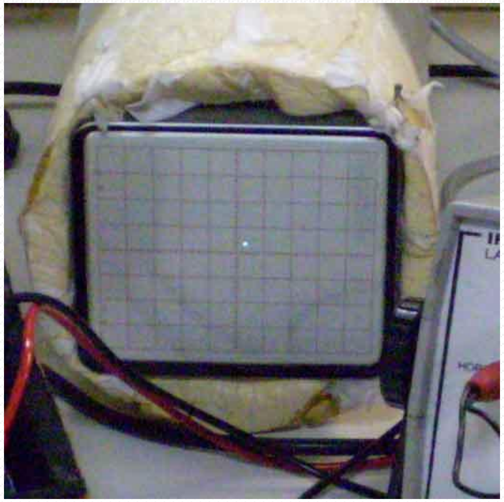
# Seletor de Velocidades

## Parte 6 – Calibração
## Parte 7 - Resolução
## Aula 6

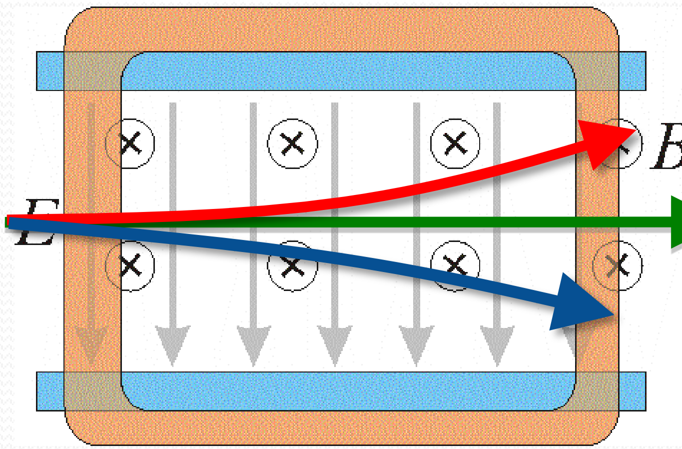

**Prof. Henrique Barbosa**
**Edifício Basílio Jafet - Sala 100**
**Tel. 3091-6647**
**hbarbosa@if.usp.br**


**http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa**

# O Seletor de Velocidades



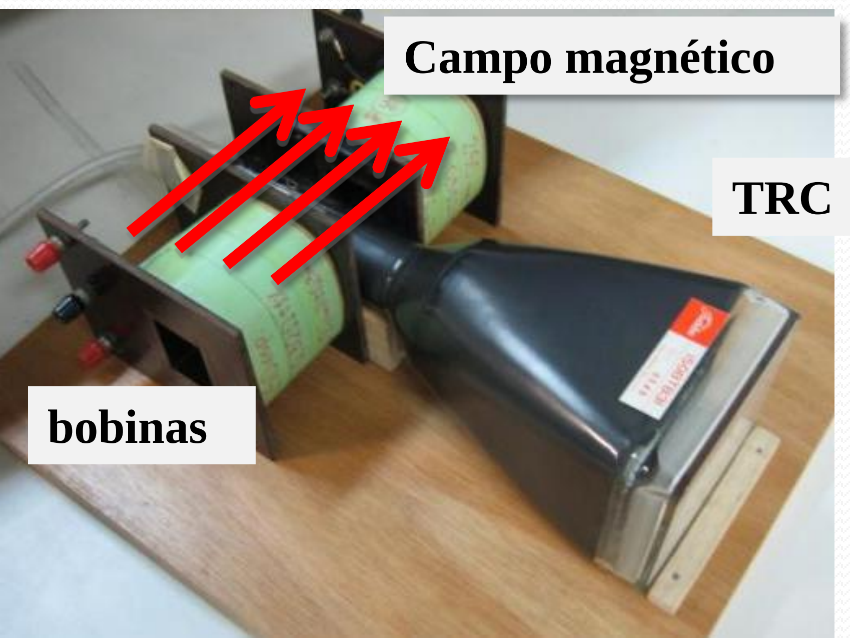
$q < 0$

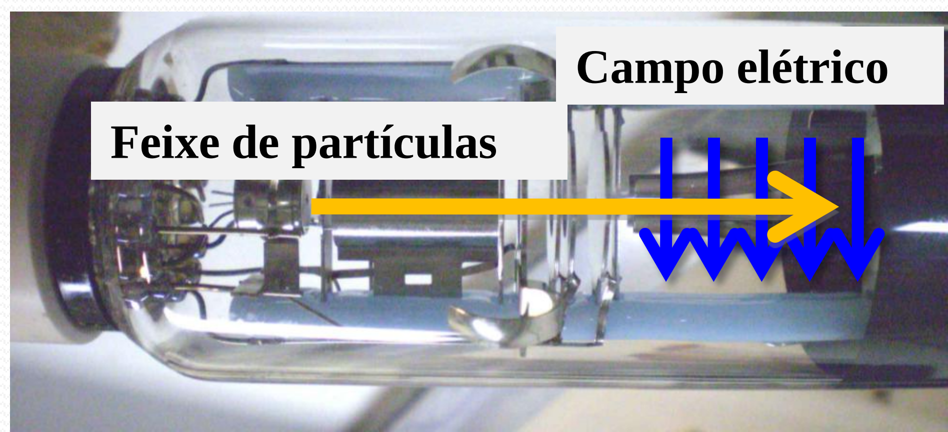



$E > vB$

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

$E < vB$



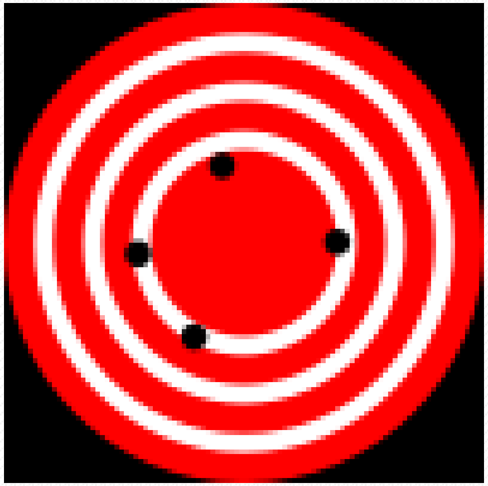



# Exp. 2 – Seletor de Velocidades

PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
  - Colocar o TRC para funcionar e tentar entender o que acontece
- Semana 2
  - Mapear o campo elétrico das placas defletoras
- Semana 3
  - Simular o campo elétrico e estudar a deflexão no campo elétrico
- Semana 4
  - Mapear o campo magnético das bobinas
- Semana 5
  - Simular o campo magnético e estudar a deflexão no campo magnético
- Semana 6
  - Calibrar e obter a resolução do seletor de velocidades

# PARTE 1 - CALIBRAÇÃO

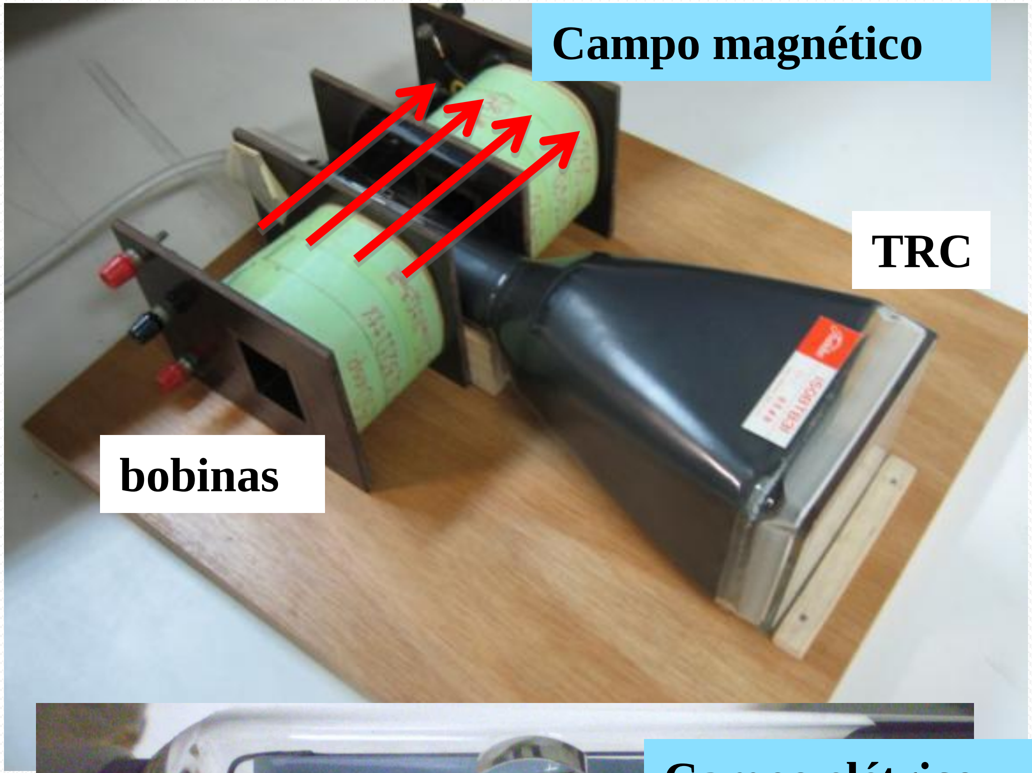


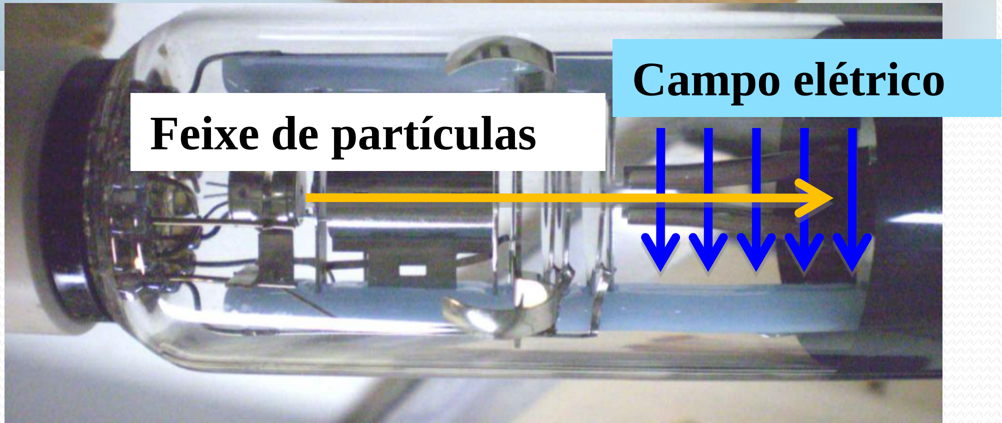
Baixa precisão
Boa acuracia

Boa precisão
Baixa acuracia

# O Seletor de velocidades

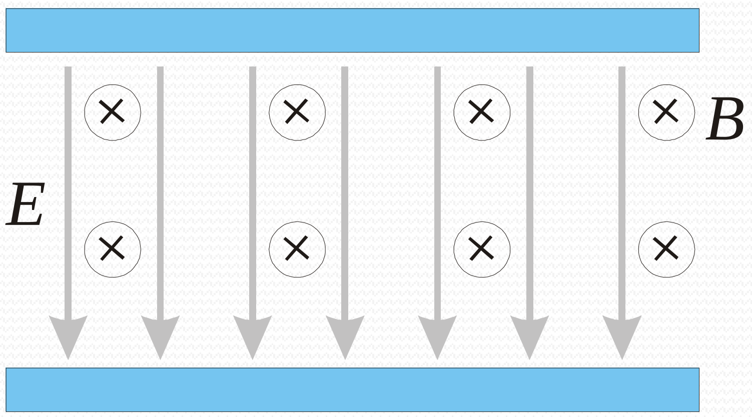
- TRC
  - Produz feixe de elétrons acelerados e propicia campo elétrico
  - Tela é o detector de partículas
- Bobinas
  - Campo magnético



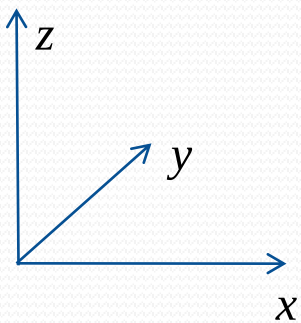



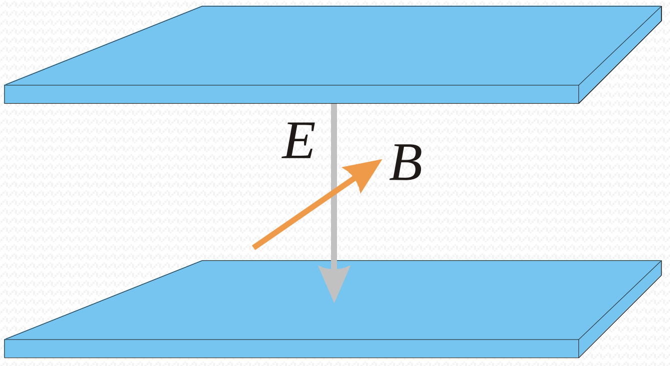
# Objeto de estudo: o Filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade ***inicial*** da partícula incidente




$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$



# Movimento em campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$

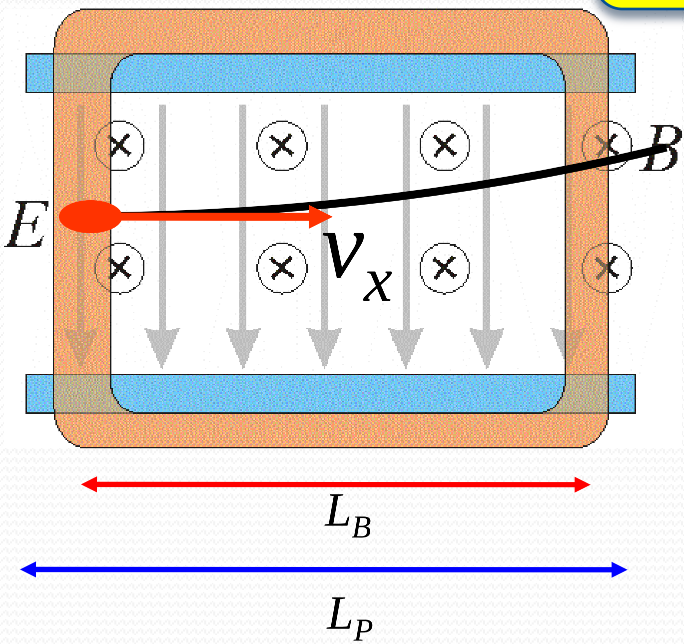
$$B\left(v_x\hat{k} - v_z\hat{i}\right)$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

$$\vec{E} = -E\hat{k}$$



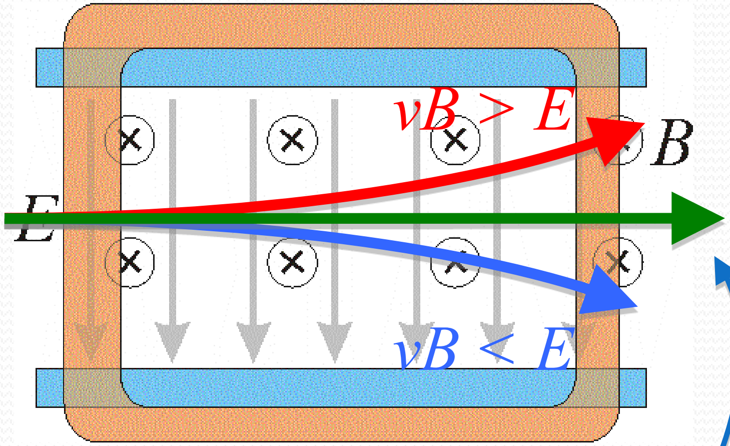

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(v_x B - E\right)\hat{k} - qBv_z\hat{i}$$

Precisamos resolver?

# Vamos olhar de perto este seletor

- Qual é a condição na qual a partícula não sofre desvio?

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q(v_x B - E)\hat{k} - qBv_z\hat{i}$$




- Condição de força resultante nula:

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

$v_z$ inicial é nula. Se não houver força em ***Z*** isto não muda

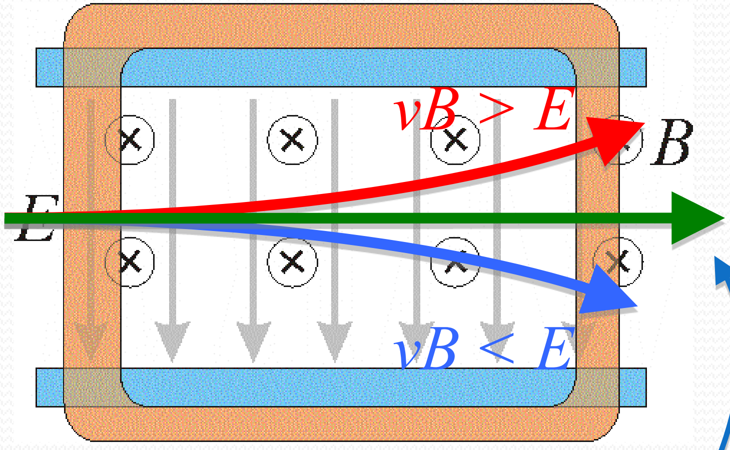
$$\vec{F} = q(v_x B - E)\hat{k} - qBv_z\hat{i} = 0$$

Se a velocidade da partícula for igual à razão entre campo elétrico e magnético o desvio sofrido é nulo

$$v_{0x}B - E = 0 \qquad v_{0x} = \frac{E}{B}$$

# Vamos olhar de perto este seletor

- Mas também podemos pensar em cada movimento separadamente




  - Já estudamos que a deflexão devido ao campo elétrico (apenas) vale:

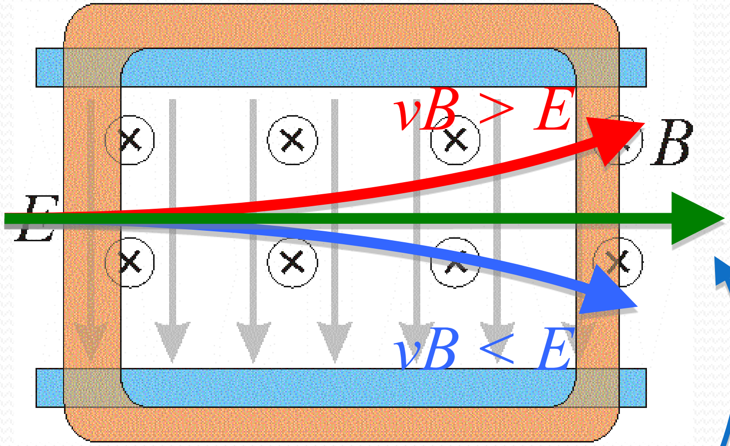
$$h_E = \frac{qL_P E}{mv_{0x}^2}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right) \qquad v_{0x} = \frac{E}{B}$$

  - E a deflexão devido ao campo magnético vale:

$$H_B = \frac{qL_B L}{2mv_{0x}} B$$

# Vamos olhar de perto este seletor

- Na situação que não há desvio da partícula, um movimento compensa o outro e assim:




$$h_E = H_B$$

- Ou seja:

$$\frac{qL_P E}{mv_{0x}^2}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right) = \frac{qL_B L}{2mv_{0x}} B$$

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

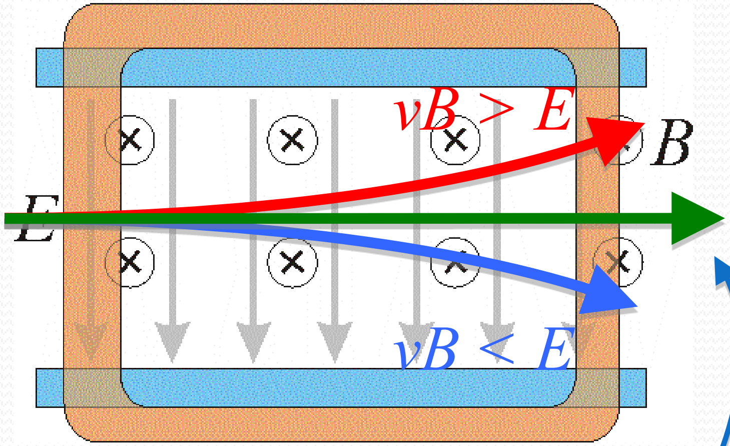
- Assim:

$$v_{0x} = \frac{2L_P}{L_B L}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right)\frac{E}{B}$$

# Vamos olhar de perto este seletor

- Mas nós sabemos, pelas equações de movimento, que a velocidade de filtro é:

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$




  - Sabendo que:

$$v_{0x} = \frac{2L_P}{L_B L}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right)\frac{E}{B}$$

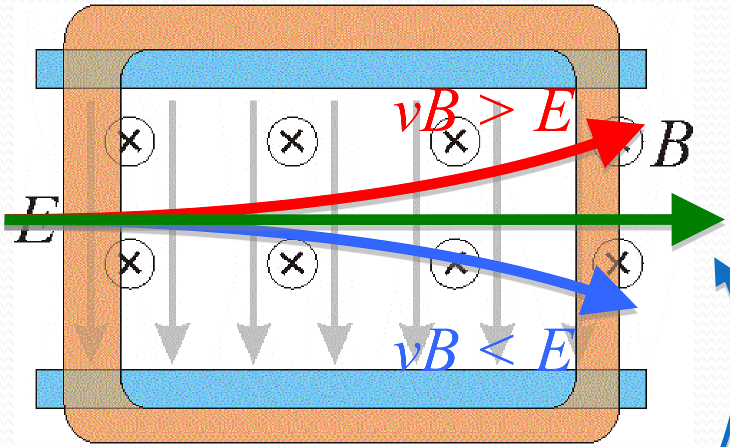
$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

  - Para que o nosso modelo seja válido precisamos que:

$$k = \frac{2L_P}{L_B L}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right) \sim 1$$

# Calibração do seletor

- Primeiramente precisamos verificar se o nosso modelo de campos ideais se aplicam. Neste caso, a partir dos dados das semanas anteriores, obter o valor de k e checar se:




$$k \sim 1$$

$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

- Nós sabemos também que o campo elétrico é proporcional à tensão entre as placas e que o campo magnético é proporcional à corrente nas bobinas, ou seja:

$$E = \frac{V_P}{d}, \qquad B = \beta i$$

# Calibração do seletor

- Ou seja, para a velocidade de filtro, sem desvio:

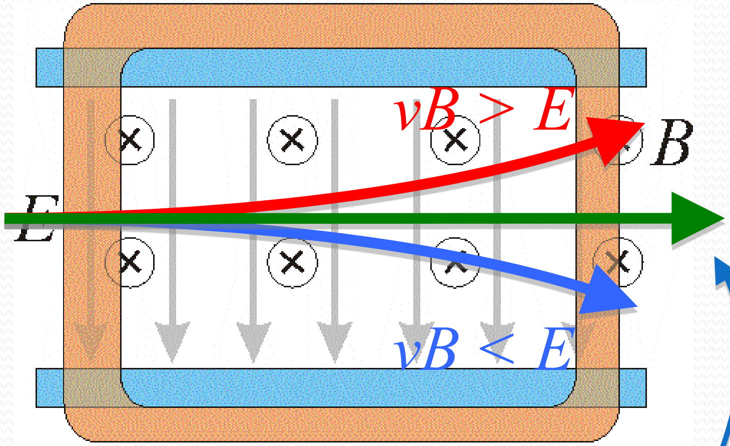
$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

  - Podemos fazer que:

$$v_{0x} = \frac{1}{\beta d}\frac{V_P}{i}$$

  - Ou seja:

$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$




$$v_{0x} = \frac{E}{B}$$

Selecionamos as velocidades apenas controlando $\boldsymbol{V_p}$ e $\boldsymbol{i}$
***Só vale para a partícula que passa reto***

# Objetivos da semana

- Verificar se o nosso modelo de campos ideais se aplicam. Neste caso, a partir dos dados das semanas anteriores, obter o valor de k e checar se:

$$k = \frac{2L_P}{L_B L}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right) \sim 1$$

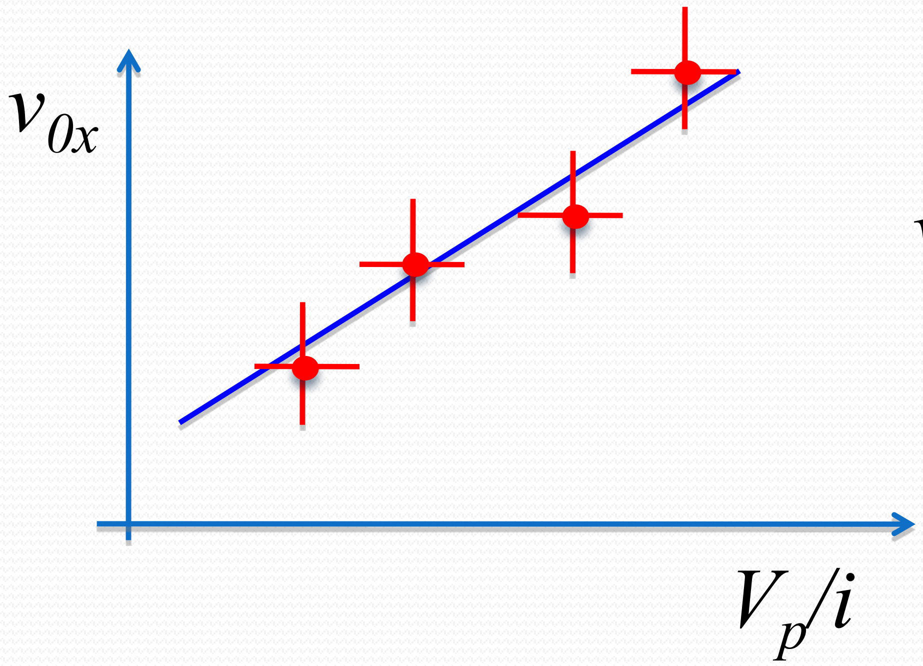
- Calibrar o seletor de velocidades. A partir da relação:

$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

  - Determinar a constante $\alpha$. Sabendo que $\alpha = 1/\beta d$, obter o valor de d e comparar com os resultados obtidos há duas semanas

# Como calibrar o seletor e obter $\alpha$?

- Precisamos fazer o gráfico



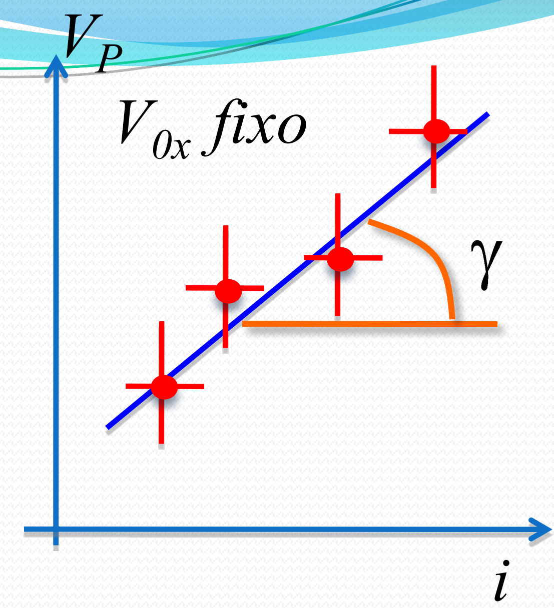

$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

- Como obter cada ponto do gráfico de forma precisa?

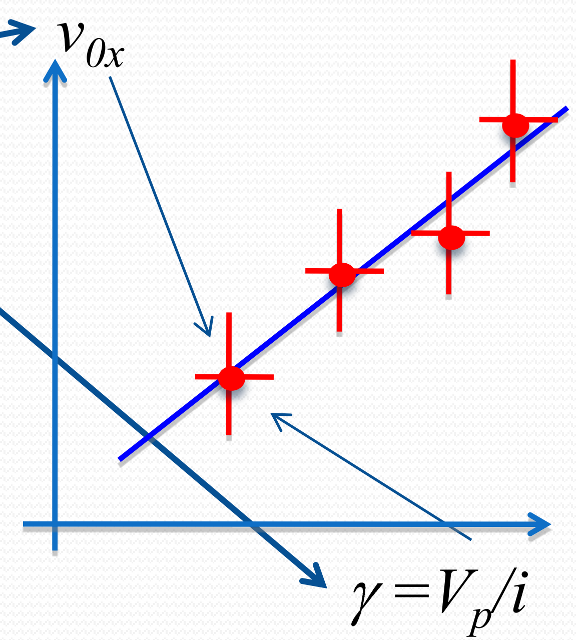
# Procedimento

$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

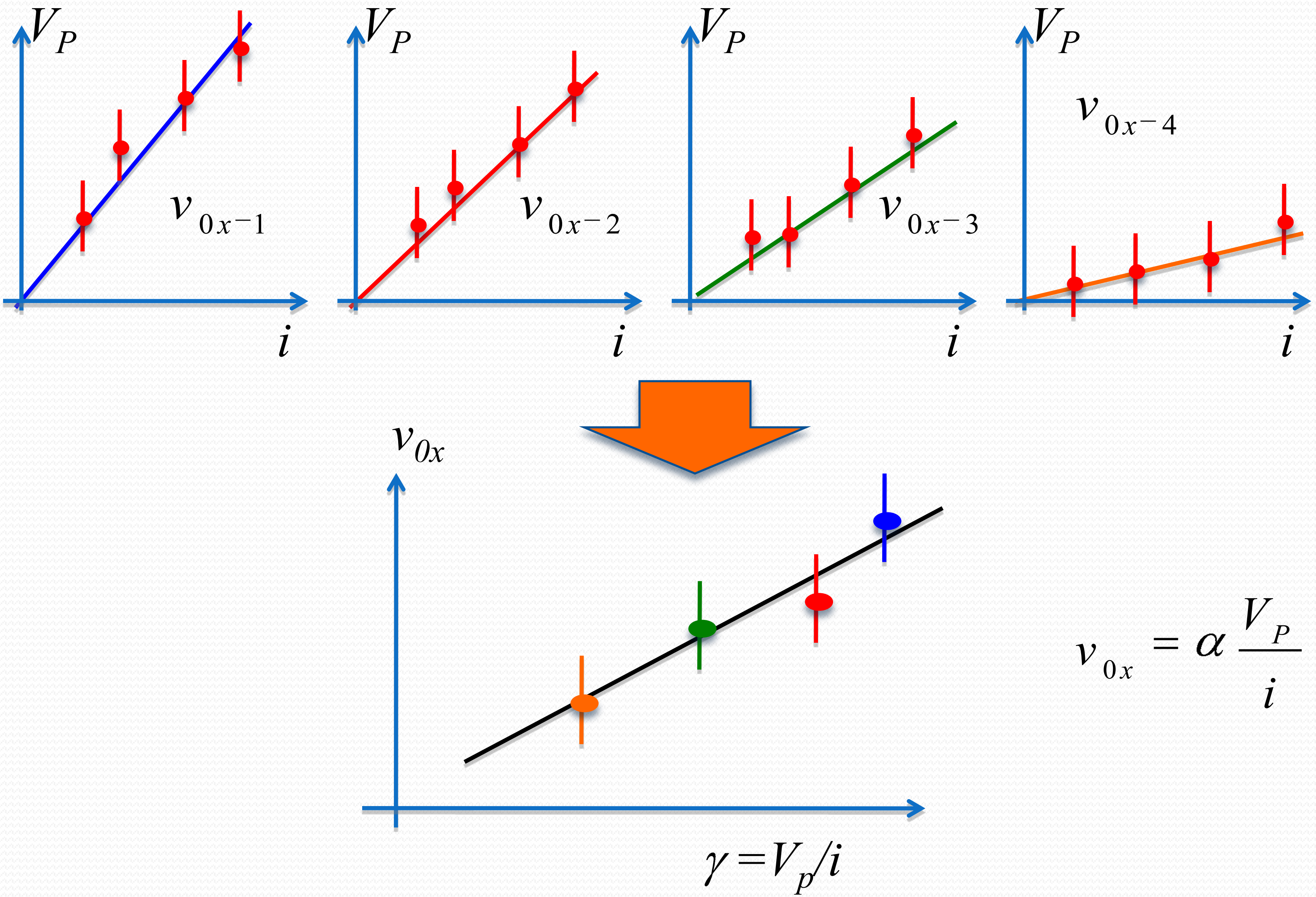
- Selecione uma tensão de aceleração (**$V_{AC}$**) e obtenha **$v_{0x}$**.
- Com tensão entre as placas NULA (**$V_P$** = 0)
    1) Ajuste a corrente (**i**) para que o deslocamento devido ao campo magnético seja 1 cm. Meça **i**.
    2) Ajuste a tensão entre as placas para compensar este deslocamento e voltar a partícula para a origem. Meça **$V_P$**.
    3) Repita os passos (1)-(2) para h=1, 2, 3cm, etc...
    4) Faça o gráfico de **$V_P$** em função de **i** para estes dados (estão todos no mesmo **$v_{0x}$**).
    5) O coeficiente angular obtido é o valor $\gamma$ = **$V_P$/i** para o **$v_{0x}$** selecionado.




- Repita os passos acima para, pelo menos, mais 3 valores de **$v_{0x}$** (**$V_{AC}$**) e faça o gráfico **$v_{0x}$** vs $\gamma$
    - Total de pelo menos 4 pontos



# Calibração do seletor

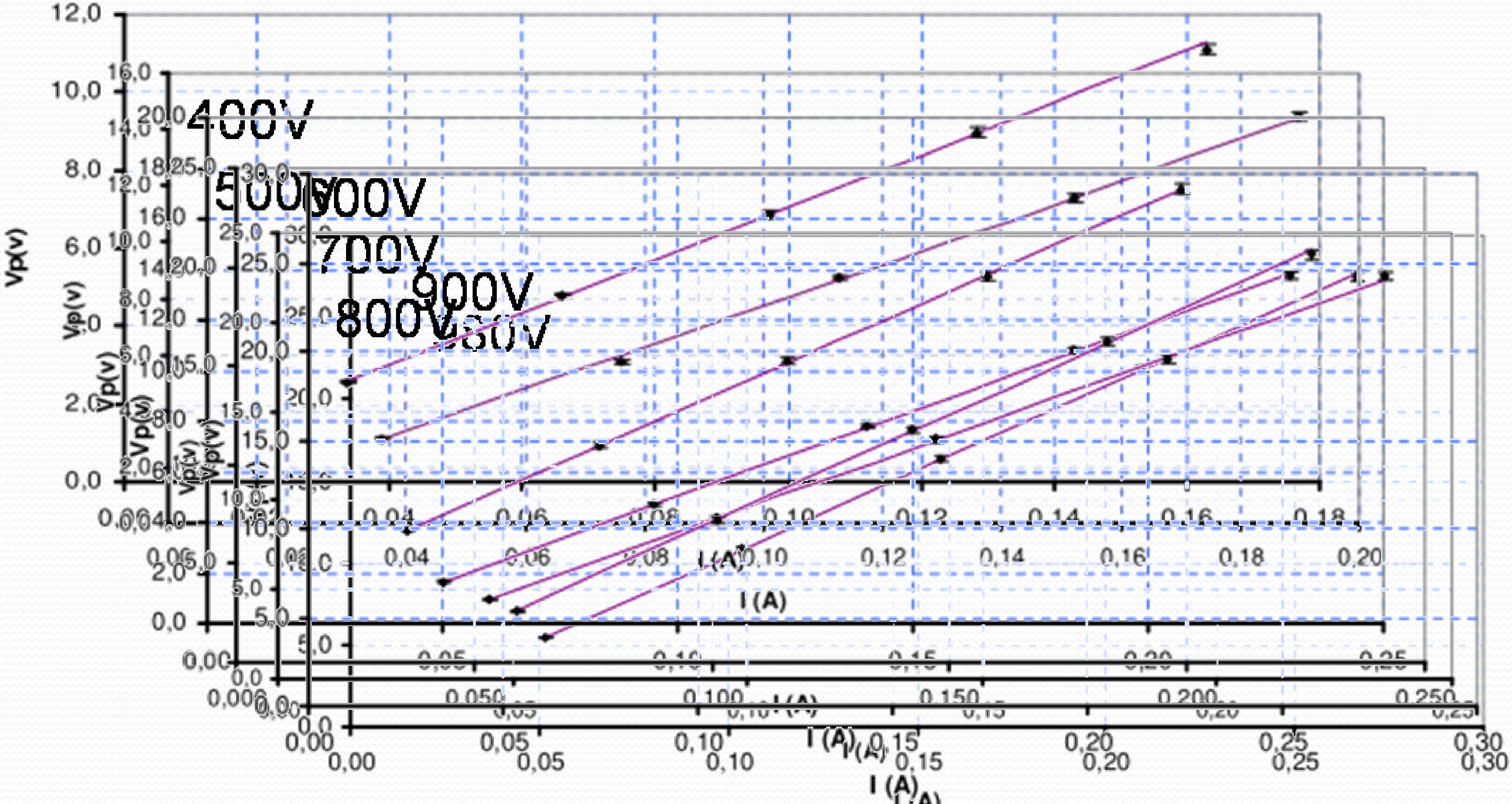



$$v_{0x} = \alpha \frac{V_P}{i}$$

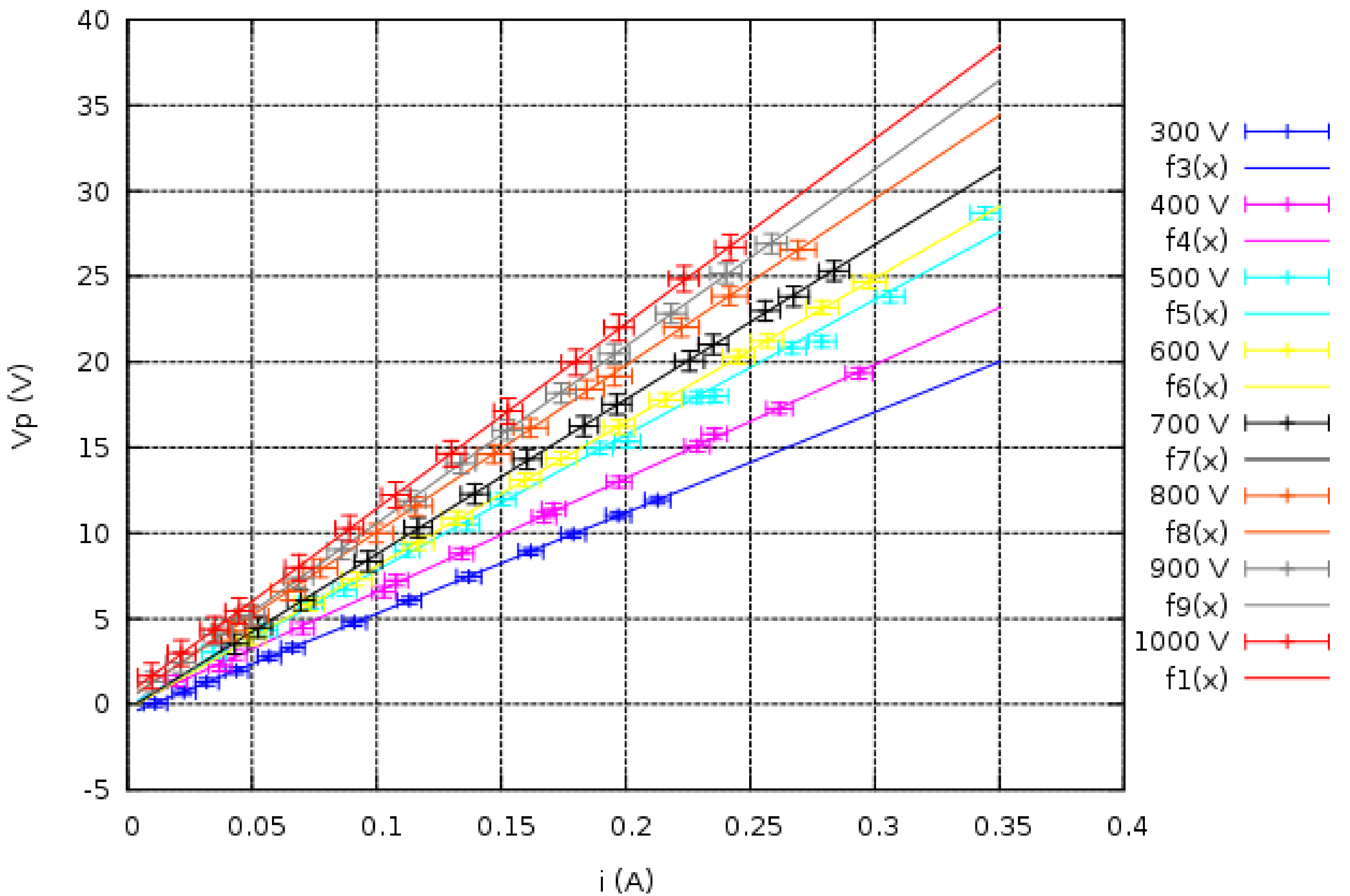
# Atividades da semana (1)

- Verificar se a aproximação teórica para o seletor se aplica
  - Calcular a constante $k$ e verificar se a ordem de grandeza é próxima de $1$. Discutir os resultados.
- Calibrar o seletor de velocidades
  - Obter a constante $\alpha$ que relaciona a velocidade de filtro com a tensão entre as placas e a corrente nas bobinas
    - Um único gráfico com os ajustes de $V_P$ em função da corrente, um curva para cada $v_{0x}$.
    - Gráfico ajustado de $v_{0x}$ em função de $V_P/i$, pontos estes obtido dos ajustes acima.
    - Obtenha a distância efetiva entre as placas ($d$) e compare com valores obtidos anteriormente.
  - Discuta os resultados obtidos.

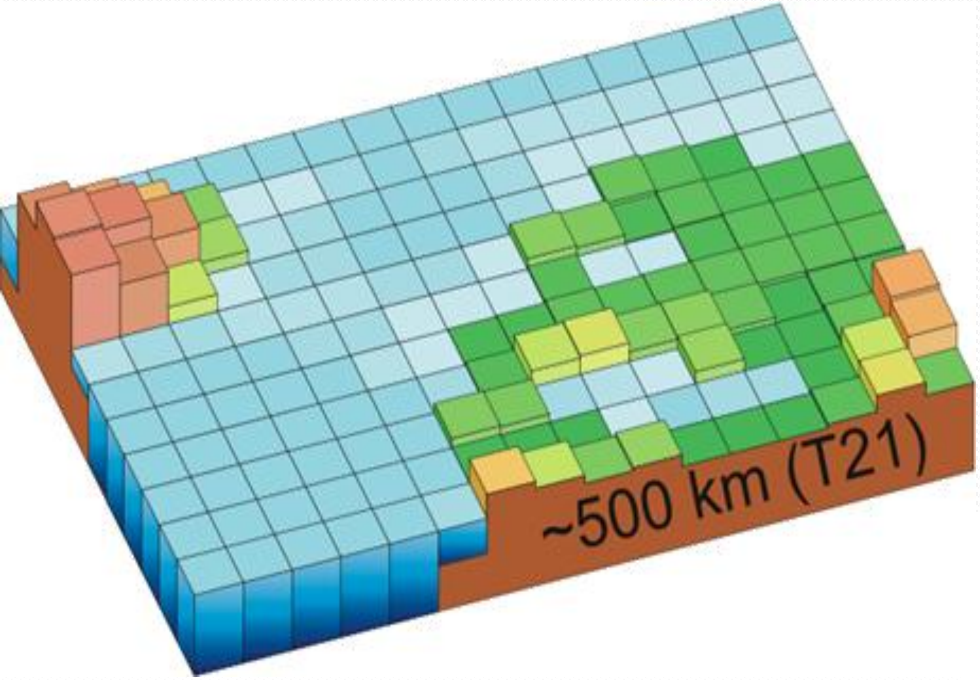
# Calibrar o seletor: $V_p$ x i

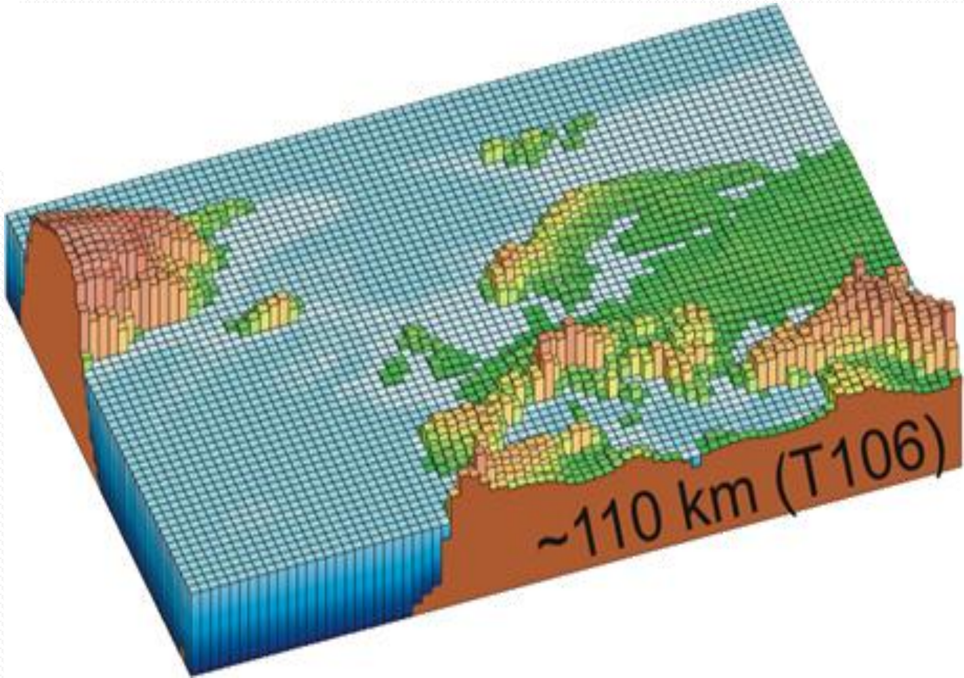


# Calibrar o seletor: $V_p$ x i



# PARTE 2 - RESOLUÇÃO



# Seletor de Velocidades

- Vimos que, conhecendo a constante **α** do seletor, para selecionarmos uma velocidade (partículas dessa velocidade passam sem desvio) precisamos apenas conhecer a razão **$V_P$/i** correspondente:

$$v_x = \alpha \frac{V_P}{i}$$

- Porém há um número infinito de valores de **$V_P$** e **i** que dão a mesma razão **$V_P$/i**.
- Como escolher?

# Seletor de Velocidades

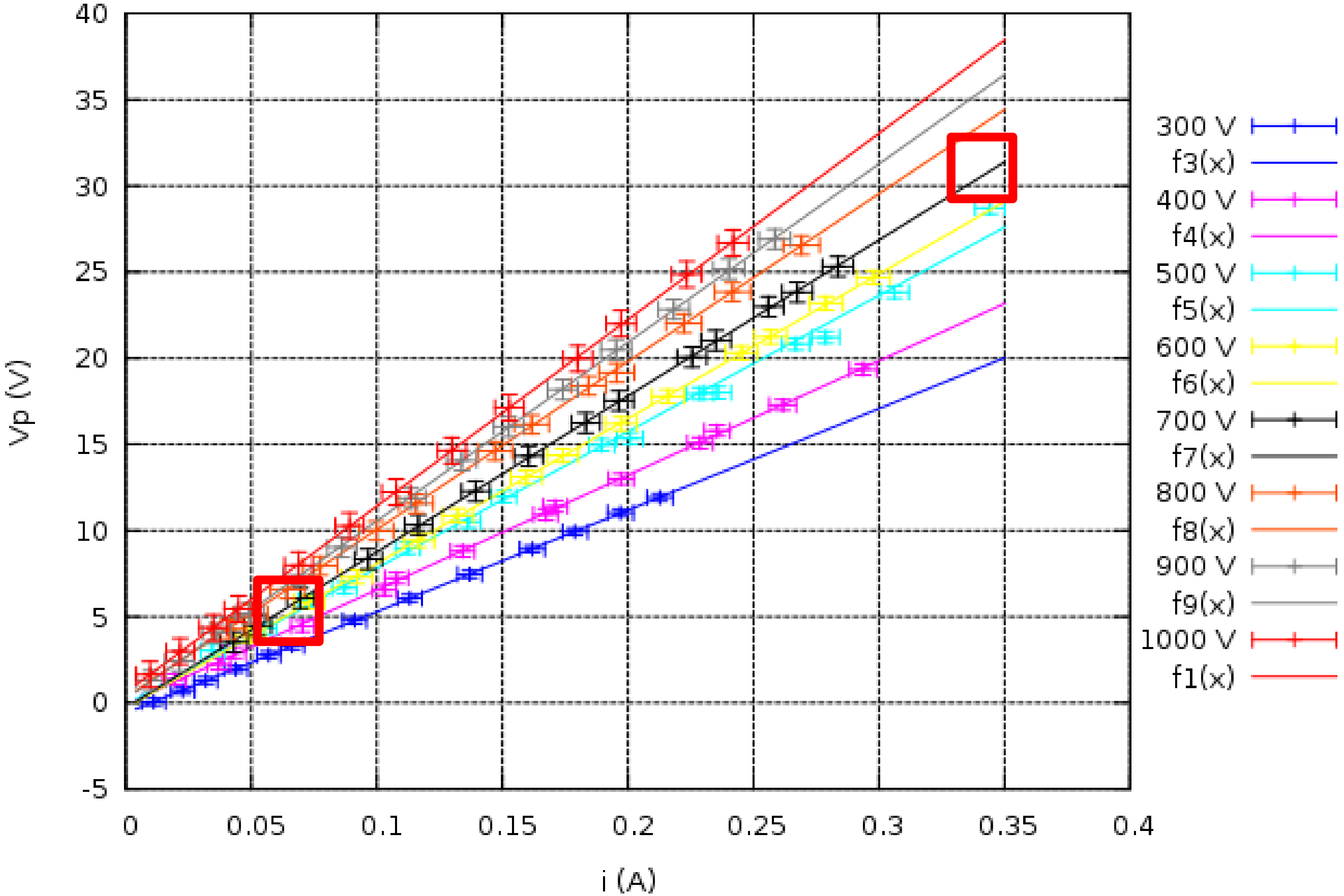
- Há uma limitação na tensão nas placas: a fonte vai até **30V**
- Há limitação na corrente nas bobinas em torno de **2,0 A** embora por uma questão de segurança a recomendação é que não se passe de **1,0A**.
- Mesmo com essas limitações há vários valores possíveis de $\mathbf{V_P}$ e **i** com a mesma razão $\mathbf{V_P/i}$.
- Posso escolher qualquer uma?
- Há alguma diferença no funcionamento do seletor?

# Seletor de Velocidades

- Para investigar isso vamos precisar de outros parâmetros que caracterizem o instrumento

- Uma característica importante é a sensibilidade do aparelho, isto é, se ele foi construído para separar partículas carregadas pela sua velocidade, qual é a menor diferença em velocidade que ele consegue distinguir?

# Qual o melhor Vp/i ?



# Resolução

- Quando se constrói um aparelho que funcione como um filtro ou seletor de qualquer coisa, a primeira pergunta que se faz é:
- Qual é a sensibilidade desse aparelho, ou seja, quão bem ele distingue aquilo que ele vai separar?

- Isso é medido por um parâmetro chamado resolução:
  - Se está separando massas:

$$R = \frac{\Delta m}{m}$$

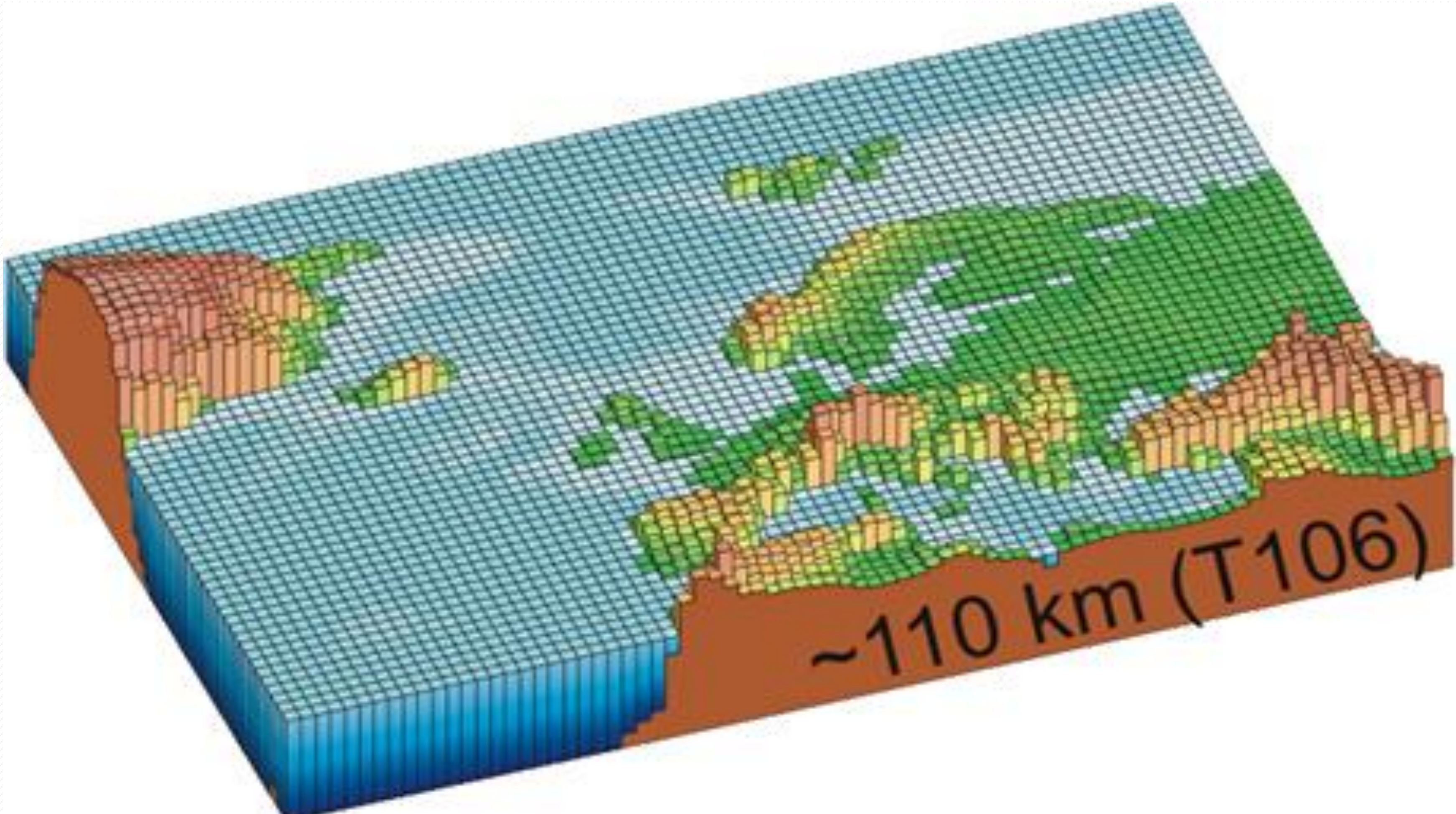
  - Se está separando por diâmetro:

$$R = \frac{\Delta d}{d}$$

  - Se está separando por velocidade:

$$R = \frac{\Delta v}{v}$$

# Exemplo



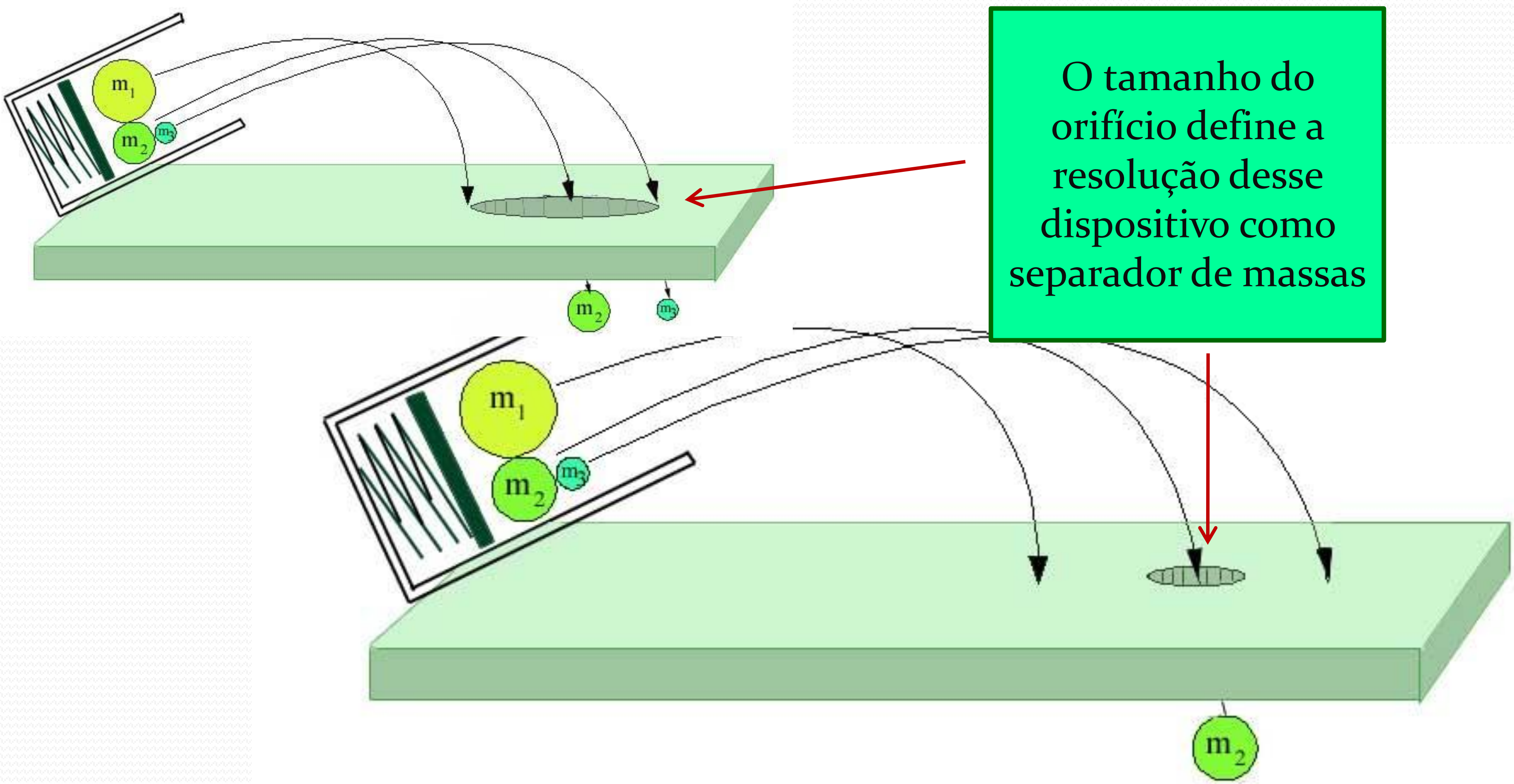
# Resolução em velocidade

- Vamos imaginar que tenhamos um orifício de diâmetro **d** alinhado com o eixo do seletor.
  - Quando se ajusta uma razão **$V_P/i$**, deve passar somente partículas com a velocidade escolhida pelo orifício
  - Mas existem outras partículas de velocidades muito próximas que vão sofrer pequenos deslocamentos

- Se o orifício tem um diâmetro de tamanho suficiente, passarão outras partículas por ele, cujas velocidades não foram selecionadas, mas que são tão próximas da selecionada que o instrumento não consegue distinguir

# Separação de massas por distâncias

Supor um canhão que atire bolas de massas diferentes seqüencialmente:




O tamanho do orifício define a resolução desse dispositivo como separador de massas

# Resolução em velocidade

- Nesse caso, precisamos definir um parâmetro do seletor de velocidade que nos indique em que medida ele é um bom separador de velocidades: a resolução do aparelho que é definida como:

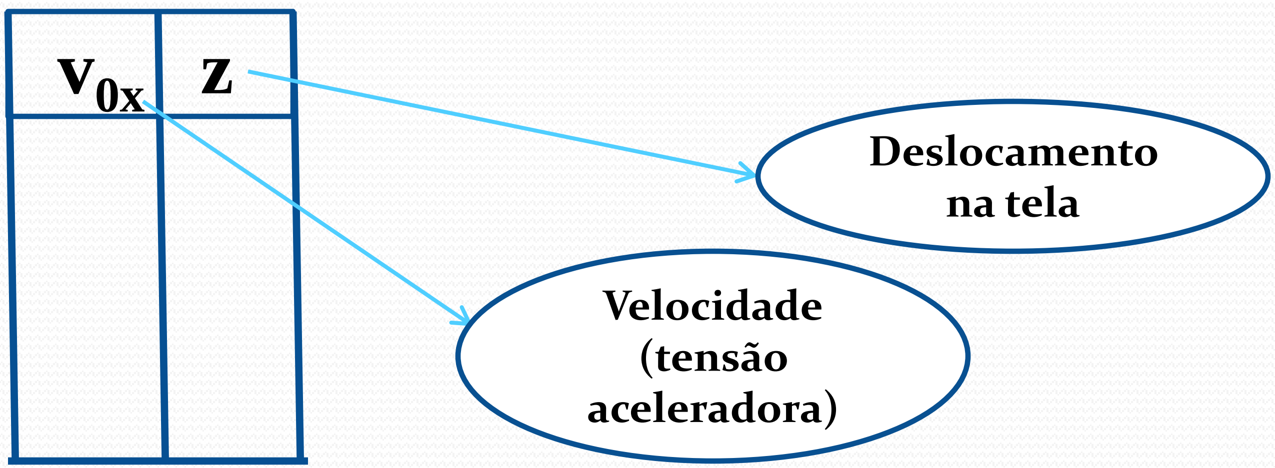
$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

  - Onde $\mathbf{v_x}$ é a velocidade selecionada e $\mathbf{\Delta v_x}$ é o intervalo de velocidades que passou pelo orifício, ou seja, que o instrumento não distingue da velocidade selecionada

- Como se determina $\mathbf{\Delta v_x}$ ?

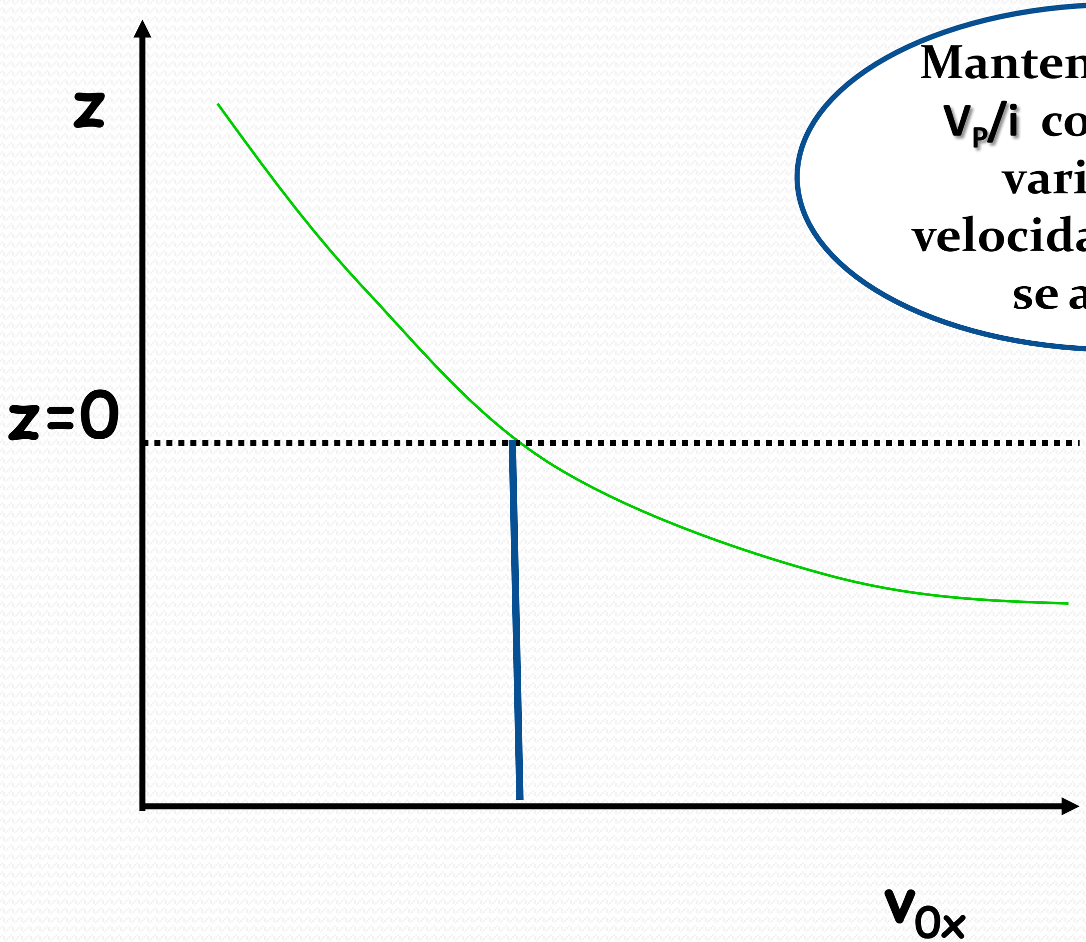
# Para medir $\Delta v_x$:

- Vamos fazer a seguinte medida:
  - Ligamos o seletor, selecionamos uma velocidade, $v_{0x}$, através de **V/i**, para passar sem desvio
  - Em seguida vamos variar a velocidade e medir o deslocamento do feixe na tela (na direção **z**)
- Montar a tabela:



# Para medir $\Delta v_x$:

- Com essa tabela fazemos o gráfico **z** x $\mathbf{v_{0x}}$;

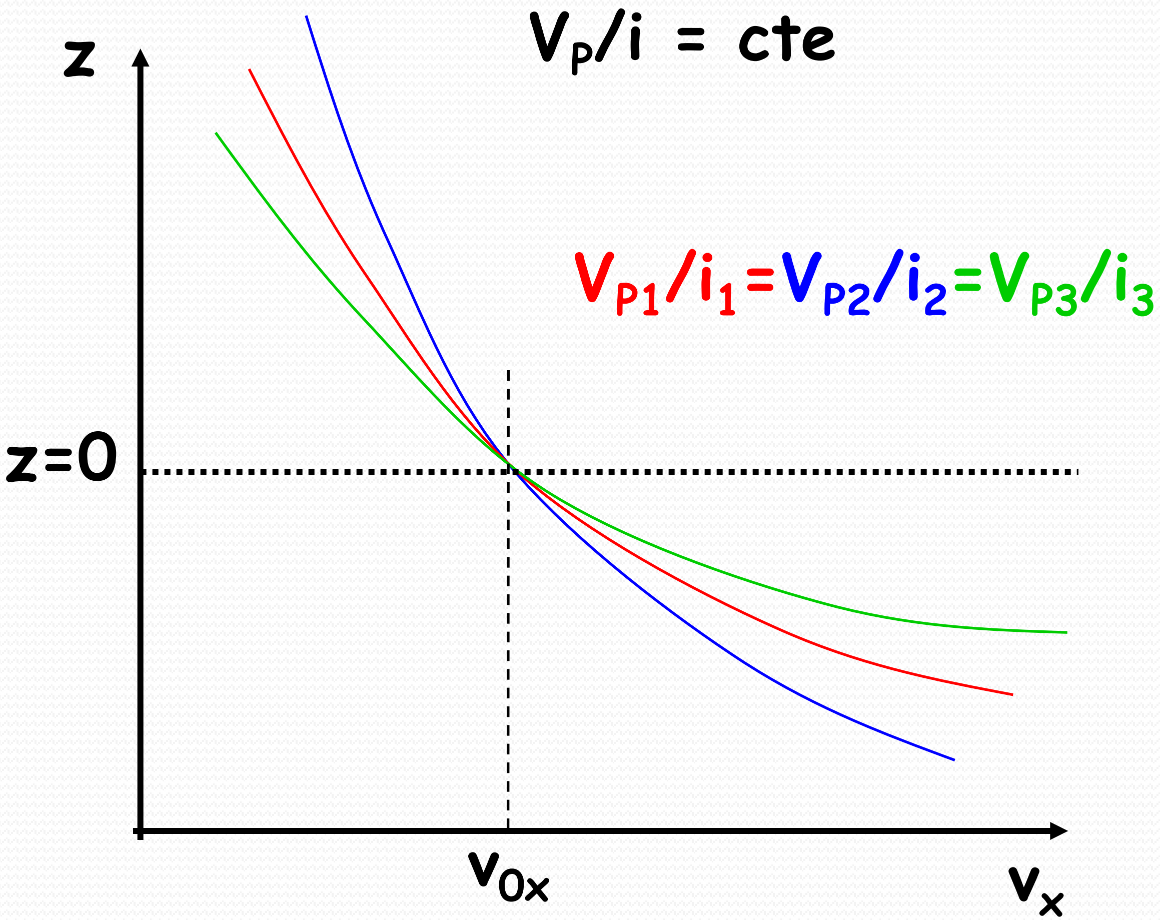



**Mantendo a razão $V_P/i$ constante e variando a velocidade obtém-se a curva**

**Os pontos acima e abaixo da linha z=o correspondem a situações de desequilíbrio entre $F_E$ e Fm**

# Medindo $\Delta v_x$:

Vamos fazer o mesmo gráfico, para a mesma razão $V_P/i$ obtidas a partir de valores diferentes de $V_P$ e $i$



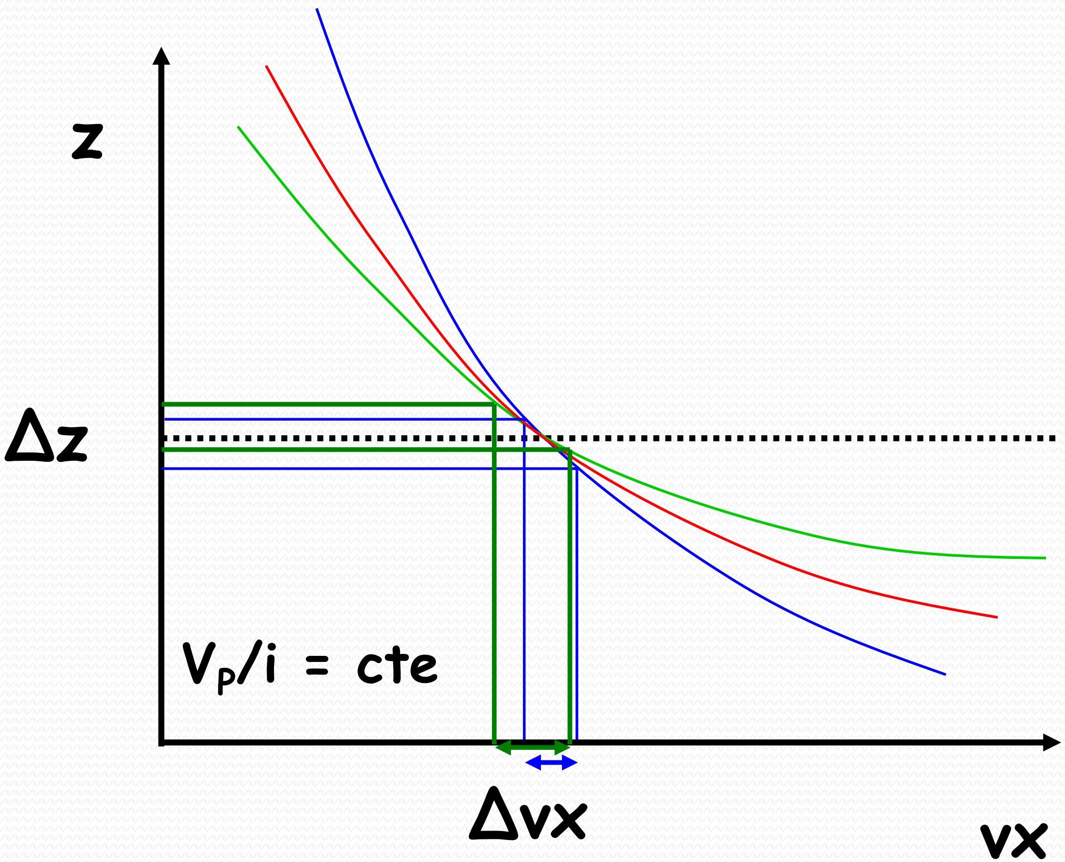

**Cada ponto nessas curvas corresponde a um deslocamento na tela no eixo z**

**Somente as partículas cujas velocidades estão nessa linha passam sem desvio, z=0**

# Medindo $\Delta v_x \rightarrow \Delta V_{AC}$

$$\frac{V_P}{i} = \frac{25}{0,3} = \frac{10}{0,12} = \frac{5}{0,06}$$

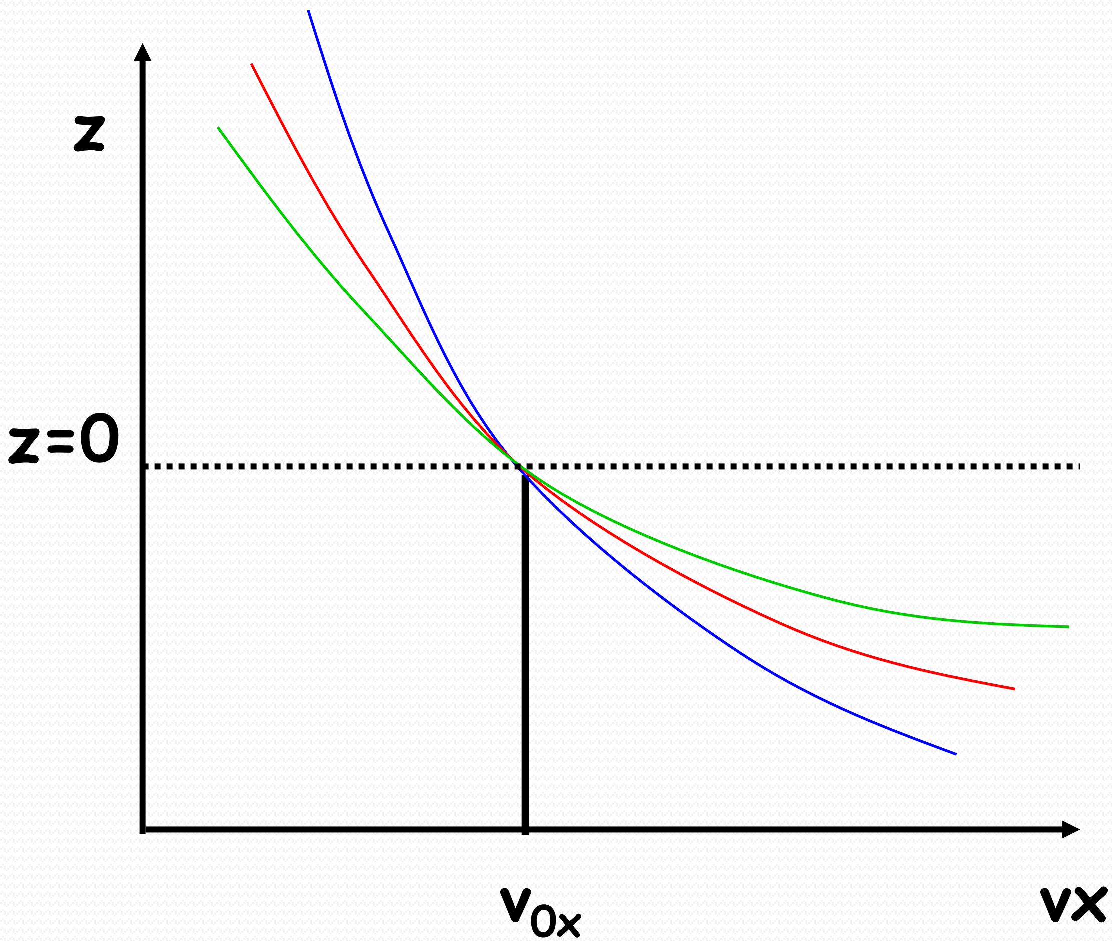
Quanto maiores forem os valores individuais de $V_P$ e $i$ mais inclinada é a curva




Para a mesma incerteza em z temos diferentes incertezas em $V_{AC}$ e, portanto, na velocidade

# Cálculo da resolução

- É a mesma razão → mesma velocidade selecionada, mas....

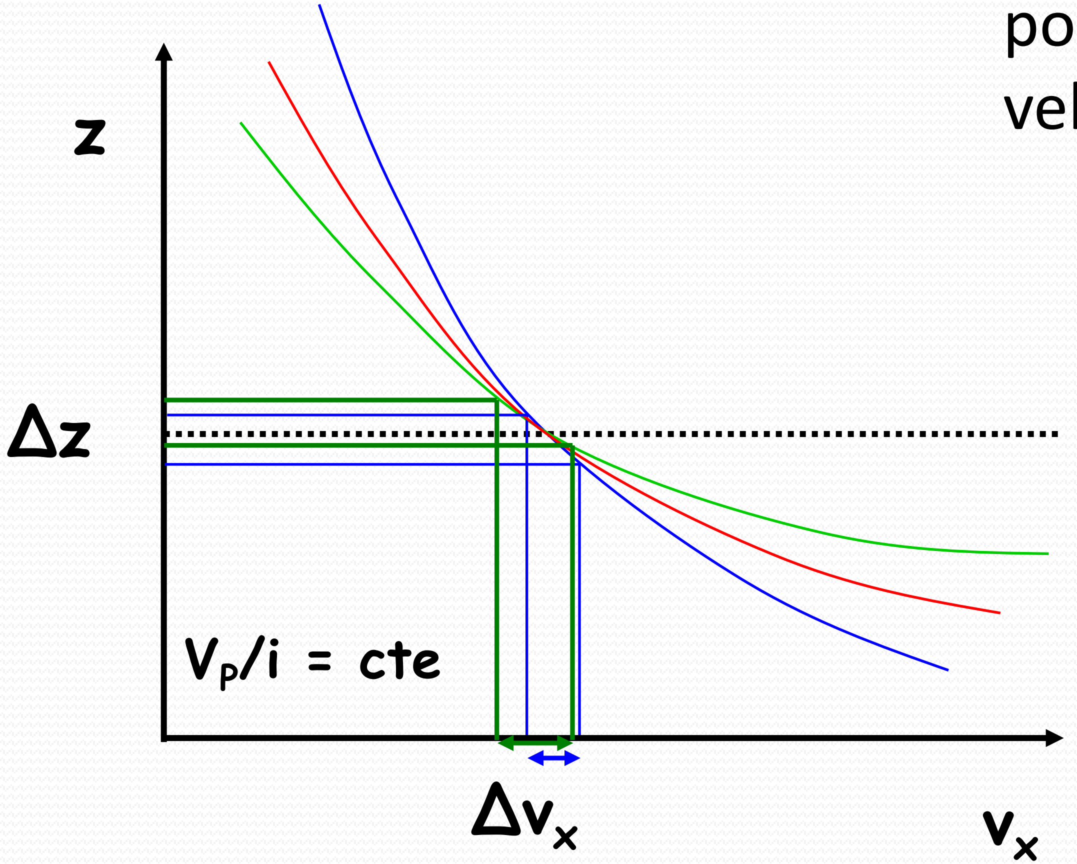



**Mas a resolução em velocidade do instrumento não é a mesma**

$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

# Resolução do seletor

- Vamos ter um erro no eixo **z** , **Δz** que é na verdade o tamanho do ponto na tela. Calculando o erro **Δ$v_x$** a partir de **Δz**, vemos que ele muda para cada curva e, portanto a resolução em velocidade muda.

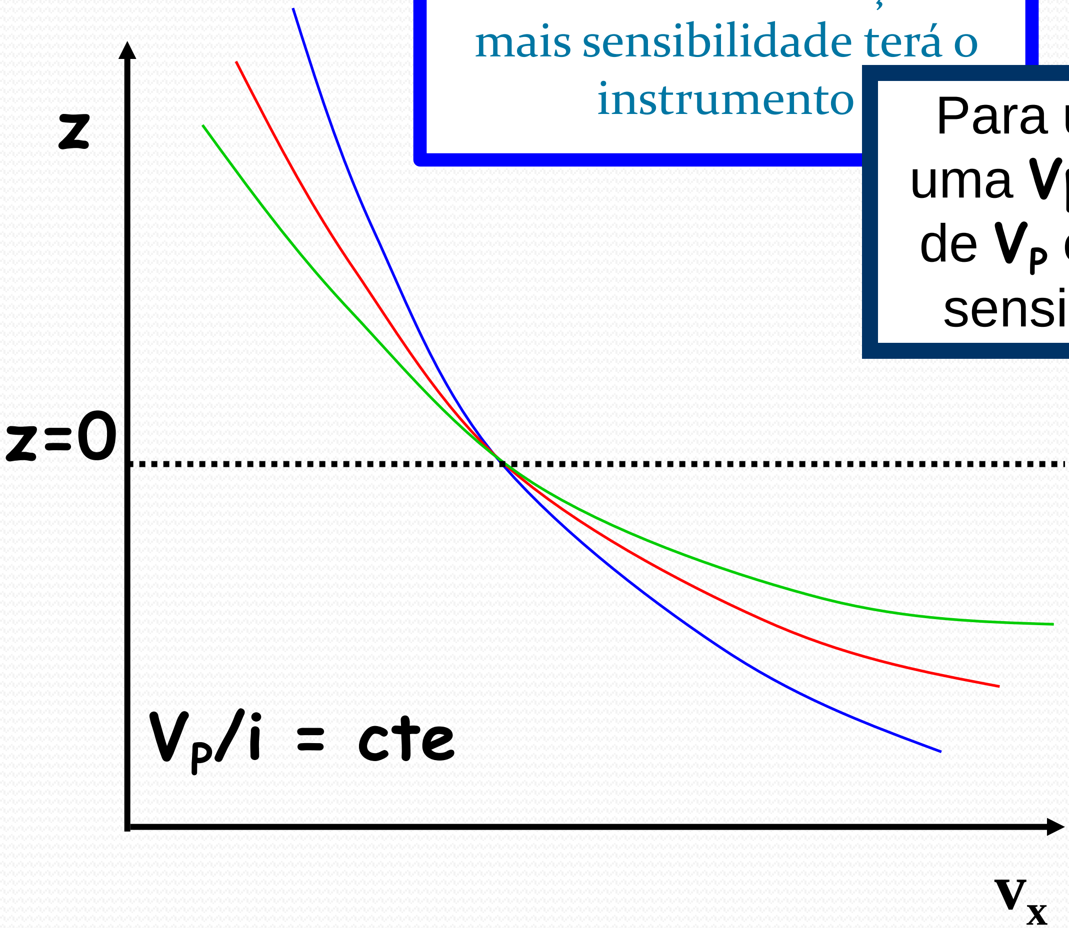



$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

# Qual a melhor resolução?

Quanto menor for $\Delta \mathbf{v}_x$ maior será a resolução e mais sensibilidade terá o instrumento

Para um dado **z**, portanto uma **Vp/i** , quais os valores de $\mathbf{V_P}$ e **i** que maximiz... sensibilidade d...




**Aqueles que tornam a curva mais inclinada:**

$$\left.\frac{\partial h(v_x, V_P, i)}{\partial v_x}\right|_h = \max$$

# Tarefas desta semana (2.1)

- 1- Selecione uma velocidade $\mathbf{v_x}$ para passar sem desvio → $\mathbf{V_{AC}}$ → uma razão $\mathbf{V_P/i}$.

- 2- Varie $\mathbf{V_{AC}}$, e, portanto $\mathbf{v_x}$, mantendo a razão $\mathbf{V_P/i}$ constante e levante a curva deslocamento **z** x $\mathbf{v_x}$.

- 3- Varie o valor de $\mathbf{V_P}$ e **i**, mantendo a razão constante, levante outra curva **z** x $\mathbf{v_x}$.

- Repita esse procedimento para no mínimo **3** valores diferentes de $\mathbf{V_P}$ e **i** sempre mantendo a razão constante

# Tarefas desta semana (2.2)

- 4- A partir da incerteza do deslocamento **z**, no gráfico **z** x $\mathbf{v_x}$, calcule a dispersão em $\mathbf{v_x} \rightarrow \mathbf{\Delta v_x}$, para cada uma das curvas medidas.

- 5- Calcule a resolução em velocidade do instrumento para cada uma das curvas medidas.

$$R = \frac{\Delta v_x}{v_x}$$

- 6- Comente suas observações, discuta o funcionamento do instrumento sob o ponto de vista da resolução.

# Dicas

- Usem uma velocidade média com um Vac=700V e Vp/i da ordem de 83:

$$\frac{V_P}{i} = \frac{25}{0,3} = \frac{10}{0,12} = \frac{5}{0,06} \approx 83$$

- Daí tem 3 pontos para cima (800, 900, 1000V) em relação a z=0 e 3 pontos para baixo (400, 500, 600V) para cada curva.
- Ao todo 7 pontos para cada curva
- Se para algum seletor o valor de 400 for muito baixo, ou seja, não aparece o ponto na tela, subir um pouco até aparecer e manter todas as outras tensões também um pouco mais altas.