

Seletor de Velocidades

Parte 5 – Deslocamento em
Campo Magnético

Aula 5

Prof. Henrique Barbosa
Edifício Basílio Jafet - Sala 100

Tel. 3091-6647

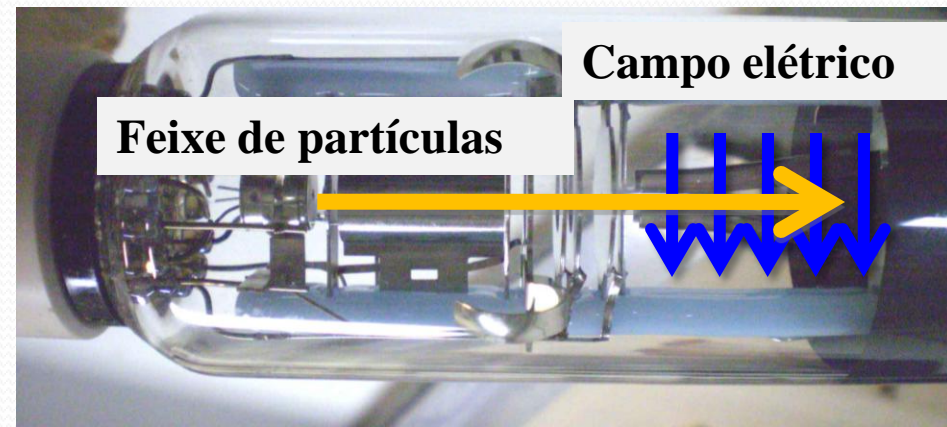
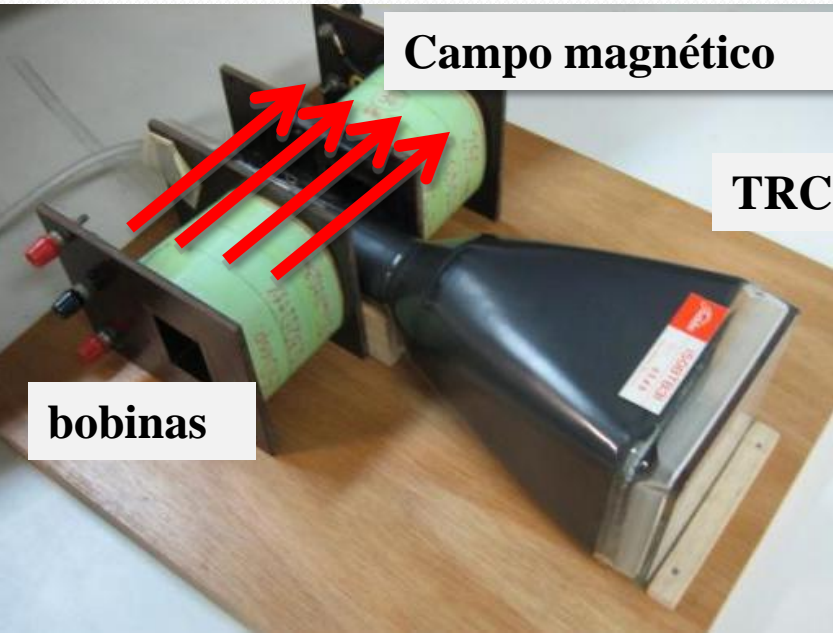
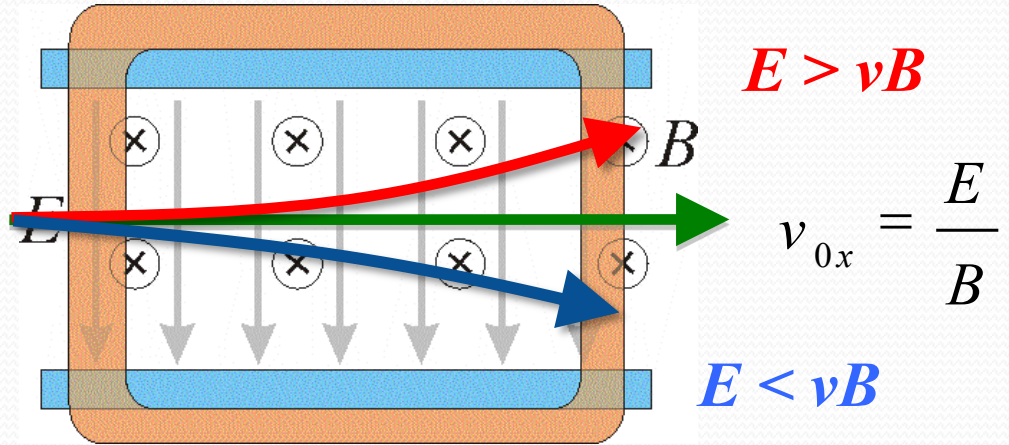
hbarbosa@if.usp.br

<http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa>

0 Seletor de Velocidades



$$q < 0$$



Exp. 2 – Seletor de Velocidades

PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
 - Colocar o TRC para funcionar e tentar entender o que acontece
- Semana 2
 - Mapear o campo elétrico das placas defletoras
- Semana 3
 - Simular o campo elétrico e estudar a deflexão no campo elétrico
- Semana 4
 - Mapear o campo magnético das bobinas
- Semana 5
 - Simular o campo magnético e estudar a deflexão no campo magnético
- Semana 6
 - Calibrar e obter a resolução do seletor de velocidades

TAREFAS SEMANA PASSADA



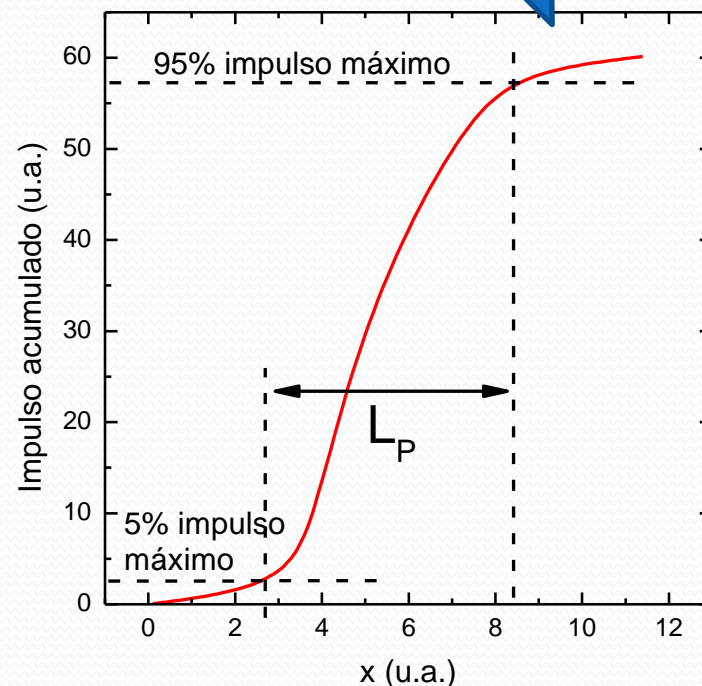
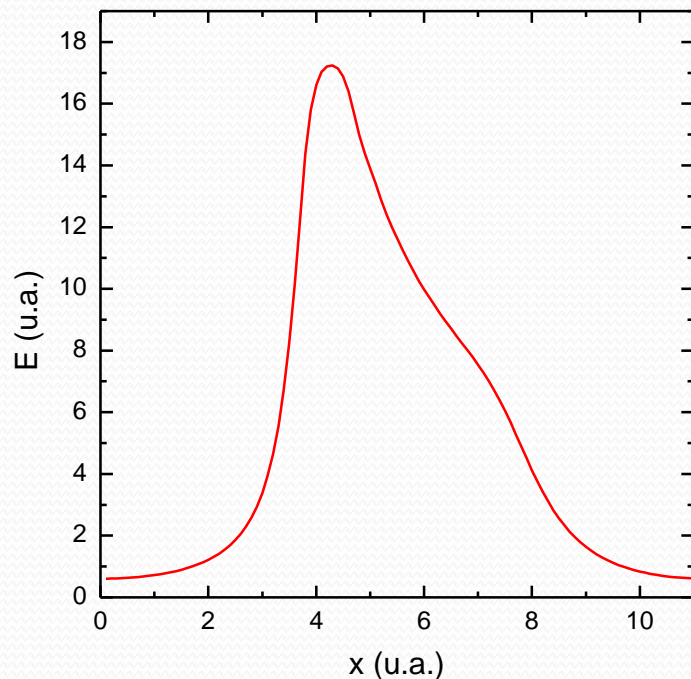
Quem é L_p e d ?

- Calculando o impulso acumulado

$$\vec{I}(x) = \int_0^t \vec{F}(t) dt = \int_0^x \frac{q\vec{E}}{v_{0x}} dx$$

Usar o campo simulado

Calcular L_p a partir deste gráfico

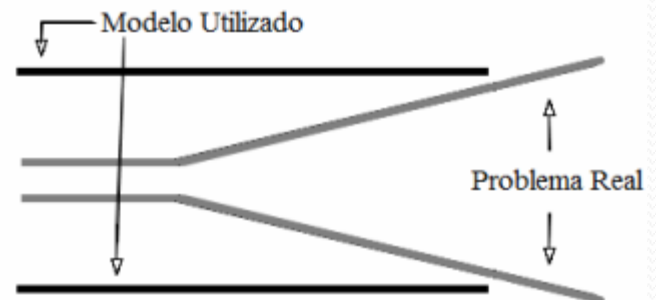


IMPORTANT!

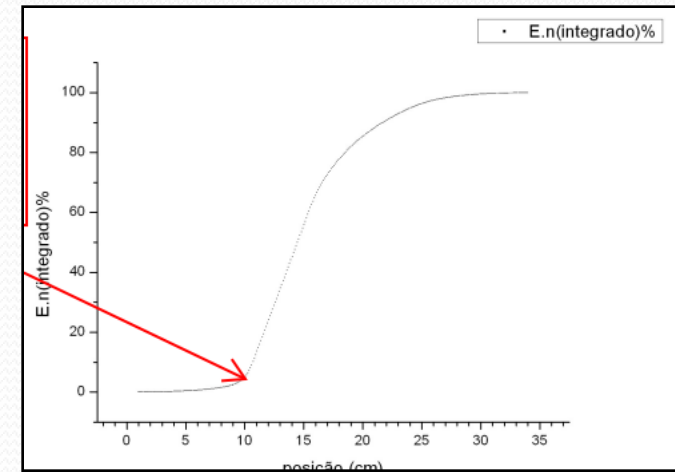
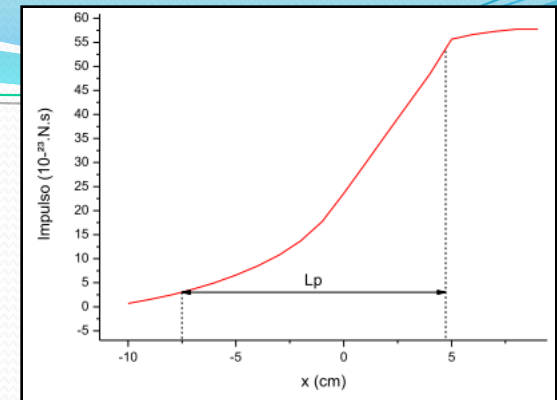
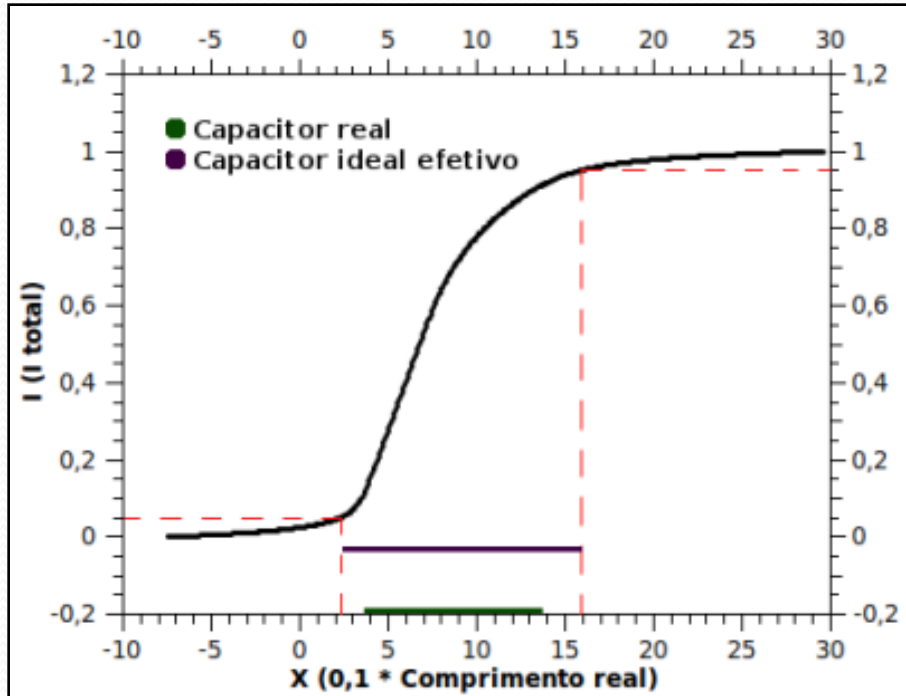
Atividades desta semana (1)

- Da simulação do campo, fazer o gráfico de impulso acumulado em função do comprimento.
 - Determinar o comprimento efetivo das placas (LP)
 - Usar como limites 5% e 95% do impulso máximo acumulado como limites
 - Dica: use o Excel e faça a integral como a soma de pequenos retângulos
- Determinar a distância efetiva (d) entre as placas e a distância da D_{PS} a partir dos resultados acima.
- Comparar o comprimento e distância com os valores geométricos do TRC (ver no site)

Atenção: onde o capacitor ideal esta localizado? Alinhado pela esquerda ou pela direita? Isso faz diferença? Como resolver?



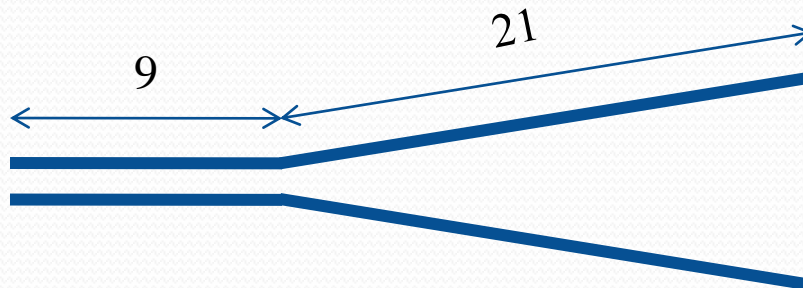
Integral do Impulso



O capacitor efetivo (região onde se dá 90% do impulso total) tem 1.35 ± 0.01 vezes o comprimento do capacitor real, temos portanto $I = (40.5 \pm 0.7)mm$. O capacitor ideal está 0.21 ± 0.01 comprimentos do capacitor real mais próximo da tela do TRC que este. Temos portanto $D = (21.9 \pm 0.1)cm$ e $d = (0,3 \pm 1,5)cm$.

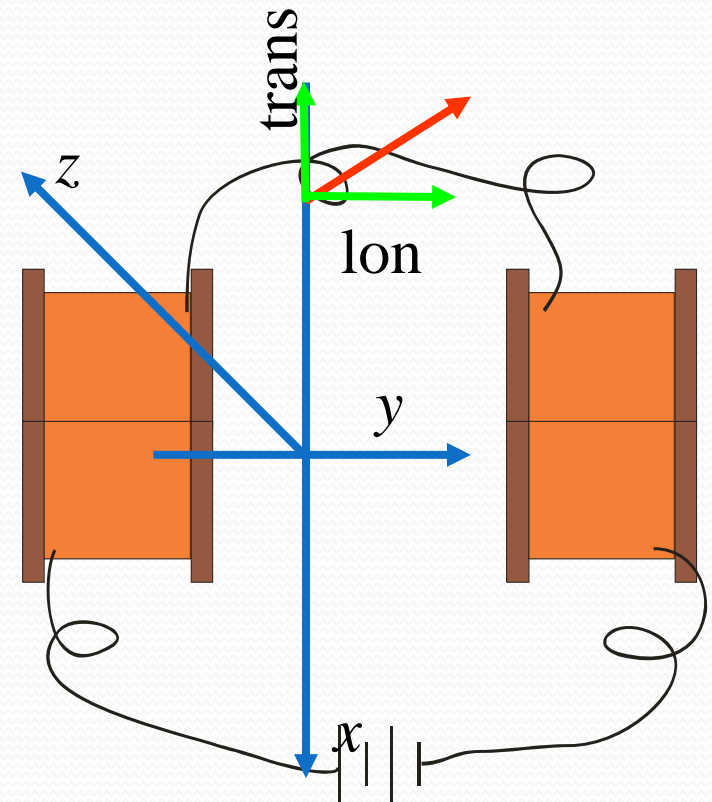
Estimativa Capacitor Ideal

D (cm)=25 Até a tela	d (cm)=0.2 Separação	Lp (cm)=2.8 Comprimento
21.0 (1)	0.29 (1)	4.05 (7)
	0.303 (90)	2.41 (6)
25.45 (?)	0.05682 (?)	14.1 (?)



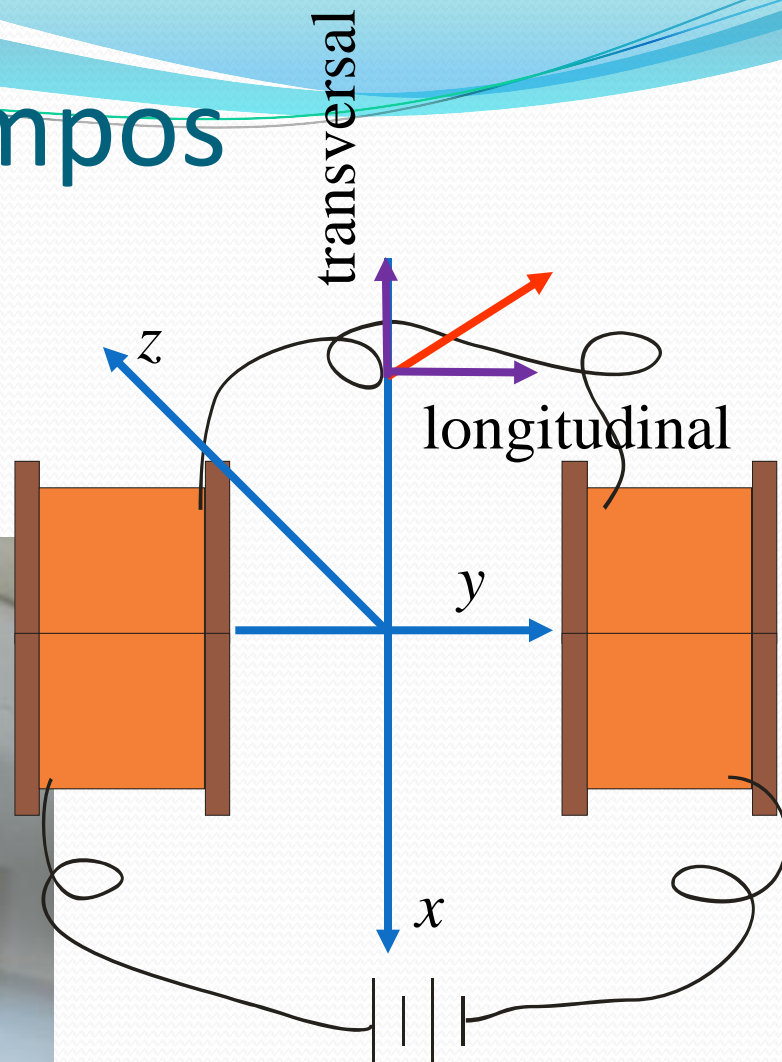
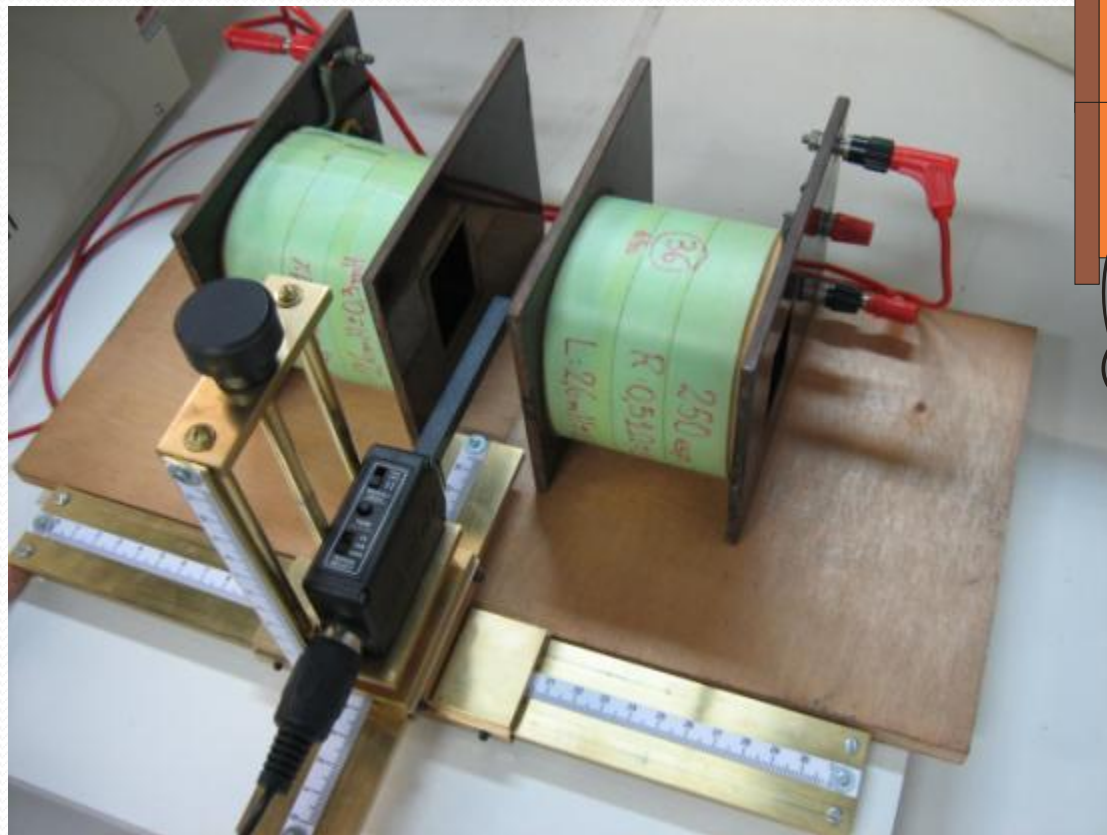
Atividades da semana (2)

- Fazer 1 gráfico de B_{lon} ao longo do eixo x para três valores de corrente nas bobinas.
 - Argumente fisicamente porque não é preciso medir o campo transversal e nem o campo nos outros eixos
- Fazer 1 gráfico de B_{lon}/i ao longo do eixo x para as três correntes medidas
 - O resultado obtido é razoável? O que você esperaria? Discuta a linearidade entre campo e corrente. O resultado obtido é compatível com o esperado teoricamente?
 - Veja as equações que relacionam campo magnético com corrente elétrica
- QUEM QUISE SE ADIANTAR:
 - Simule o problema completo no FEMM e compare aos dados obtidos



Ver tutorial no meu site, o vídeo no site do LabFlex e exemplos no site do programa

Mapeamento de campos



Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Pelos resultados apresentados posso concluir que não!
 - Porque?
 - Não achamos os resultados estranhos quando confundimos transversal e longitudinal
 - Isto significa que não compreendemos a simetria do problema
 - Não achamos estranho a ordem de grandeza dos resultados serem tão discrepantes ou tão próximas do campo local
 - Poucos grupos fizeram medidas coerentes.
 - Temos um problema experimental sério!

Alinhamento das Bobinas

Perfeito:

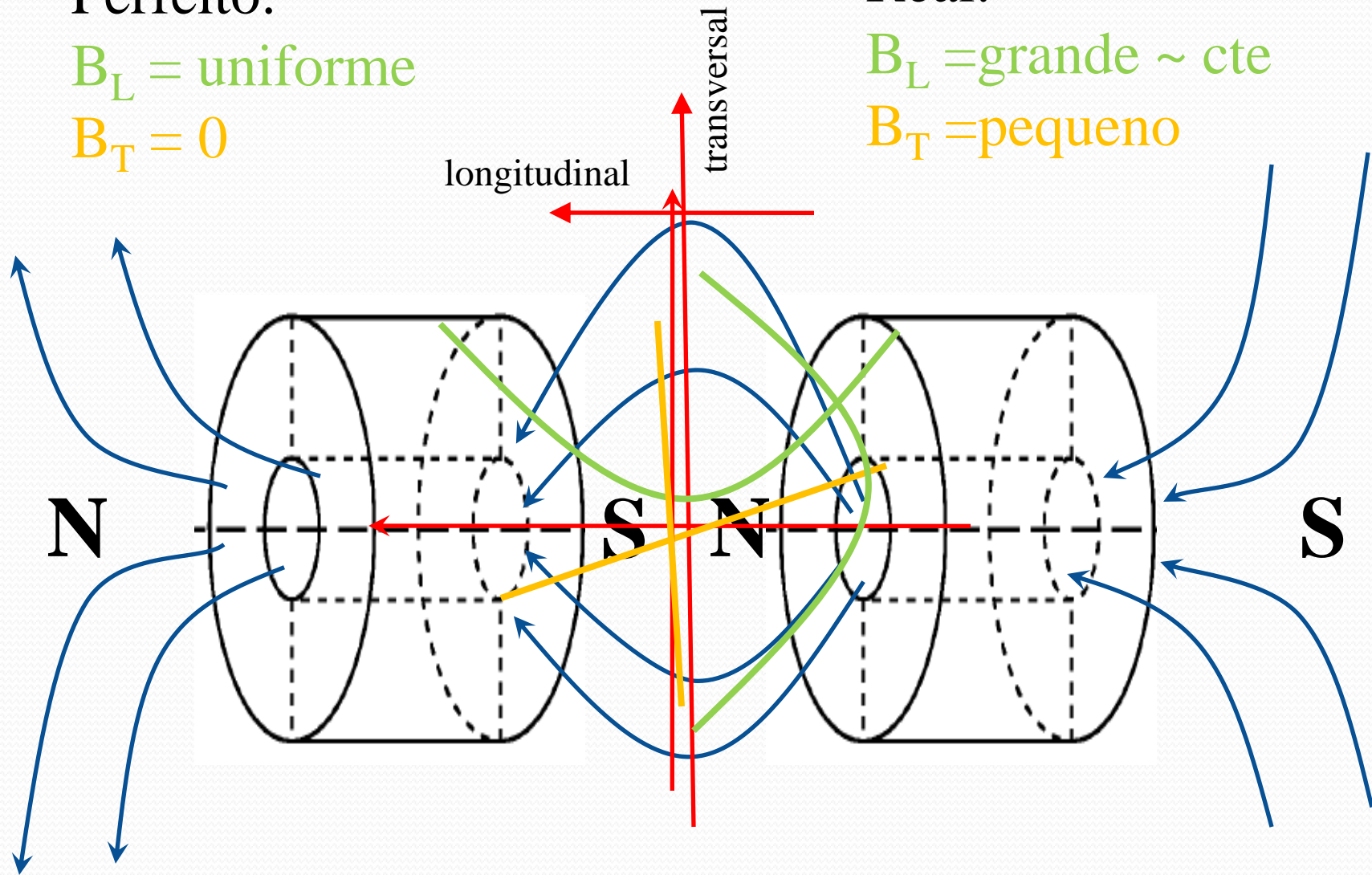
$B_L = \text{uniforme}$

$B_T = 0$

Real:

$B_L = \text{grande} \sim \text{cte}$

$B_T = \text{pequeno}$

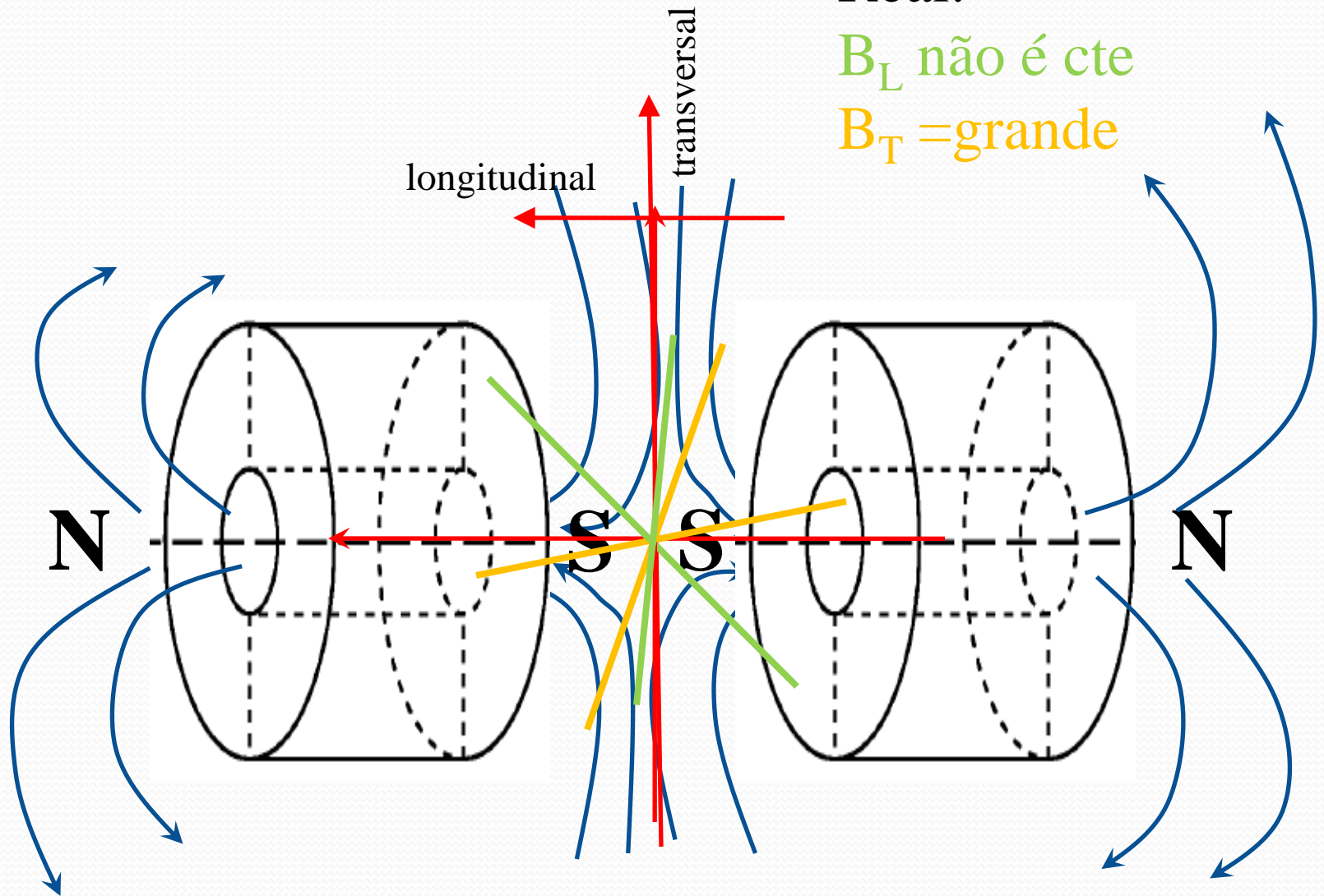


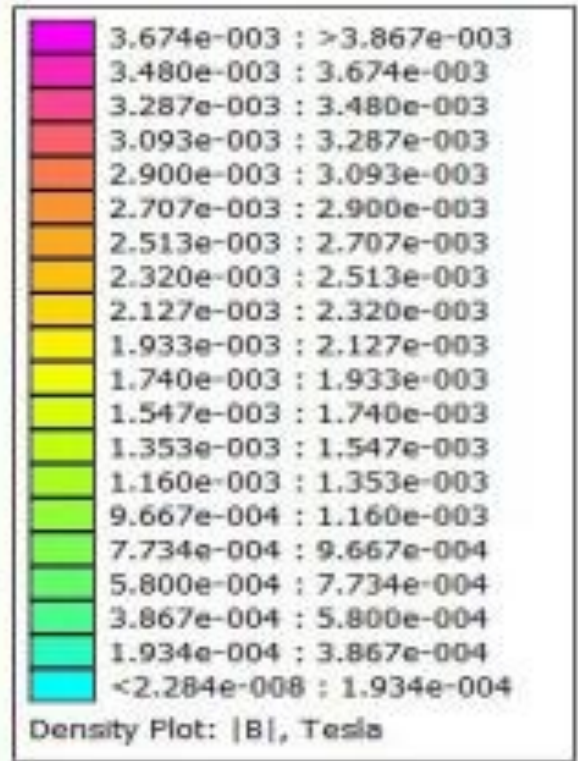
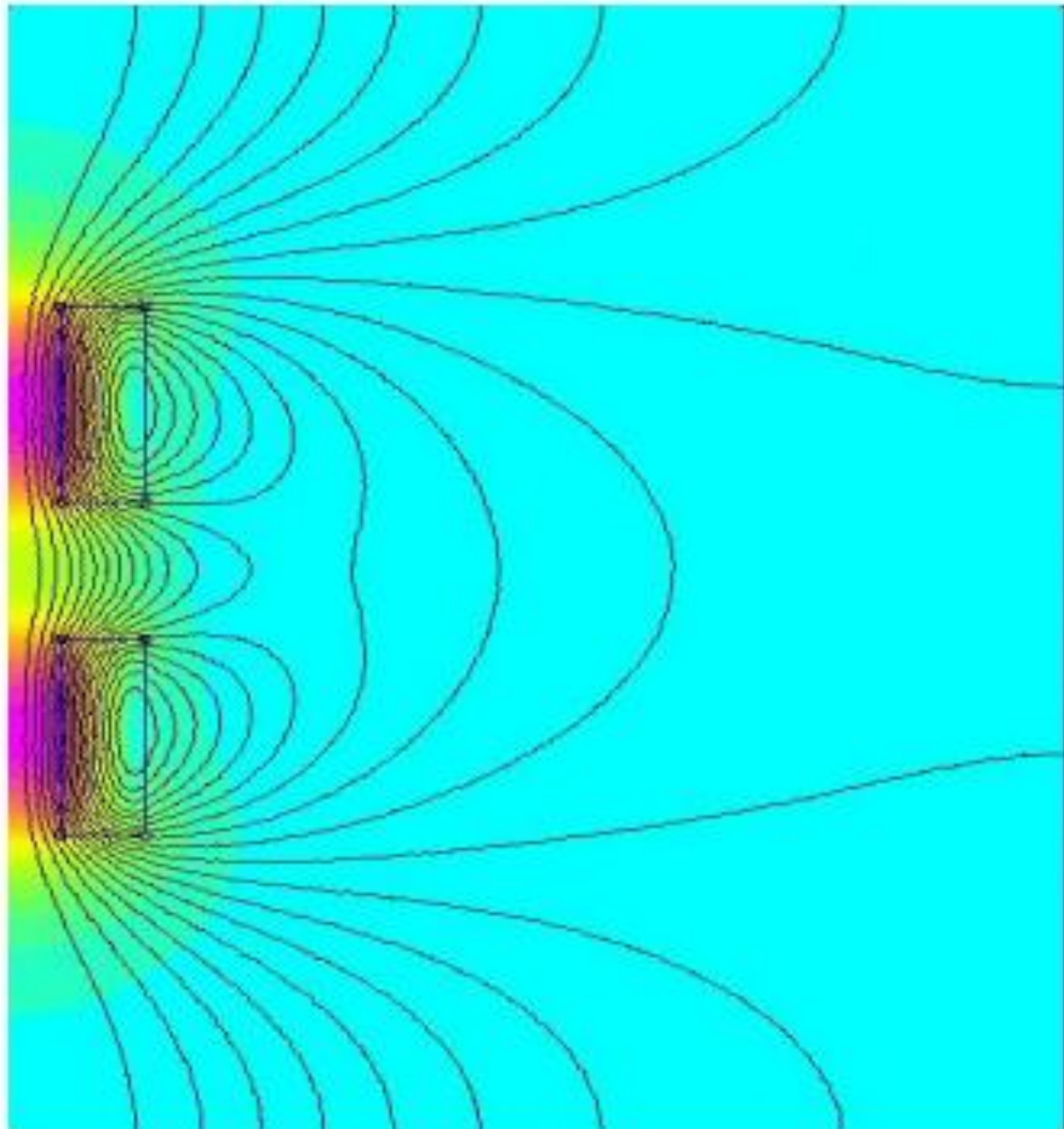
Alinhamento das Bobinas - Errado

Real:

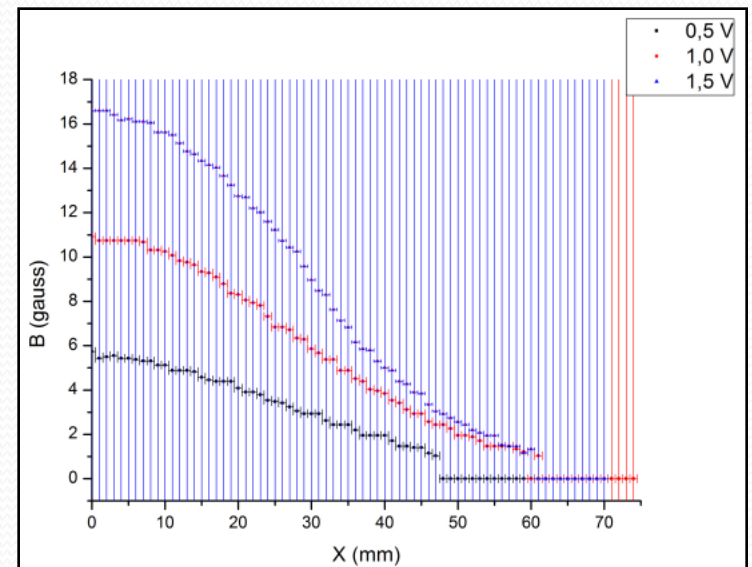
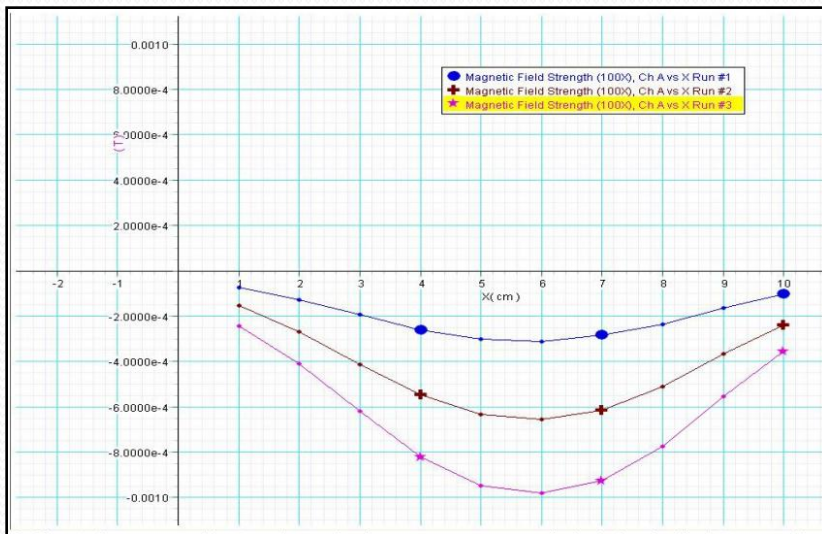
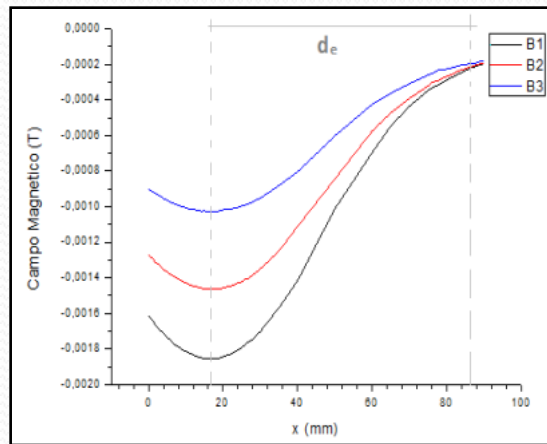
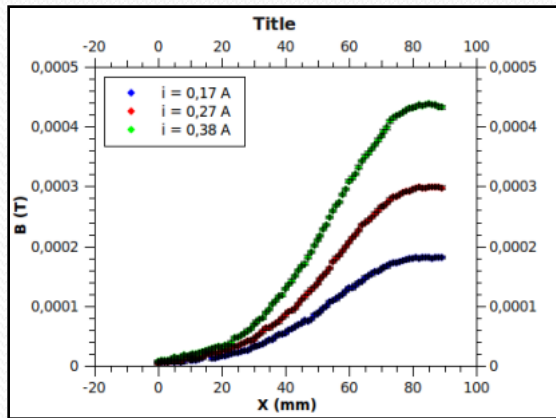
B_L não é cte

$B_T = \text{grande}$

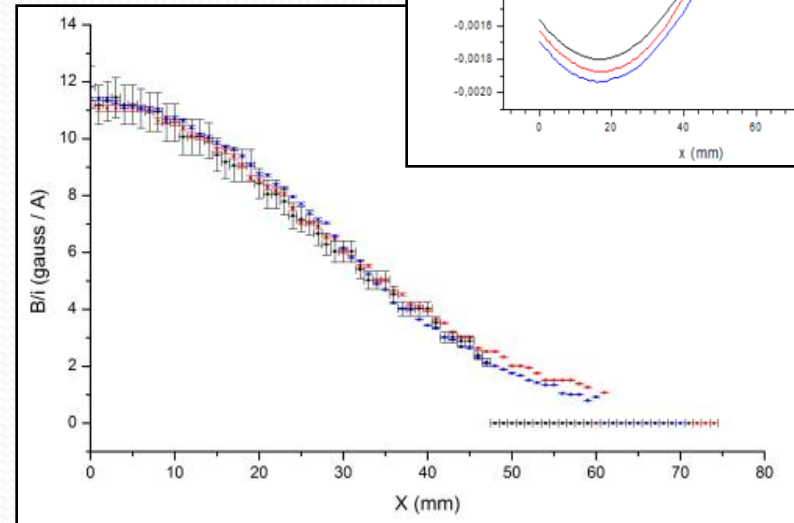
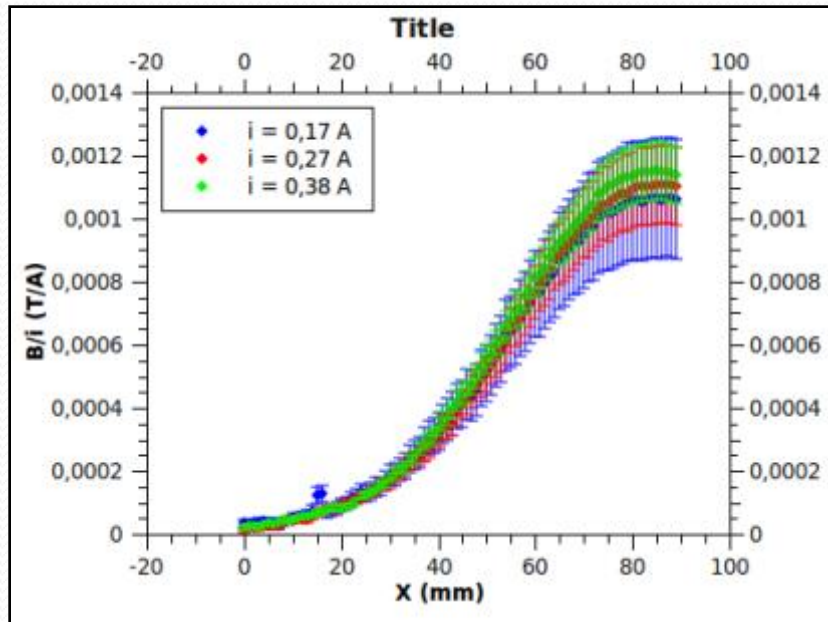




B vs X para várias correntes

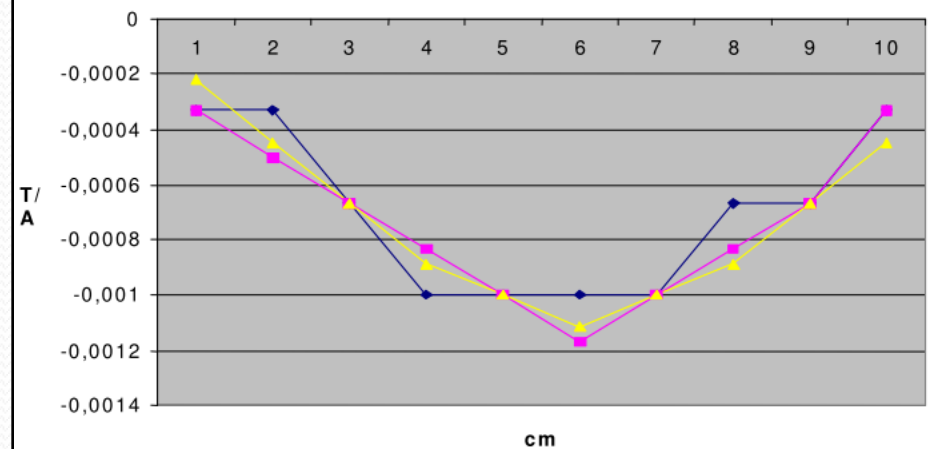


B/i vs X



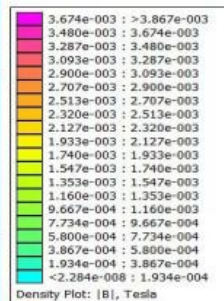
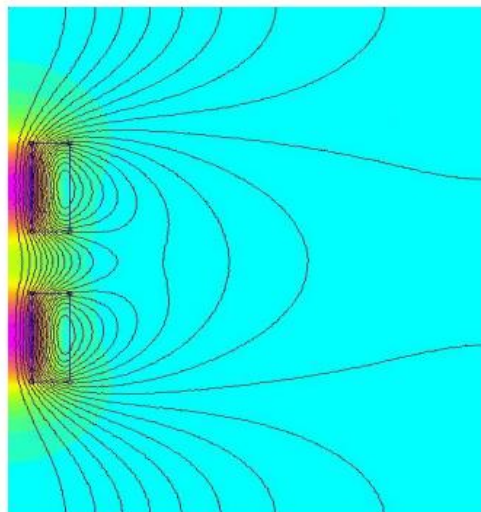
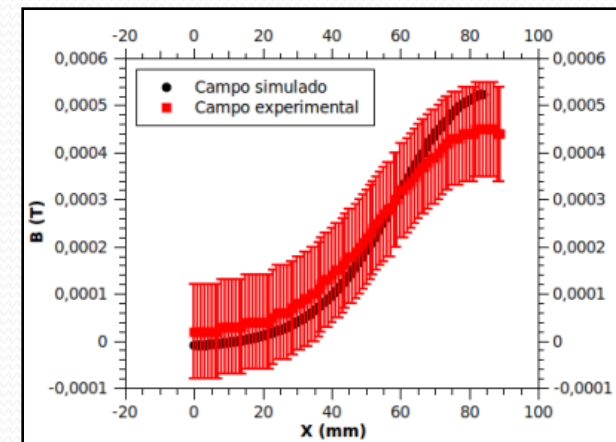
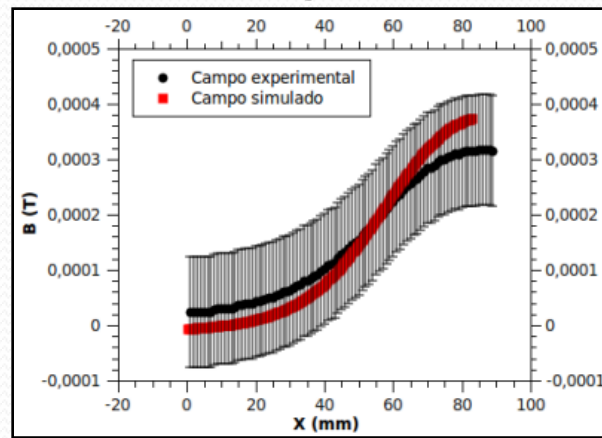
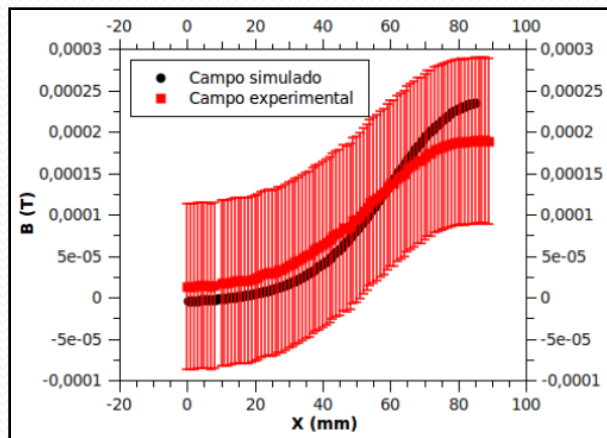
A compatibilidade dos resultados de $\frac{B}{i}$ concorda com o esperado teoricamente (relação linear entre o campo e a corrente), conforme a lei de Biot-Savart[2][Equação 5.32].

Gráfico 2: Posição pelo Campo Magnético sobre Corrente Elétrica



B simulado e medido

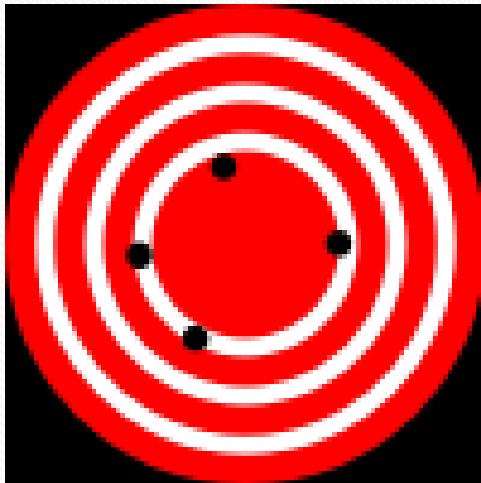
- 3 correntes, mesmo padrão: campo simulado muito forte no centro e muito fraco longe do centro...



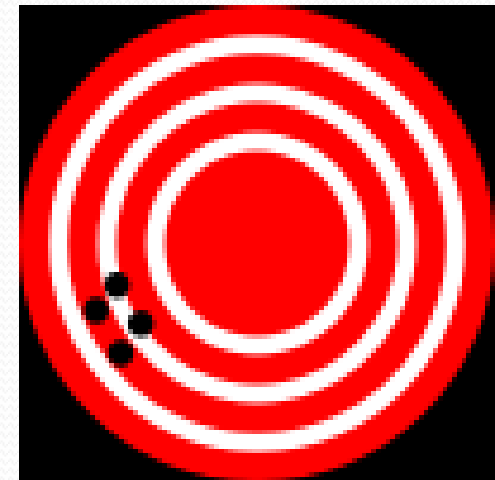
Erros no campo magnetico

Table 1
Magnetic Sensor Specification Chart

Range	Gain	Resolution	Accuracy	Calibration Factor
± 1000 gauss	1X	0.5 gauss	100 gauss	100 gauss/volt
± 100 gauss	10X	0.05 gauss	10 gauss	10 gauss/volt
± 10 gauss	100X	0.050 gauss	1 gauss	1 gauss/volt



Baixa precisão
Boa acuracia



Boa precisão
Baixa acuracia

Pico Duplo

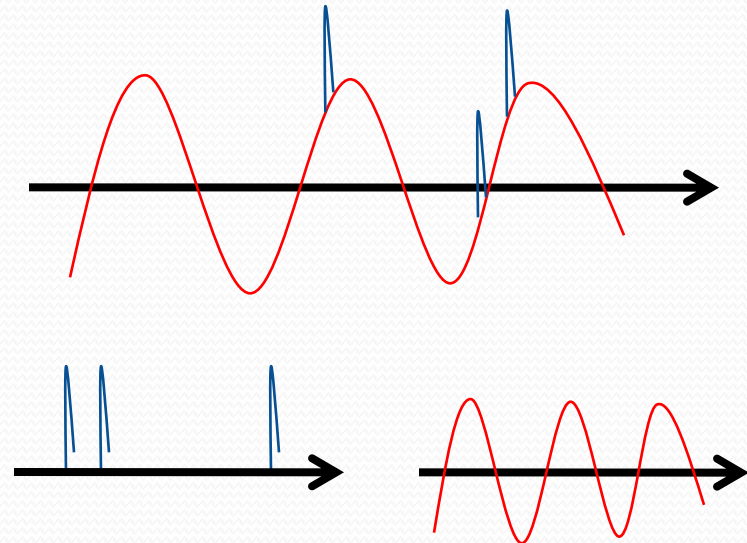
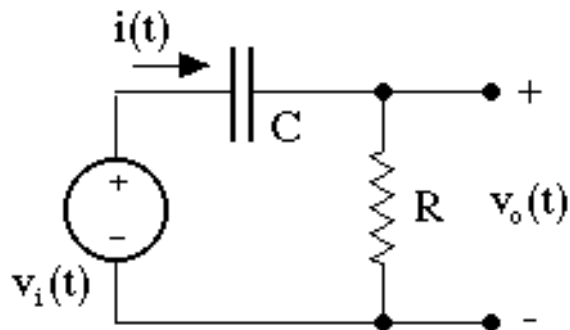
- Circuito passa alta

2.3 Fonte da tensão aceleradora

Para medir a tensão da fonte aceleradora com o osciloscópio, realizamos dois procedimentos. Um foi conectar (usando a ponta de prova $\times 10$) o osciloscópio diretamente à fonte; o outro foi conectar a fonte a um circuito RC com resistência e capacitância selecionadas ($C = 2,20 \pm 0,11 \mu F$, $R = 1,50 \pm 0,17 M\Omega$) para deixar passar frequências próximas e acima de 60 Hz e barrar aquelas baixas, como 2 Hz . Como a frequência da corrente contínua deve ser nula, chegaria ao resistor apenas a parte da tensão que fosse alternada, por isso ligamo-lo em paralelo ao osciloscópio.

isso

$$G_o(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$



R = sinal de alta
frequencia

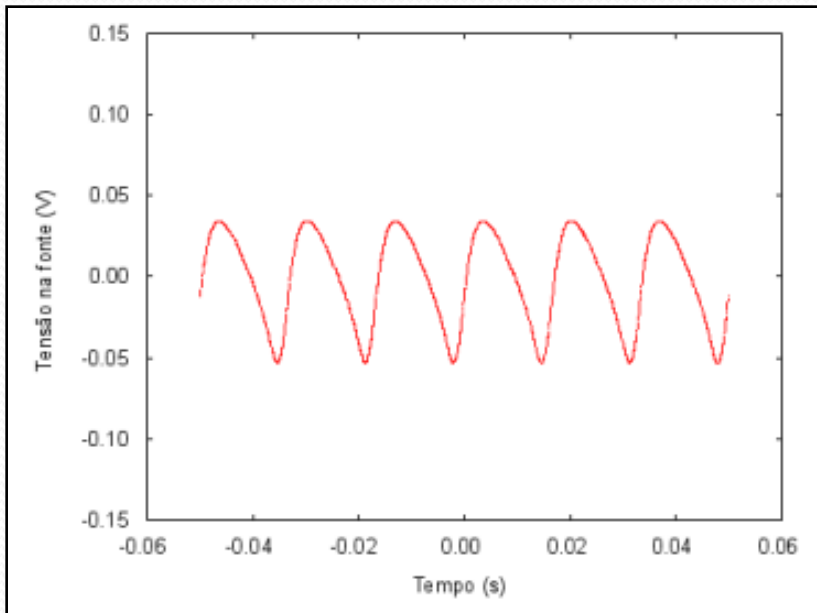
C = sinal de baixa
frequencia

Pico Duplo

- Nas fontes de 20V: amplitude de 1mV e 60hz
- Na fonte de alta tensão: 0.5V e 60Hz

para causar a impressão de separação dos feixes, o que será feito adiante. O valor máximo que verificamos para a variação foi de amplitude 0,2 V. Como, de acordo com o modelo mais simples para a trajetória do feixe, uma variação de 0,5 V com a tensão aceleradora de 200 V causaria uma separação de 0,25 mm, é improvável que a variação observada da tensão seja significativa para o efeito.

ok



$$B \frac{d}{dt} - v_{ox} \frac{d}{dx} = K v_{ox}^2 H$$

Pico Duplo

Realizamos a simulação da trajetória do feixe de elétrons dentro do TRC com um programa criado em C++ que utiliza os valores dos campos elétrico e magnético calculados pelo FEMM. O método de integração utilizado foi Runge-Kutta de 4ª ordem.

Dadas as variações das fontes utilizadas, comparamos as trajetórias obtidas para cada configuração possível, com $V_{AC} = 200,0 \pm 0,2 V$ e $V_{placas} = 5,000 \pm 0,001 V$. Em todos os casos, obtivemos uma diferença na altura final ΔH do feixe na tela realmente pequena comparada à abertura dos feixes, ou seja, *diferenças menores que 0,05 mm*.

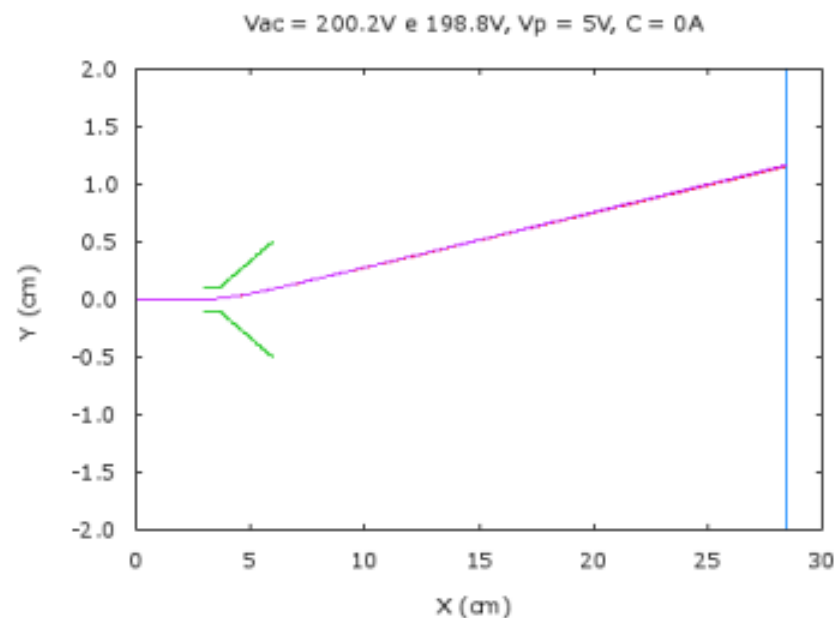
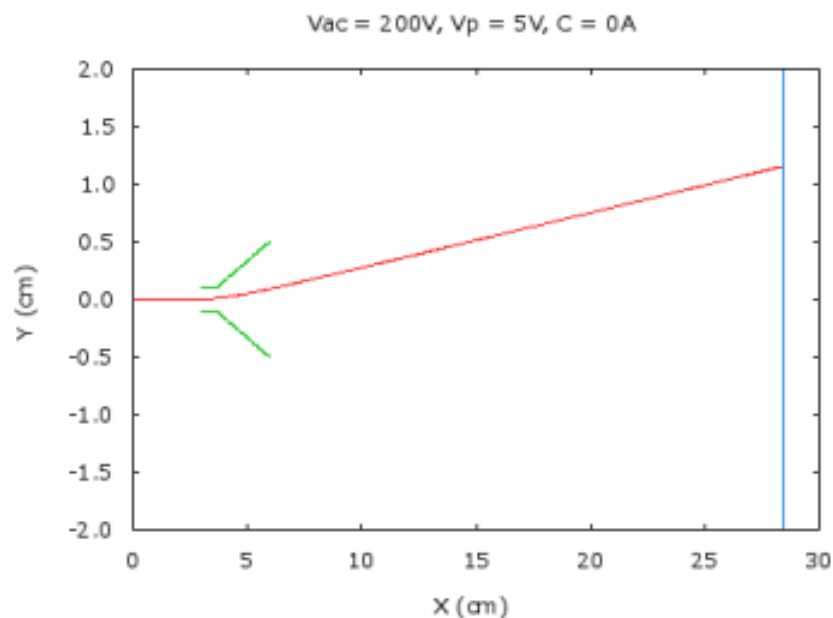


Figura 3: Simulação para tensão aceleradora de 200 V.

Figura 4: Simulação para flutuações de 0,2 V em 200 V na tensão aceleradora.

Exp. 2 – Seletor de Velocidades

PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
 - Colocar o TRC para funcionar e tentar entender o que acontece
- Semana 2
 - Mapear o campo elétrico das placas defletoras
- Semana 3
 - Simular o campo elétrico e estudar a deflexão no campo elétrico
- Semana 4
 - Mapear o campo magnético das bobinas
- Semana 5
 - Simular o campo magnético e estudar a deflexão no campo magnético
- Semana 6
 - Calibrar e obter a resolução do seletor de velocidades

Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Vamos resolver o problema teoricamente e comparar com os dados
 - Buscando coerências e entendimento!

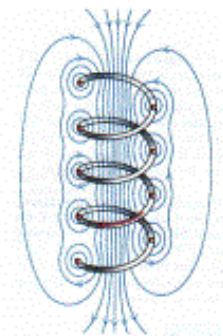
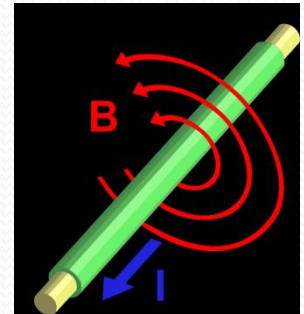
- Como resolver teoricamente?

- Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Lei de Amperè

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_c$$

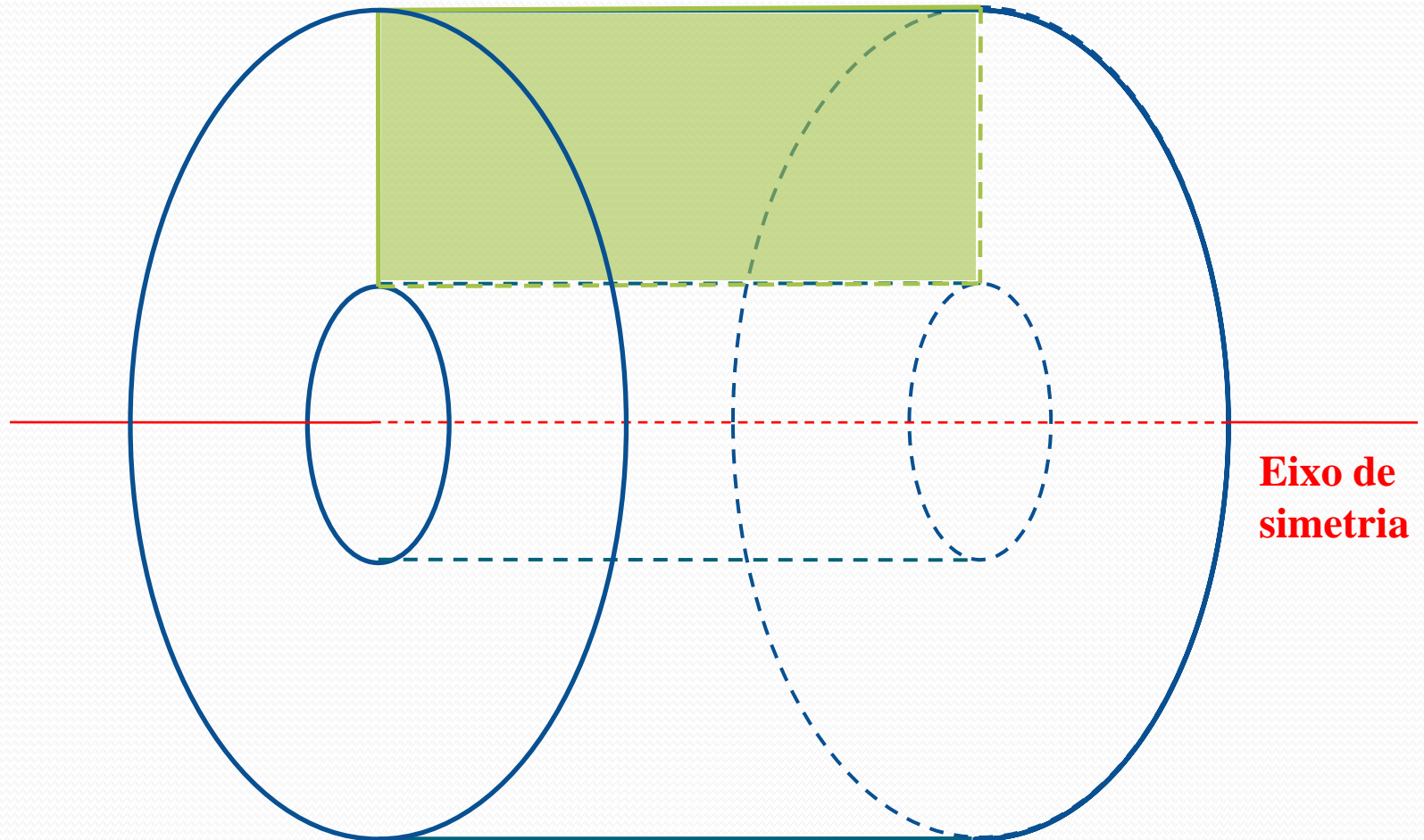


B-field due to a solenoid

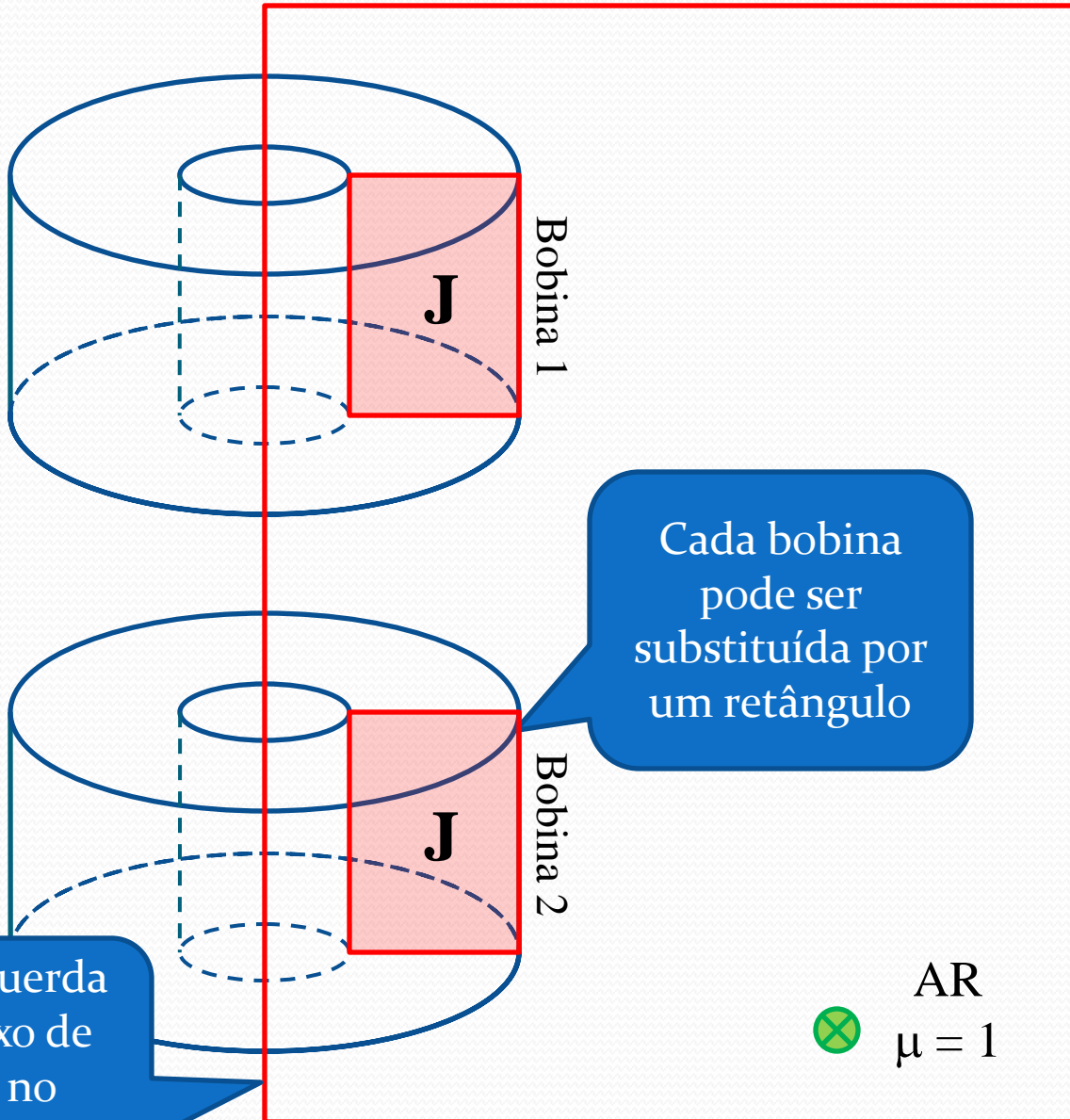
Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Resolver campos magnéticos teoricamente é complicado e dependemos do problema conter simetrias para que as integrais sejam factíveis
- Como resolver na prática?
 - Simulações (resolução numérica do problema)
 - FEMM
 - Programa de simulação para elementos finitos

FEMM – Só resolve problemas com simetria... Neste caso: rotação



FEMM – Geometria do problema



J é a densidade de corrente em cada bobina

$$J = \frac{Ni}{A}$$

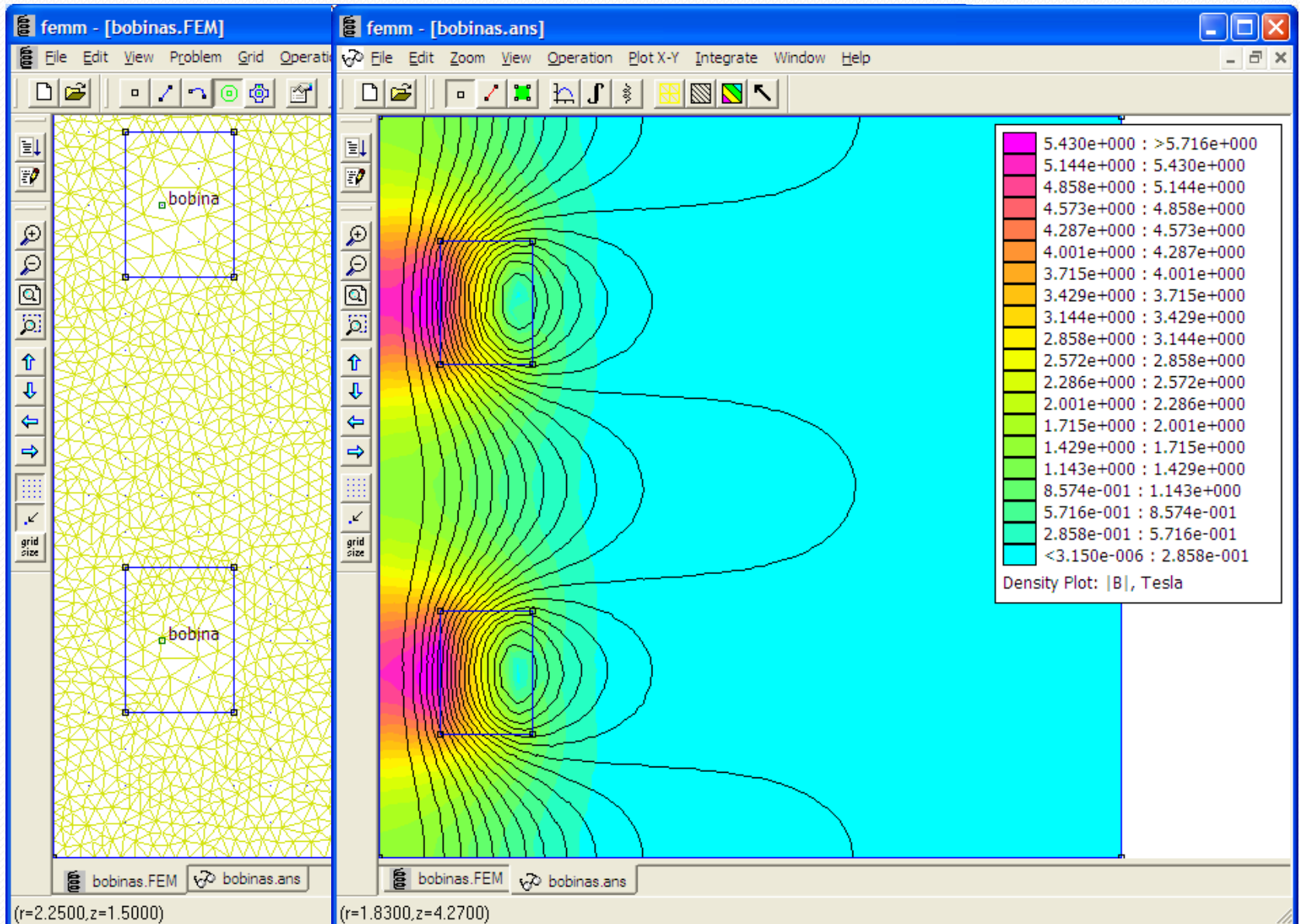
Cada bobina pode ser substituída por um retângulo

Lateral esquerda da tela (eixo de simetria no FEMM)

AR
 $\mu = 1$

Em vermelho é a geometria a ser desenhada

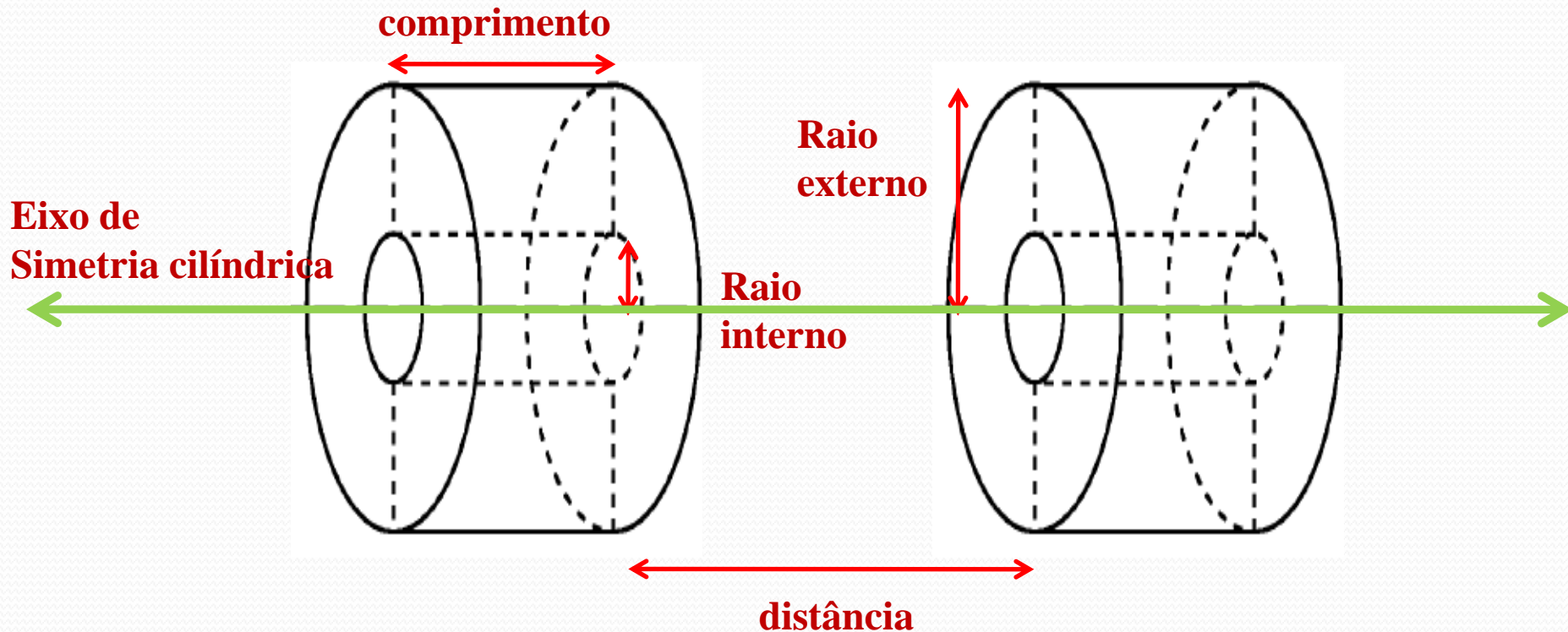
FEMM...



FEMM – Cuidados...

OBS importante:

- As dimensões são da área que passa corrente e não dos suportes, etc.
- Definir o problema como “Axissymmetric”

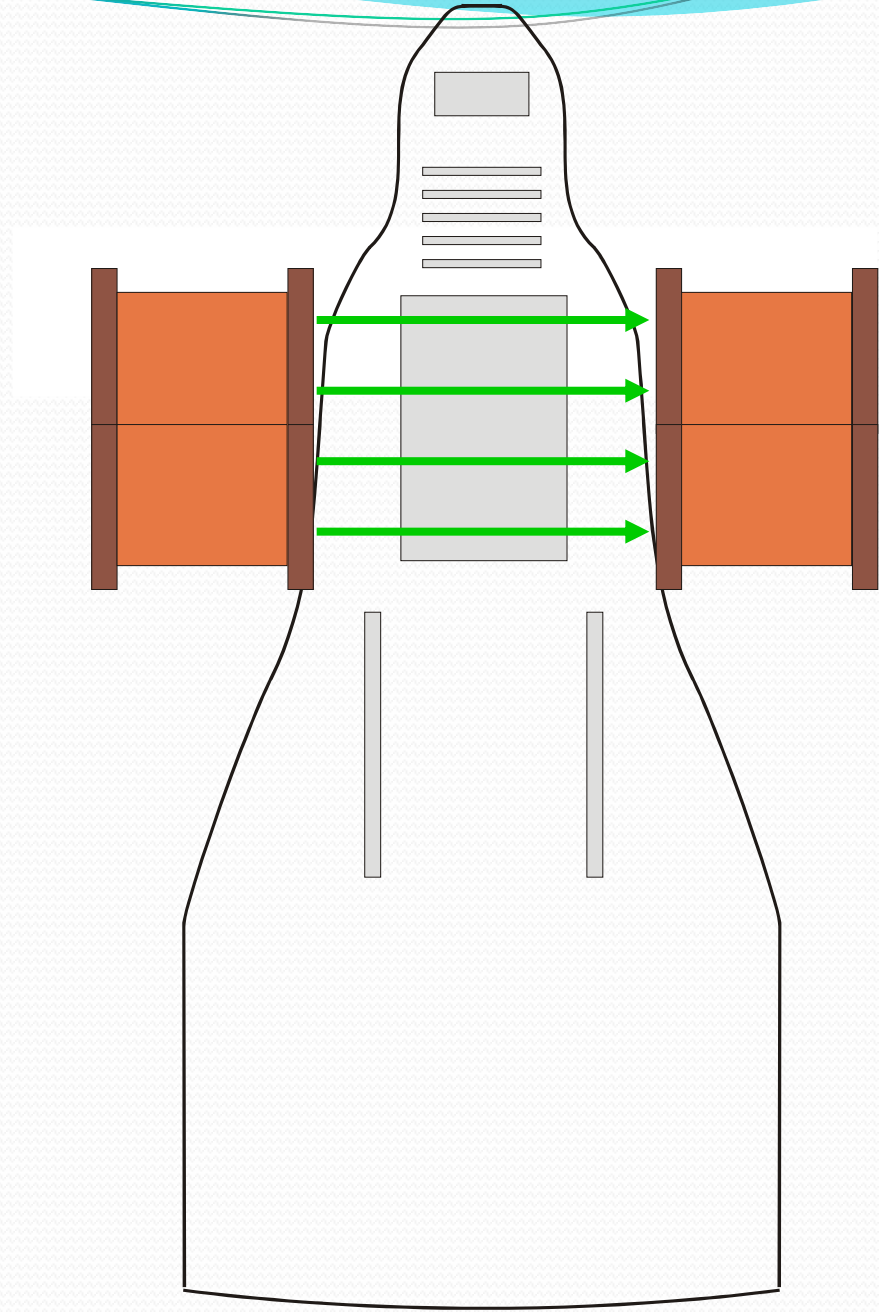


Atividades teóricas para a semana

- Usar o FEMM ...
 - Selecionar problema com simetria axial
 - Implementar a geometria das bobinas
 - Medir com régua/paquímetro as dimensões das bobinas
 - Supor simetria por rotação
 - Calcular a densidade de corrente ($J = N \cdot i / A$)
 - N = Número de espiras
 - i = Corrente
 - A = Área da seção da bobina
- ... ou resolver teoricamente
 - Possível, neste caso, pois simetria é mais simples
- Fazer o cálculo do campo magnético (transversal e longitudinal) ao longo do eixo de simetria
 - Comparar com os dados obtidos

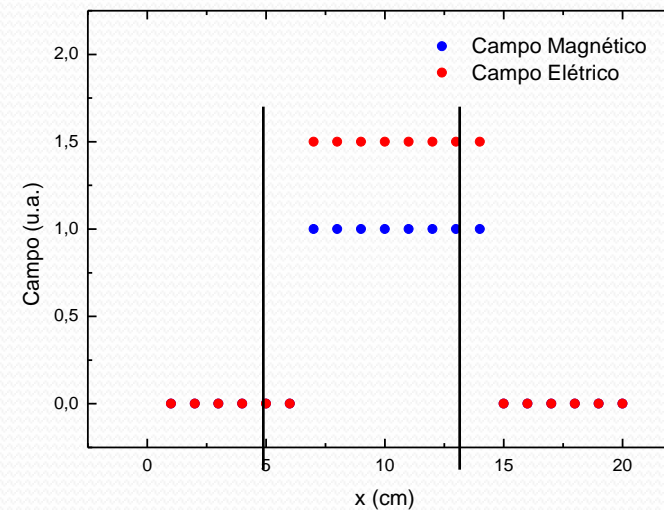
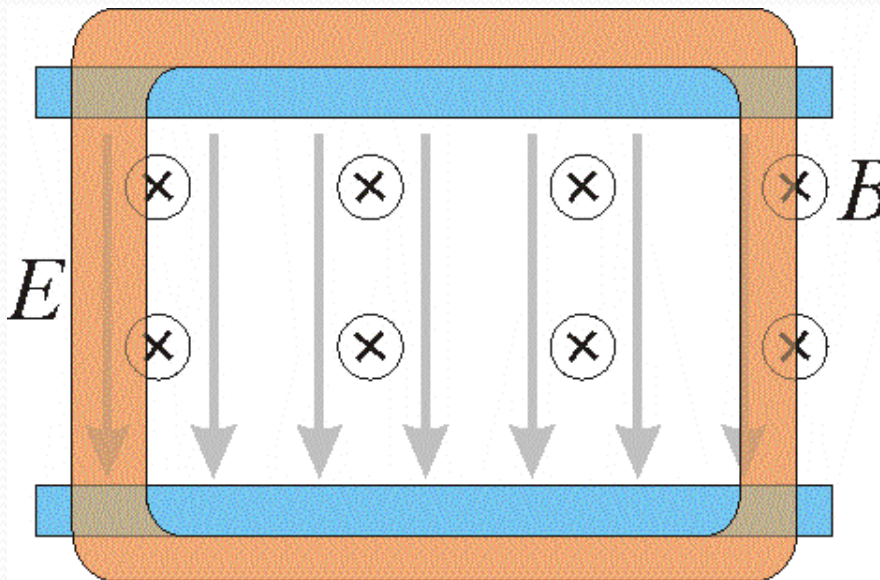
O nosso seletor de velocidades

- Tubo de raios catódicos para a parte de campo elétrico
- Duas bobinas em série para fazer o campo magnético



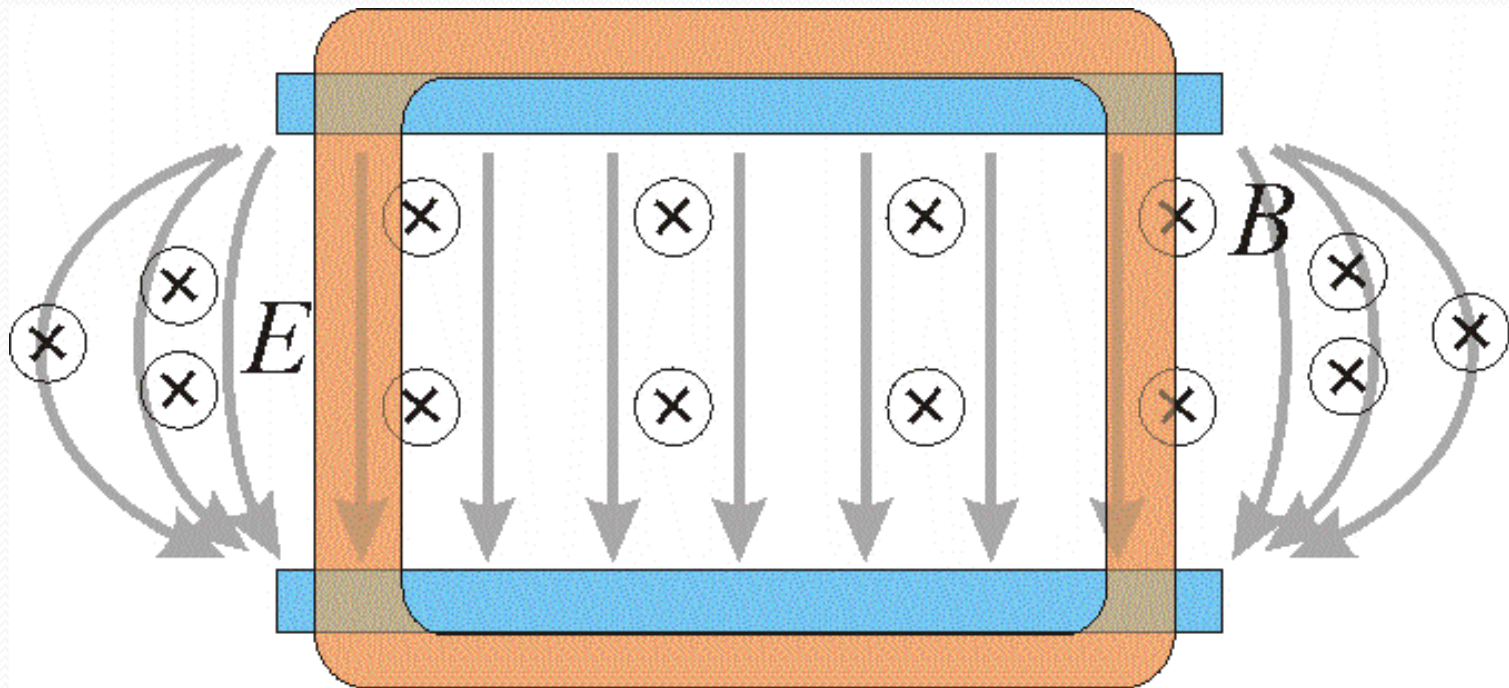
O seletor de velocidades ideal

- Equipamento composto de um campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares), uniformes, constantes e superpostos



O seletor de velocidades real

- Campos não ficam contidos na região das placas e das bobinas

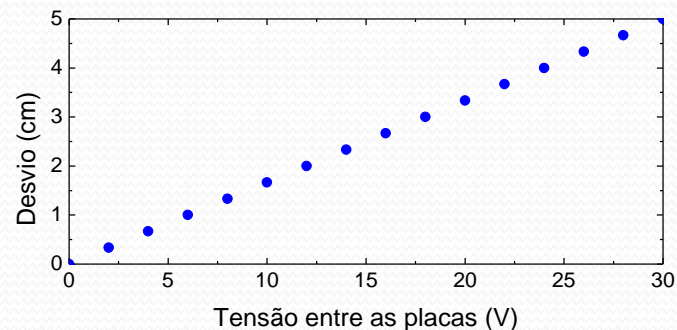
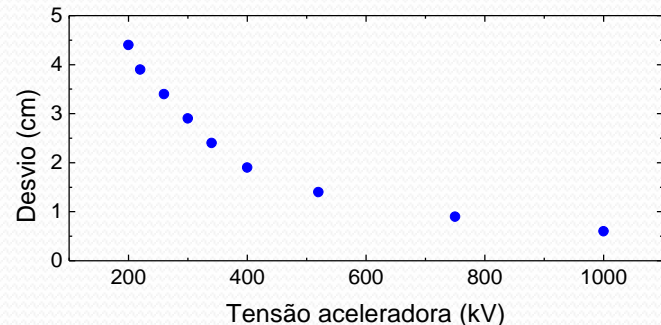


Estudo do campo elétrico

- Medidas experimentais indicaram que, dentro da precisão experimental, podemos aproximar o campo para uma configuração ideal

$$h = \frac{L_P V_P}{2dV_{AC}} \left(\frac{L_P}{2} + D_{PS} \right)$$

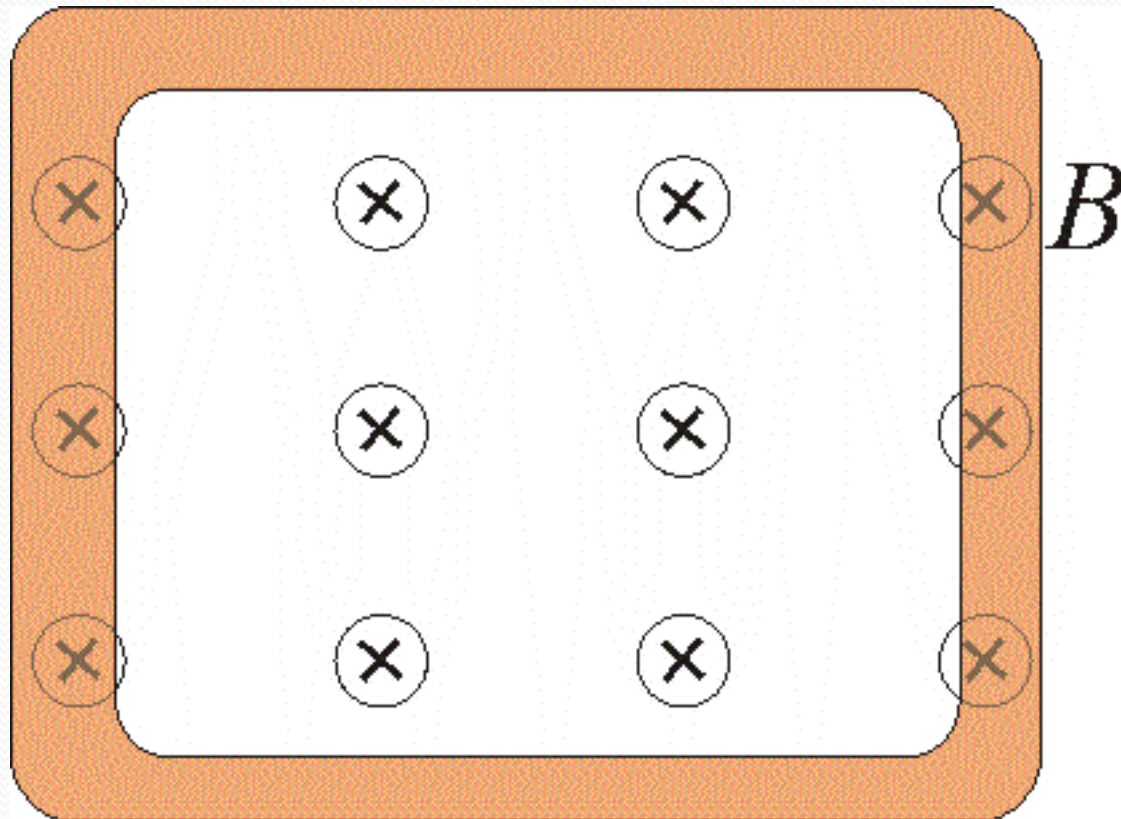
Obtivemos o tamanho e distância efetiva das placas



- Podemos fazer o mesmo para o campo magnético?

Modelo para o campo magnético

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas

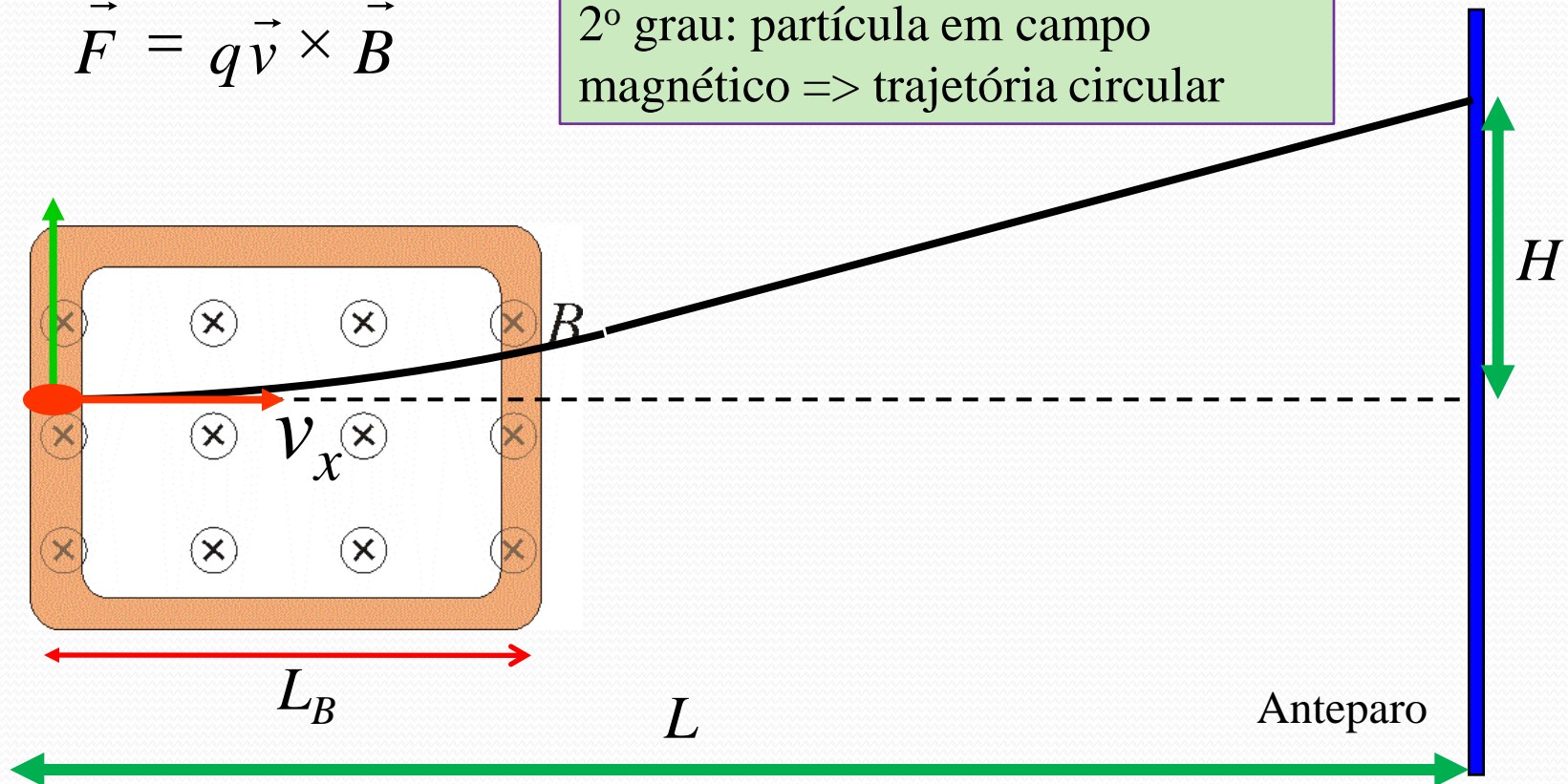


Movimento em campo idealizado

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

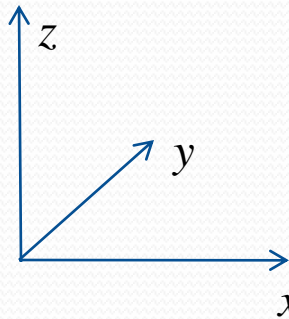
2º grau: partícula em campo magnético => trajetória circular



Movimento em campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

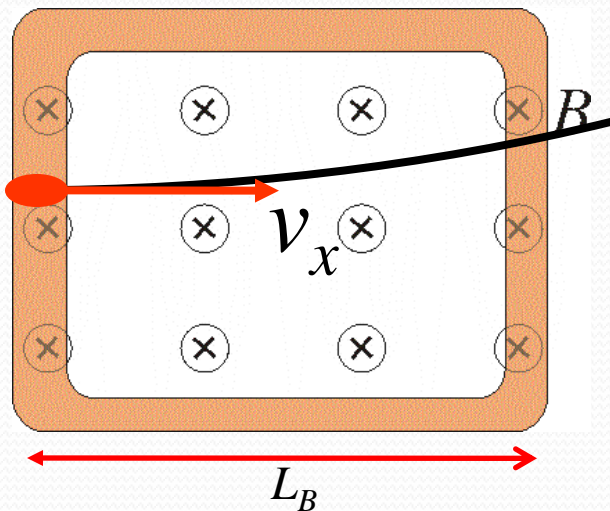
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

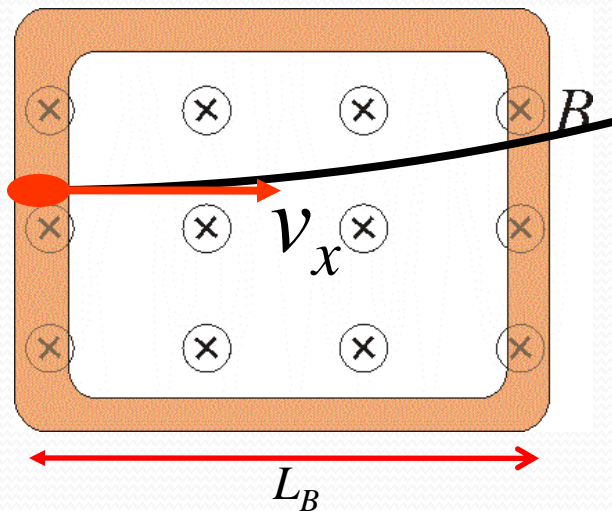


$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix}$$

Movimento em campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = qB (v_x \hat{k} - v_z \hat{i}) \quad \rightarrow \quad \begin{cases} F_x = -qBv_z \\ F_z = qBv_x \end{cases}$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\frac{qB}{m} v_z \\ \frac{d}{dt} v_z &= \frac{qB}{m} v_x \end{aligned} \right\} \omega = \frac{qB}{m} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\omega v_z \\ \frac{d}{dt} v_z &= \omega v_x \end{aligned} \right.$$

Movimento em campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\frac{d}{dt} v_x = -\omega v_z$$

$$\frac{d}{dt} v_z = \omega v_x$$



$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega \frac{d}{dt} v_z$$

$$\frac{d}{dt} v_z = \omega v_x$$

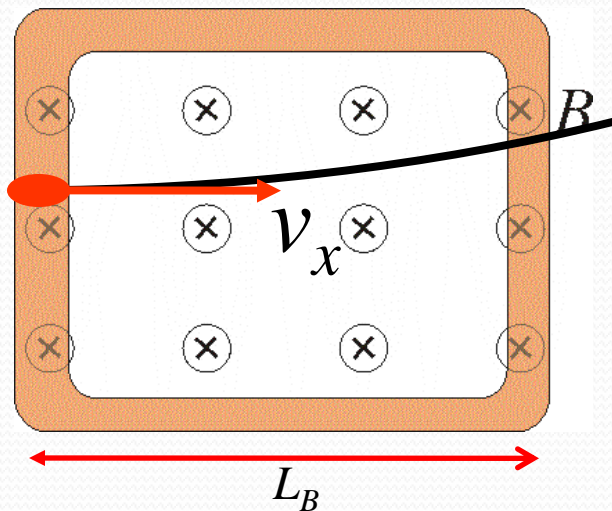


$$\frac{d^2}{dt^2} v_x = -\omega^2 v_x$$



$$v_x = v_{0x} \cos \omega t$$

$$v_z = v_{0x} \sin \omega t$$



Movimento em campo idealizado

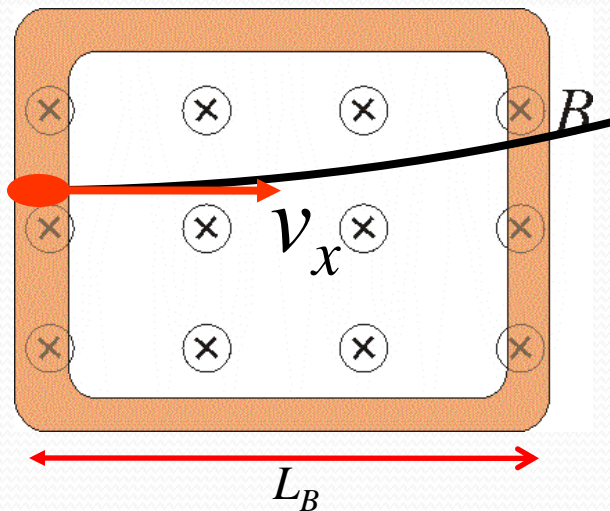
- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$v_x = v_{0x} \cos \omega t$$
$$v_z = v_{0x} \sin \omega t$$



$$x = \frac{v_{0x}}{\omega} \sin \omega t$$

$$z = -\frac{v_{0x}}{\omega} \cos \omega t$$



Qual é a trajetória descrita por estas equações?

Vamos calcular, como se não soubesse a resposta, a grandeza

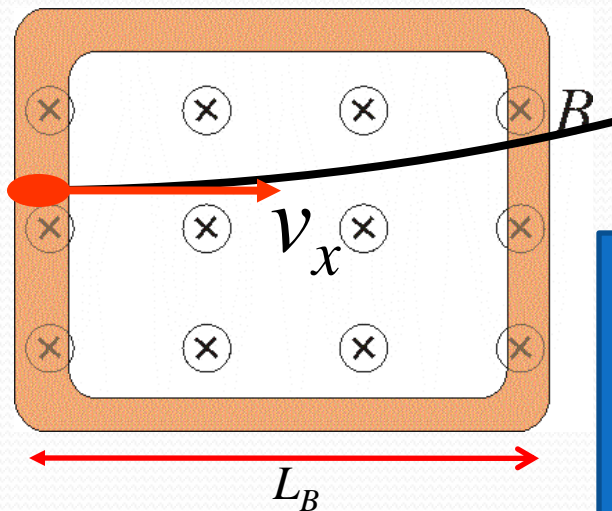
$$z^2 + x^2$$

Movimento em campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{v_{0x}}{\omega} \right)^2$$

Equação de uma circunferência de raio v_{0x}/ω



$$R = \frac{v_{0x}}{\omega} = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

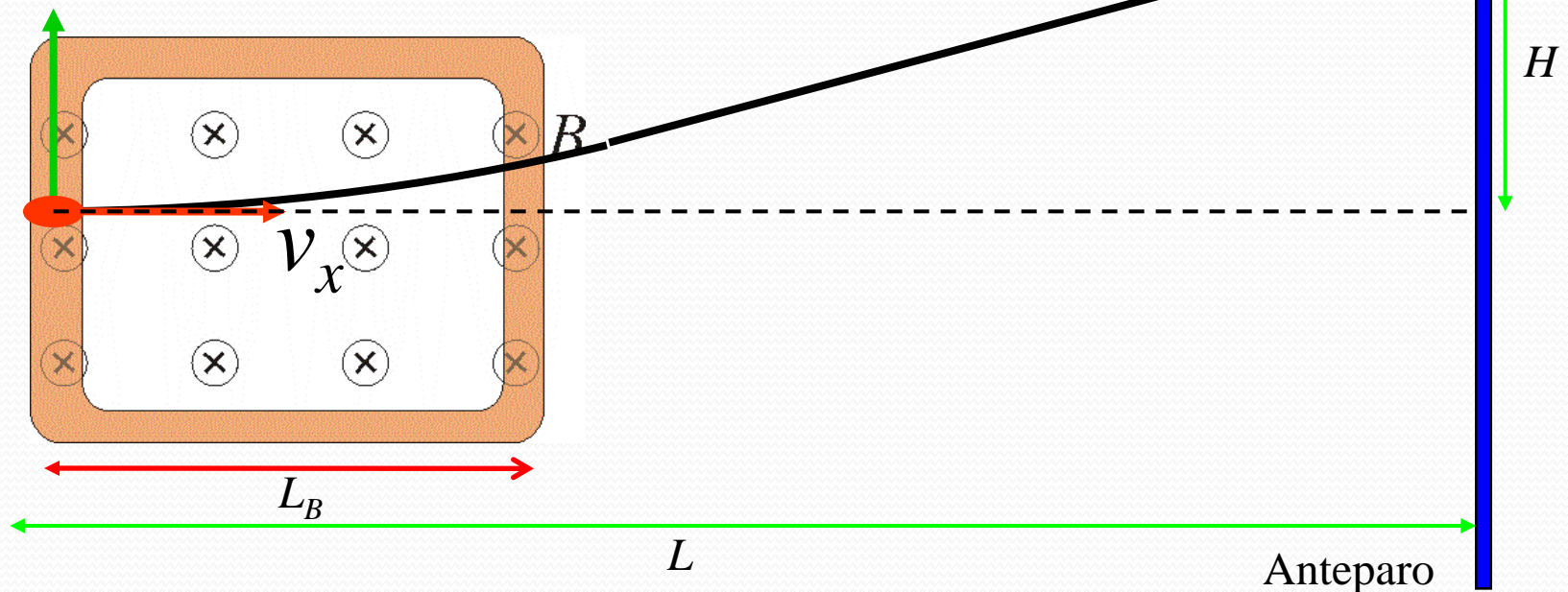
O resultado é bastante intuitivo!
Sendo a força magnética perpendicular à velocidade ela é centrípeta e a trajetória é “circular”

Movimento em campo idealizado

- Trajetória circular na região do campo magnético

$$R = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

- Qual é o deslocamento H na tela do TRC?
- Temos que usar geometria

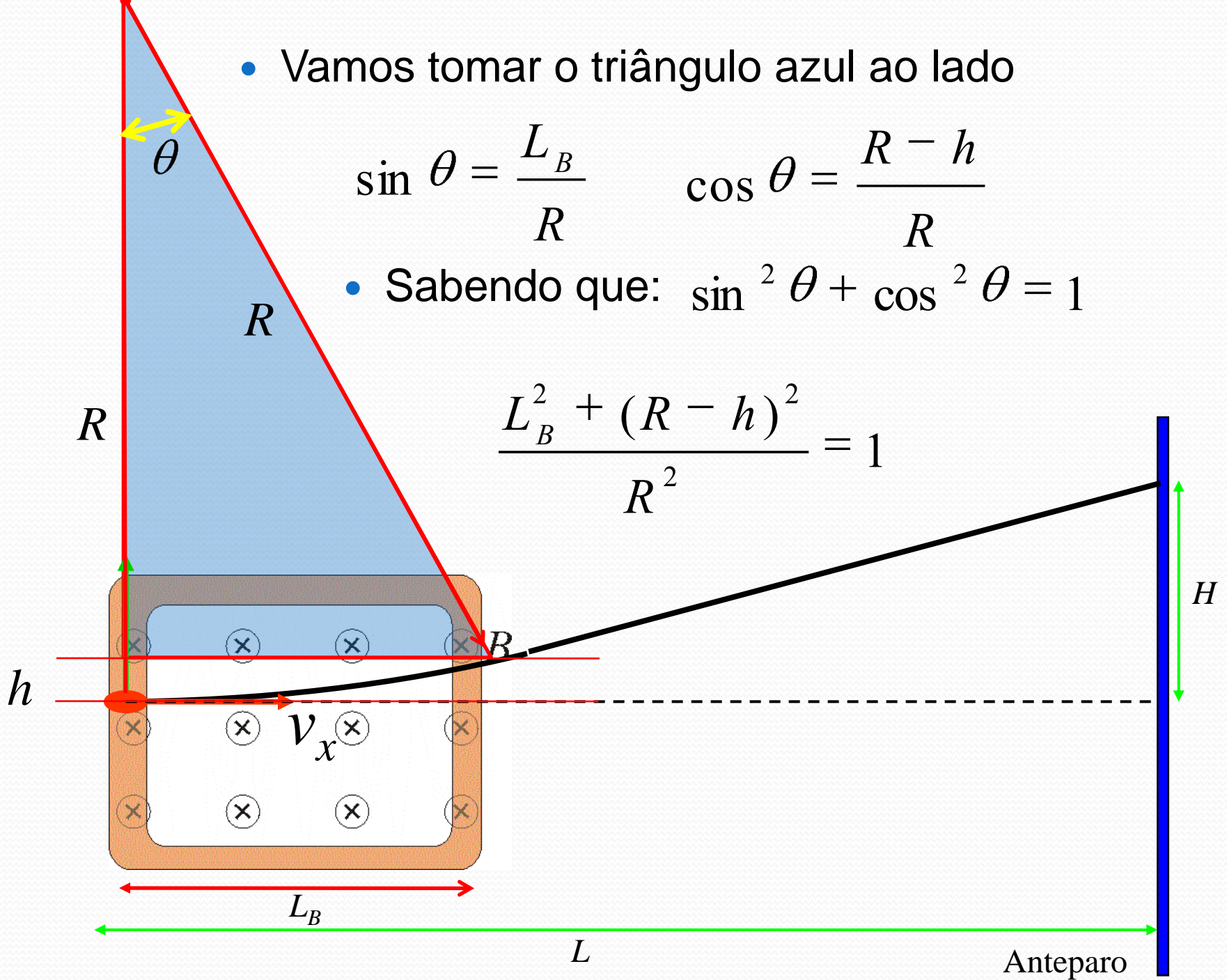


- Vamos tomar o triângulo azul ao lado

$$\sin \theta = \frac{L_B}{R} \quad \cos \theta = \frac{R - h}{R}$$

- Sabendo que: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\frac{L_B^2 + (R - h)^2}{R^2} = 1$$



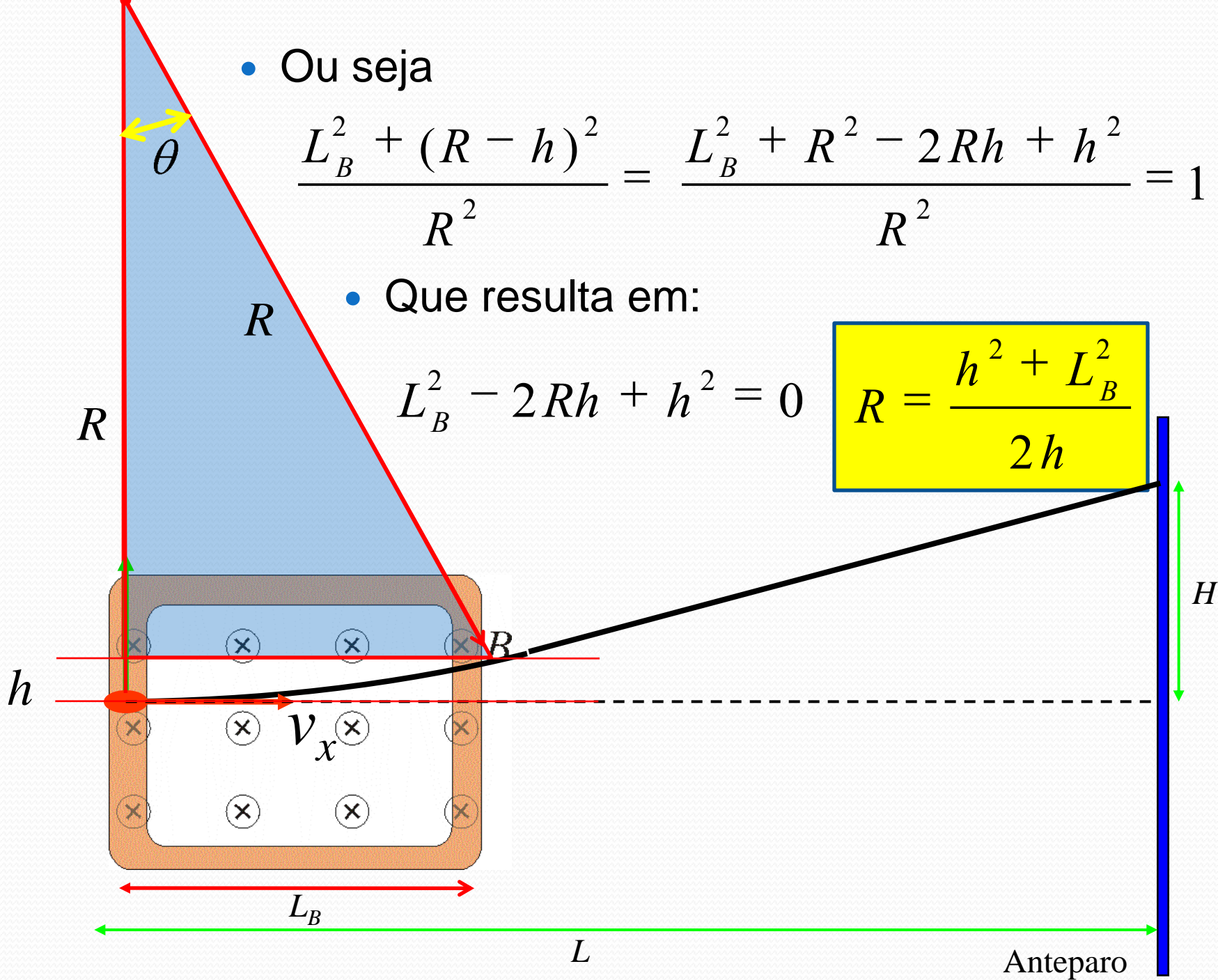
- Ou seja

$$\frac{L_B^2 + (R - h)^2}{R^2} = \frac{L_B^2 + R^2 - 2Rh + h^2}{R^2} = 1$$

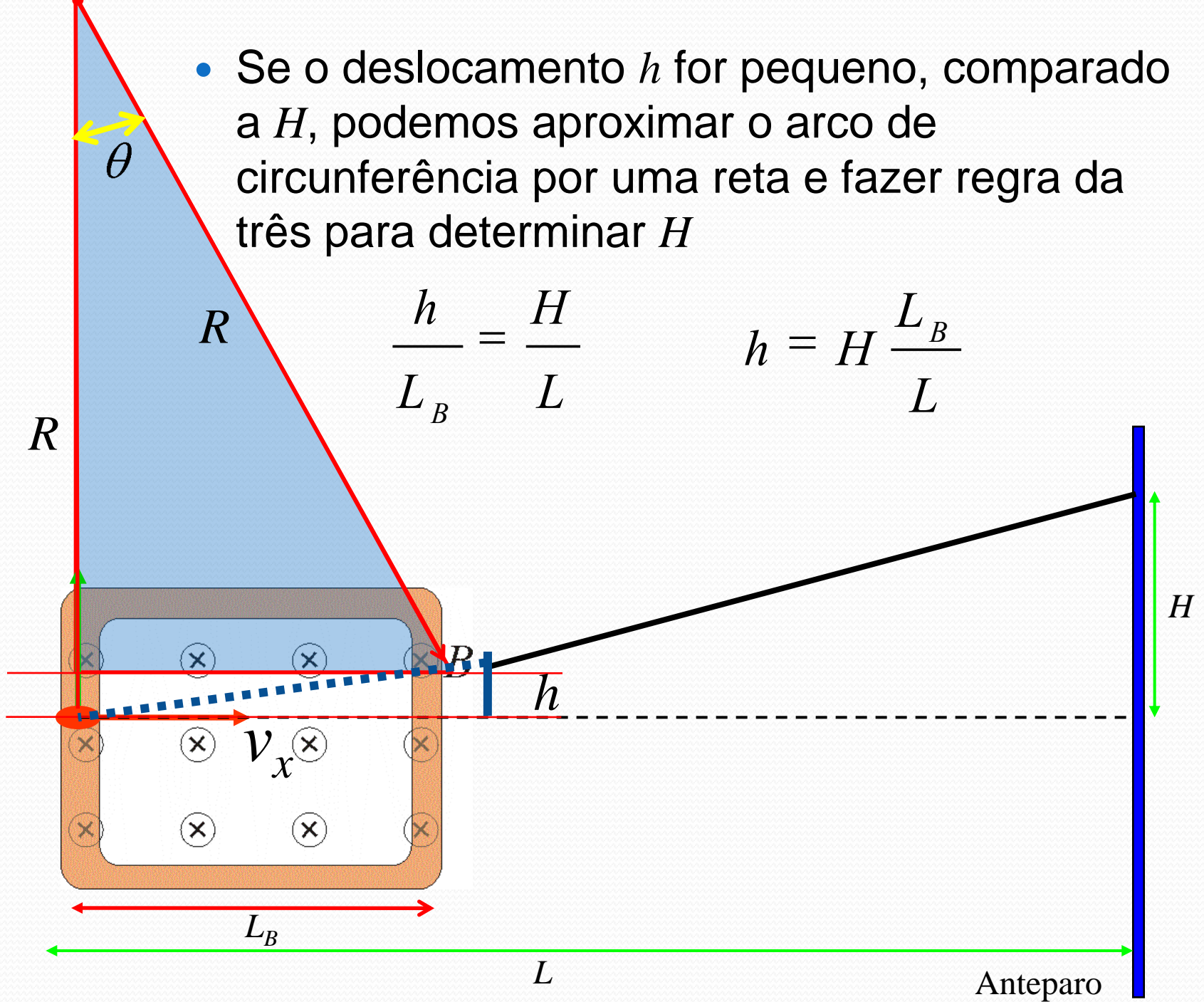
- Que resulta em:

$$L_B^2 - 2Rh + h^2 = 0$$

$$R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$$



- Se o deslocamento h for pequeno, comparado a H , podemos aproximar o arco de circunferência por uma reta e fazer regra da três para determinar H

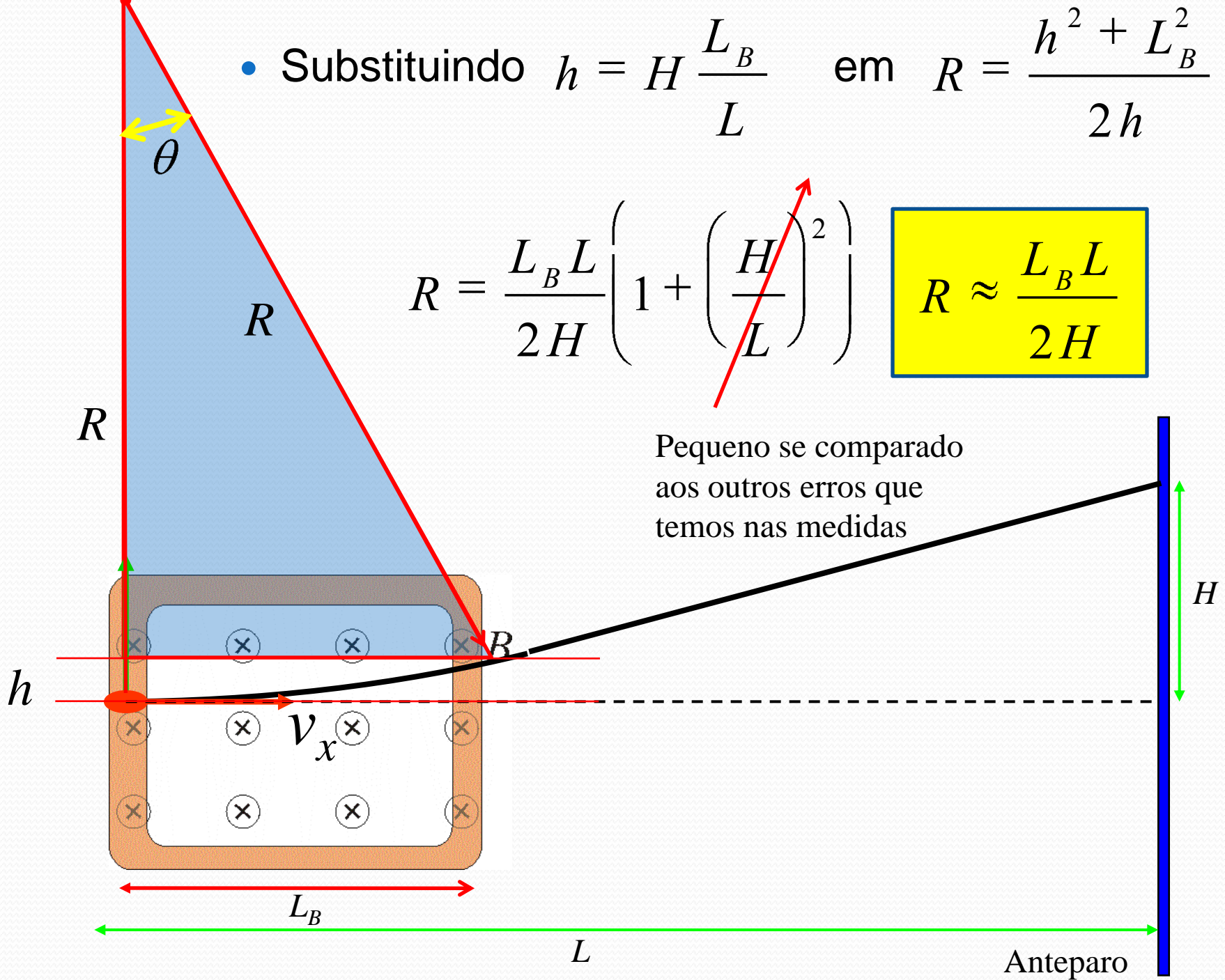


- Substituindo $h = H \frac{L_B}{L}$ em $R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$

$$R = \frac{L_B L}{2H} \left(1 + \left(\frac{H}{L} \right)^2 \right)$$

$$R \approx \frac{L_B L}{2H}$$

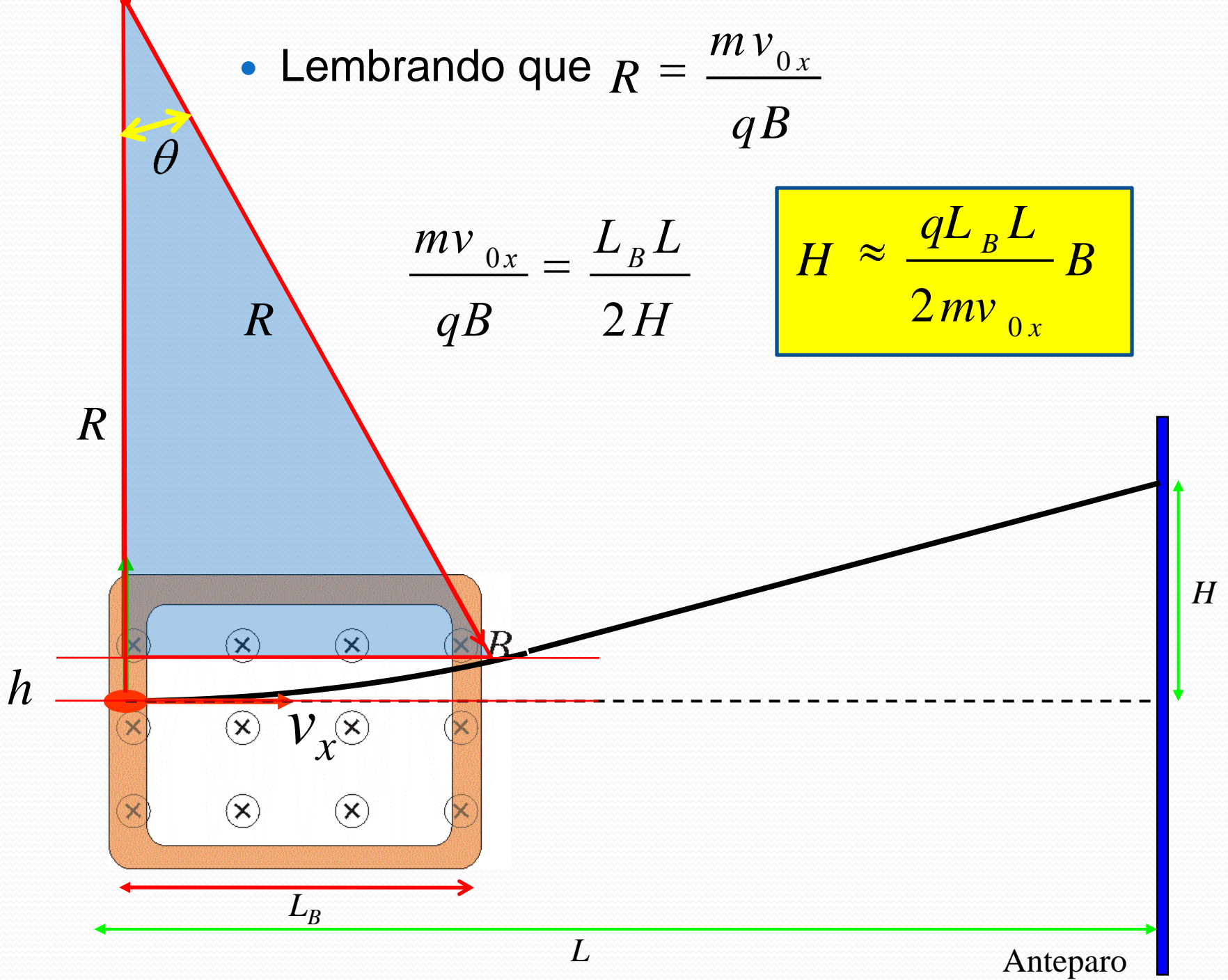
Pequeno se comparado aos outros erros que temos nas medidas



- Lembrando que $R = \frac{mv_{0x}}{qB}$

$$\frac{mv_{0x}}{qB} = \frac{L_B L}{2H}$$

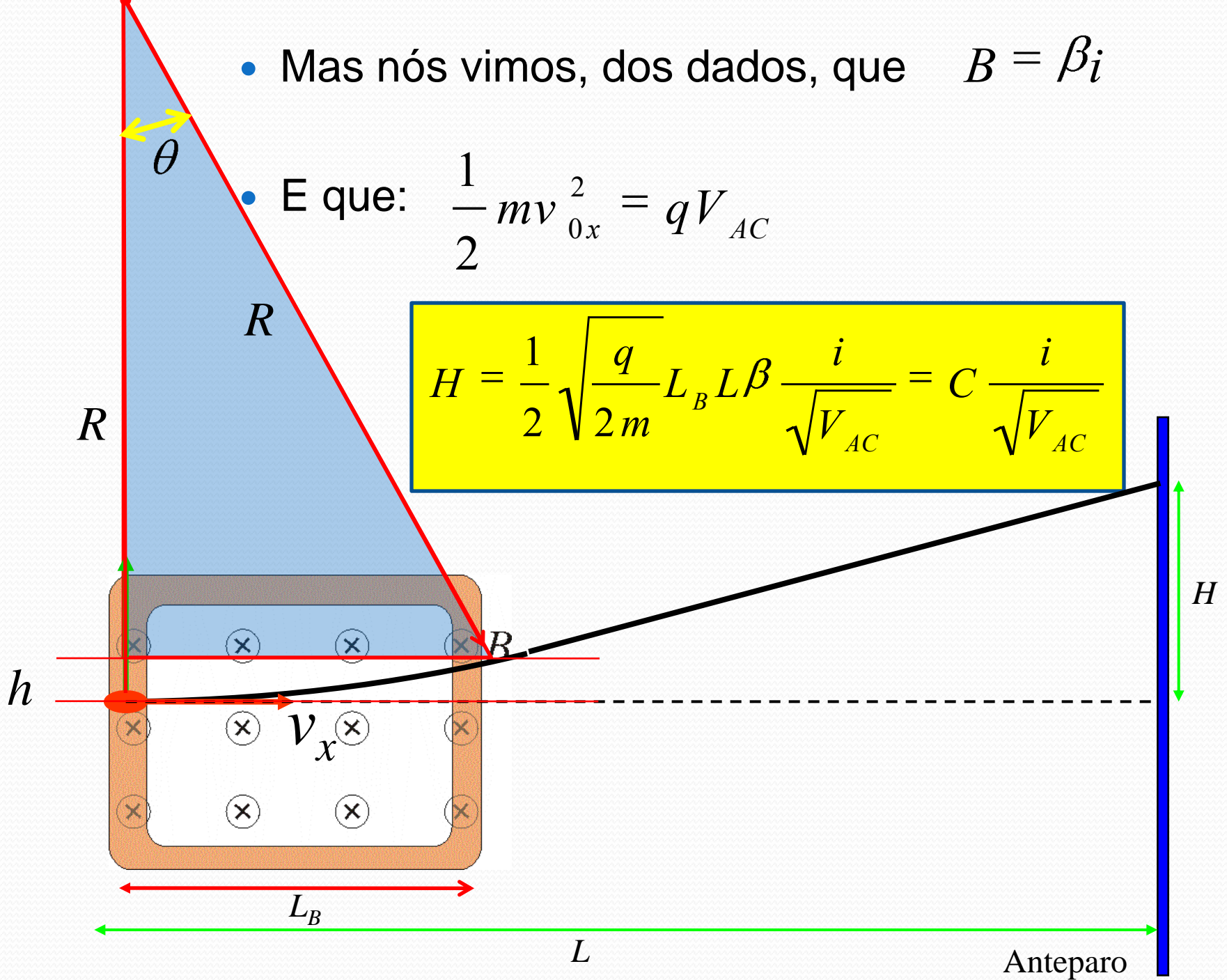
$$H \approx \frac{qL_B L}{2mv_{0x}} B$$



- Mas nós vimos, dos dados, que $B = \beta i$

- E que: $\frac{1}{2} m v_{0x}^2 = q V_{AC}$

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q}{2m}} L_B L \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}} = C \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$



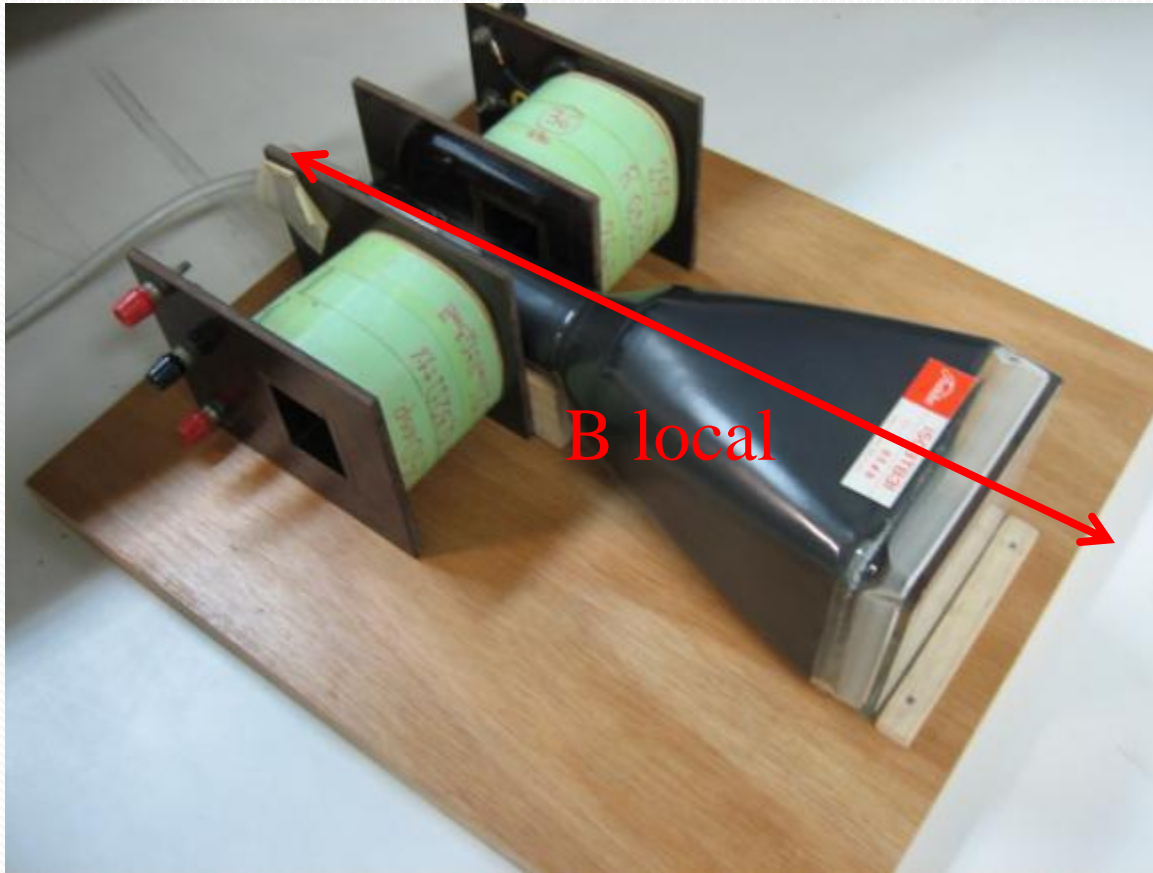
Objetivos da semana

- Testar a aproximação teórica de campo constante, ou seja, testar que:

$$H = C \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$

- H depende linearmente da corrente
- H depende do inverso da raiz da tensão de aceleração
- Obter a constante **C** e, sabendo a constante β que relaciona a corrente com o campo, determinar o comprimento efetivo da bobina (L_B) através dos ajustes dos dados

Cuidados experimentais



- Alinhar com B local
- Definir o zero quando a corrente nas bobinas e V entre as placas for nula
 - Lembre-se que H é a distância em relação ao ponto que NÃO há influência das bobinas.

Tarefas da semana

- Campo magnético simulado no femm e superposto aos dados obtidos, indicando a posição das bobinas
 - Principalmente para BL em função de x
 - Refazer os mapeamentos de campo (ou checar) se necessário
- Dependência de H em função da corrente com ajuste apropriado segundo modelo teórico
- Dependência de H em função da tensão de aceleração com ajuste e escala apropriada segundo o modelo teórico
- Obter a constante C e o comprimento efetivo da bobina (L_B) através dos ajustes efetuados e dos dados da semana passada.