Física Experimental IV – FAP214

Notas de aula: www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Aula 5 Experiência 1
Circuitos CA e Caos

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Ed. Basílio Jafet, sala 100

Próximas duas Semanas

- Será que a introdução de efeitos não lineares no RLC muda o comportamento observado?
- Existe algum fenômeno físico interessante e novo que pode ser explorado?
- Resposta: SIM!
  - Nas próximas semanas estudaremos o que acontece se trocarmos o capacitor do circuito por um diodo
    - Diodo → capacitor não linear
  - **A dinâmica muda totalmente → Caos**

O que é Caos ?

Quais são os limites para a dinâmica (evolução temporal) de um sistema físico?

Comportamento regular rígido

- Pêndulos (relógio)
- Sistema massa-mola
- Queda livre
- Circuito RLC comum

Sistemas que apresentam Caos

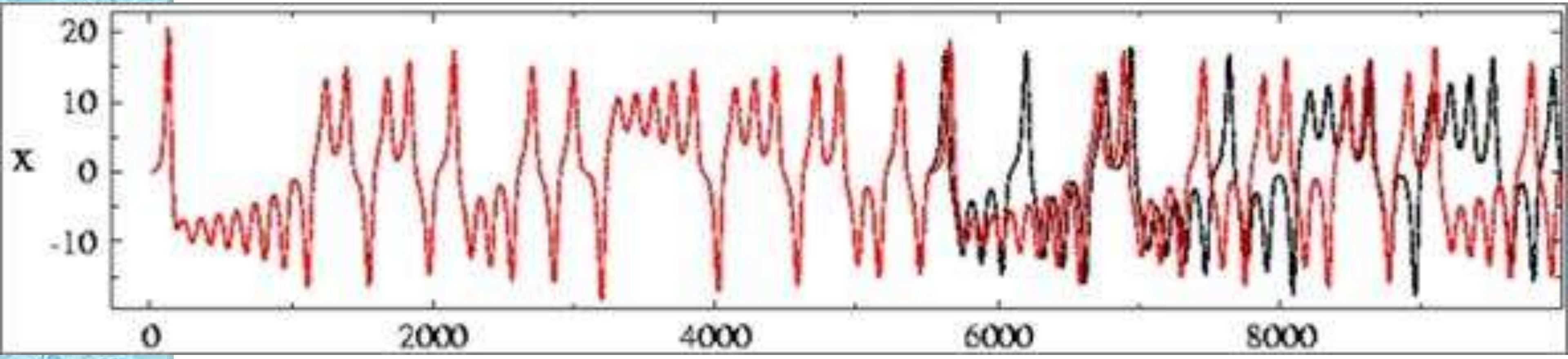
- Clima
- Crescimento populacional
- Pêndulo duplo
- Circuito RLD

Comportamento totalmente aleatório

- Jogo de dados
- Decaimento radioativo
- Movimento Browniano

CAOS: Principais Características

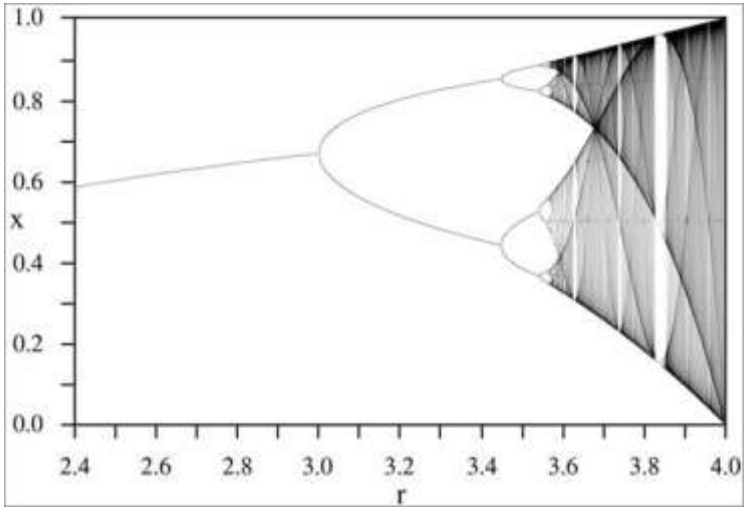
- São sistemas **determinísticos** (não são probabilísticos), ou seja, existem equações que descrevem sua evolução, e as equações são **não lineares**.
- Apresentam **sensibilidade a condições iniciais**, ou seja, soluções partindo de condições iniciais muito próximas divergem rapidamente.
- As trajetórias são muito irregulares

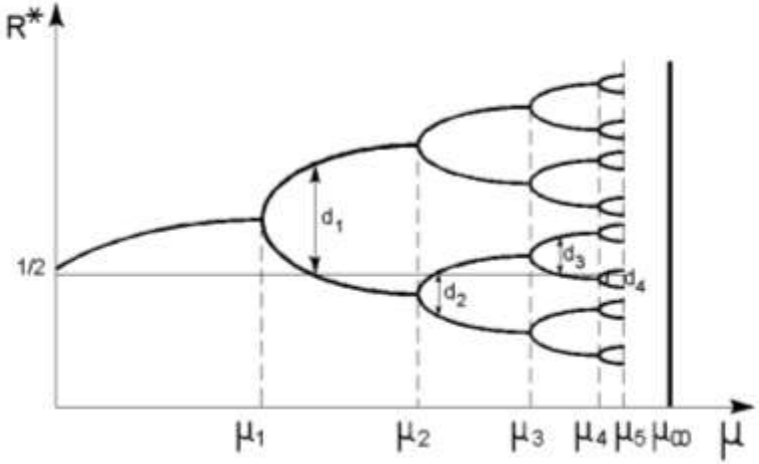


CAOS: Como se chega lá?

Bifurcação

- A rota mais comum para o caos é a **bifurcação de períodos** (cenário de Feigenbaum).
- Dobra-se o número de atratores para valores do parâmetro de controle $\boldsymbol{\mu=\mu_n}$ cada vez mais próximos



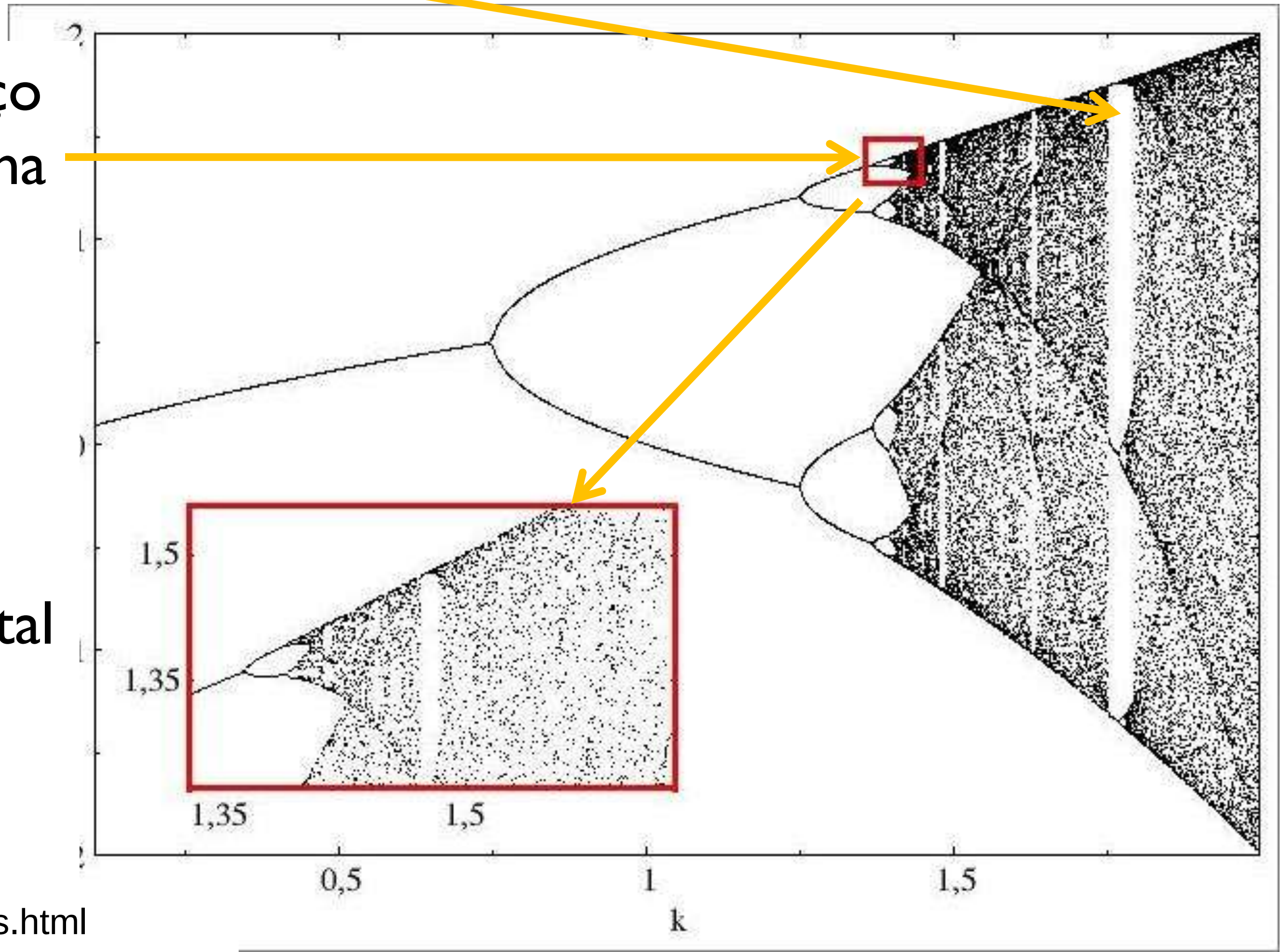


$$\lim_{n\to\infty}\frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_{n+1}-\mu_n}=\delta$$

$$\delta = 4{,}6692016091029909\ldots$$

Caos e Fractais

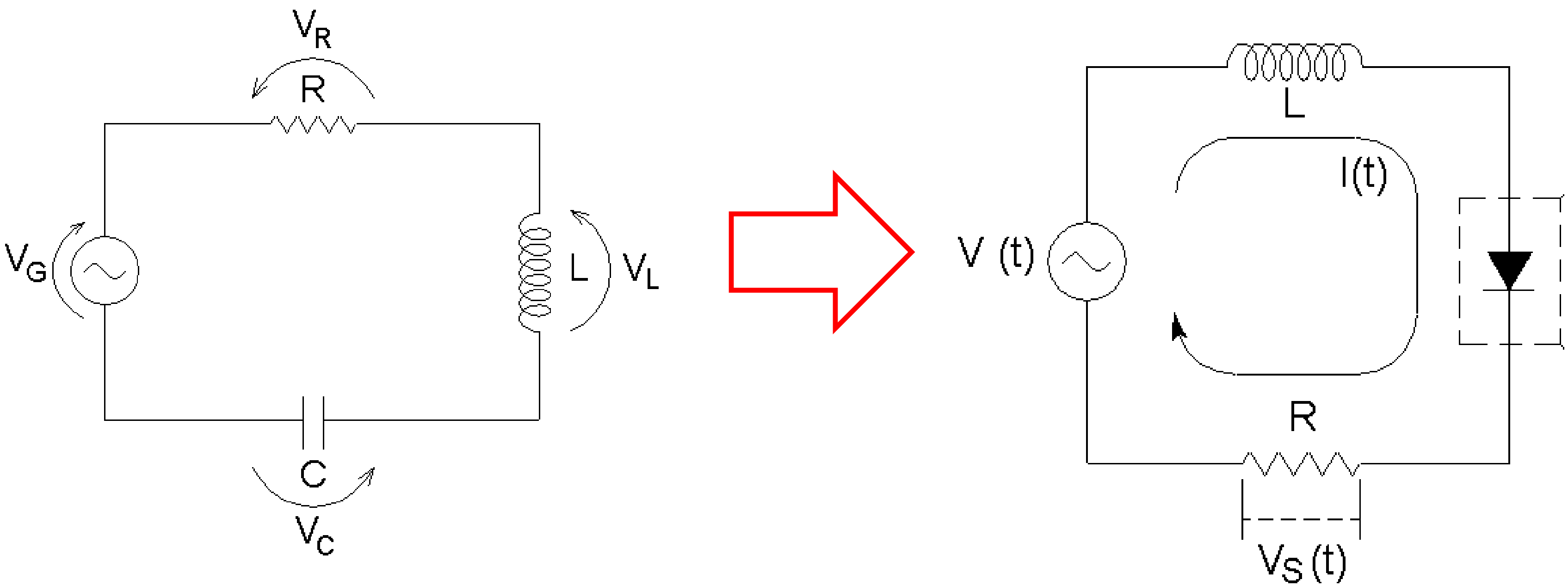
- A sucessão de dobramentos do período acaba levando ao domínio caótico, que *parece* **(mas não é)** uma nuvens de pontos dispersos.
- No meio do caos, há janelas indicando uma dinâmica organizada e previsível.
- Um pequeno pedaço é similar ao diagrama todo ⇒ fractal.
- ... Ou melhor: o domínio caótico aparece como uma nuvens de pontos com dimensão fractal no espaço de parâmetros



http://complex.upf.es/~josep/Chaos.html

Objetivos Para as Próximas Semanas

- Estudar o circuito RLD (ou RLC não linear)



- **Semana 1**
  - **Teoria de caos e experimentos computacionais ?**
- Semana 2
  - Medidas experimentais com RLD

TAREFAS SEMANA PASSADA

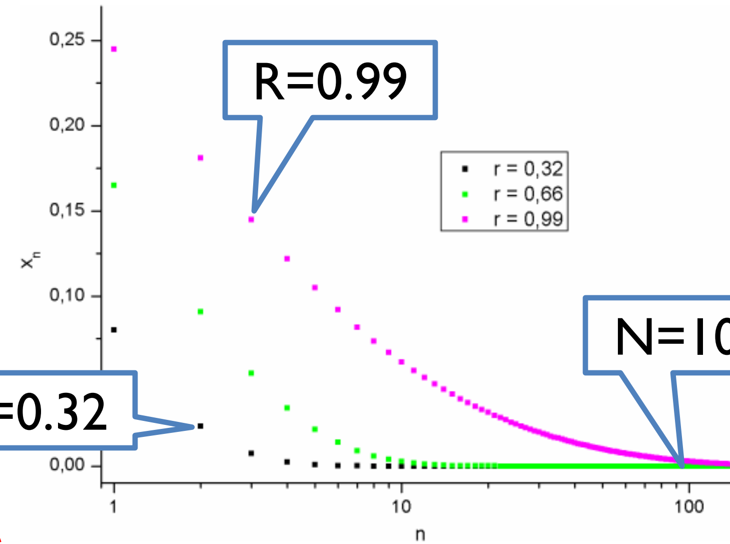
Para esta semana 1

A convergência para os atratores:

- Fazer os gráficos de x_n como função de n para vários valores de parâmetros de controle. Deixando x_0 fixo em **0.5**, faça:
  - Três valores de r para $0<r<1$ (no mesmo gráfico)
  - Três valores de r para $1<r<3$ (idem)
  - Dois valores de r para $3<r<1+\text{raiz}(6)$ (idem)
  - ***Atenção: que intervalo de n é interessante mostrar para cada um deste gráficos? Precisa mostrar até n=500? Queremos ver os regimes transientes e estacionários.***
- Para cada intervalo, explique o que esta ocorrendo:
  - Qual o numero de atratores?
  - Por que uma determinada solução é o atrator?
  - Por que existe(m) esse(s) atrator(es)?

0<R<1 Solução Xn→0

Quanto menor o valor de r, mais rápido a população morre...



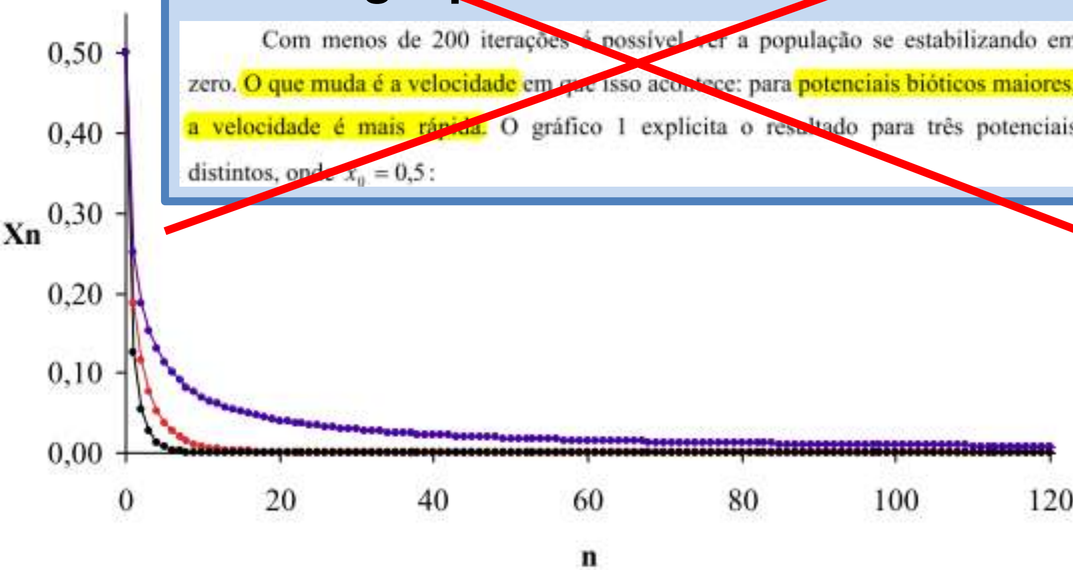
R=0.99

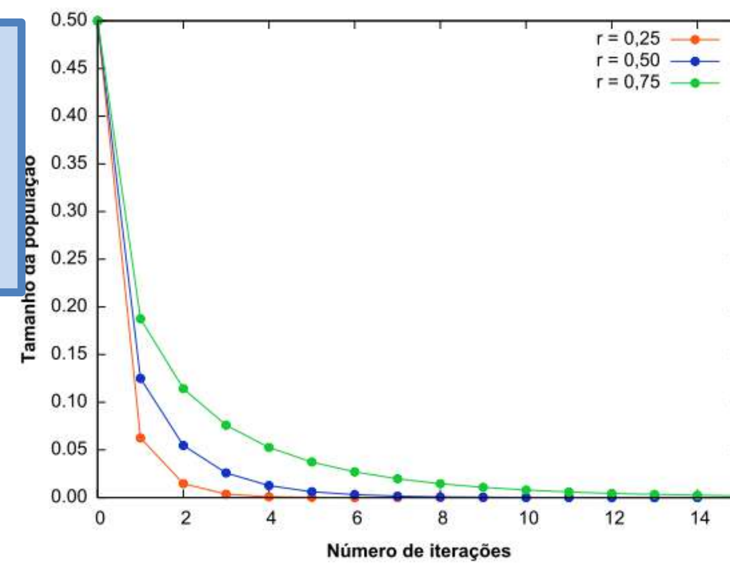
R=0.32

N=100

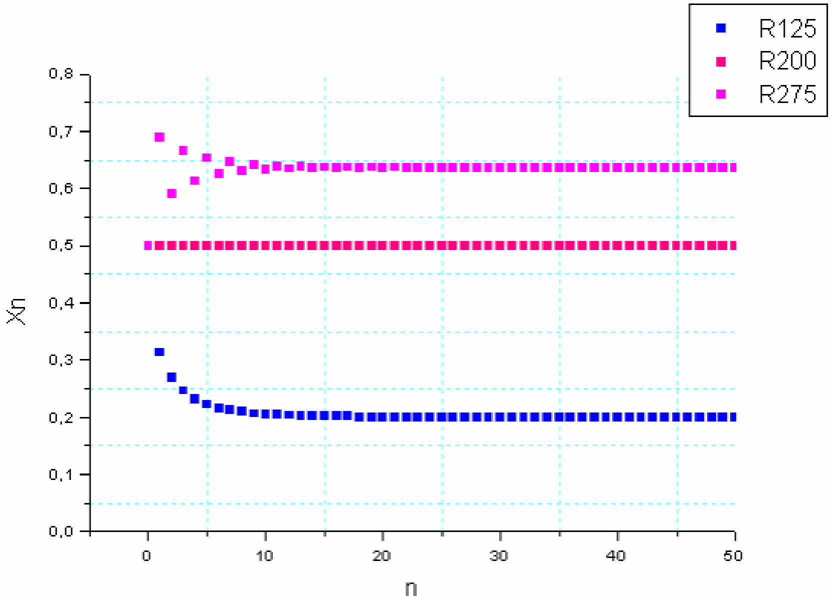
Vários grupos disseram:

~~Com menos de 200 iterações é possível ver a população se estabilizando em zero. O que muda é a velocidade em que isso acontece: para potenciais bióticos maiores, a velocidade é mais rápida. O gráfico 1 explicita o resultado para três potenciais distintos, onde $x_0 = 0,5$:~~



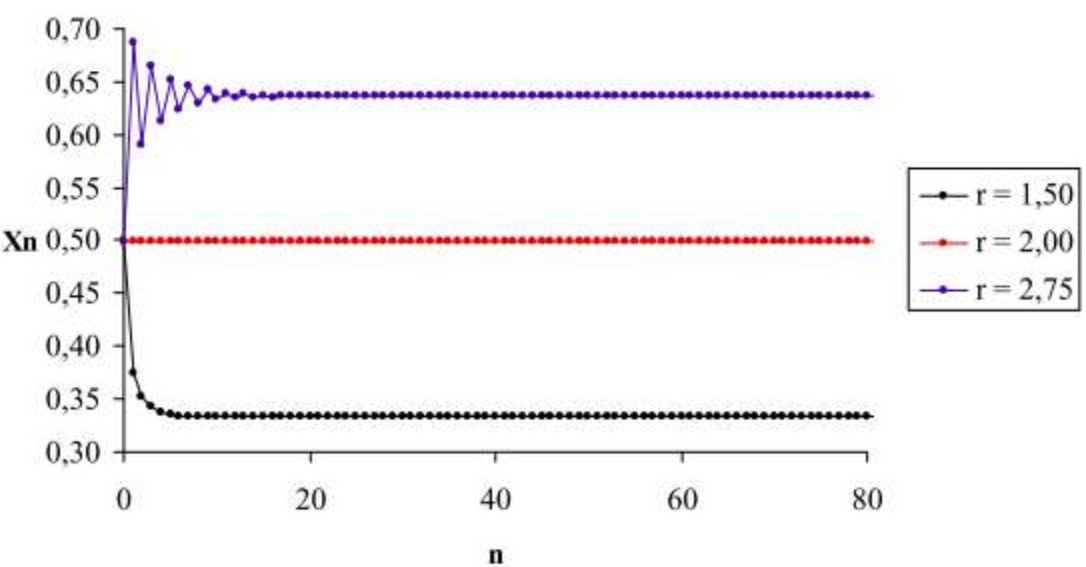


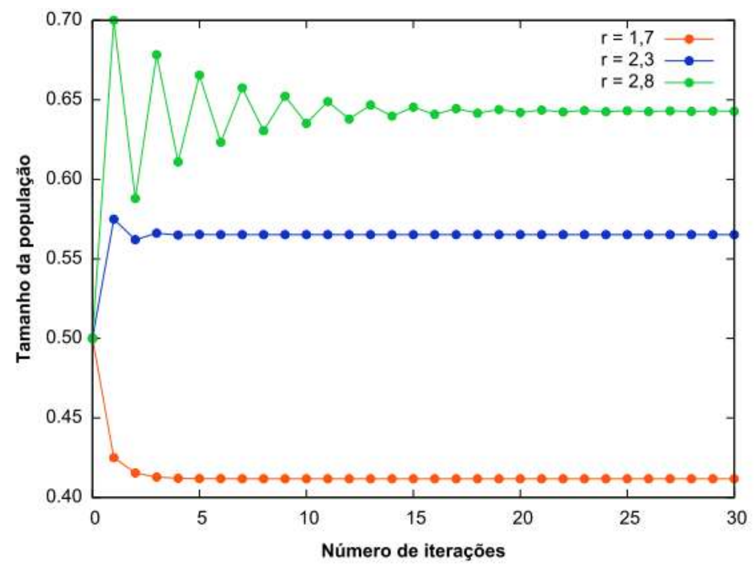
1<R<3 Solução Xn→1-1/R



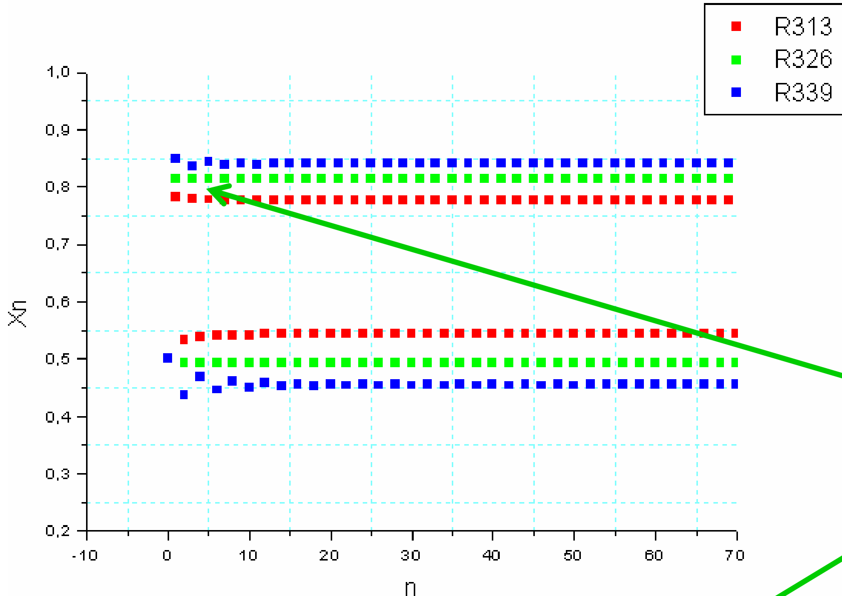
Para r>2, a população oscila antes de estabilizar

Para r<2, a população vai mais suavemente



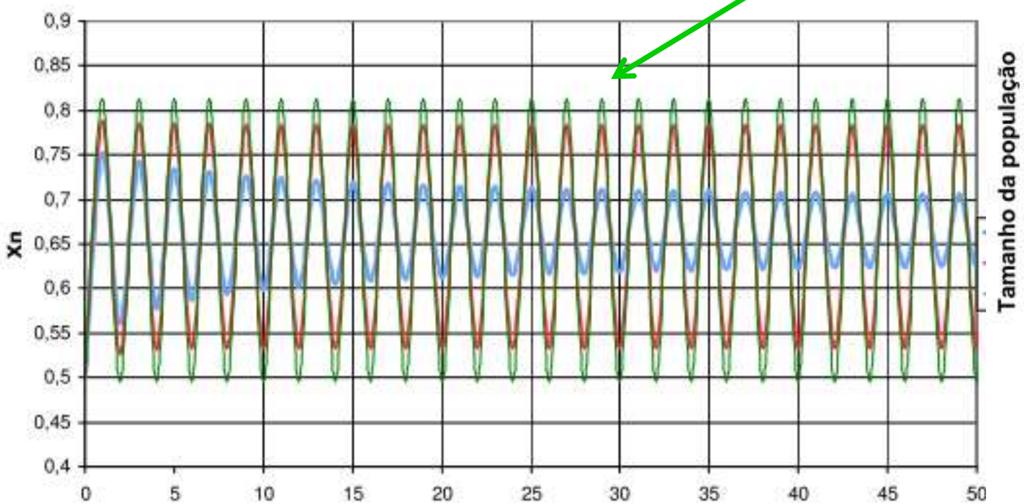


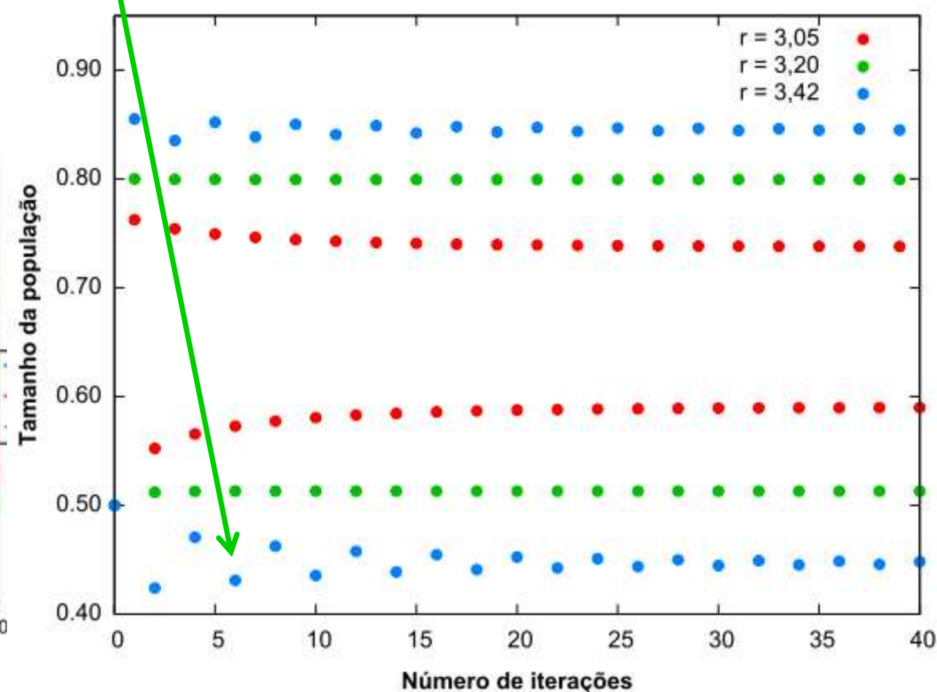
3<R<1+√6 Dois Atratores



Nestes valores de r, há dois atratores.

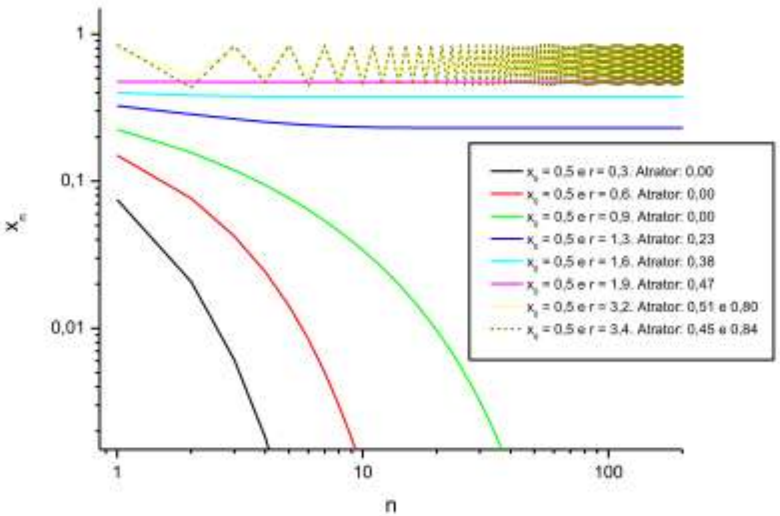
Para valores maiores de r, a população oscila antes de estabilizar

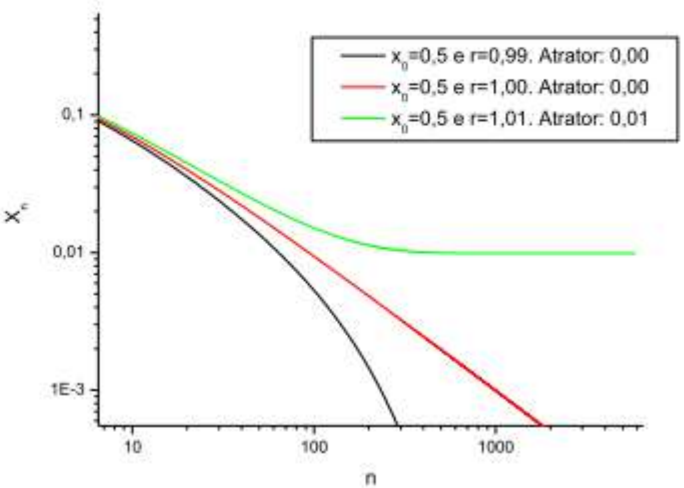




Maneiras Diferentes de Apresentar os resultados

A medida que r aumenta, vemos o que acontece com as soluções...





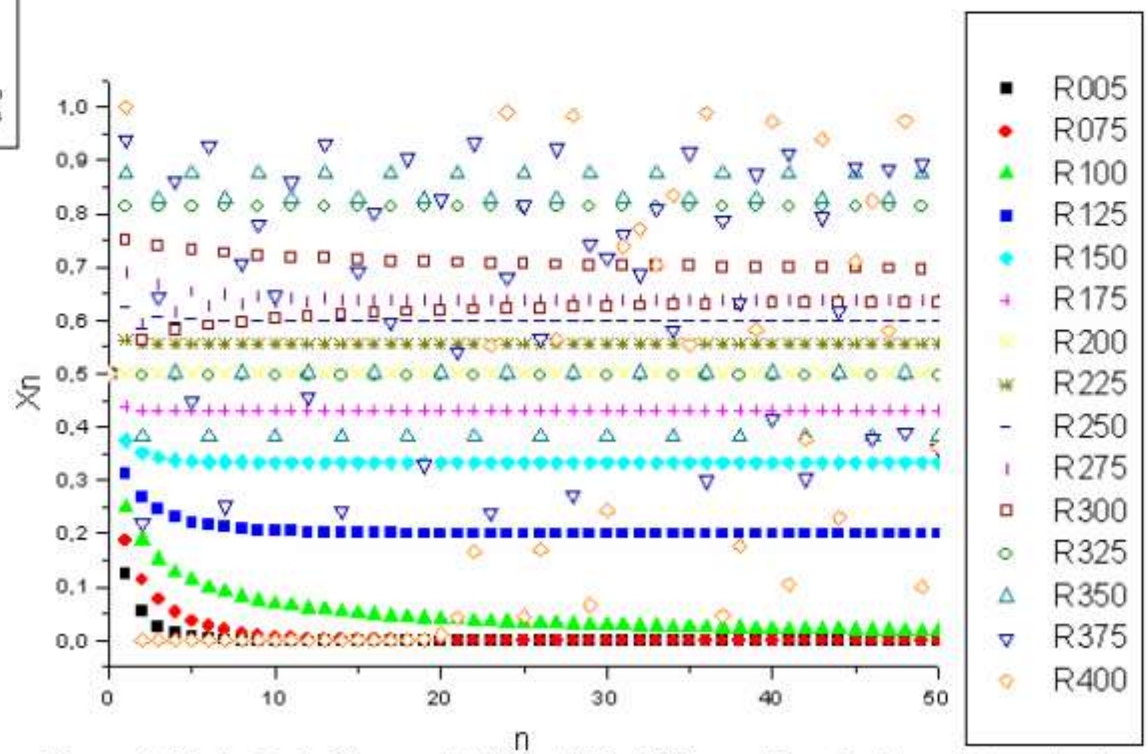


Figura 4. Variação de Xn para R=0,05 até R=4,00, com R variando em intervalos de 0,05.

Para esta semana 2

Sensibilidade a condição inicial:

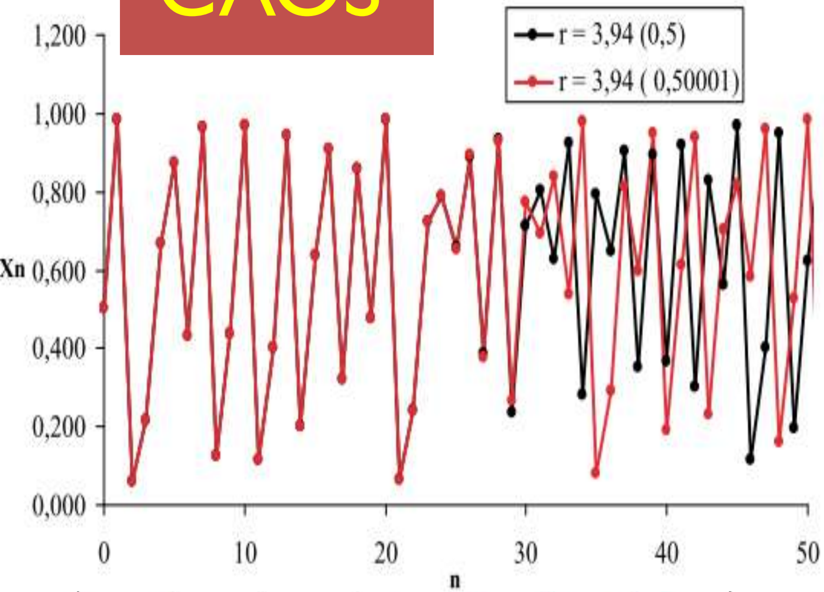
- Fazer gráficos de x_n como função de n para os regimes **com e sem caos** partindo de 2 condições iniciais muito próximas: $x_0=0.5$, $x_0=0.50001$
  - **Atenção:** Queremos comparar a evolução das soluções.

Diagrama de bifurcação:

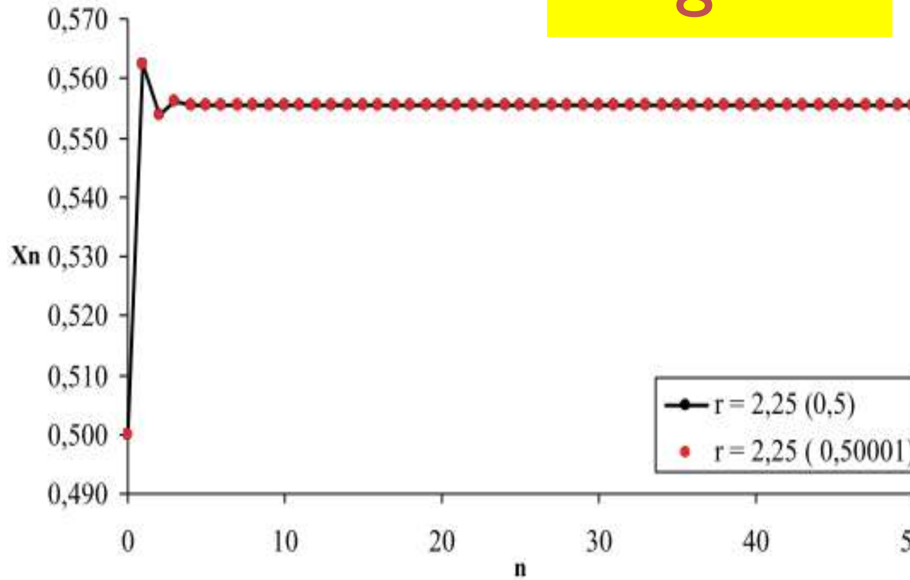
- Faça um gráfico dos valores das soluções estabilizadas (os valores lá no final da tabela) em função do parâmetro de controle.
  - **Atenção:** O número de iterações é importante pois a solução deve atingir a estabilidade (quando existe). No mínimo 500 iterações.
- Determine a posição da 1°, 2° e 3° bifurcação e calcule a constante de Constante de Feigenbaum (com incerteza)

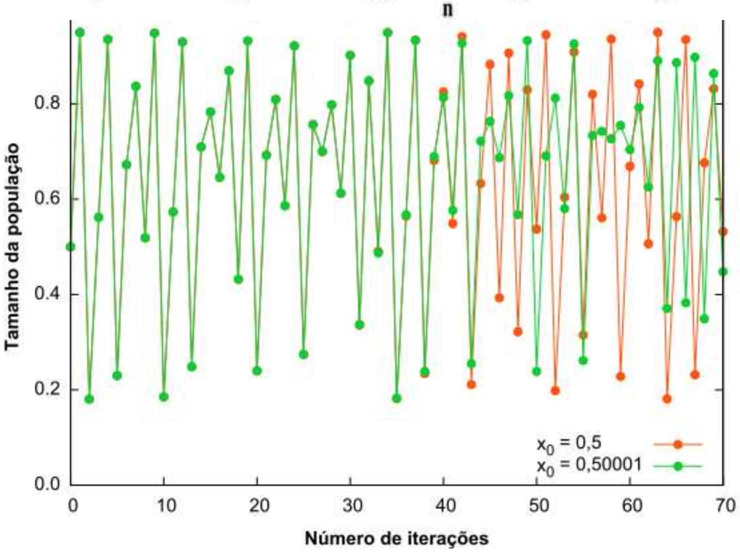
Dependência das Condições Iniciais

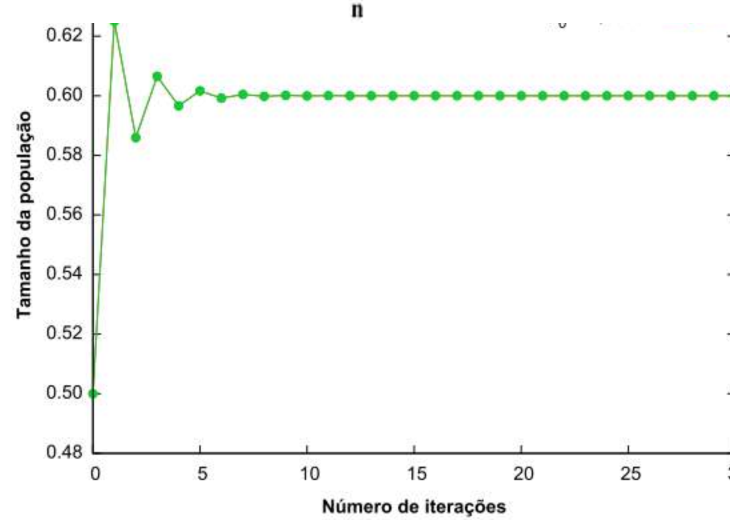
CAOS



Regular

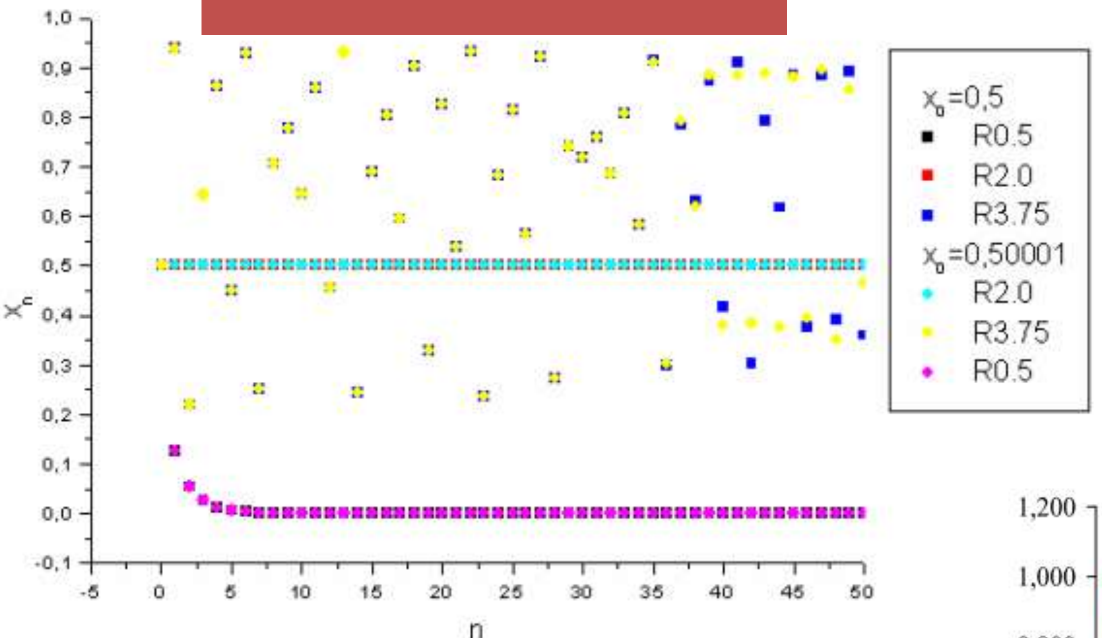


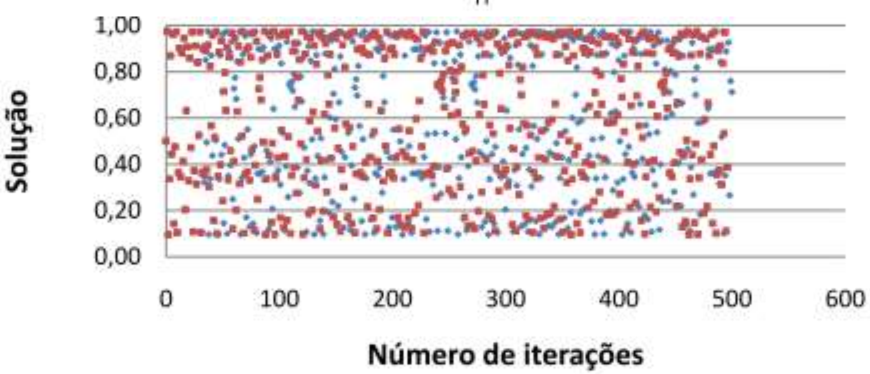




Problemas para apresentar...

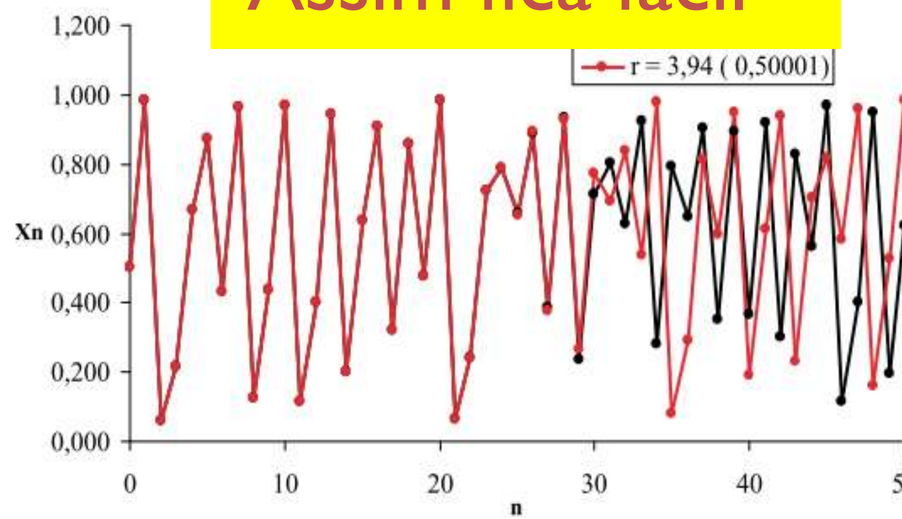
Difícil de ver





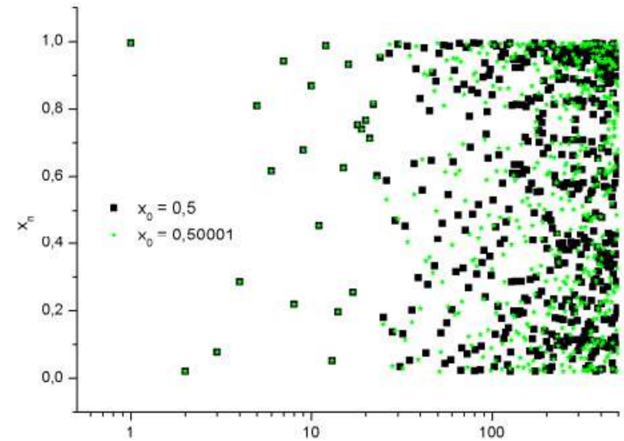
- Alguns mostraram várias soluções no mesmo gráfico, ou mostraram um “tempo”muito longo.

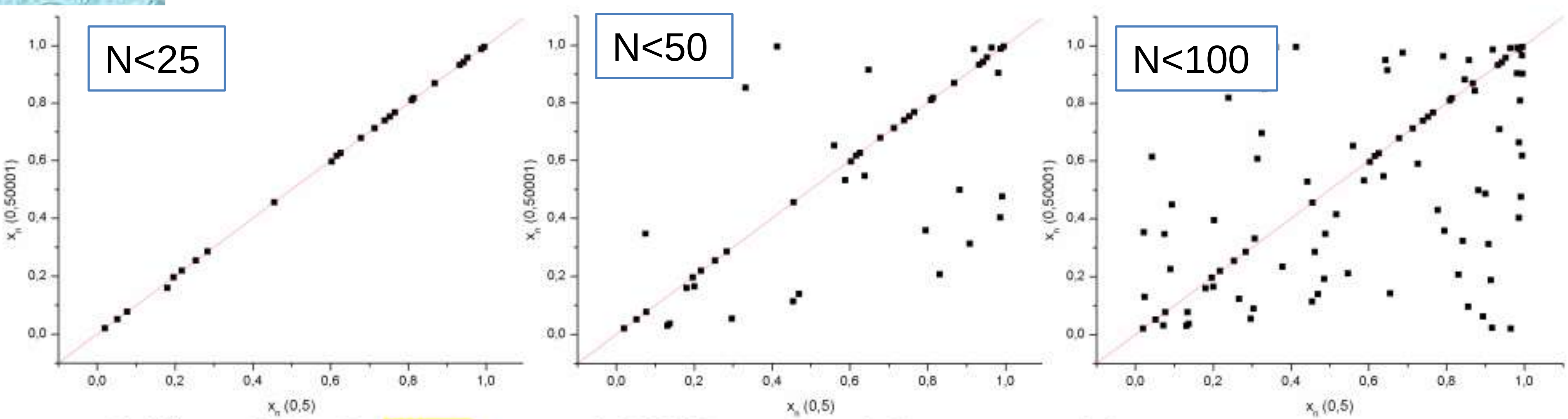
Assim fica fácil



Maneiras diferentes de apresentar os resultados

- Um dos grupos que mostraram um tempo muito longo, perceberam que não dava para analisar o resultado
- Resolveram fazer o gráfico de xn(0.5) contra xn(0.50001)





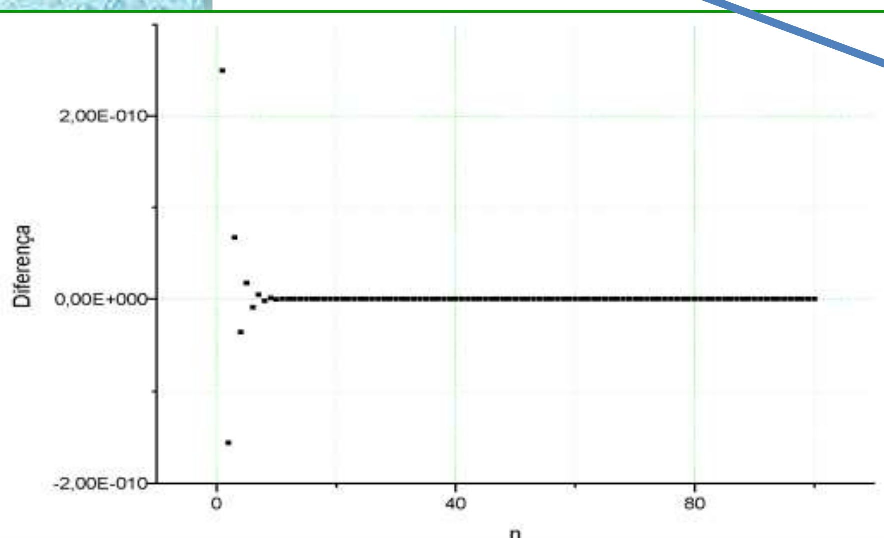
Gráficos 6, 7 e 8 – *Plote de* $x_0 = 0{,}50001$ *por* $x_0 = 0{,}5$ *para a* $r = 3{,}8$, *para diferentes número de iterações: 25, 50 e 100.*

Maneiras diferentes de apresentar os resultados

- Outra maneira é analisar a diferença entre as duas séries.
  - Percebe-se claramente o ponto onde começam a divergir.

mais baixas no início e depois se tornam altas "aleatoriamente". Uma coisa interessante de notar é que, após algumas iterações "em caos", as diferenças se tornam muito baixas novamente, ou seja, as seqüências tornam-se similares como no início, isto pode ser considerado um indício de alguma ordem no processo.

Sincronização



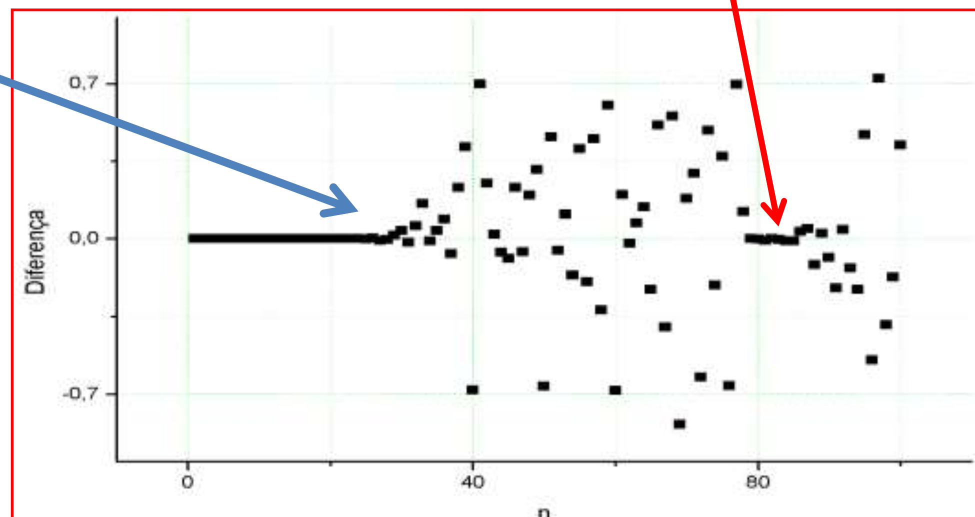
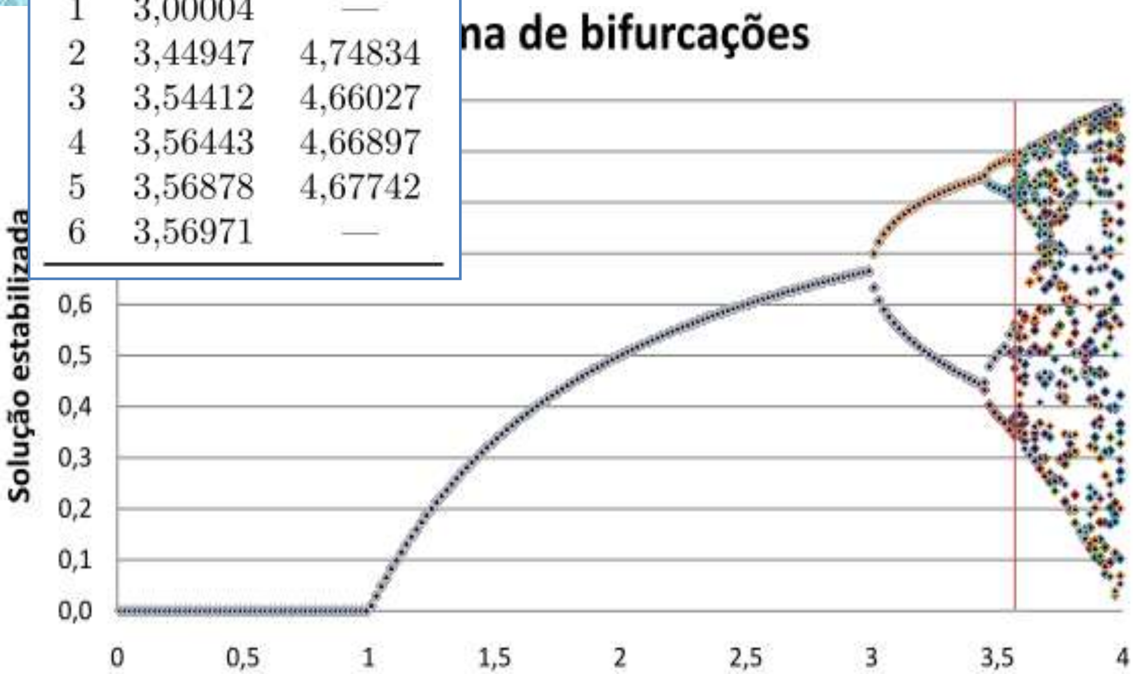
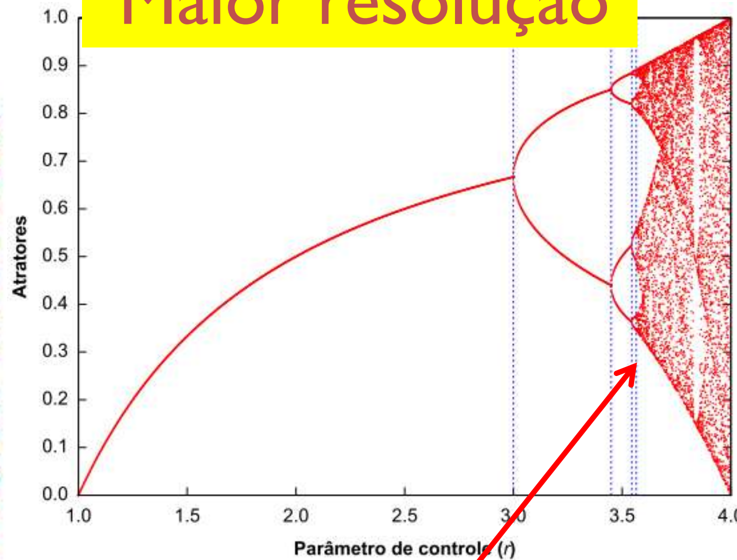


Diagrama de Bifurcação

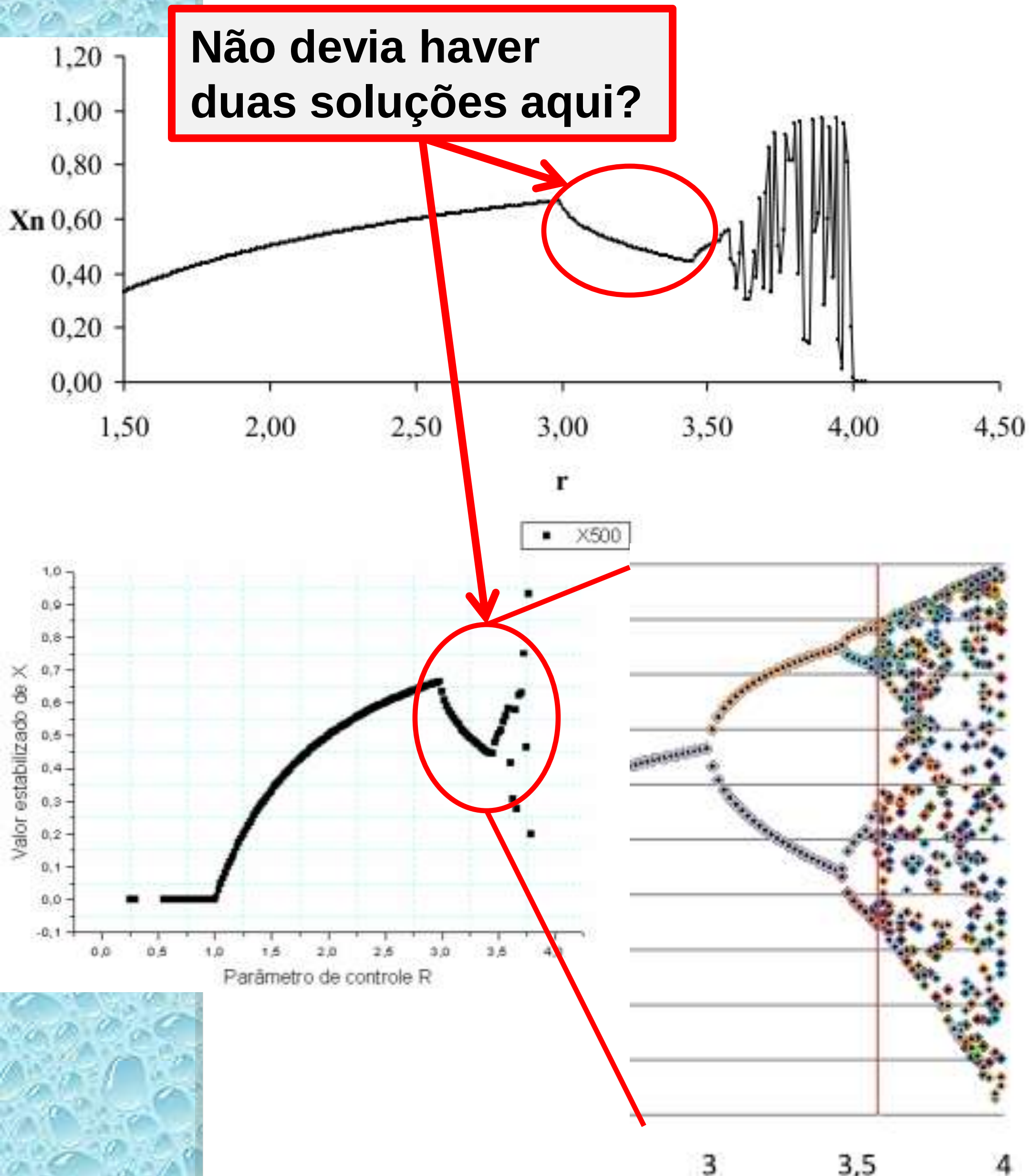
n	r_n	δ_n
1	3,00004	—
2	3,44947	4,74834
3	3,54412	4,66027
4	3,56443	4,66897
5	3,56878	4,67742
6	3,56971	—





Foi feito um programa em linguagem C para tentar extrair mais dados dessa análise, mas a proximidade cada vez maior entre os pontos de bifurcação faz com que a convergência seja muito lenta, sendo necessários milhares de iterações para que se tenha uma informação precisa. Contudo, do programa conseguimos extrair boas aproximações para os pontos das 6 primeiras bifurcações, conforme a tabela 1, a partir das soluções obtidas após 100 mil iterações, com uma partição do intervalo $[1,4]$ em 100 mil segmentos. Denotamos por r_n o ponto da n-ésima bifurcação, a partir da qual passam a existir 2^n atratores.

Problemas com o Diagrama

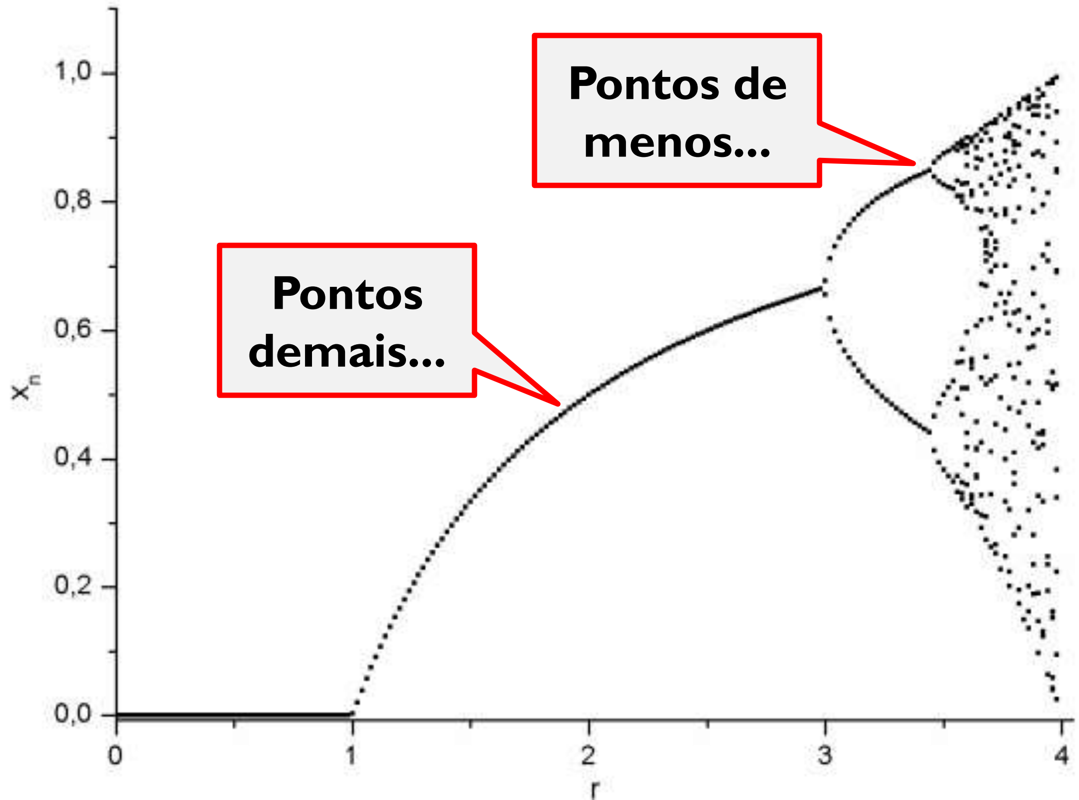


- Alguns grupos fizeram o diagrama **apenas com a última linha da tabela**... E portanto só mostraram **uma solução para cada valor de R**.
- Deviam ter mandado "graficar" várias linhas do final da tabela, e não apenas a última.

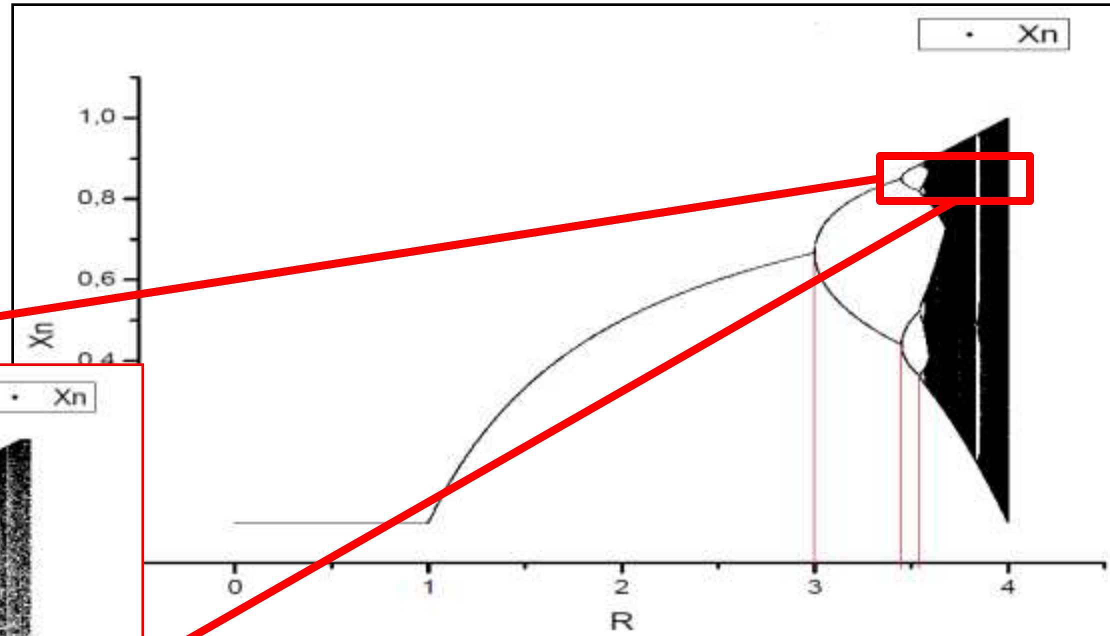
Problemas com o Diagrama

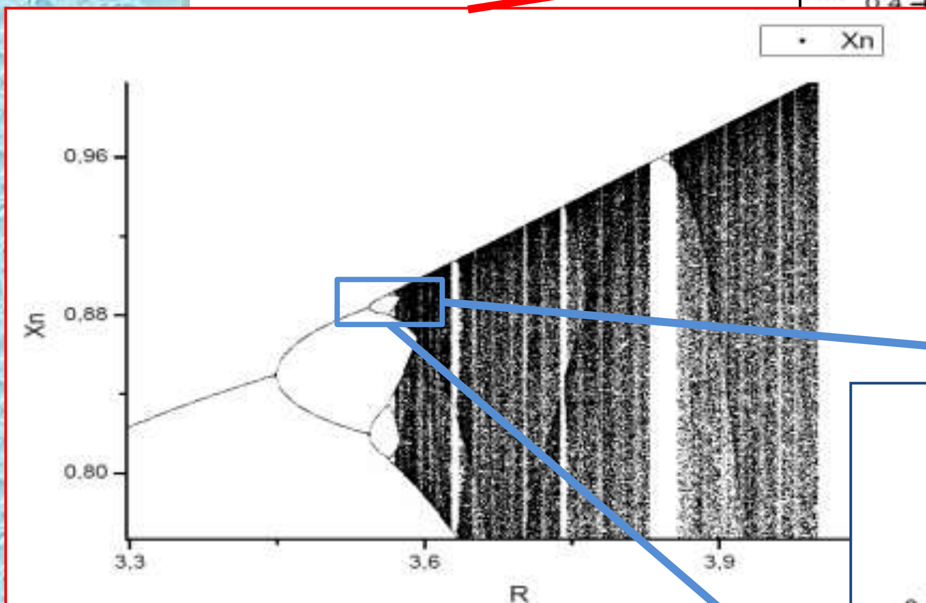
- Não é um problema, mas porque usar um intervalo constante de r? Seria melhor se concentrar na região onde acontecem as bifurcações.

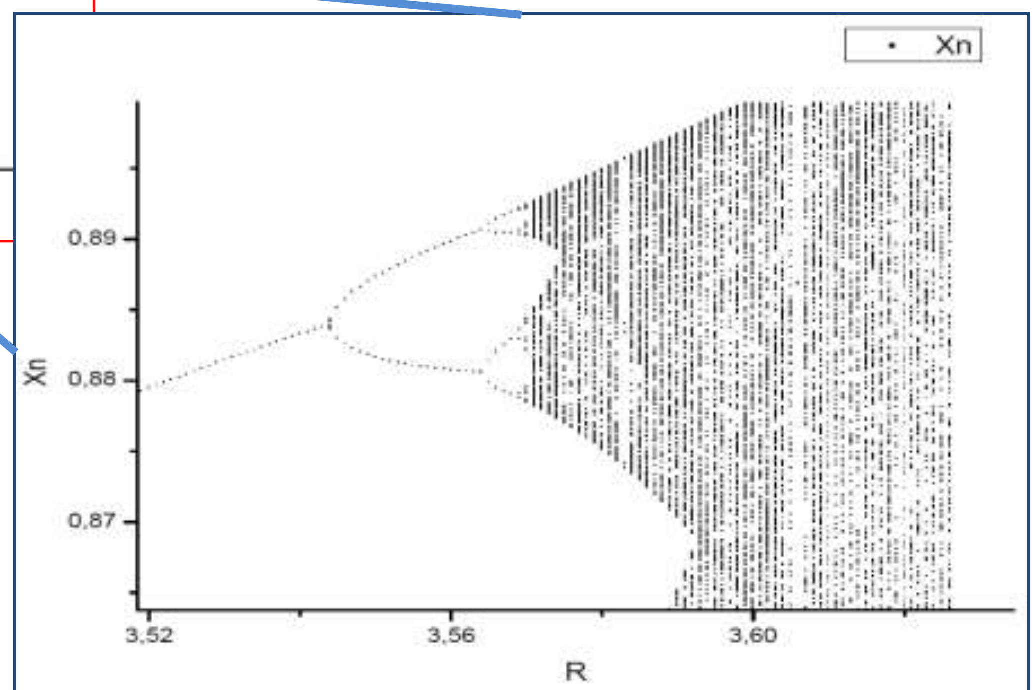
Eu não disse qual o espaçamento nos valores de r... Apenas pedi para calcular o diagrama...



Fractal







Alguns grupos fizeram um programa e não usaram o excel. Um deles fez com resolução suficiente para "ver" a estrutura fractal do diagrama.

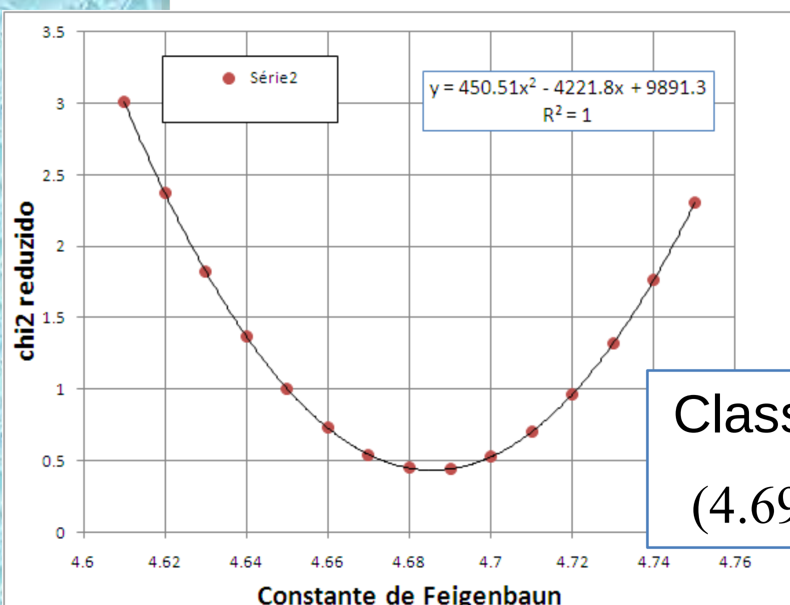
Feigenbaun

$$\delta = 4,6692016091029909...$$

- Como juntar os resultados da turma?
  - Poderíamos calcular a média e o desvio padrão

    Classe: 4,50 ±0.22 (std)±1.41 (err)

    Propagação de erros
- Mas todos os valores devem ter o mesmo peso?
  - Média ponderada por $1/\Delta^2$ Classe: 4,69 ±0.02
  - Ou fazer um chi2 (é equivalente)



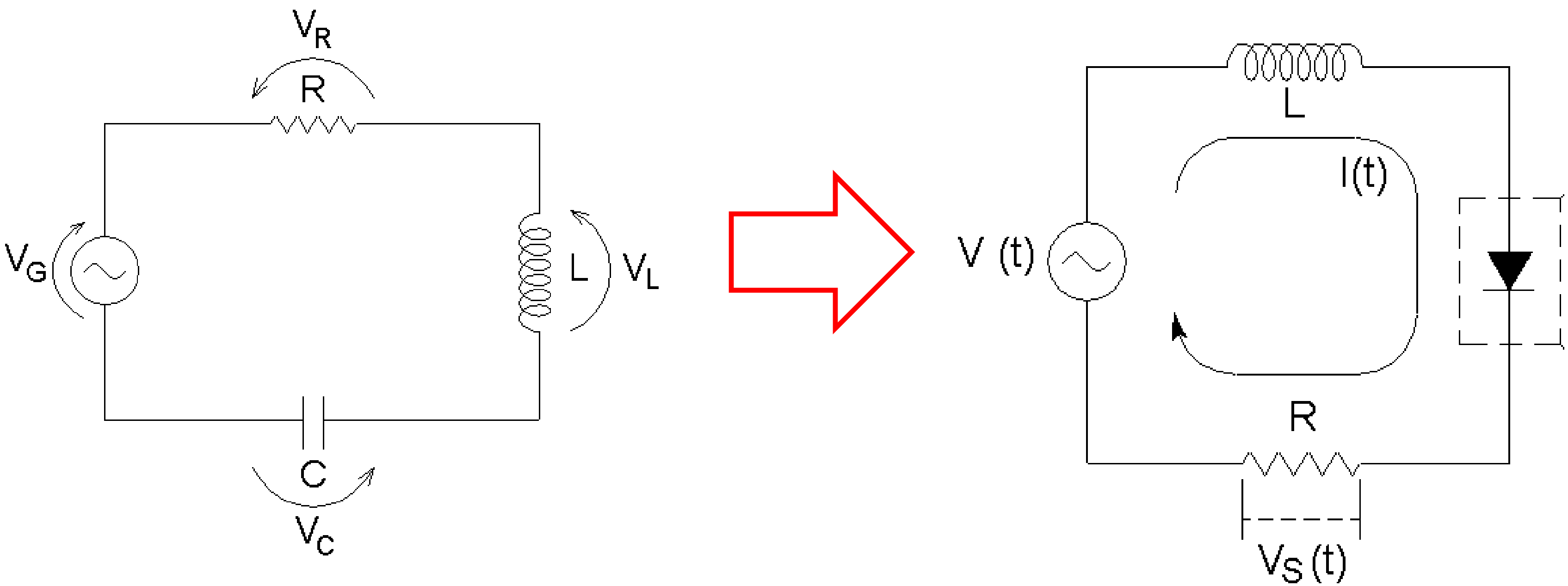
Classe: 4,69 ±0.05

$(4.69-4.67)=0.4\sigma_\delta$

h1	4,35	0,27
h2	4,4	1,35
h2	4,55	0,15
h3	4,35	0,97
h4	4,6945	0,05
h5	4,09	0,62
h6	4,4	0,5
h7	4,68949	
h8	4,67	0,09
h9	4,79	0,47
h10	4,689	0,017

Objetivos Para as Próximas Semanas

- Estudar o circuito RLD (ou RLC não linear)



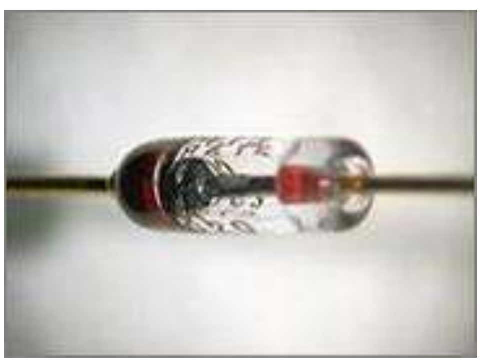
- Semana 1
  - Teoria de caos e experimentos computacionais
- **Semana 2**
  - **Medidas experimentais com RLD**

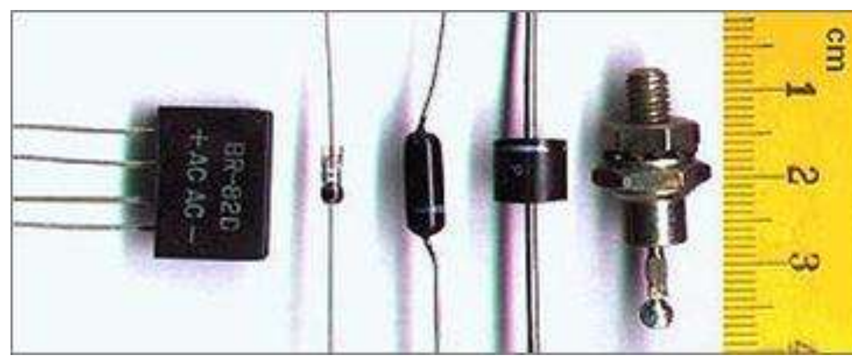
Aula de Hoje

- Circuito RLD
  - O que é um diodo?
  - Quais as semelhanças com o RLC ?
- Caos com o RLD
  - Diagrama de bifurcações experimental!

O que é um Diodo?

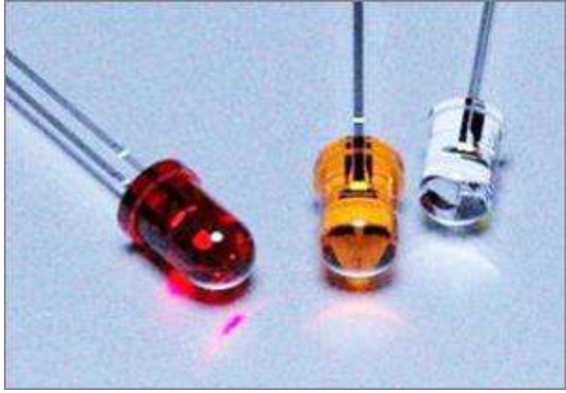
- O diodo é o dispositivo semicondutor mais simples.
- Um semicondutor é um material com uma habilidade variável para conduzir corrente.
- A maioria dos semicondutores é feita de condutores ruins misturado com impurezas (átomos de outro material). O processo de adicionar impurezas é chamado de dopagem.





Exemplo: As luzes vermelhas e verdes dos aparelhos eletrônicos são diodos (LED = light emiting diode)

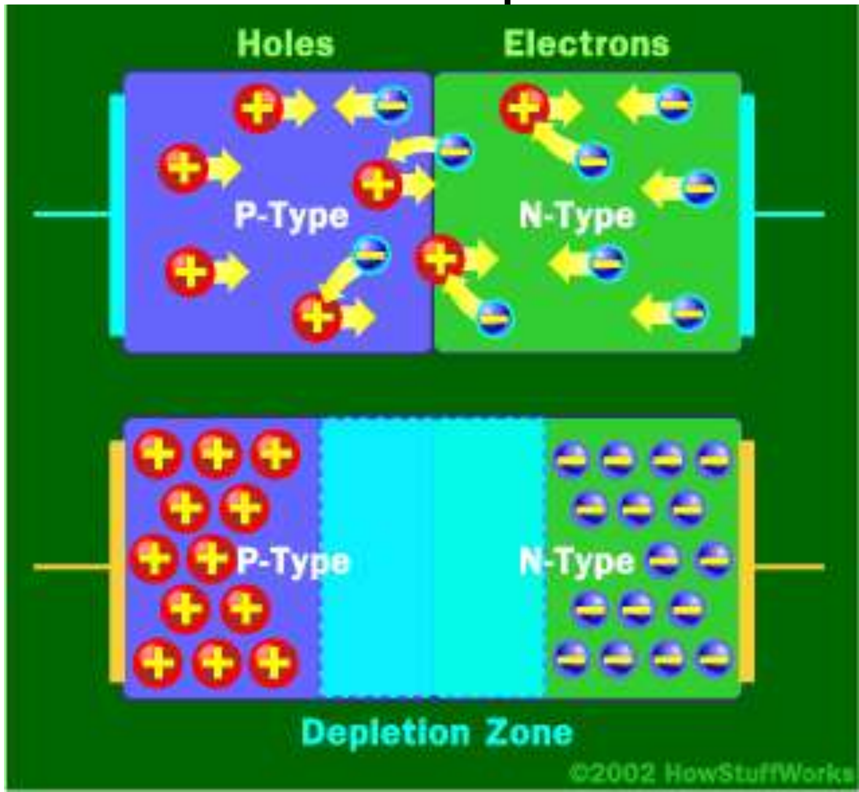
E os semicondutores?



- No caso de LEDs, o material tipicamente usado é o **alumínio-gálio-arsénico** (AlGaAs).
  - Quando o material está puro, a ligação entre os átomos é completa e não há elétrons livres para conduzir corrente.
  - No material dopado, os átomos adicionais mudam o balanço, adicionando elétrons livres ou criando "buracos" para onde os elétrons podem ir.
  - Nos dois casos o material passa a ser mais condutor!
- Um semicondutor com elétrons extras é chamado de material tipo-N. Os elétrons livres movem-se de uma área com carga negativa para uma com carga positiva.
- Um semicondutor com "buracos" é chamado de material do tipo-P. Os elétrons do material pulam de um buraco para o outro. O resultado é que os buracos parecem se mover da região positiva para a negativa.

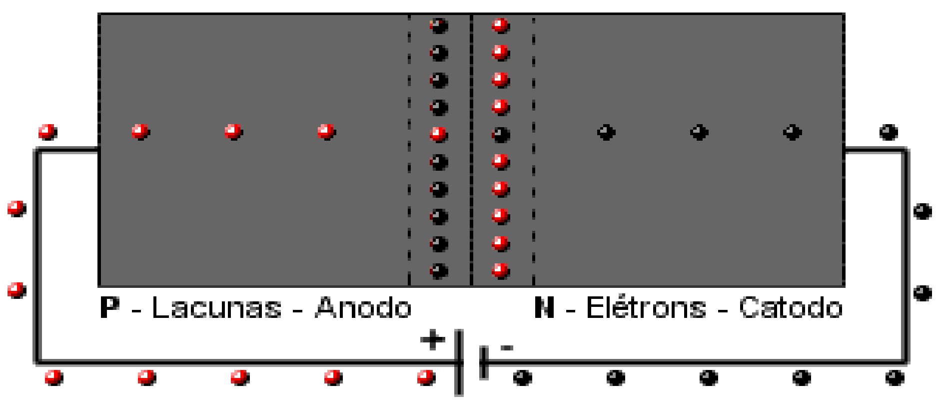
Como funciona o Diodo?

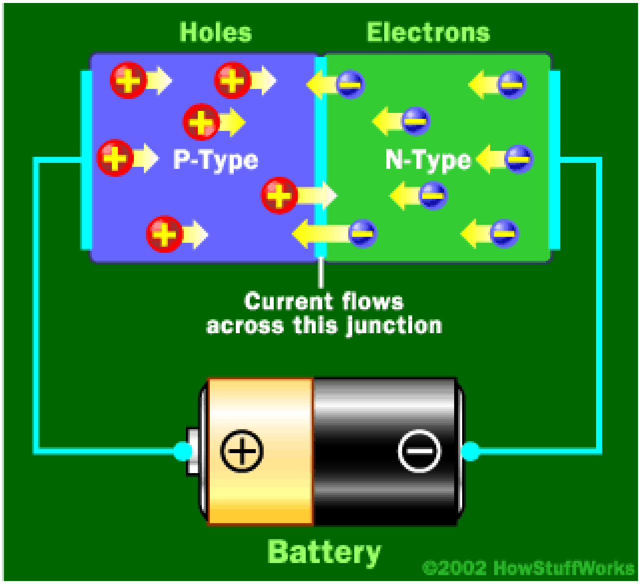
- Um diodo tem uma região com material tipo-N e outra com material tipo-P, com eletrodos nas extremidades.
  - Este arranjo conduz eletricidade apenas em uma direção.
- Quando não há voltagem aplicada ao diodo, elétrons do material tipo-N enchem os buracos do material tipo-P ao longo da junção.
- Forma-se uma zona de depleção, onde o material semicondutor volta a ser isolante.
- Não passa corrente pois os buracos em excesso estão ocupados pelos elétrons em excesso.



Quando a corrente pode passar?

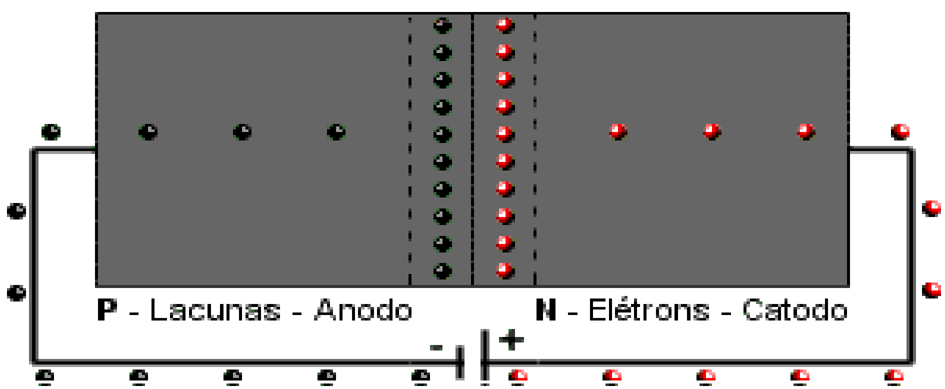
- É preciso mover os elétrons da área tipo-N para área tipo-P, e os buracos da área tipo-P para a tipo-N.
  - Para fazer isso, é preciso conectar o lado tipo-N do diodo a um potencial negativo e o lado tipo-P a um potencial positivo.
  - Os elétrons livres da região tipo-N serão repelidos pelo potencial negativo, e os buracos são repelidos pelo potencial positivo.
- Quando a voltagem é alta o suficiente, os elétrons da zona de depleção são arrancados e a corrente começa a circular.

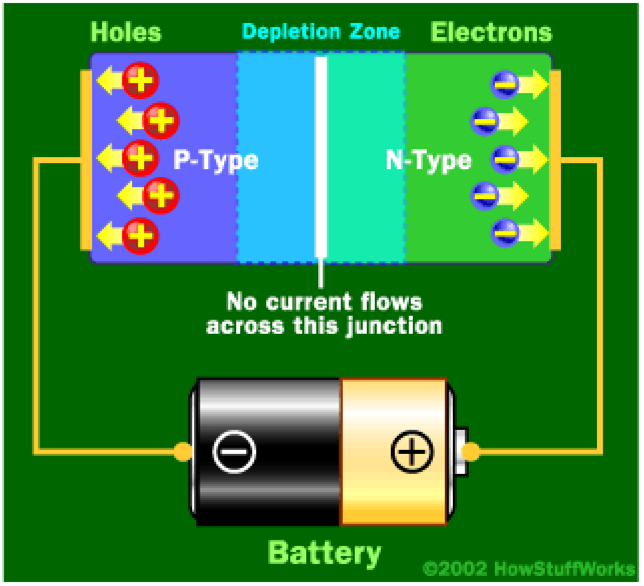




Quando a corrente não pode passar?

- Colando uma diferença de potencial ao contrário, os elétrons da região N são atraídos pelo potencial positivo e os buracos são atraídos pelo potencial negativo.
- A zona de depleção aumenta, pois as cargas positivas e negativas estão se movendo na direção errada, e não passa corrente no circuito.

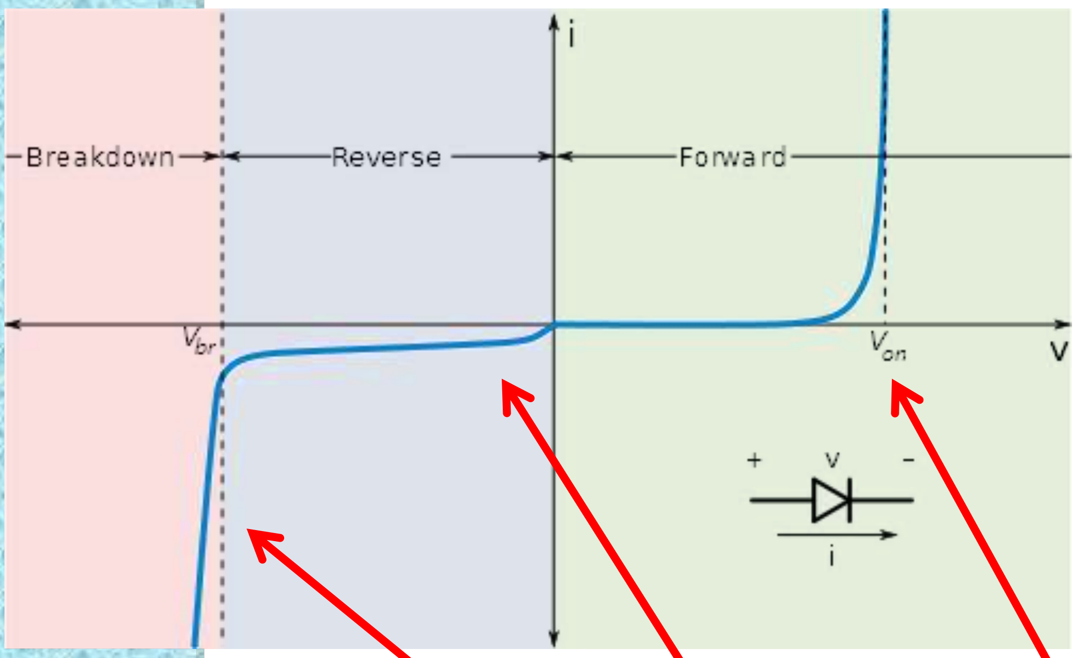




Equação Característica

- A equação do diodo, ou a lei do diodo, é:

$$i_D(V_D) = i_{D0}\left(\exp\left[\frac{eV_D}{kT}\right] - 1\right)$$



Não existem diodos ideais.

Onde:

i_D e **V_D** são a corrente e a voltagem do diodo

e é a carga do elétron

i_{D0} é a corrente de saturação

k=$1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzman

T é a temperatura em Kelvin

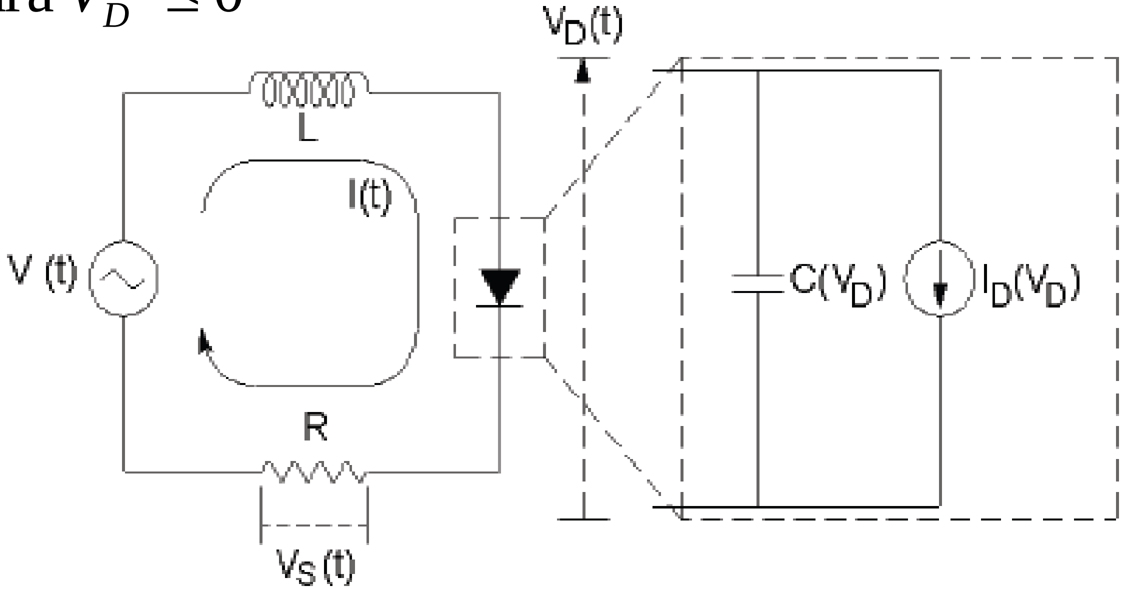
Modelo de Diodo Real

- Devido às características da junção **P-N**, o diodo apresenta também uma capacitância *$C(V_D)$*, não linear, descrita por:

$$C(V_D) = C_0 \exp\left[\frac{eV_D}{kT}\right], \text{ para } V_D > 0$$

$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}}, \text{ para } V_D \le 0$$

Esse é o circuito desta aula



Diodo real = diodo ideal **em paralelo** com um capacitor cuja capacitância depende da voltagem aplicada

Modelo de Diodo Real

- Note que a capacitância depende da tensão aplicada:

$$C(V_D) = C_0 \exp\left[\frac{eV_D}{kT}\right], \text{ para } V_D > 0$$

$$C(V_D) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{eV_D}{kT}}}, \text{ para } V_D \leq 0$$

- Para tensões muito pequenas:

$$\frac{eV_D}{kT} << 1$$

a capacitância fica praticamente constante e igual a $\boldsymbol{C_0}$ e o diodo se comporta como um <u>capacitor ideal</u>.

- Para tensões mais elevadas, a capacitância depende fortemente da tensão sobre o diodo de uma maneira não linear

Equação do Circuito RLD

No RLC as equações que regiam o sistema eram:

$$\dot{q} = i$$

$$\dot{i} = \frac{V_o}{L}\cos(\omega t) - \frac{R}{L} i - \frac{1}{LC} q$$

No RLD, os termos multiplicando a corrente e a carga não são constantes, pois a capacitância e a corrente do diodo variam de maneira não linear com a voltagem:

$$\dot{q} = i$$

$$\dot{i} = \frac{V_o}{L}\cos(\omega t) - f(q) i - g(q) q$$

O comportamento não linear está embutido nas funções f() e g(), que escrevemos de maneira genérica em termos da carga.

Circuito RLD

- **Resumindo:**

  Para baixas tensões o circuito **RLD** deve se comportar como um circuito **RLC** linear como o estudado em aulas anteriores.

  Para tensões suficientemente elevadas o circuito apresenta comportamento não linear podendo chegar ao caos.

- **Vamos estudar o caso em que o circuito apresenta uma resposta linear e o caso em que a resposta é não linear**

Mais sobre diodos: aula de lab3 do semestre passado e apostila de curvas características

Para Esta Semana – RLC – Parte 1

Monte um circuito **RLC** com:

- R_1**=10Ω**
- **C=1μF** (igual da semana passada)
- **L=1mH** (indutor ideal azul)

Nota:

- O gerador de áudio é de outro modelo, nele a saída de baixa impedância é traseira e é essa que deve ser usada.
- Lembrem-se de medir R_1 e C com o multímetro.

Para Entregar – RLC – Parte 1

Nesse circuito **RLC** com o indutor de **1mH** (azul)

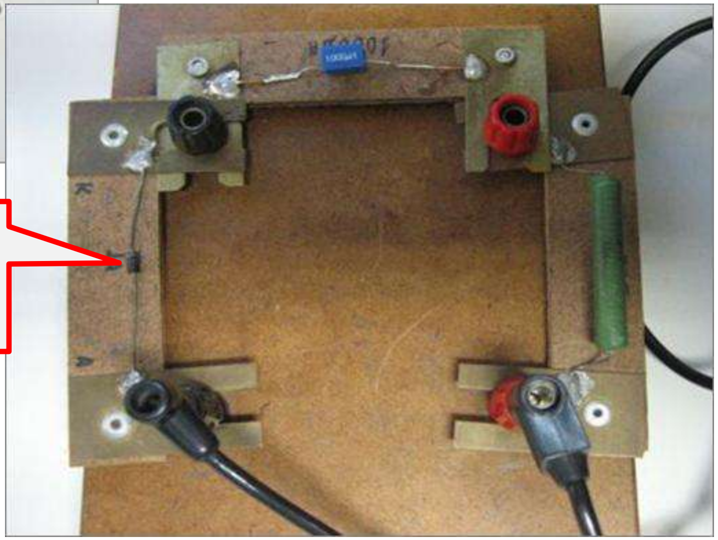
- Determine a freqüência de ressonância desse circuito (não precisa levantar a curva)
- A partir da freqüência de ressonância verifique o valor da indutância e compare com o valor nominal
- Obtenha no osciloscópio os retratos de fase para esse circuito na freqüência de ressonância
  - **Façam os retratos de fase para i x (di/dt)**

Para Esta Semana – RLD – Parte 2

Montar o circuito RLD, substituindo o capacitor pelo diodo, os outros elementos continuam os mesmos.

Indutor

Saída traseira da fonte analógica



Diodo

Para Entregar – RLD – Parte 2

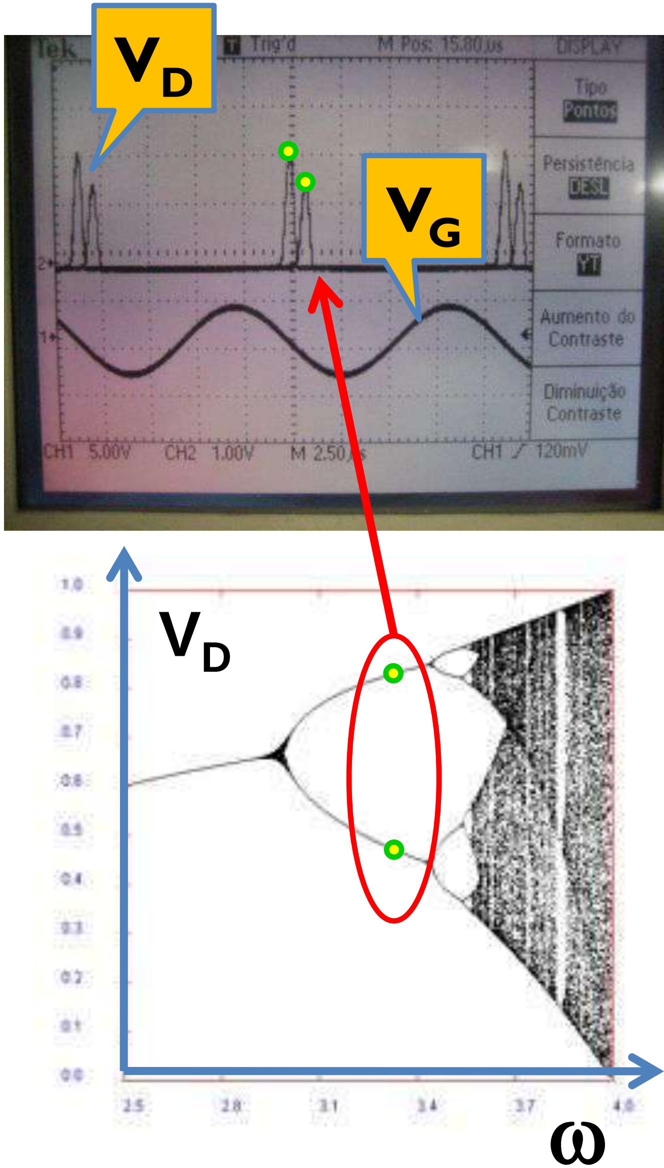
Circuito RLD em baixa tensão:

- Mantenha a amplitude de pico da tensão do gerador menor que **0.5V** e use a saída traseira de baixa impedância.
  - Como funciona o diodo em baixa tensão?
- Achar a freqüência de ressonância desse circuito
- A partir da freqüência de ressonância determine o valor da capacitância do diodo, C_0
  - A indutância vocês mediram na parte 1, certo?
- Compare tanto o valor da freqüência como o valor da capacitância com os valores correspondentes do circuito **RLC**.

Para Entregar – RLD – Parte 3

Circuito RLD em alta tensão

- Aumentar a tensão no gerador para o máximo (algo em torno de 4-5V)
  - O que acontece com o diodo?
- Construir o diagrama de bifurcação
  - Meça com o osciloscópio a tensão no gerador, V_G , e a tensão no diodo, V_D. Comece com 40kHz e vá subindo
  - A amplitude dos picos de tensão V_D deve ser medida com o cursor. Meça vários pontos, principalmente próximo das bifurcações
  - Determinar o número de Feigenbaum
  - Quantas janelas de caos consegue determinar?
  - Meça até quando for possível (3 bif. mínimo)



Para Entregar – RLD – Parte 4

- O retrato de fase é o gráfico de **i X di/dt**
  - Que modo do osciloscópio de ser usado? **X-t** ou **X-Y** ?
- Fazer o retrato de fase do circuito **RLD** para algumas freqüências interessantes:
  - Quando não há bifurcação (**1** atrator para V_D do diodo)
  - Para **1** bifurcação (**2** atratores para V_D do diodo)
  - Para **2** bifurcações (**4** atratores para V_D do diodo)
  - Quando o circuito está em regime caótico
- Os retratos de fase são “fotos” da tela do osciloscópio
  - Devem ser mostrados, discutidos e comparados com o retrato de fase do circuito **RLC**.
- Para o caso de 2 atratores, faça também o gráfico em 3D **(I x di/dt x tempo)** e comente

Mudando de X-t para X-Y

- Clique no botão display
- Selecione o formato no menu da tela