Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br

Ramal: 6647
Ed. Basílio Jafet, sala 100

Física Experimental IV – FAP214

www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex
www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

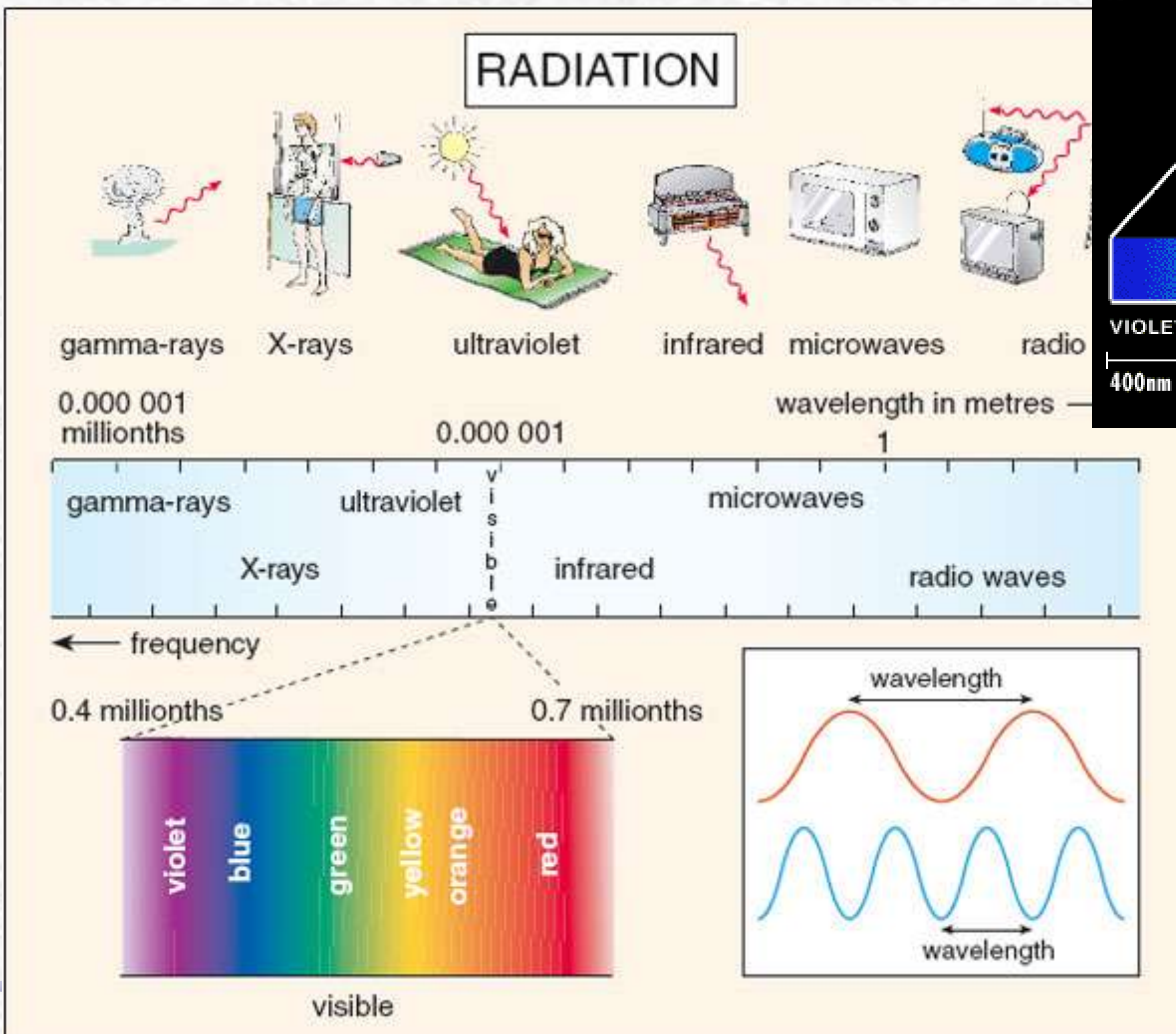
Aula 1, Experiência 2
Ótica Geométrica: Lentes

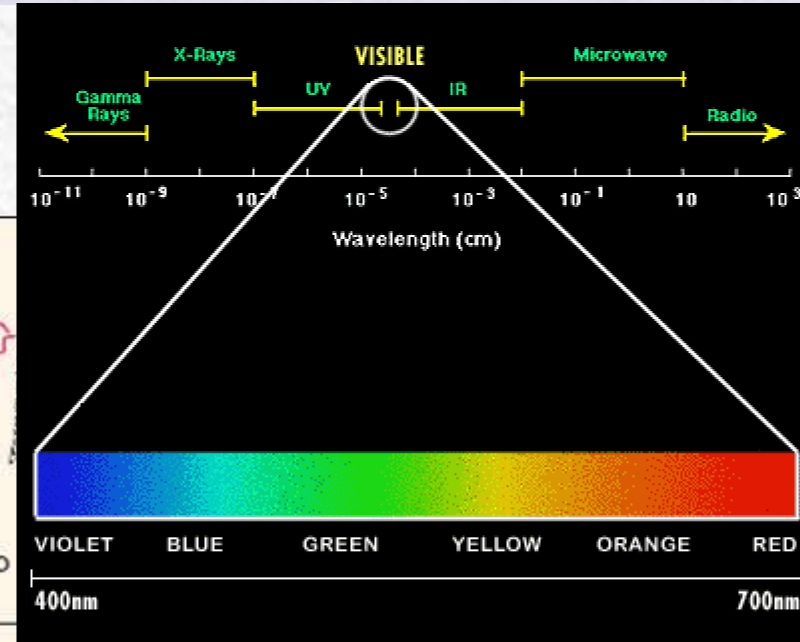
Fonte: apostila de óptica do lab4 e notas de aula dos Prof. A. Suaide e E. Szanto

Exp #2: Óptica Geométrica e Física

- Objetivos – Estudar alguns fenômenos de óptica física e geométrica
  - Estudo de lentes simples, sistemas de lentes e construção de imagens
  - Interferência e difração
    - Computador óptico
      - Análise de Fourier bi-dimensional
      - Processamento de imagens

Radiação Eletromagnética





A luz visível é um pequeno intervalo do espectro eletromagnético

O que é óptica geométrica?

- A luz é uma onda eletromagnética, portanto todos os fenômenos ondulatórios se aplicam:
  - Interferência, difração, etc...
- Os efeitos ondulatórios são mais importantes quando o sistema possui dimensões compatíveis com os comprimentos de onda envolvidos
- A **óptica geométrica** despreza os efeitos ondulatórios, o que é válido apenas quando o comprimento de onda da energia radiante é pequeno se comparado às dimensões físicas do sistema óptico com o qual ela interage.

O que é óptica geométrica?

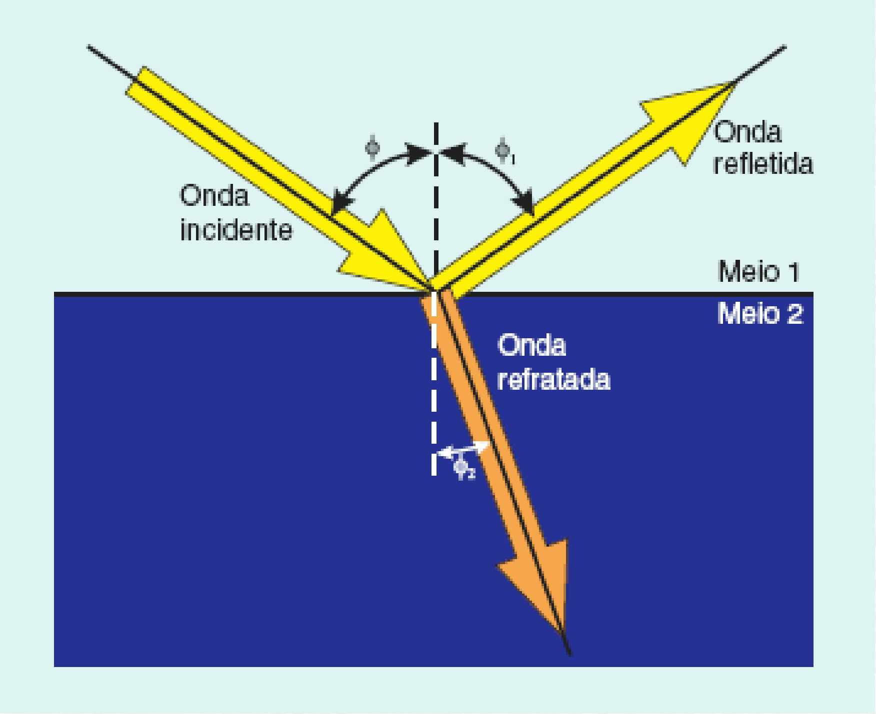
- Em outras palavras, **a óptica geométrica é válida no limite em que o comprimento de onda da luz tende a zero**.
- Os comprimentos de onda típicos da **luz visível** estão entre 400 a 700 nm.
  - Sistemas macroscópicos simples, do dia a dia, possuem dimensões tais que $\lambda/d < 10^{-3}$, ou seja, os efeitos ondulatórios são muito pequenos.
- Nestes caso, a óptica geométrica permite:
  - Aproximar **a propagação da luz como retilínea**.
  - Descrever , de uma maneira simplificada, a alteração na propagação dos raios luminosos ao passarem por aparatos que refletem e/ou refratam a luz.

Propagação de um Raio Luminoso

- Quando a luz atinge uma superfície de separação entre meios de propriedades óticas diferentes ocorre:
  - Reflexão
  - Refração

Índice de refração:
razão entre a velocidade da luz no meio e no vácuo

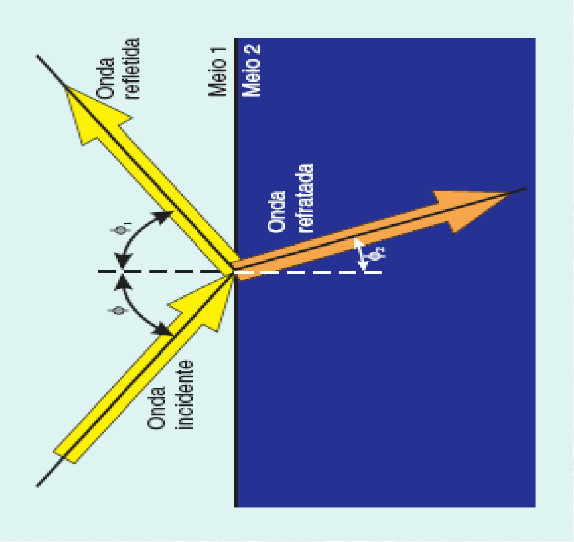
$$n = \frac{c}{v} > 1$$



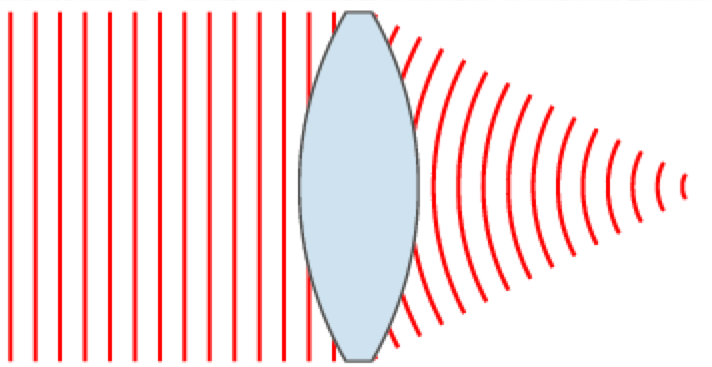
Refração

- O raio luminoso refratado em uma superfície muda de direção de acordo com a lei de Snell:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$



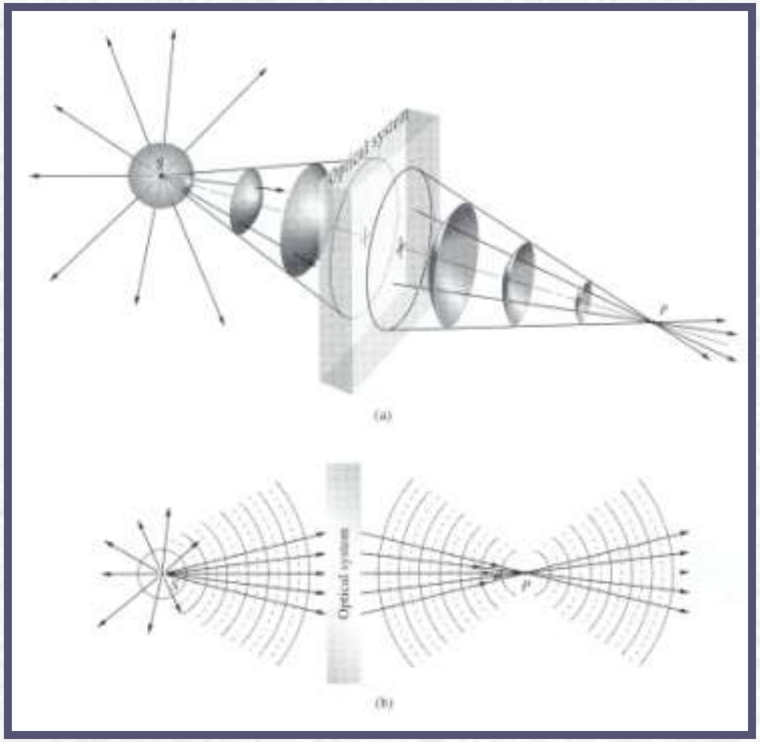
- Esse é o **princípio básico de funcionamento das lentes**, pois determina a mudança de direção dos raios luminosos



Lentes

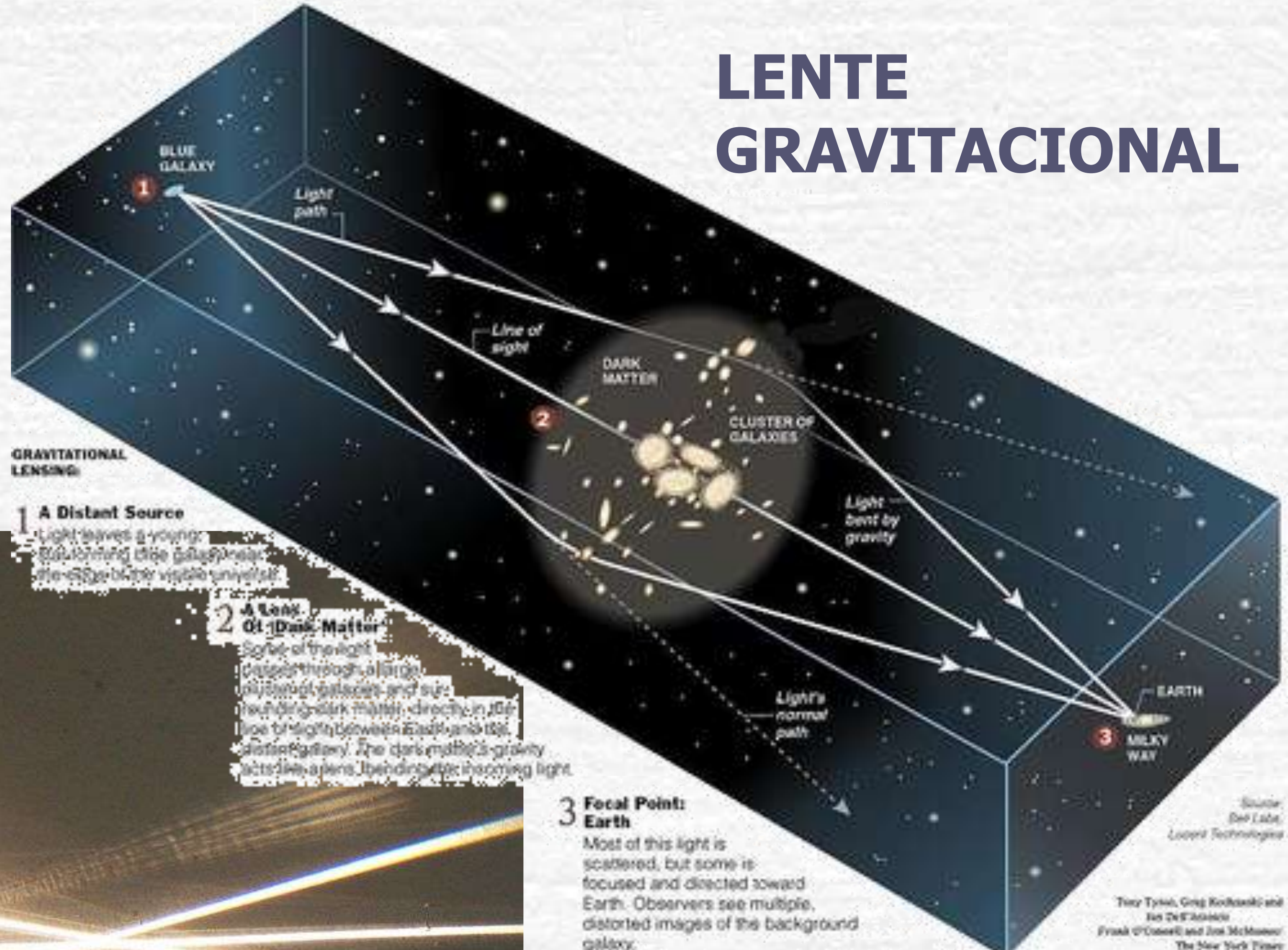
Lente é um dispositivo que muda a distribuição de energia transmitida, quer se trate de ondas eletromagnéticas (visíveis, ultra-violeta, infravermelho, microonda, ondas de rádio), ou mesmo de ondas sonoras ou ondas de gravidade.

- O sistema refrator tem que estar imerso em um meio de índice de refração diferente do seu próprio
- E o formato é construído de forma a alterar a direção dos raios luminosos incidentes da maneira desejada

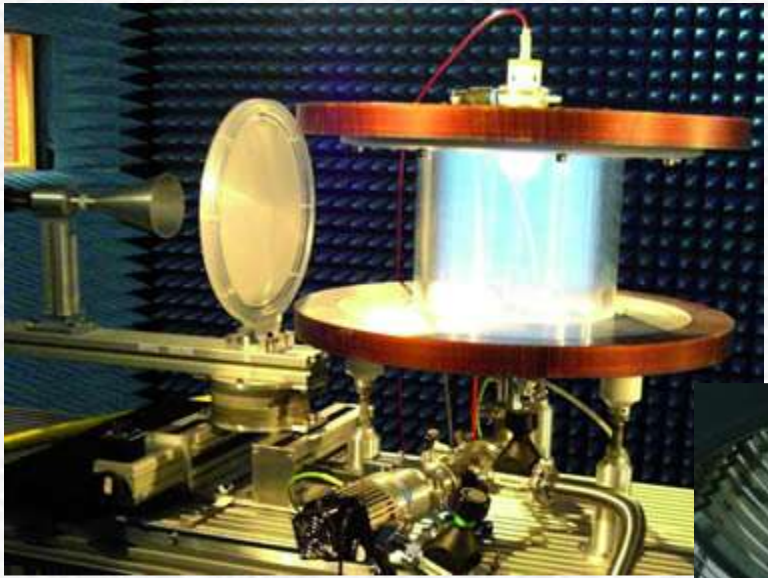


Lentes: Exemplos

LENTE GRAVITACIONAL



Lentes: Exemplos



Lente de plasma

Lente de farol

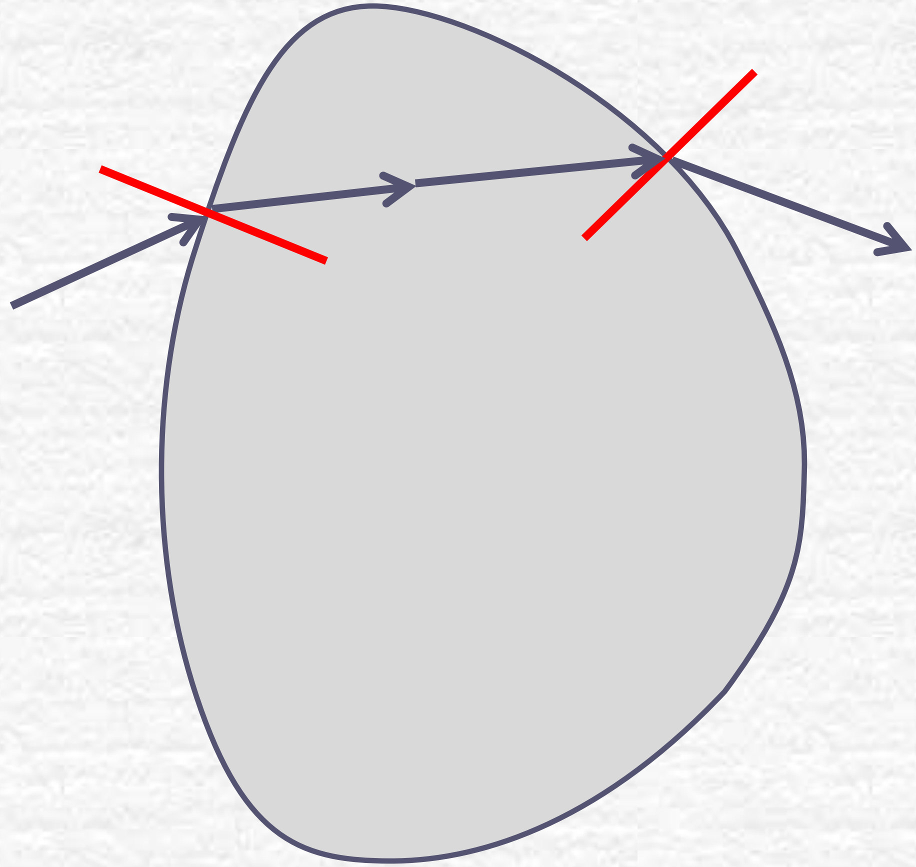
Lente acústica

Funcionamento das Lentes

Vamos nos ater às lentes para luz visível.

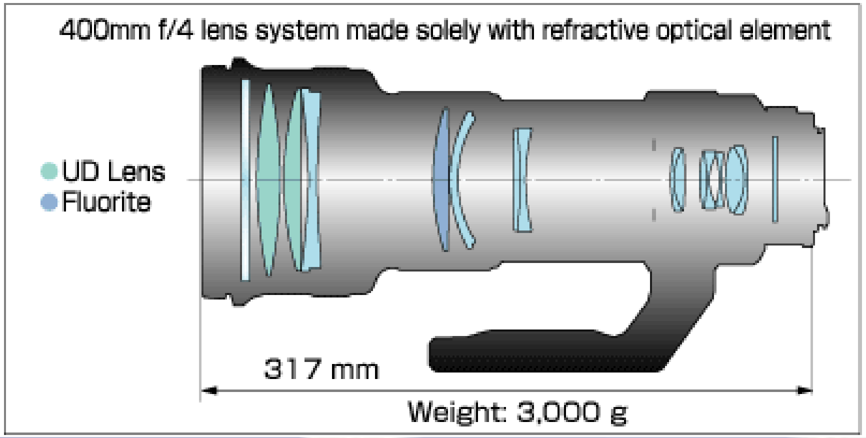
O funcionamento de uma lente é simples:

- Luz incide em uma das superfícies
- Ocorre refração nesta superfície
- A luz se propaga para a segunda superfície
- Ocorre nova refração



Tipos de Lentes: Complexidade

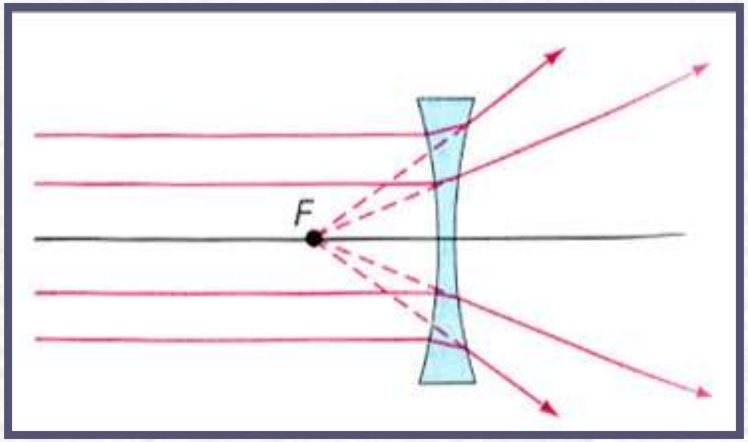
- Lentes podem ser:
  - simples: quando têm um único elemento ótico
  - compostas: quando têm mais de um elemento ótico



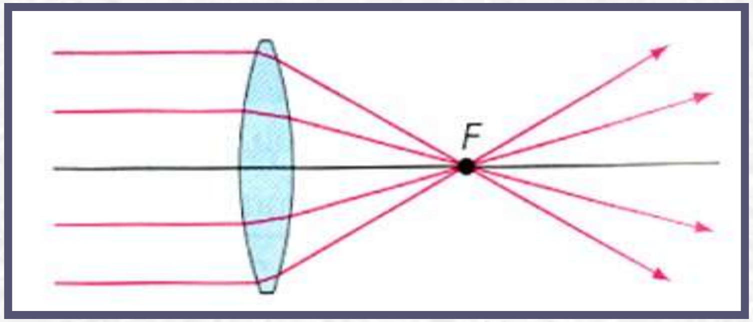
Tipos de Lentes: Convergência

- Quanto à reconfiguração da frente de onda as lentes podem ser convergentes ou divergentes.

Lentes divergentes: distância focal negativa → ao raios se afastam (mais fina no centro que nas bordas)



Lentes convergentes: distância focal positiva → os raios se aproximam (mais espessa no centro que nas bordas)

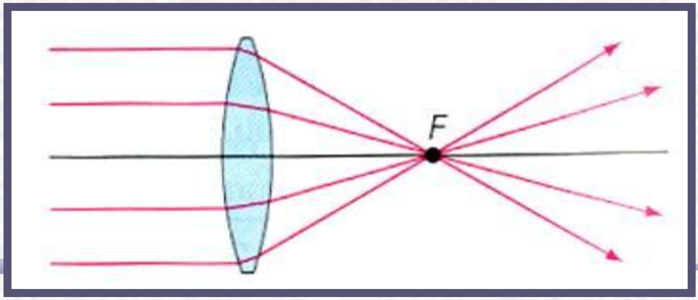


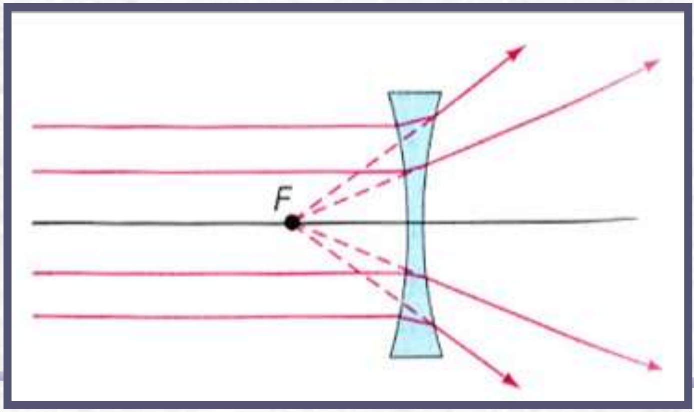
Tipos de Lentes: Dimensões

- Lentes podem ser **delgadas** os **espessas**
  - Lentes delgadas são aquelas que as suas dimensões não importam, ou seja, não importa onde o raio de luz atinge a lente, o efeito será sempre o mesmo.
  - Lentes espessas são aquelas que as dimensões e posição de incidência dos raios são importantes
- Lentes delgadas são muito mais simples de fazer previsões.

Lentes Delgadas

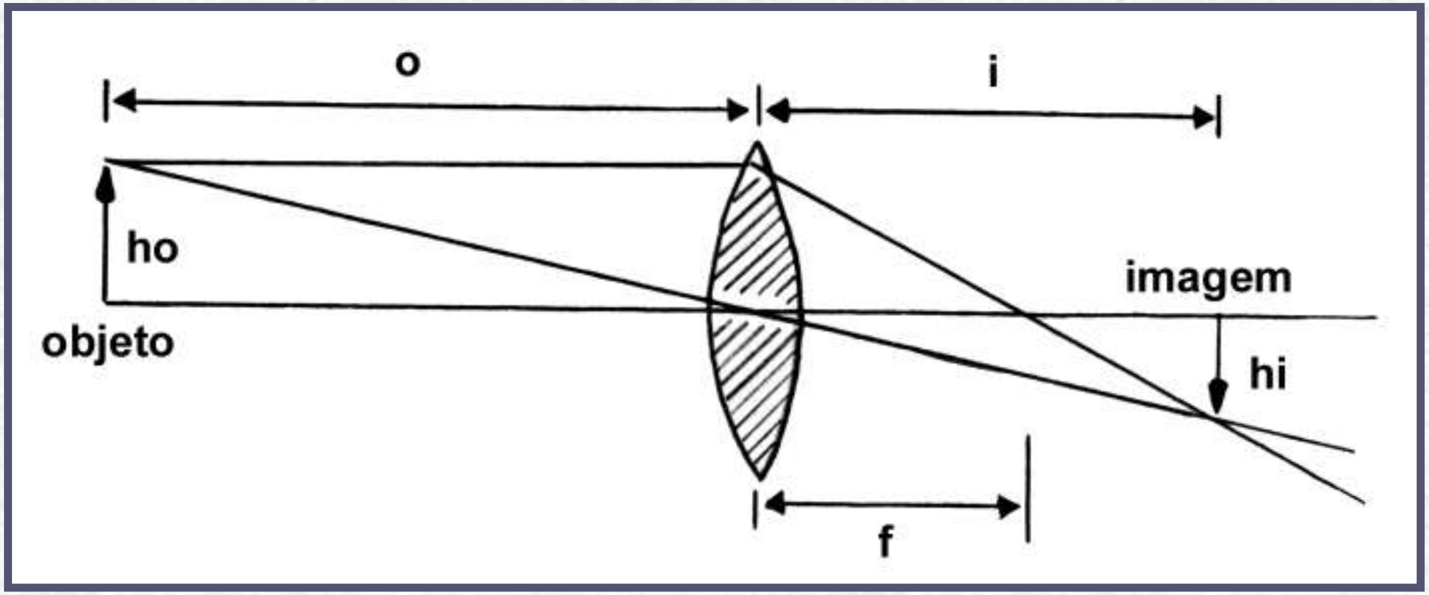
- Toda lente delgada é caracterizada por uma **distância focal única**, **independente da face** que o raio luminoso atinge
- A distância focal (f) é a distância entre o centro da lente e o ponto no qual todos os raios luminosos incidentes paralelo ao eixo da lente convergem (ou divergem)
  - Lentes convergentes: $f > 0$
  - Divergentes: $f < 0$





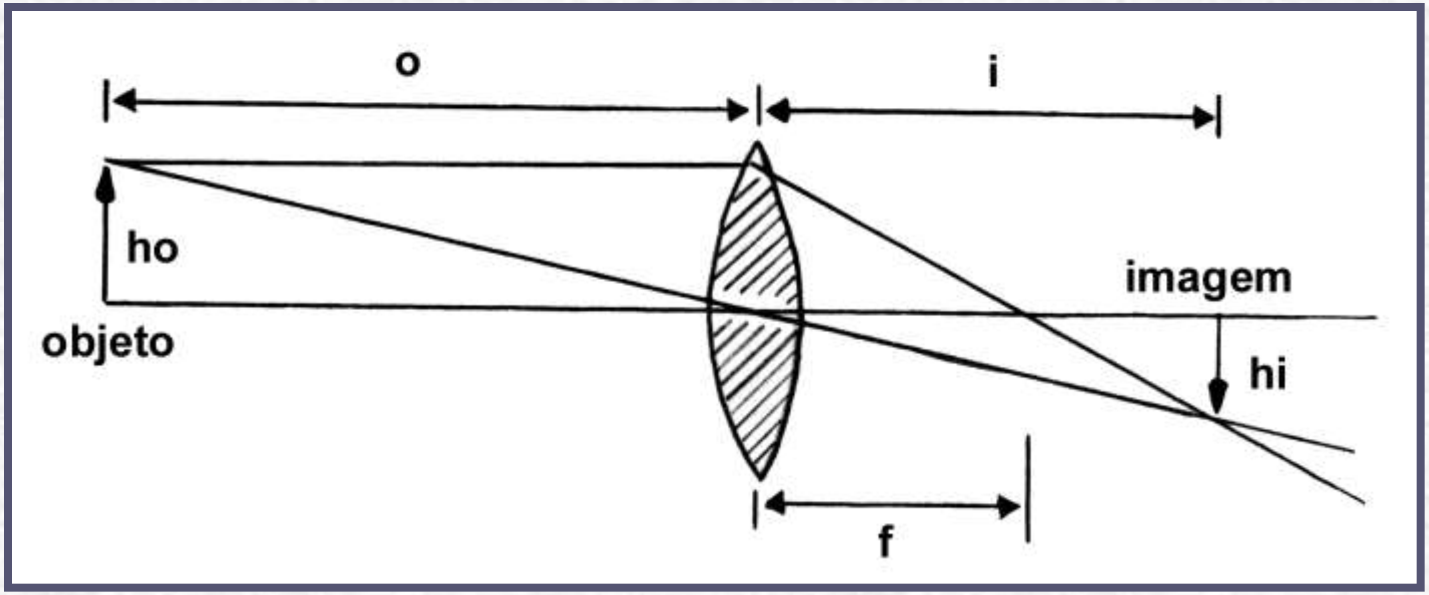
Lentes Delgadas

- Objeto e imagem de uma lente:
  - Distância objeto (o) é a distância entre a posição do objeto e o centro da lente
  - Distância imagem (i) é a distância entre a posição da imagem e o centro da lente



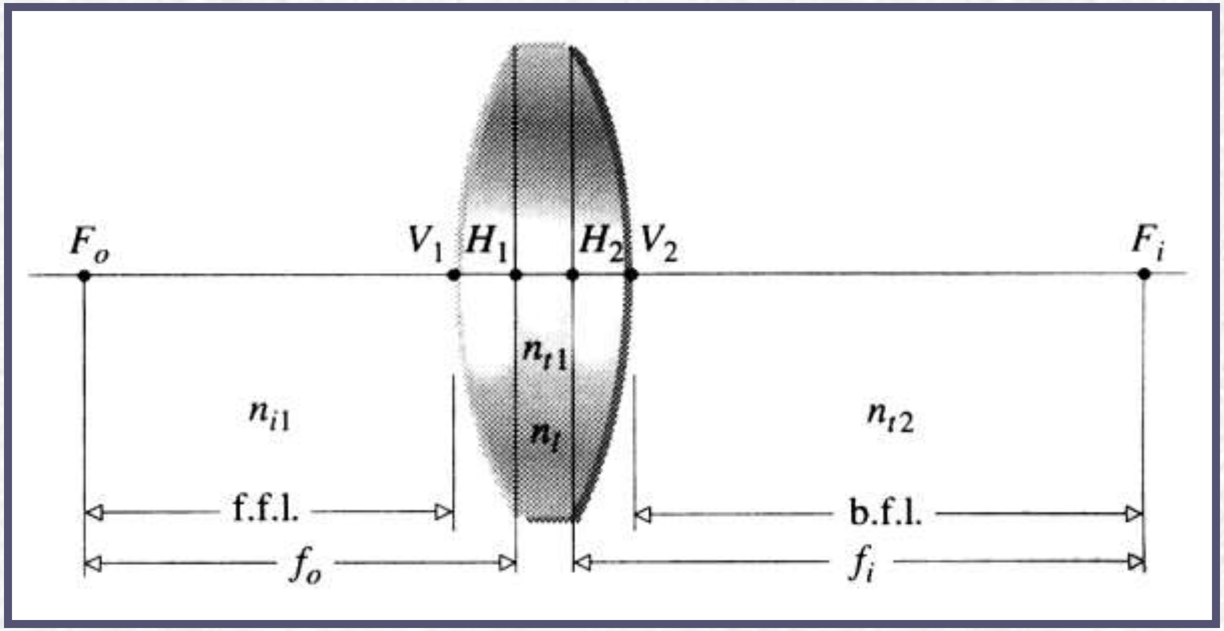
Lentes

- Objeto e imagem de uma lente:
  - Tamanho do objeto (ho)
  - Tamanho da imagem (hi)
  - Magnificação de uma lente $m = hi/ho = i/o$



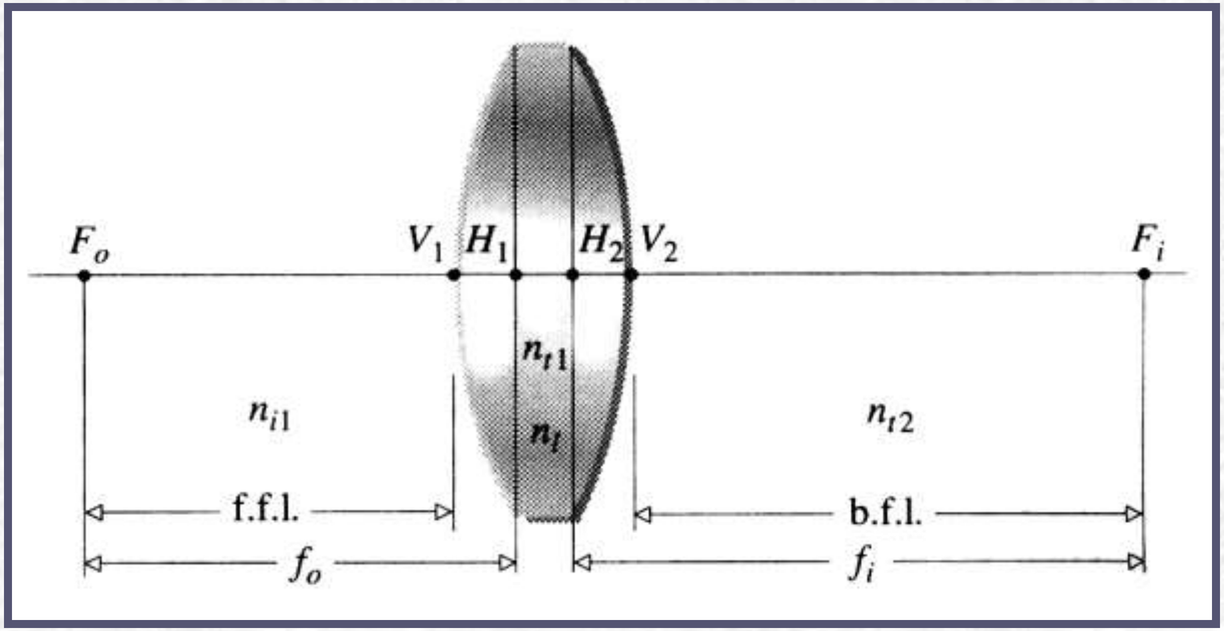
Lentes Espessas

- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada **não são válidas**. Neste caso, tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



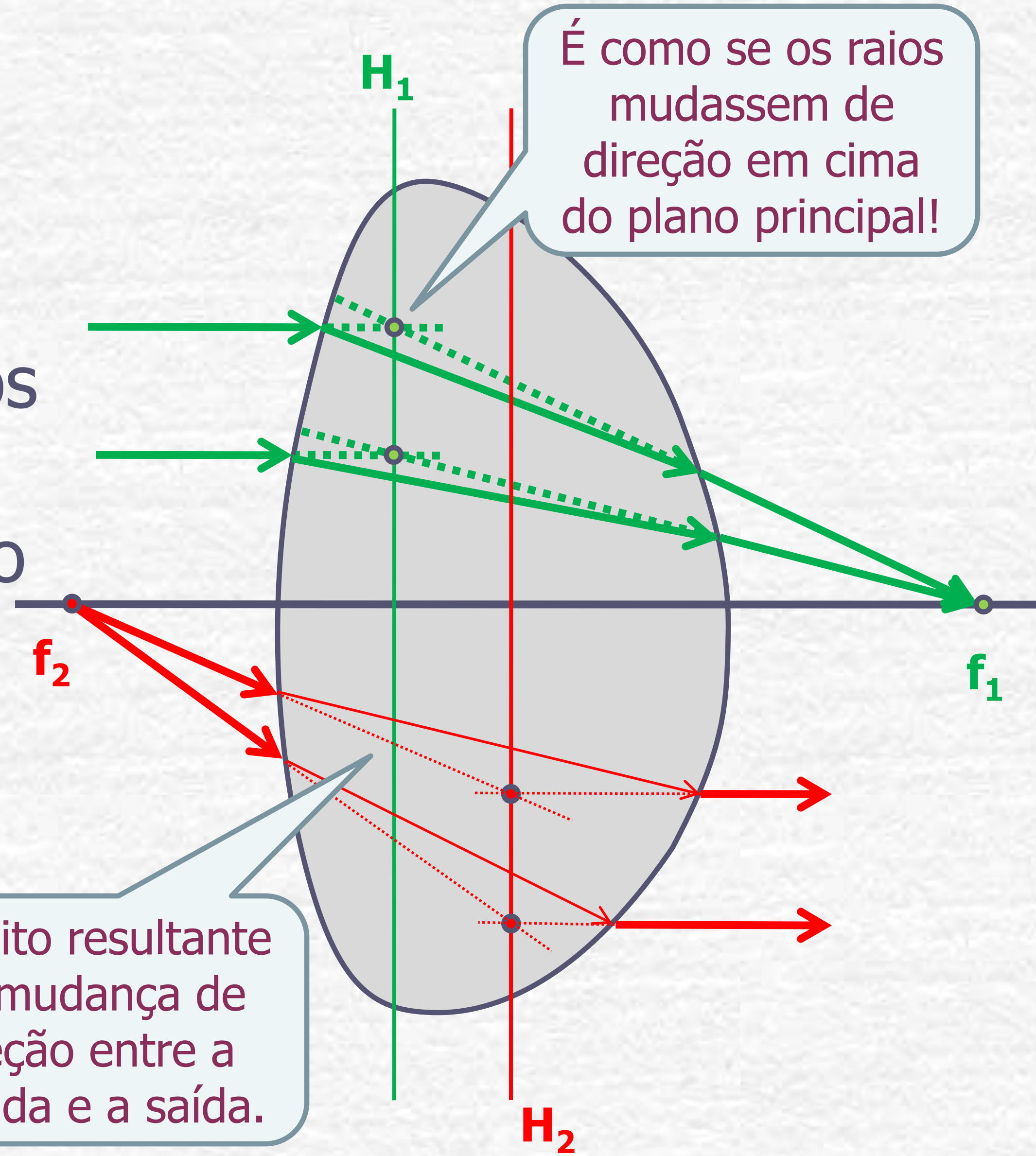
Lentes Espessas

- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais, **fo**, ou foco objeto; e **fi**, ou foco imagem.
- Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente (**H_1** e **H_2**)



Lentes Espessas

- Os planos principais correspondem ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente



Lentes: Trajetórias Dos Raios

- O cálculo das trajetórias de raios luminosos é bastante complexo e trabalhoso
- Necessita-se saber os ângulos de incidência em cada uma das superfícies, os respectivos índices de refração e as distâncias/formas das superfícies
- **Uma técnica utilizada para facilitar estes cálculos é o método matricial**
  - Vamos fazer esse cálculo tanto para lente delgada quanto para lente espessa sempre dentro da aproximação paraxial

Aproximação Paraxial

- Para aplicar o método matricial nos moldes que iremos discutir, é necessário que os raios luminosos sejam paraxiais
- Um raio paraxial tem direção próxima da direção do eixo, ou seja, incide na lente em ângulos pequenos, de tal modo que:

$$\cos\theta \approx 1$$

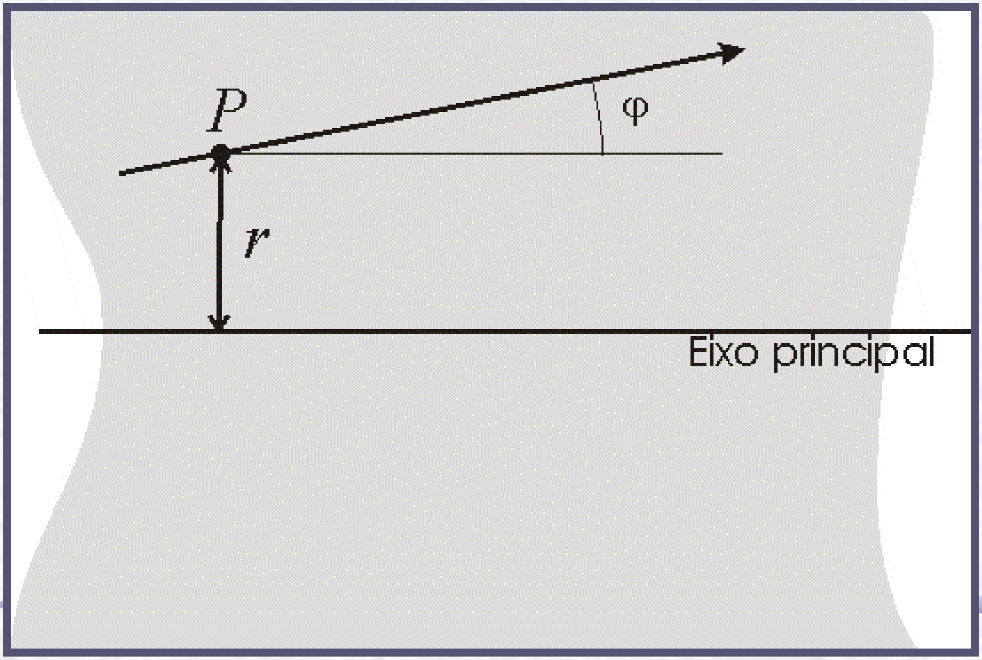
$$sen\theta \approx \theta$$

  - Aproximação boa para $\theta < 10^{o}$

Método Matricial

- Seja um raio luminoso **R** em um meio óptico qualquer. Podemos caracterizar, em qualquer ponto **P**, este raio luminoso pela distância ao eixo óptico principal e o ângulo que ele faz com esse eixo.

$$P = \begin{pmatrix} r \\ \varphi \end{pmatrix}$$



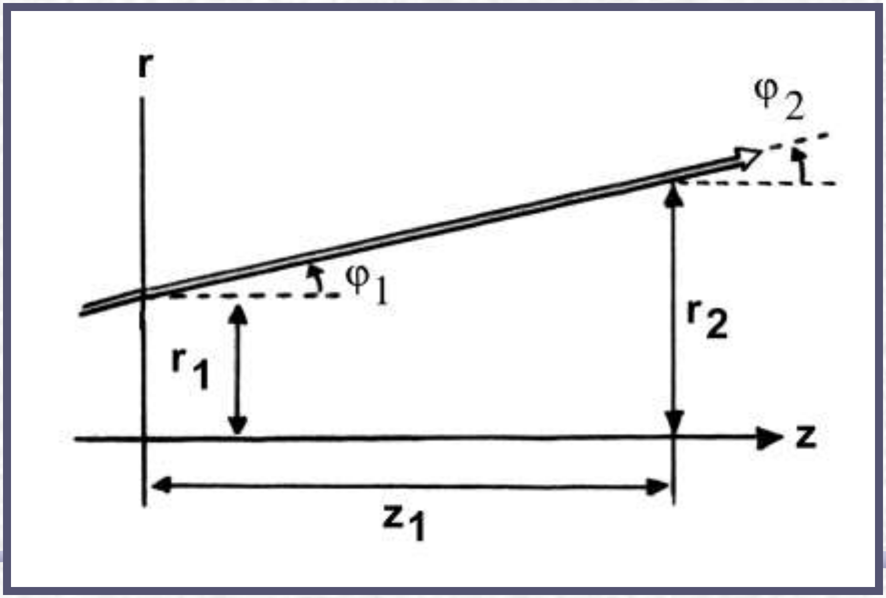
Método Matricial

- O método matricial estabelece uma transformação entre de um ponto P_1 para outro ponto P_2 de um meio através de uma matriz de transformação M

$$P_1 = \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = MP_1$$



Tratamento Matricial

- Assim, a transformação de um ponto P_1 para outro ponto P_2 em um meio pode ser escrita como:

$$P_2 = MP_1 = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} P_1$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} r_2 &= Ar_1 + B\varphi_1 \\ \varphi_2 &= Cr_1 + D\varphi_1 \end{aligned}$$

Lentes : tratamento matricial

- Devido à reversibilidade dos raios luminosos, as matrizes de transformação tem que ser reversível. A transformação inversa é feita através do inverso da matriz de transformação, ou seja:

$$P_1 = M^{-1} P_2$$

- O teorema de Liouville diz que a área de um feixe luminoso é conservada no espaço de fase, portanto:

$$\det(M) = \det(M^{-1}) = 1$$

Vários meios diferentes

- A vantagem do método matricial é poder escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido e combiná-las.
- Seja, por exemplo, uma propagação do ponto $\mathbf{P_1}$ para $\mathbf{P_2}$ que passa por vários meios distintos. A transformação, neste caso, é:

$$P_2 = M_n M_{n-1} \cdots M_2 M_1 P_1$$

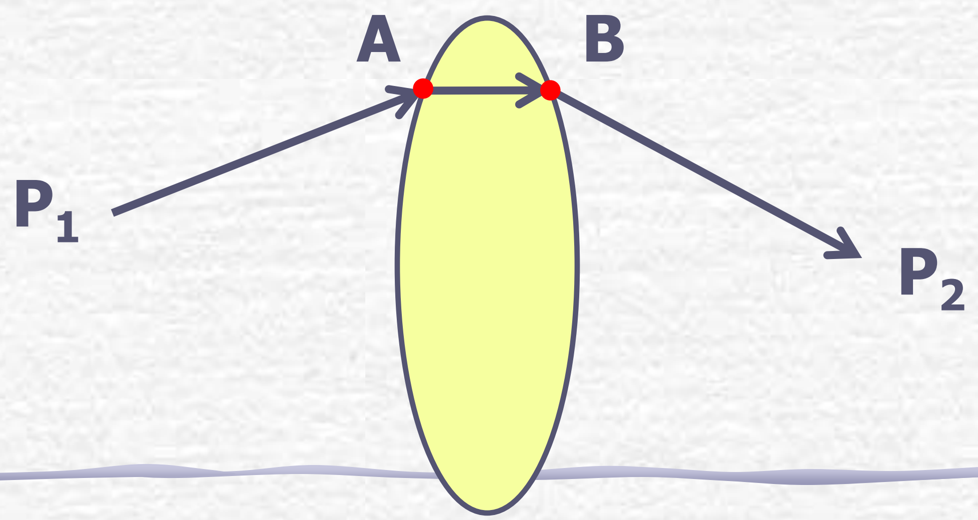
Exemplo: Lente Simples

- Do ponto P_1 para P_2 temos que:

$$P_2 = M_{P_1 \to P_2} P_1$$

- A matriz é a composição de três transformações diferentes:

$$M_{P_1 \to P_2} = M_{B \to P_2} \cdot M_{A \to B} \cdot M_{P_1 \to A}$$

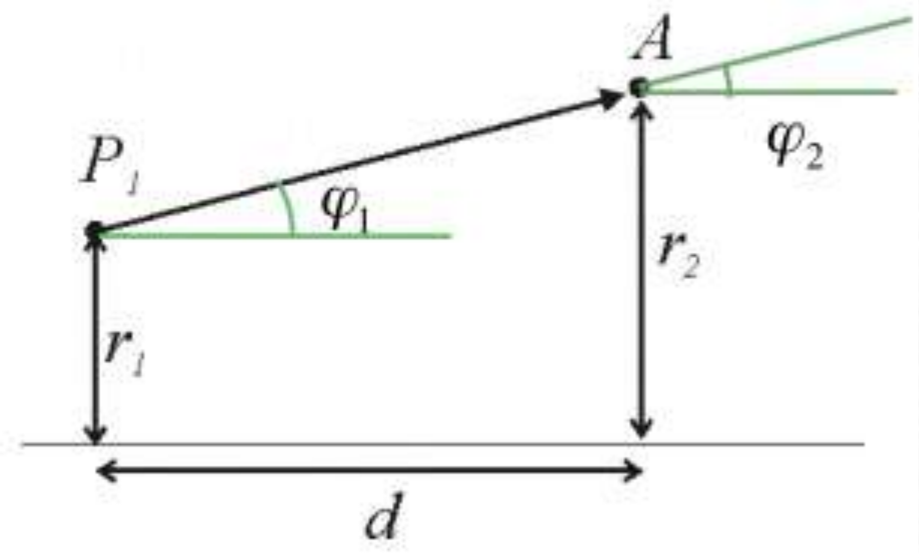


Exemplo: Lente Simples

- De P1 para A, propagação em linha reta

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d\tan\varphi_1$$



- Aprox. paraxial:

$$tg\varphi_1 \approx sen\varphi_1 \approx \varphi_1$$

- Portanto:

$$r_2 = r_1 + d\cdot\varphi_1 \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_{P_1\to A}} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Exemplo: Lente Simples

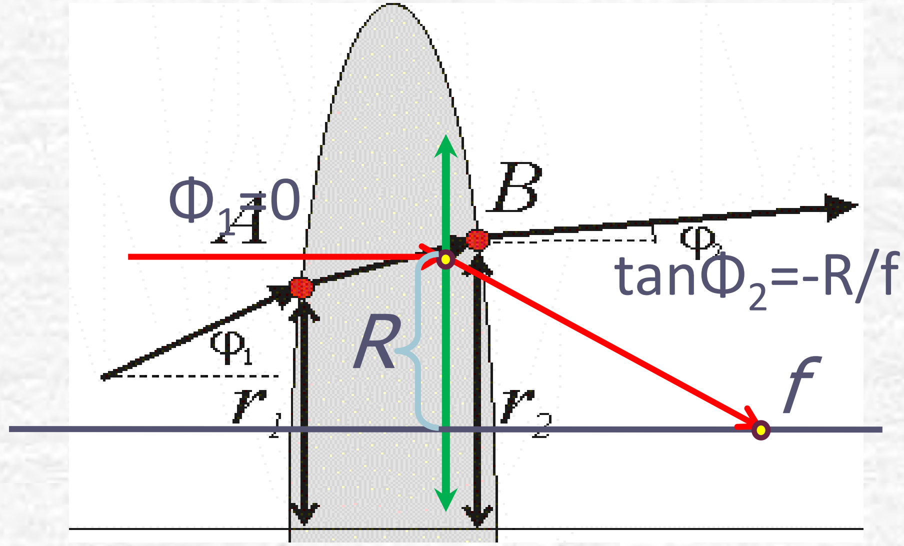
- De A para B, propagação dentro da lente
- Aprox. lentes delgadas:

$$A \equiv B \text{ e } r_2 \approx r_1$$

- Além disso temos que:

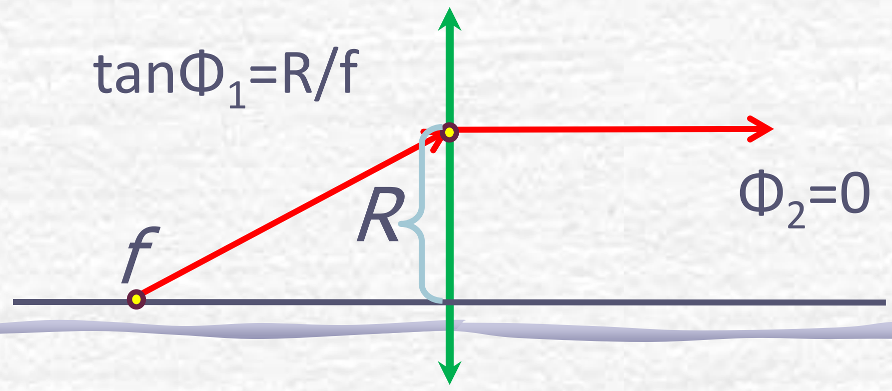
$$\varphi_1 = R/f \Rightarrow \varphi_2 = 0$$

$$\varphi_1 = 0 \Rightarrow \varphi_2 = -R/f$$



- Dedução na apostila:

$$M_{A\to B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$



Exemplo: Lente Simples

- Assim, a transformação completa para uma lente simples, delgada vale

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação do ponto de saída da lente (B) até o ponto imagem (i)

Transformação entre os pontos dentro da lente

Transformação do ponto objeto (o) até a lente (A)

Exemplo: Lente Simples

- Para a lente delgada a transformação completa fica

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \dfrac{i}{f} & o - \dfrac{io}{f} + i \\ -\dfrac{1}{f} & 1 - \dfrac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

- Ou seja:

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right)\varphi_1$$

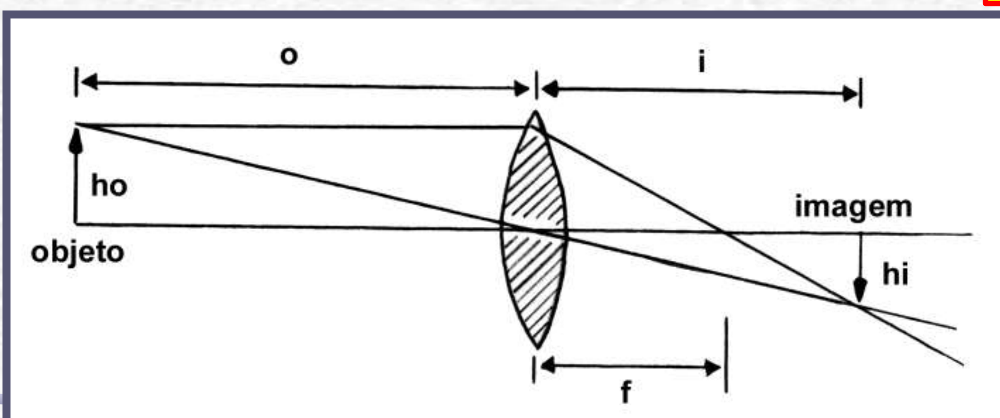
$$\varphi_2 = -\frac{1}{f} r_1 + \left(1 - \frac{o}{f}\right)\varphi_1$$

Equação da lente delgada

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

- Mas todos os raios saindo de $\mathbf{r_1}$ chegam no mesmo ponto $\mathbf{r_2}$ independente de $\boldsymbol{\varphi_1}$, portanto o 2º termo deve ser nulo:

$$o - \frac{io}{f} + i = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}}$$

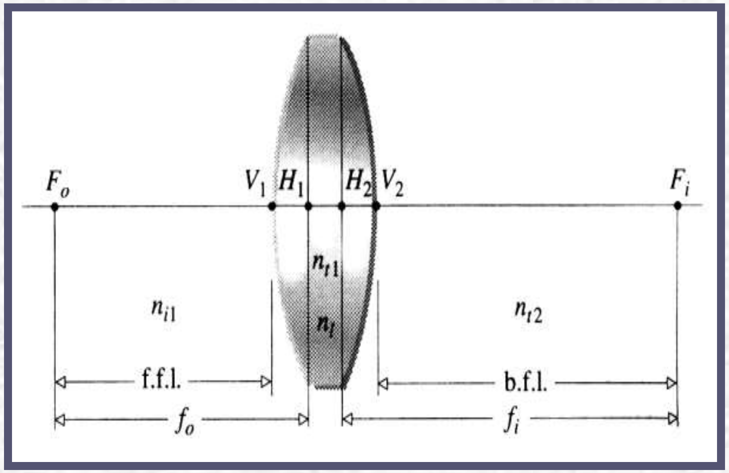


Equação de Gauss para lentes delgadas

Lente espessa: tratamento matricial

- Para a lente espessa a matriz de propagação é mais complicada, porém pode ser demonstrada (ver apostila) e vale:

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{tP_1}{n} & \frac{t}{n} \\ \frac{tP_1P_2}{n} - P_1 - P_2 & 1 - \frac{tP_2}{n} \end{pmatrix}$$



- Onde t é a espessura da lente e a potência da superfície é:

$$P_i = \frac{n-1}{R_i}$$

Lente espessa: foco

- Uma fórmula que se obtém a partir dessa matriz de transformação é a **equação do fabricante**:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right] + \frac{(n-1)^2}{n}\left[\frac{t}{R_1 R_2}\right]$$

- Se a lente for delgada, a espessura é desprezível, e o segundo termo vai a zero:

$$\frac{1}{f} \sim (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

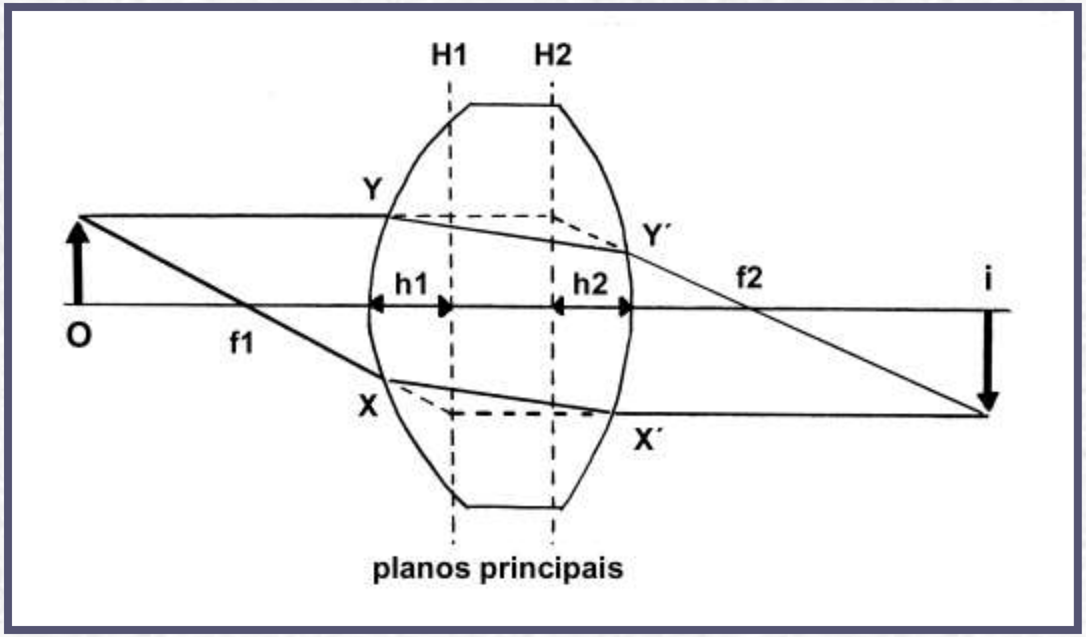
e temos a **equação do fabricante para lentes delgadas**.

Lente espessa

- A posição dos planos principais da lente espessa também sai da matriz de transformação e é

$$h_1 = \frac{t}{n\left(1 + \frac{P_1}{P_2} - t\frac{P_1}{n}\right)}$$

$$h_2 = \frac{t}{n\left(1 + \frac{P_2}{P_1} - t\frac{P_2}{n}\right)}$$



Objetivos da Semana

- Vamos medir a distância focal de uma lente convergente, de uma lente divergente e vamos achar a distância focal da associação convergente-divergente

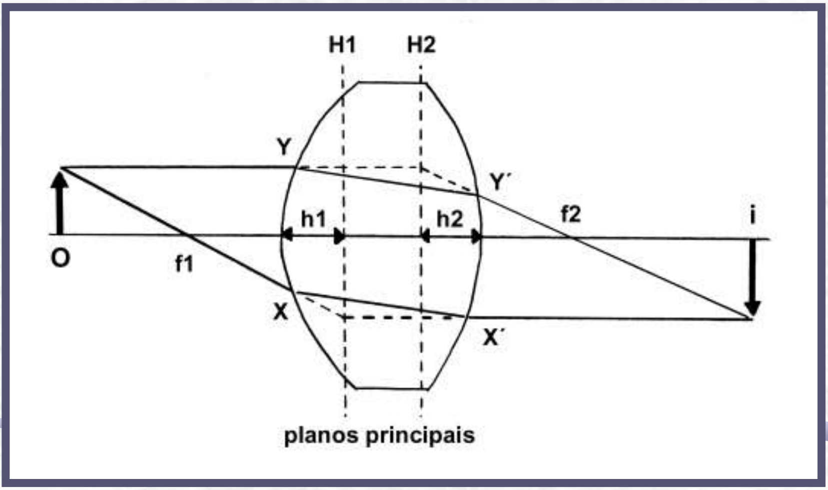
- E vamos fazer simulações de todas as medidas no programa RayTrace

Parte1: Lente Convergente

- Medir a distância focal de uma lente convergente com a maior precisão possível
  - Justifique o arranjo experimental utilizando simulações com o **RayTrace**.
- A aproximação de lente delgada é válida para esta lente? Quais os critérios utilizados?
  - **DICA:** observe as equações que relacionam o foco da lente com os seus parâmetros geométricos.
- Simule a lente real (lente espessa) no **RayTrace**.

Parte1: (cont.) Simulação

- Utilizando o dispositivo para medida de raio de curvatura e um micrômetro, meça a curvatura e a espessura da lente que está estudando.
  - Só existe um dispositivo para a medida do raio de curvatura, portanto cuidado com ele.
- Com o raio e espessura da lente, simule a posição dos seus planos principais e distâncias focais e compare com os valores previstos pelo formalismo matricial.
- Comente.



Parte2: Divergente e Associação

- Medir a distância focal de uma lente divergente com a maior precisão possível
  - Justifique o arranjo experimental utilizando simulações com o RayTrace.
  - **DICA:** só é possível fazer a medida associando uma lente convergente. Porque?
- Qual a distância focal equivalente desta associação de lentes?
  - DICA: Simule no RayTrace e identifique as posições dos planos principais e encontre a distância focal da associação.

Lentes: material

▣ Materiais à disposição:

- – Bancada óptica milimetrada
- – Lentes diversas
- – Objetos luminosos
- –Anteparos
- – Lasers, etc.