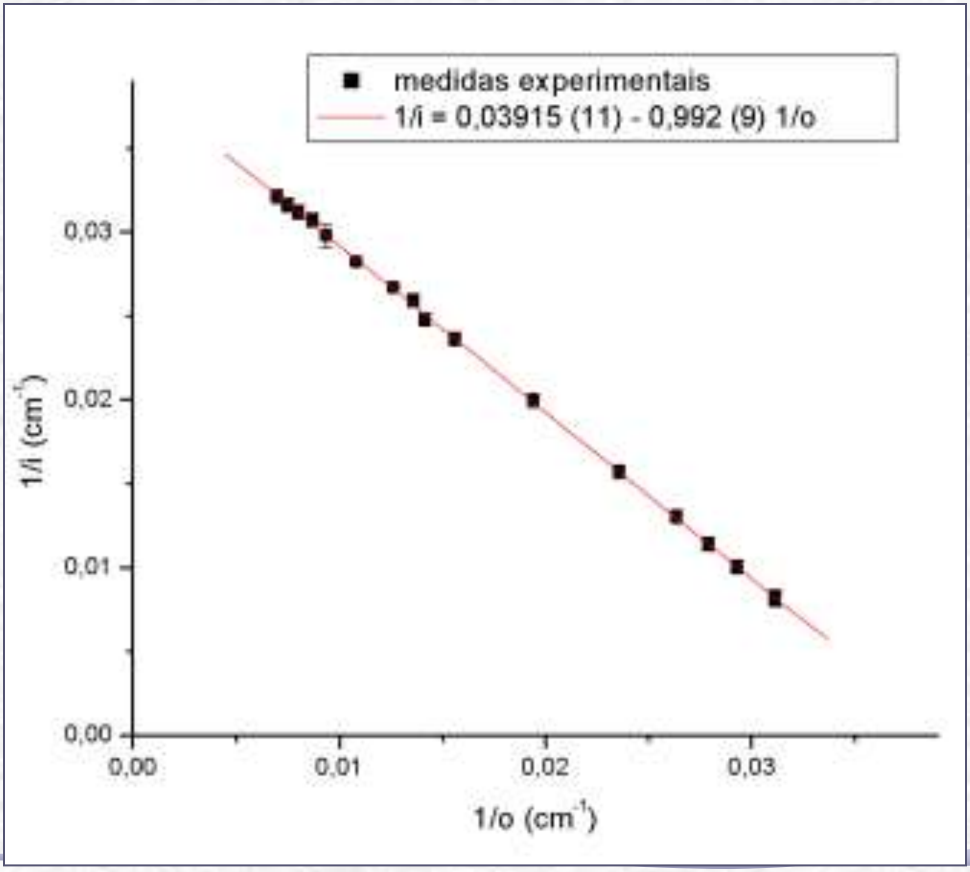
Experimental:

f (delgada) = 255.8 (7) mm

f (espessa) = 255.4 (7) mm

Um problema com essa análise é que o grupo não sabe o índice de refração... Eles têm idéia que está próximo de 1.5, mas a posição dos planos principais depende de **n**!

$$h_1 = \frac{t}{n\left(1 + \frac{P_1}{P_2} - t\frac{P_1}{n}\right)}$$



A lente é delgada??

- Outra maneira de determinar se a lente era delgada ou não era corrigir o pior erro sistemático possível:

$$R_1 = R_2 \Rightarrow P_1 = P_2 = (n-1)/R$$

$$h_1 = h_2 = \frac{t}{n\left(2 - \frac{t}{R}\frac{n-1}{n}\right)}$$

Mesmo sem conhecer o índice de refração, sabemos que o pior erro em **i** e **o** é metade da espessura da lente!

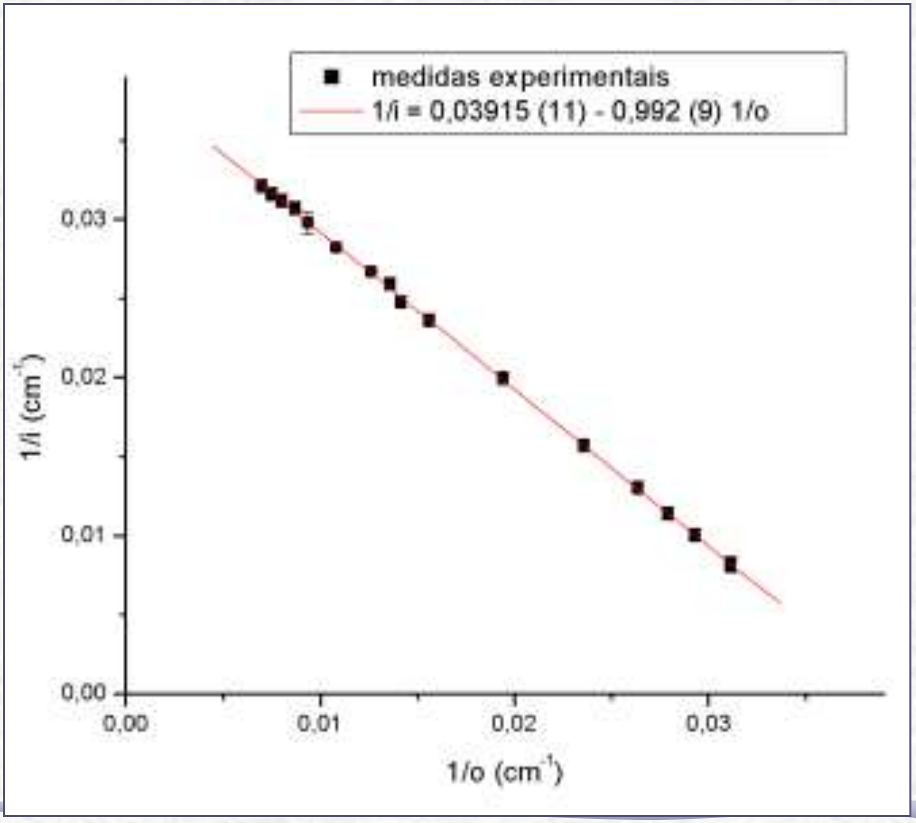
Limites: $\begin{cases} n \to 1 \Rightarrow h \to t/2 \\ n \to \infty \Rightarrow h \to 0 \end{cases}$

h está no centro (delgada)

h está na borda (espessa)

A lente é delgada??

- Ou seja, o ajuste linear poderia ser feito com e sem uma correção de **t/2** nos valores de **i** e **o**...
- Ao comparar os dois focos encontrados, vocês perceberiam que a diferença é menor que o erro experimental



Algo a mais?

- O que o grupo poderia ter feito a mais seria estimar o índice de refração do material da lente.
  - Assumindo lente delgada, com a eq do fabricante eles poderiam calculá-lo n=1.498
- Para calcular com maior precisão, poderiam usar um processo iterativo:
  - Considera delgada -> calcula **f**
  - Com **f** -> estima **n**
  - Com **n** -> estima **h**
  - Usa **h** para corrigir **i** e **o** -> estima novo **f**

Repete ate convergir

Outros resultados

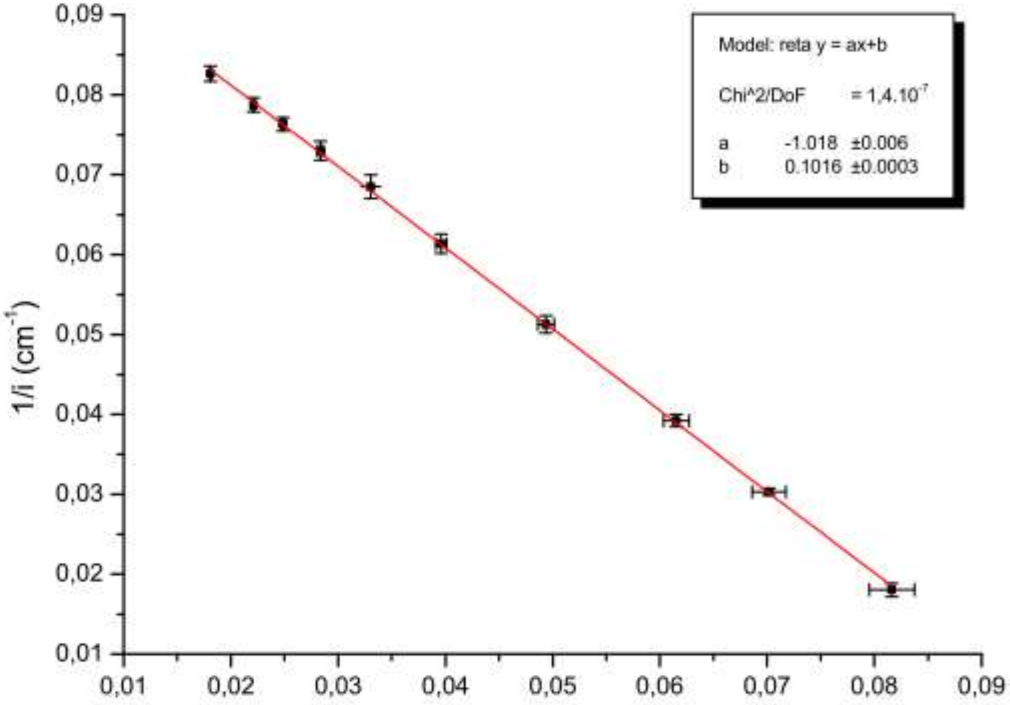
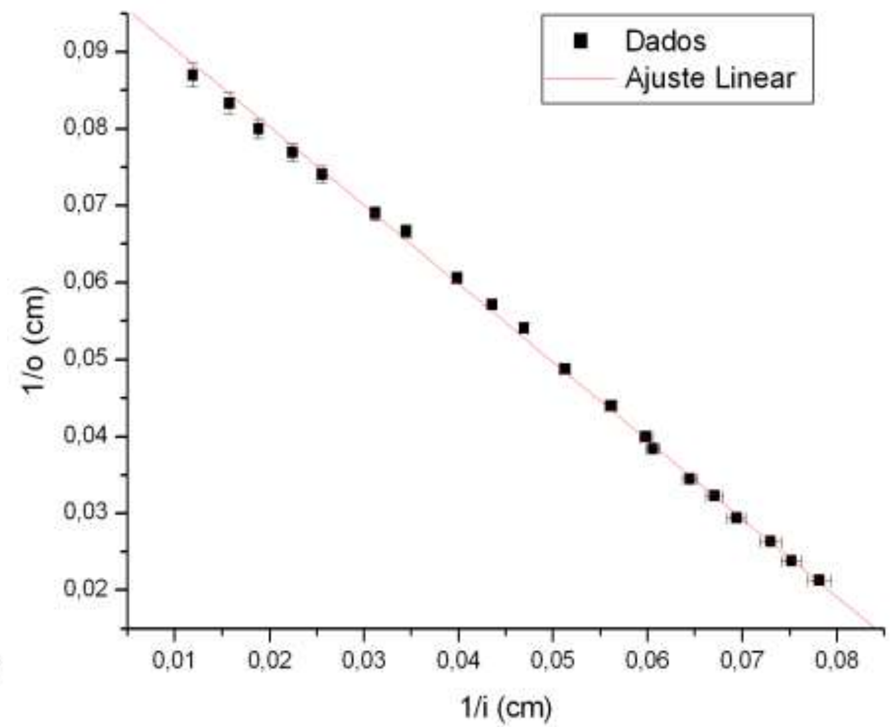
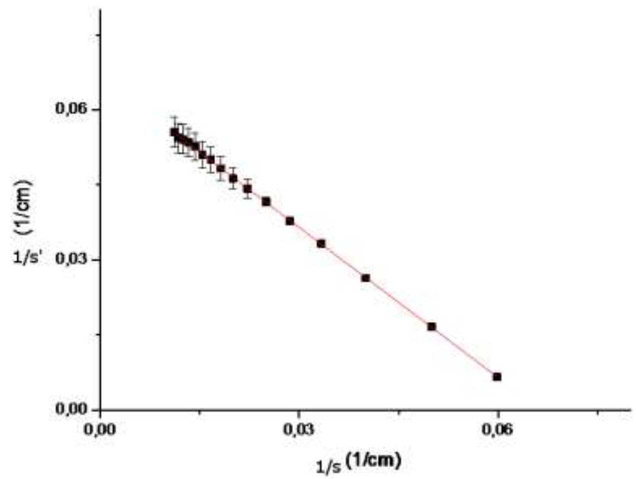
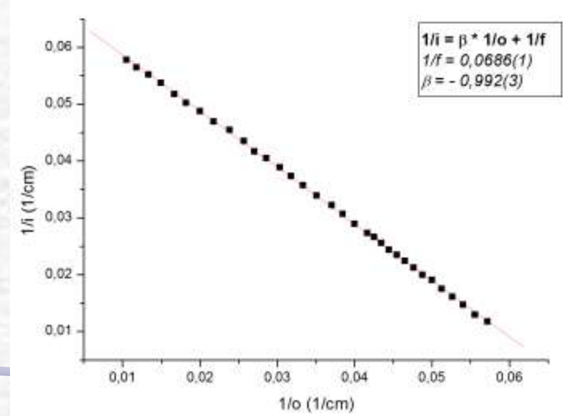
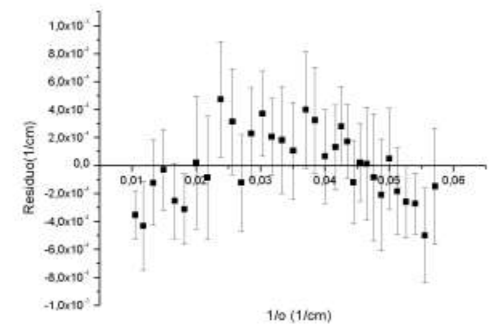


Gráfico do Inverso das Distâncias



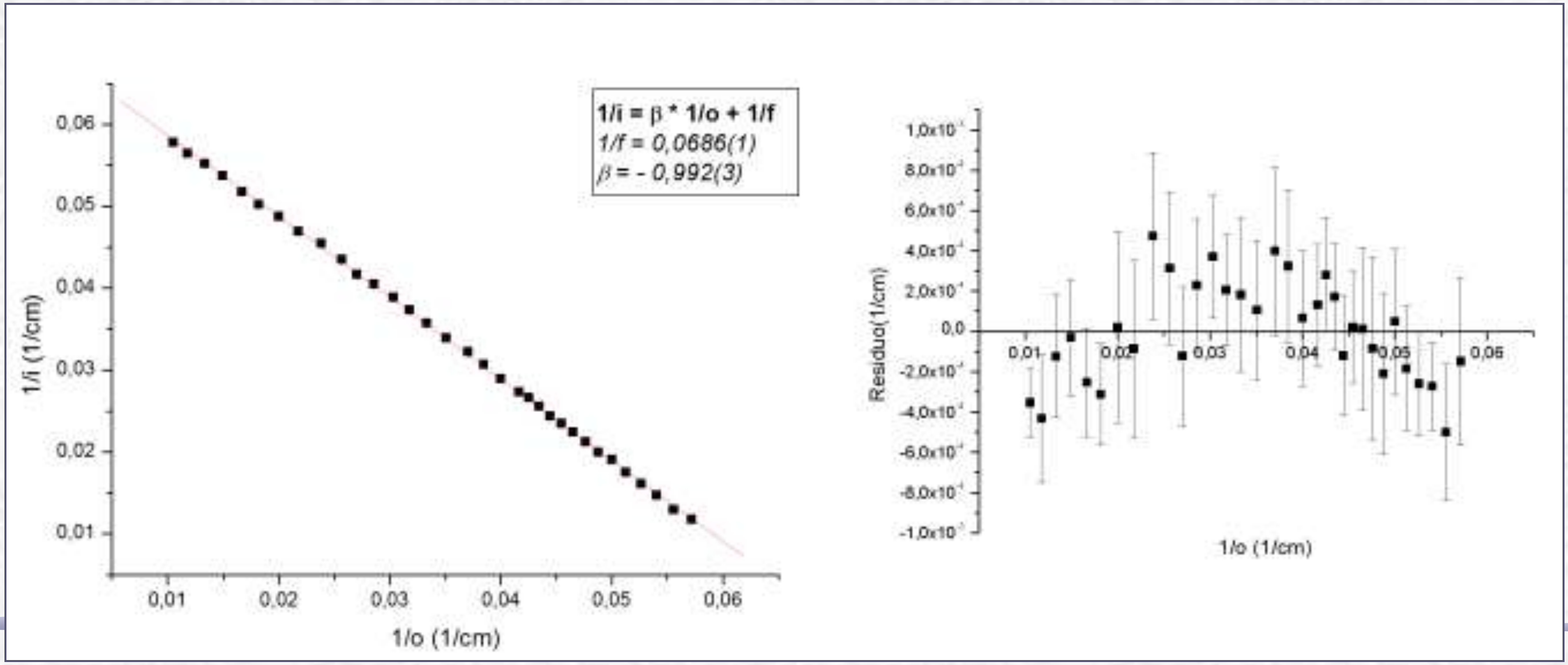






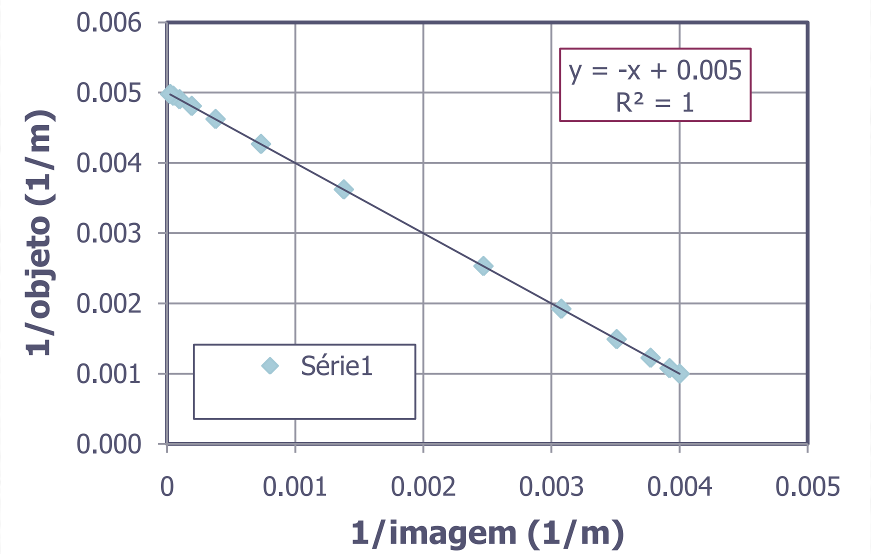
Correção dos planos principais

Alguns grupos fizeram medidas precisas que mostram que o ajuste linear não é bom (<u>apesar dizerem que era</u>).... A tendência nos resíduos evidencia que era preciso corrigir a posição dos planos principais.

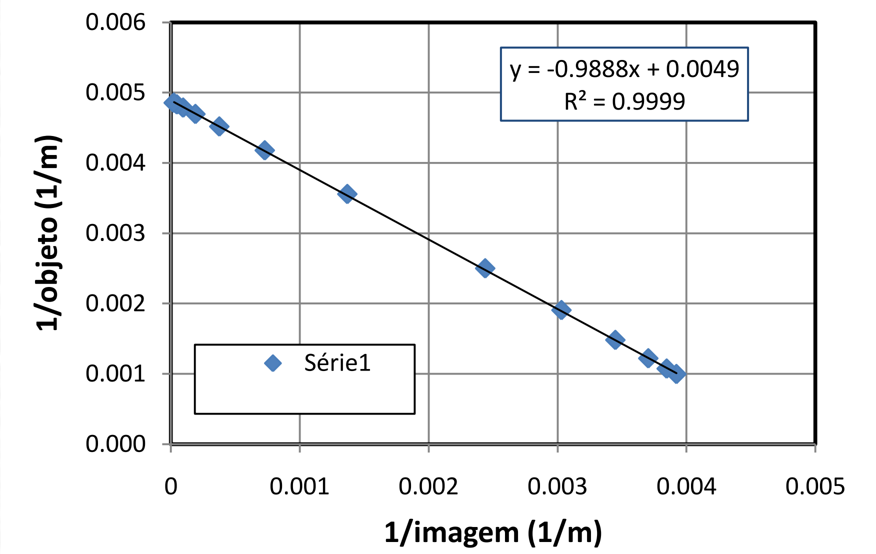


Simulação (f=200mm)

Medida correta a partir do plano principal

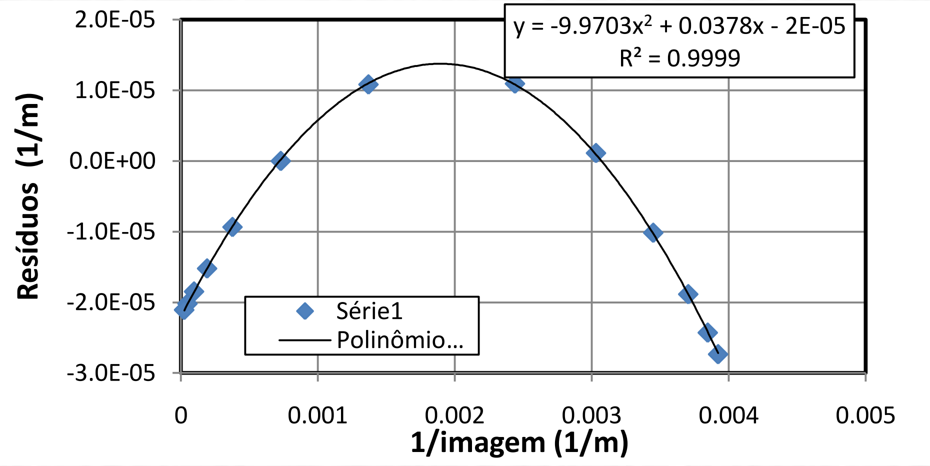


Erro sistemático de +5mm em **i** e **o**



f (sem erro) =1/0.005 =200mm

f (erro) = 1/0.0049=204mm



Erro sistemático em **i** e **o** implica em resíduos como uma parábola

Programação da Exp. 2

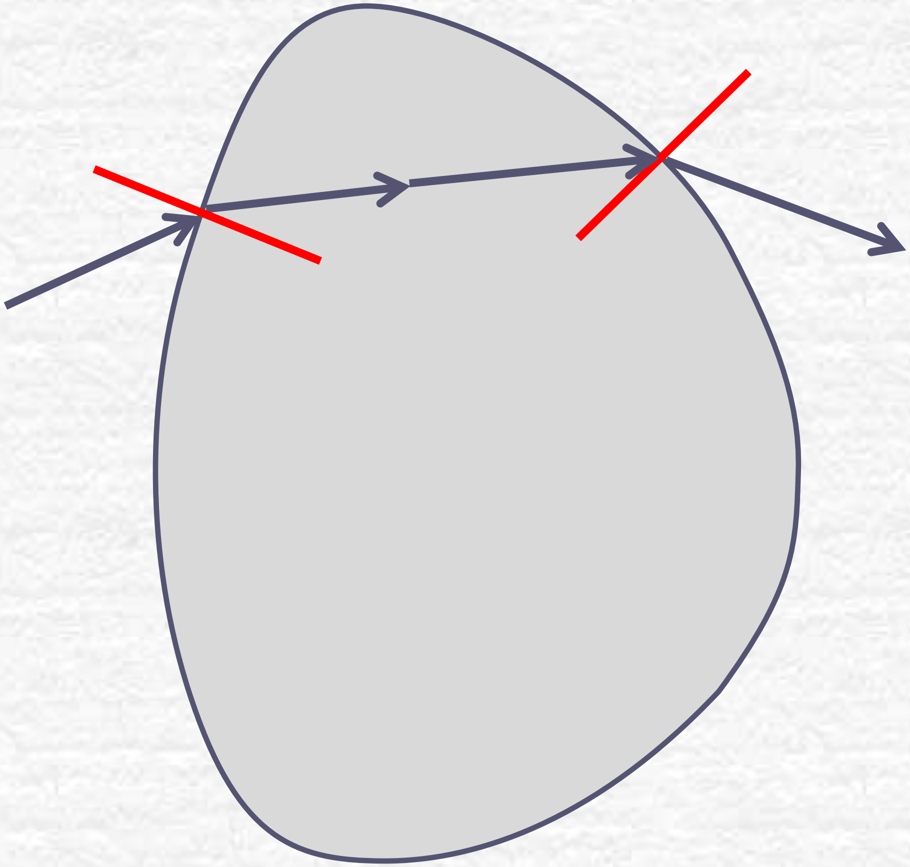
- Aula 1: óptica geométrica
  - Medidas com lentes convergente
- Aula 2: óptica geométrica
  - Medidas com lentes divergente
- Aula 3: laser
  - Aumento do diâmetro do laser e figuras de difração
- Aula 4: difração
  - Espectrofotômetro e transformada de Fourier
- Aula 5: computador ótico
  - Iluminar um objeto com o Laser, aplicar um filtro na transformada de Fourier e recompor a imagem filtrada
- Aula 6: ImageJ
  - Tratamento de imagem no computador

Funcionamento das Lentes

Vamos nos ater às lentes para luz visível.

O funcionamento de uma lente é simples:

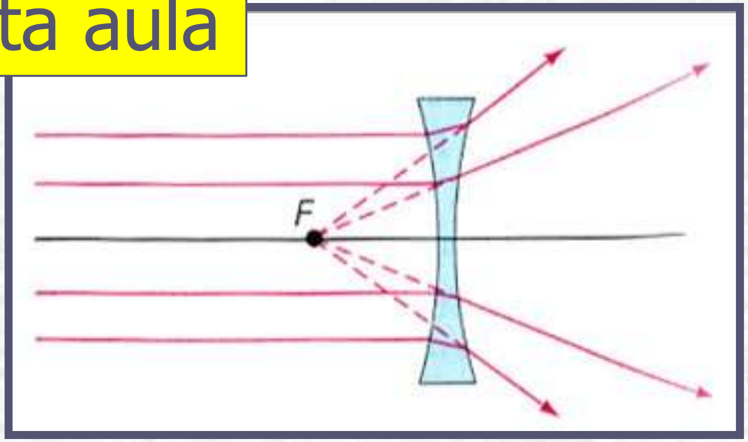
- Luz incide em uma das superfícies
- Ocorre refração nesta superfície
- A luz se propaga para a segunda superfície
- Ocorre nova refração



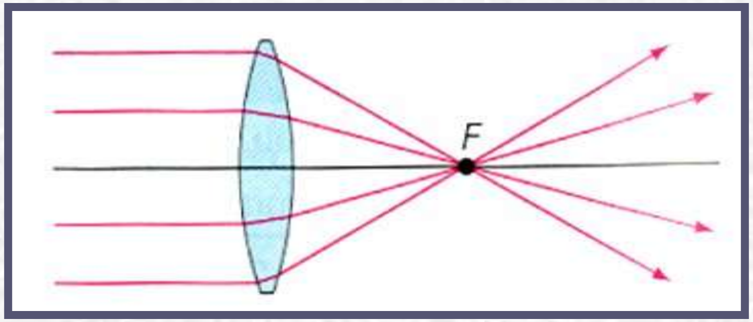
Tipos de Lentes: Convergência

- Quanto à reconfiguração da frente de onda as lentes podem ser convergentes ou divergentes.

Esta aula



Lentes divergentes: distância focal negativa → ao raios se afastam (mais fina no centro que nas bordas)



Lentes convergentes: distância focal positiva → os raios se aproximam (mais espessa no centro que nas bordas)

Tipos de Lentes: Dimensões

- Lentes podem ser **delgadas** os **espessas**
  - Lentes delgadas são aquelas que as suas dimensões não importam, ou seja, não importa onde o raio de luz atinge a lente, o efeito será sempre o mesmo.
  - Lentes espessas são aquelas que as dimensões e posição de incidência dos raios são importantes

Semana passada vimos que as nossas lentes podem ser consideradas delgadas

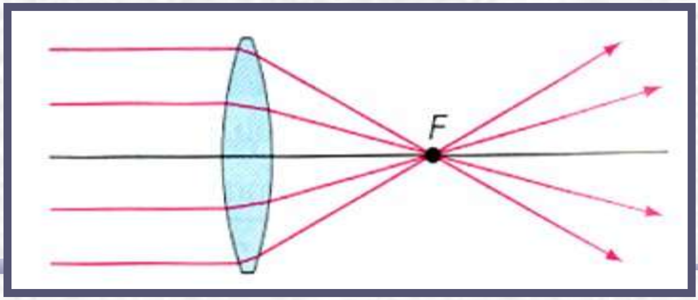
Tipos de Lentes: Complexidade

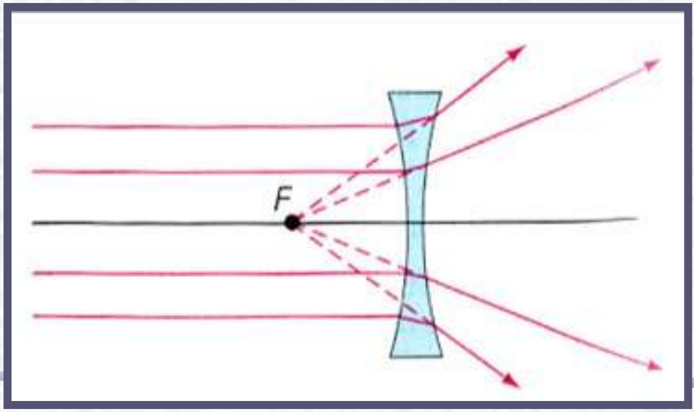
- Lentes podem ser:
  - simples: quando têm um único elemento ótico
  - **compostas:** quando têm mais de um elemento ótico

Nesta semana vamos começar a trabalhar com associação de lentes

Lentes Delgadas

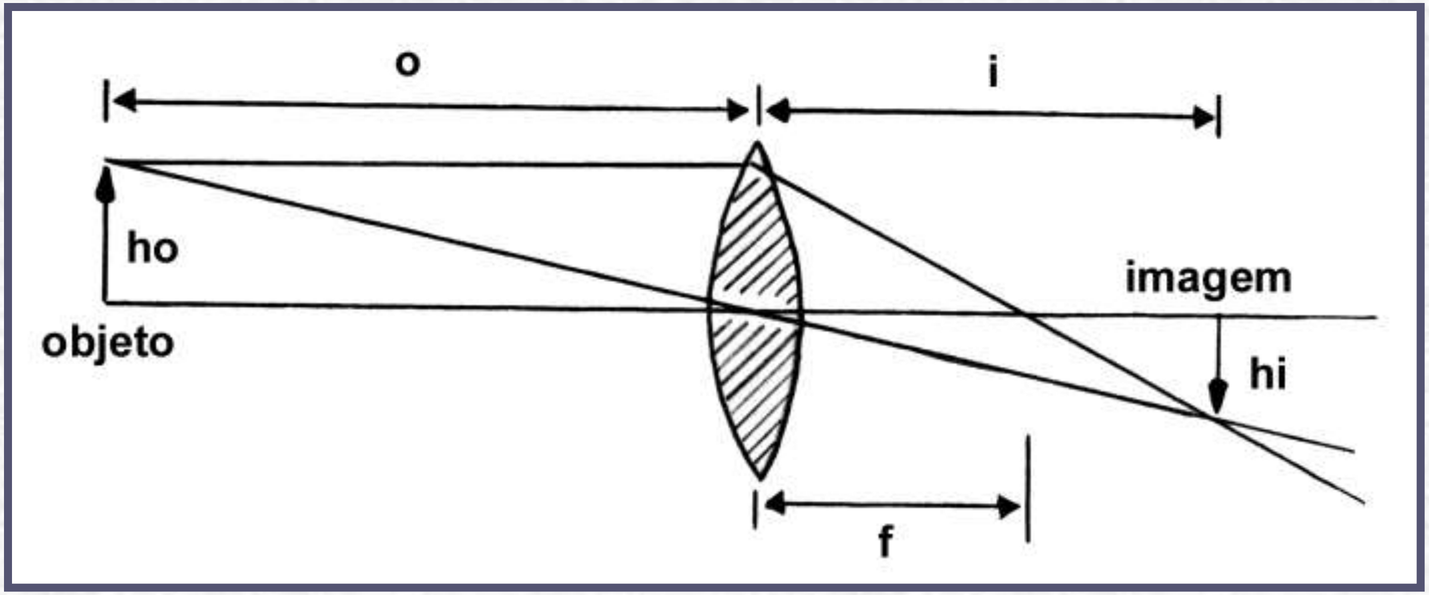
- Toda lente delgada é caracterizada por uma **distância focal única**, **independente da face** que o raio luminoso atinge
- A distância focal (f) é a distância entre o centro da lente e o ponto no qual todos os raios luminosos incidentes paralelo ao eixo da lente convergem (ou divergem)
  - Lentes convergentes: $f > 0$
  - Divergentes: $f < 0$





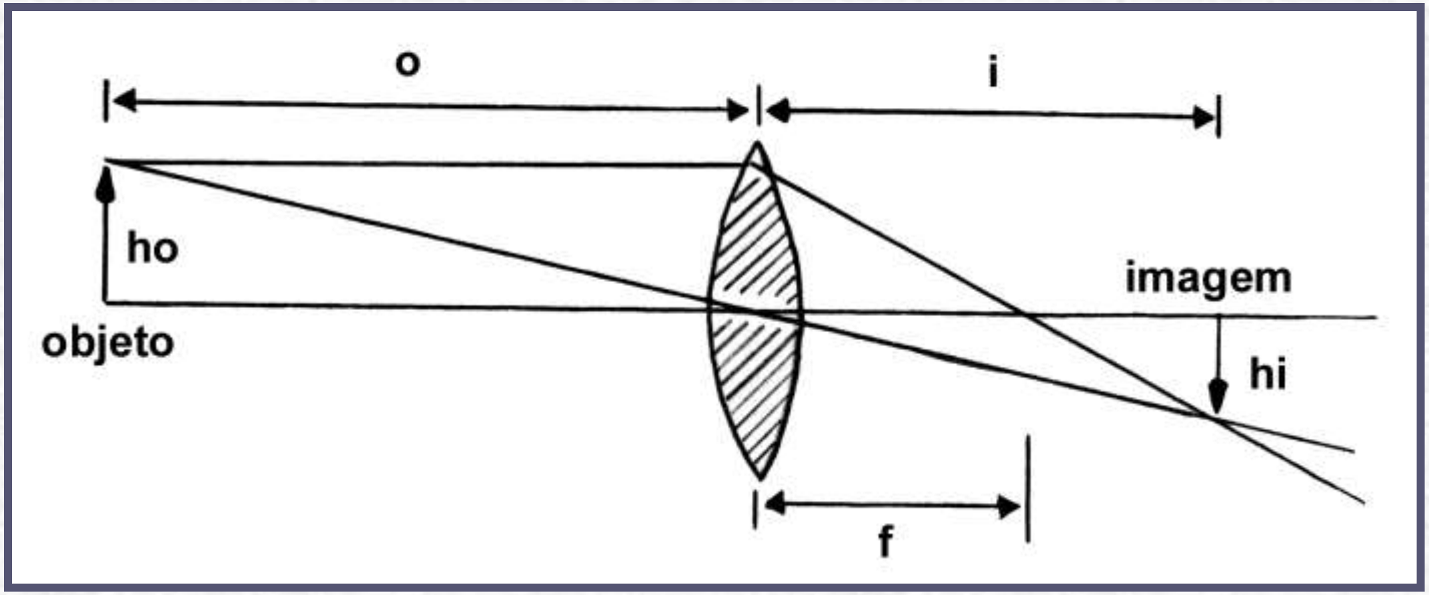
Lentes Delgadas

- Objeto e imagem de uma lente:
  - Distância objeto (o) é a distância entre a posição do objeto e o centro da lente
  - Distância imagem (i) é a distância entre a posição da imagem e o centro da lente



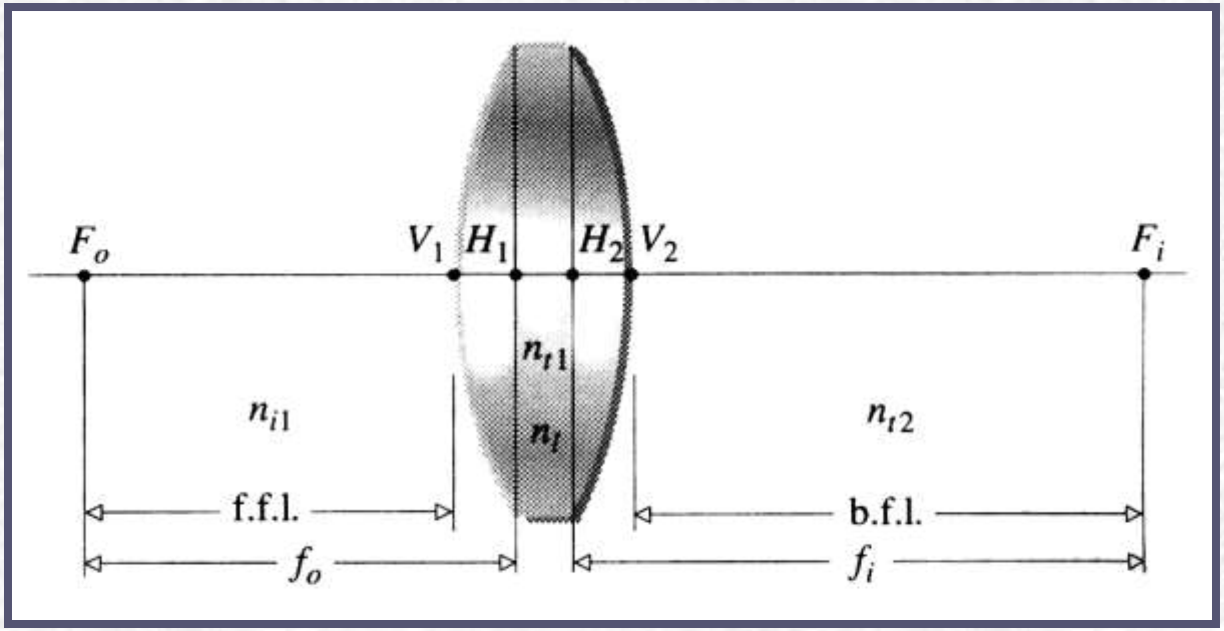
Lentes Delgadas

- Objeto e imagem de uma lente:
  - Tamanho do objeto (ho)
  - Tamanho da imagem (hi)
  - Magnificação de uma lente m = hi/ho = i/o



Lentes Espessas

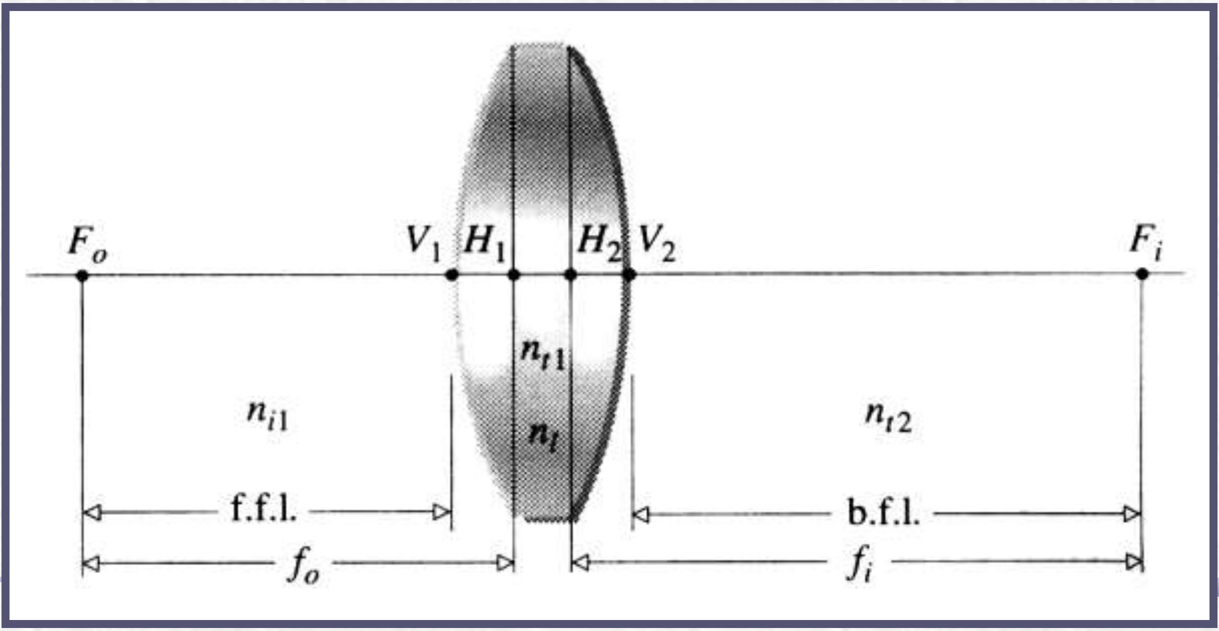
- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada **não são válidas**. Neste caso, tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



Lentes Espessas

- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais, **fo**, ou foco objeto; e **fi**, ou foco imagem.
  - Como a lente está imersa num meio isotrópico (o meio tem o mesmo índice de refração de cada lado da lente) $\mathbf{f_o=f_i}$

Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente (**H_1** e **H_2**)



Aproximação Paraxial

Para os 2 tipos de lentes, assumimos a aproximação paraxial:

- Um raio paraxial tem direção próxima da direção do eixo, ou seja, incide na lente em ângulos pequenos, de tal modo que:

$$\cos\theta \approx 1$$

$$sen\theta \approx \theta$$

  - Aproximação boa para $\theta < 10^o$

Associação de Lentes

- Quando colocamos 2 ou mais lentes juntas fica muito complicado calcular a trajetória de cada raio e o efeito final.
  - Possível resolver numericamente (sim. RayTrace)
- Muito mais simples resolver usando o **método matricial**
  - A grande vantagem é poder escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido e combiná-las.

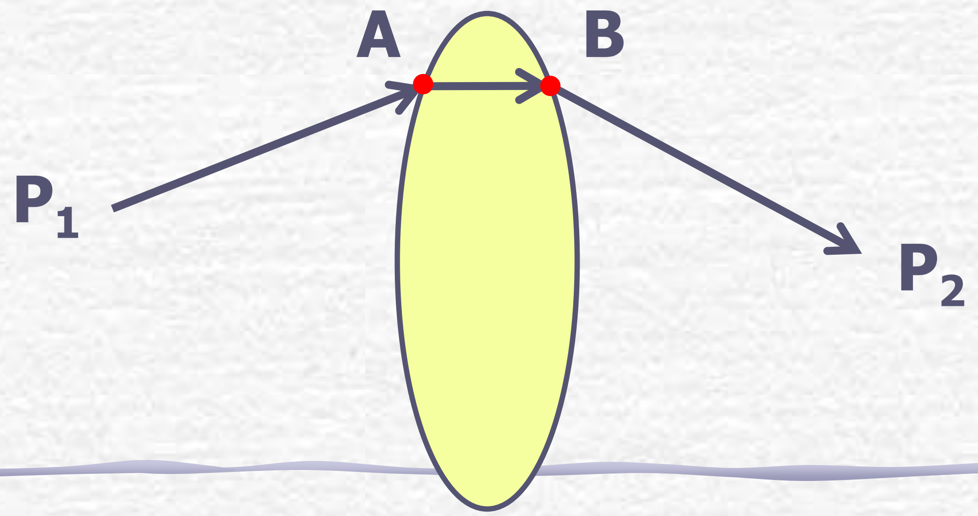
Exemplo: Lente Simples

- Do ponto P_1 para P_2 temos que:

$$P_2 = M_{P_1 \to P_2} P_1$$

- A matriz é a composição de três transformações diferentes:

$$M_{P_1 \to P_2} = M_{B \to P_2} \cdot M_{A \to B} \cdot M_{P_1 \to A}$$



Exemplo: Lente Simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação do ponto de saída da lente (B) até o ponto imagem (i)

Transformação entre os pontos dentro da lente

Transformação do ponto objeto (o) até a lente (A)

Exemplo: Lente Simples

- Para a lente delgada a transformação completa fica

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \dfrac{i}{f} & o - \dfrac{io}{f} + i \\ -\dfrac{1}{f} & 1 - \dfrac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

- Ou seja:

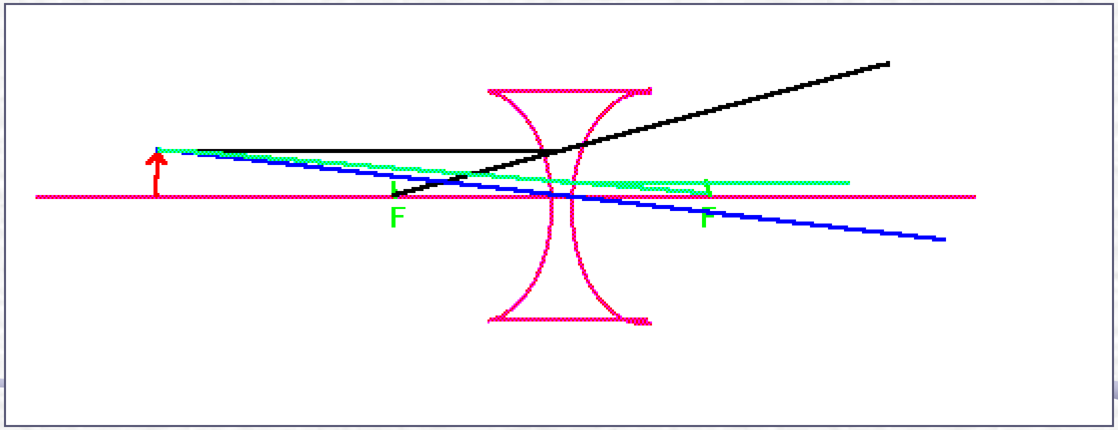
$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1 \quad = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}}$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{f} r_1 + \left(1 - \frac{o}{f}\right) \varphi_1$$

Equação de Gauss para lentes delgadas

Esta Aula

- Até aqui foi relembrado a aula passada.
- A teoria para aula de **hoje** continua a mesma: método matricial para lentes delgadas.
- A proposta para esta semana é **medir o foco de uma lente divergente**. Será preciso associar uma lente convergente e usar tudo que aprenderam:
  - Simulação no RayTrace
  - Método matricial
  - Medidas na bancada



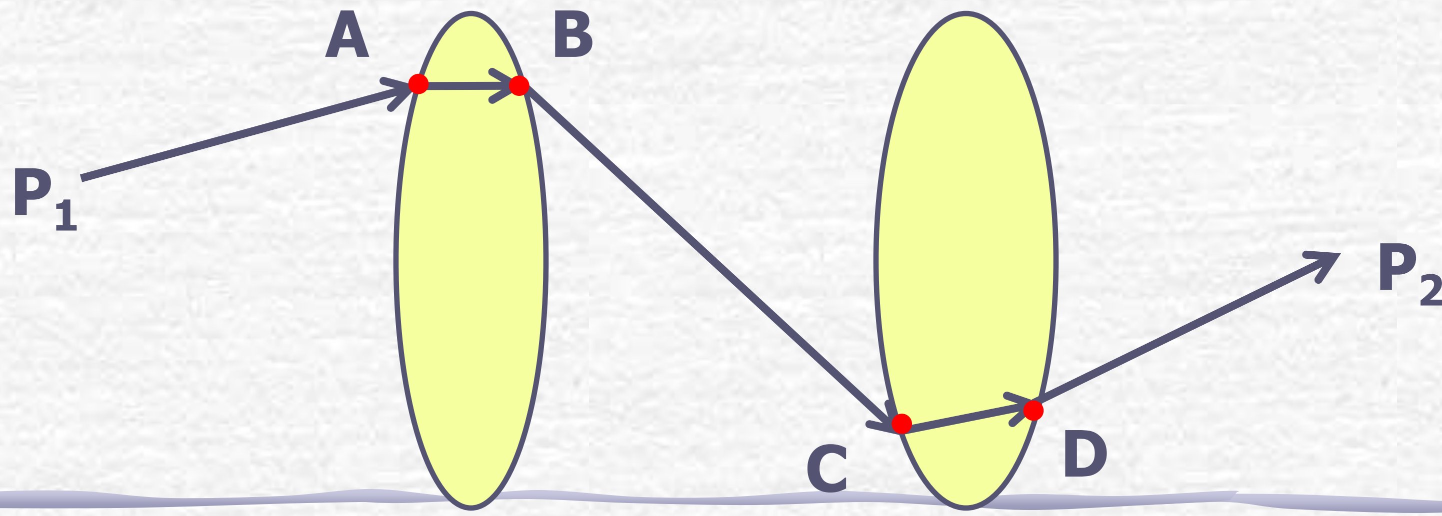
Associação de Lentes

- Quando temos uma associação de lentes, a única diferença é que teremos mais matrizes:

$$P_2 = M_{P_1 \to P_2} P_1$$

- Neste caso:

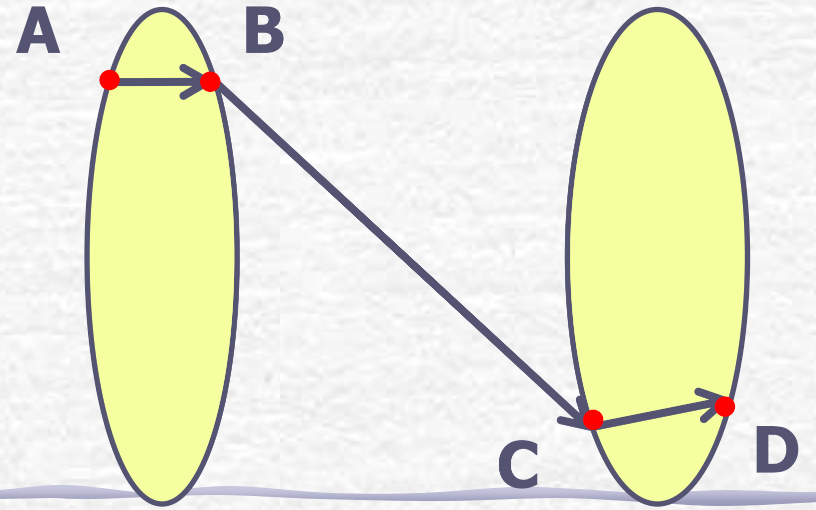
$$M_{P_1 \to P_2} = M_{D \to P_2} \cdot M_{C \to D} \cdot M_{B \to C} \cdot M_{A \to B} \cdot M_{P_1 \to A}$$



Associação de Lentes

- Vamos nos concentrar apenas na matriz de transferência da lente equivalente
- Neste caso:

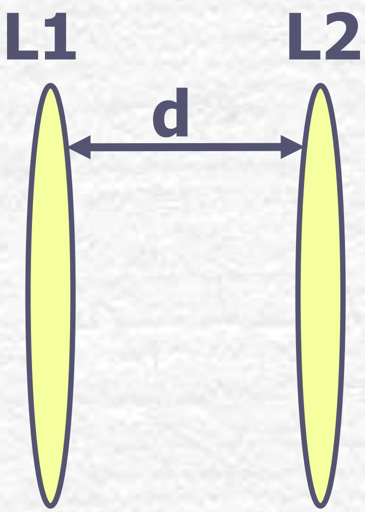
$$M_{A\to D} = M_{C\to D} \cdot M_{B\to C} \cdot M_{A\to B}$$



Associação de Lentes

- Vamos nos concentrar apenas na matriz de transferência da lente equivalente:

$$M_{L1+L2} = M_{Lente2} \cdot M_{L1 \to L2} \cdot M_{Lente1}$$



$$= \begin{pmatrix} 1 & \\ -1/f_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \mathrm{d} \\ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \\ -1/f_1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - \dfrac{d}{f_1} & d \\ -\dfrac{1}{f_2}\left(1 - \dfrac{d}{f_1}\right) - \dfrac{1}{f_1} & 1 - \dfrac{d}{f_2} \end{pmatrix}$$

Associação: distância focal

- O termo inferior esquerdo é o negativo do inverso da distância focal (ver apostila):

$$M_{L1+L2} = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{d}{f_1} & d \\ -\dfrac{1}{f_2}\left(1-\dfrac{d}{f_1}\right)-\dfrac{1}{f_1} & 1-\dfrac{d}{f_2} \end{pmatrix}$$

- Portanto

$$\frac{-1}{f} = -\frac{1}{f_2}\left(1-\frac{d}{f_1}\right)-\frac{1}{f_1} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{d}{f_1 f_2}}$$

Associação: planos principais

- Os planos principais também podem ser calculados com os coeficientes da matriz de transferência (ver apostila):

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \qquad h_1 = \frac{D-1}{C} \text{ e } h_2 = \frac{A-1}{C}$$

- Portanto:

$$h_1 = -f_{eq}\left[\left(1 - \frac{d}{f_2}\right) - 1\right] = d\,\frac{f_{eq}}{f_2}, \; h_2 = d\,\frac{f_{eq}}{f_1}$$

Para entregar – Parte 1 (simulação)

- No **programa RayTrace** simule uma associação de **2** lentes delgadas:
  - **1** divergente de distância focal **100mm**
  - **1** convergente de distância focal **200mm**
  - Distância entre elas **400mm**
- Depois:
  - Identifique os planos principais e os focos da associação (os focos são medidos a partir de onde?).
  - Compare com os valores previstos pelo formalismo matricial.
  - Compare com os valores obtidos pelos seus colegas.

Para entregar – Parte 2 (medidas)

- Determine a distância focal de uma lente divergente desconhecida:
  - Planeje a medida, a partir dos resultados anteriores, antes de ir no laboratório!
  - Você pode ver a imagem da lente divergente? Experimente olhar...
- Lembre-se você sabe da semana anterior que pode considerar as lentes delgadas