Exp. 1 – Lâmpada
Parte 5 – Discussão Final
Aula 05 - 2009

http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Prof. Henrique Barbosa
Edifício Basílio Jafet - Sala 100
Tel. 3091-6647
hbarbosa@if.usp.br

Experiência 1: Lâmpada

Final

Queremos entender como uma lâmpada incandescente funciona. Para isso teremos 4 semanas:

1. Circuitos de Corrente Contínua
   - Como medir grandezas elétricas?
   - Os instrumentos de medida influenciam no resultado de uma medida? Como escolher o instrumento certo?
2. Pilha e Lâmpada
   - Como varia a tensão de uma pilha ou em uma lâmpada em função da corrente?
3. Potência de uma lâmpada
   - Como varia a potência da lâmpada em função da temperatura do filamento?
4. Radiação emitida por uma lâmpada
   - Como varia a radiação emitida pela lâmpada em função do comprimento de onda da luz?

A lâmpada

- Porque a lâmpada não é um corpo negro perfeito?
  - Porque:

1. Para altas temperaturas: o gráfico di-log da potência irradiada em função da temperatura não é proporcional à $\mathbf{T^4}$, na verdade o expoente encontrado é muito próximo de **5**. Isso indica que a emissividade pode ser função da temperatura e/ou do comprimento de onda e não igual a **1** como para um corpo negro perfeito.
2. Para baixas temperaturas: não temos como medir a potência irradiada, mas podemos ver no gráfico da potência total em função de $\mathbf{(T-T_0)}$, que quase toda a potência fornecida é perdida por convecção.

Para entender o comportamento da lâmpada

- Como obtivemos um expoente diferente de **4** vamos supor que a emissividade depende da temperatura
- Como testar isso?
  - Vamos medir o espectro de emissão da lâmpada como função do comprimento de onda (ou freqüência) e comparar com a previsão de Planck.
- Como medir o espectro de emissão da lâmpada?
  - Com um instrumento chamado **espectrofotômetro**.
  - O espectrofotômetro mede a energia irradiada em função do comprimento de onda (ou freqüência)

Medidas que devem ser feitas

- Medir o espectro da lâmpada para **no mínimo 3** temperaturas diferentes (por exemplo: 1800, 2400 e 3000K)
  - Para cada temperatura determinar a potência que deve ser aplicada à lâmpada através do gráfico de potência em função da temperatura obtido previamente.
  - Conhecido o valor da potência necessária, determinar o valor de tensão e corrente que deve ser aplicado à lâmpada para obter a temperatura desejada
- Ou então faça ao contrário: escolha 3 brilhos da lâmpada no "olhômetro" e use as medidas de V x i para encontrar o resto (usando as medidas das semanas anteriores)

Atividades da Semana

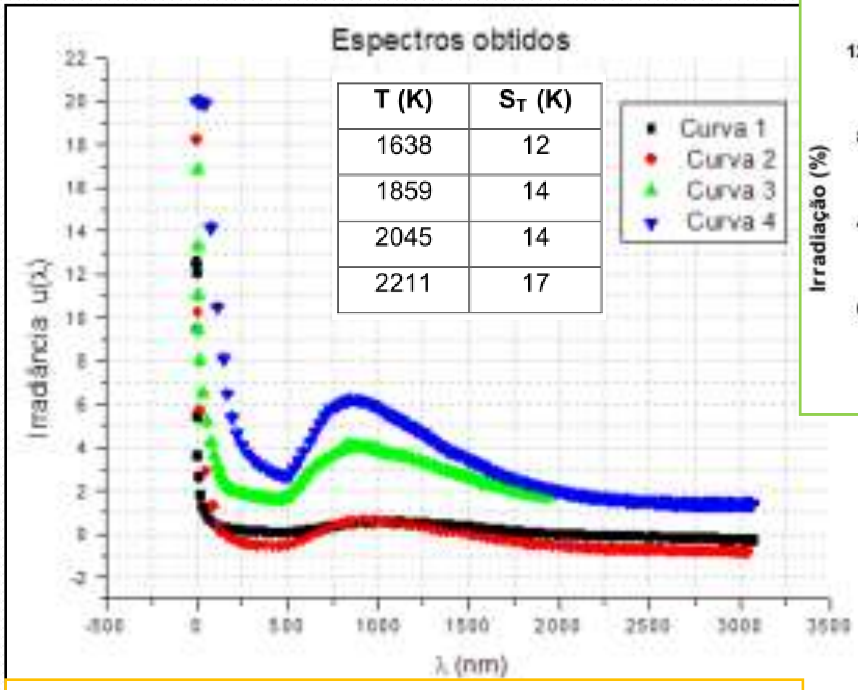
- Verificar a lei de Wien:
  - Dos espectros obtidos, determine **λmax**
  - De $\mathbf{R/R_0}$ determine a temperatura
  - Verifique se a lei de Wien $\mathbf{T(\lambda) = 2.898X10^{-3}m^0K/\lambda}$ é válida. Será que 3 pontos são suficientes? Lembre-se de comparar a curva experimental com a teórica!
- Estime a área sob cada uma das curvas obtidas e veja se ela é proporcional a $\mathbf{T^4}$.
- Dos espectros obtidos estime qual a porcentagem de radiação emitida pela lâmpada está na região visível do espectro
  - A lâmpada de filamento é um bom iluminador?
- Que conclusões você tira de tudo isso?

Mediu do R0 de novo...

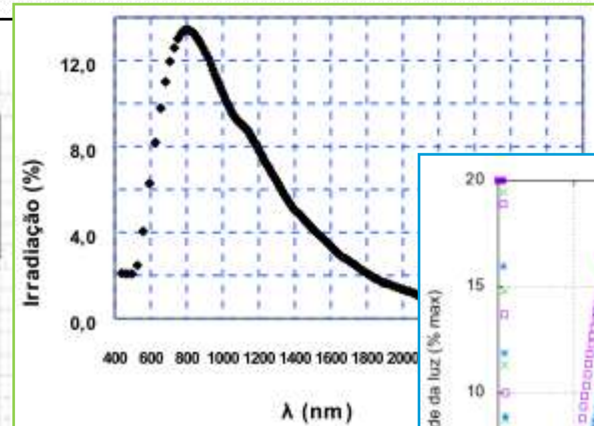
R0 (Ohm)
1,3590(97)
1.44(22)
1.173(23)
1,401(70)

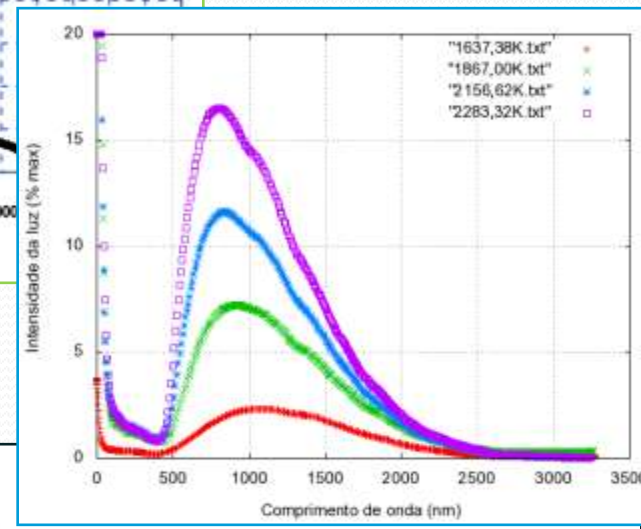
- Poucos grupos mediram o R0 novamente...
  - Mas essa medida não era importante? Não é R0 quem determina da escala de temperatura?
- Mesmo quem mediu, será que mediu corretamente?
  - Queremos a lâmpada fria, certo? Então devíamos medir da menor para a maior corrente.

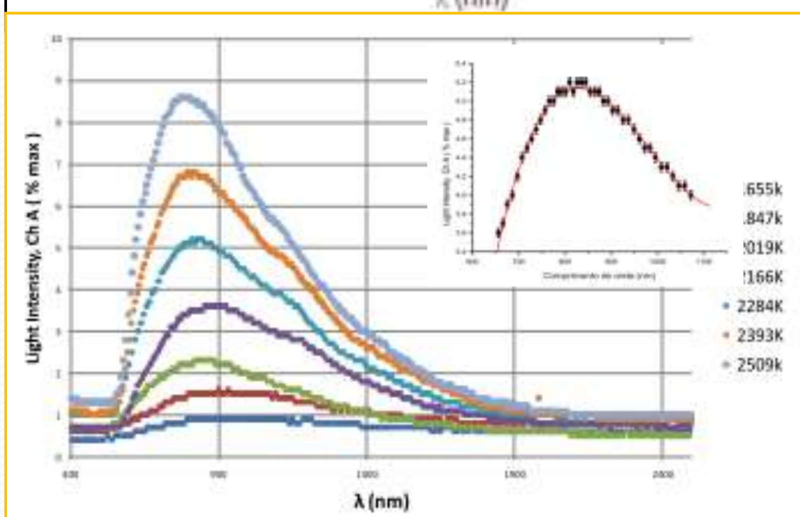
Todos os Espectros...

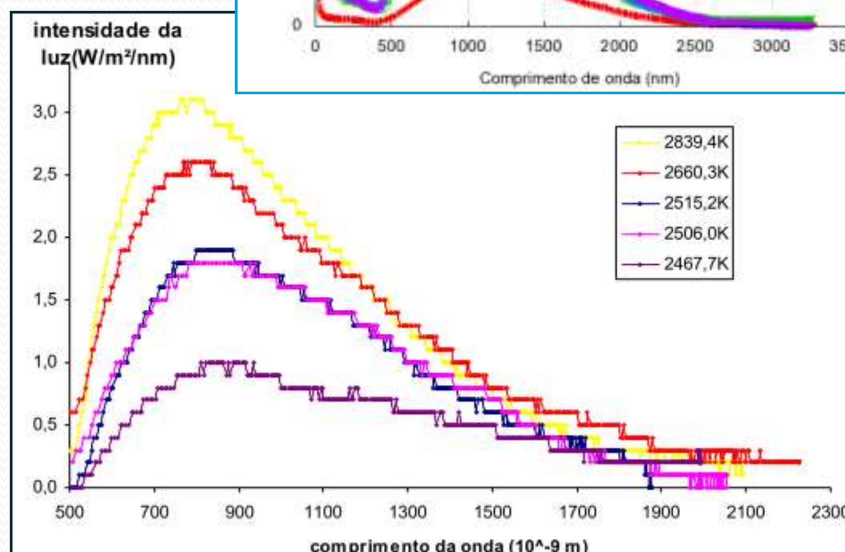


T (K)	S_T (K)
1638	12
1859	14
2045	14
2211	17



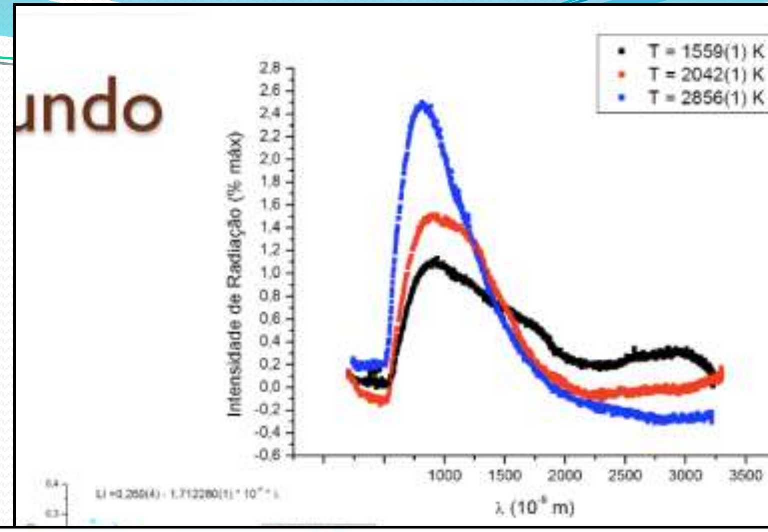


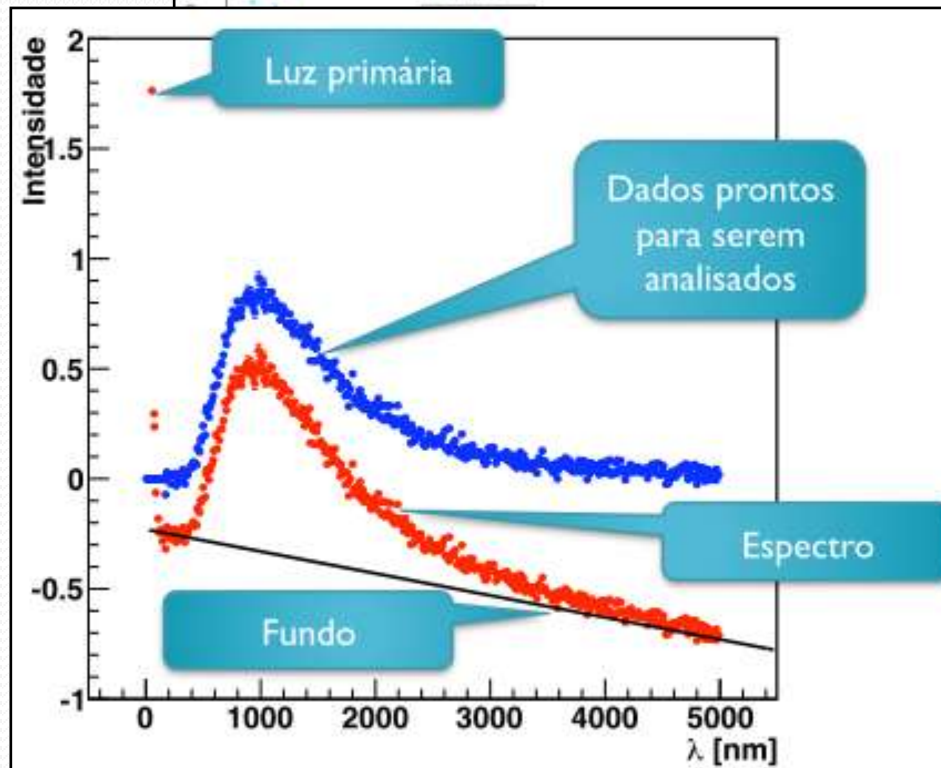




Um dos problemas

- O ruído de fundo, i.e., o sinal espúrio que se tentava “zerar” com o botão tara podia depender do ângulo.
  - Monitor, porta da sala, etc...
- Podiam ter medido a luz de fundo em função do ângulo
- Ou, como fez o grupo ao lado, subtrair uma linha de têndencia.

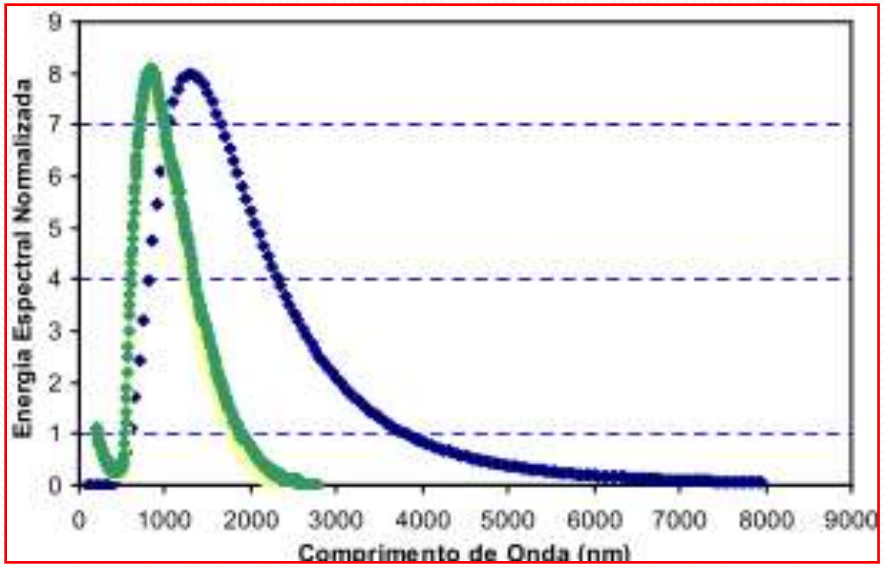


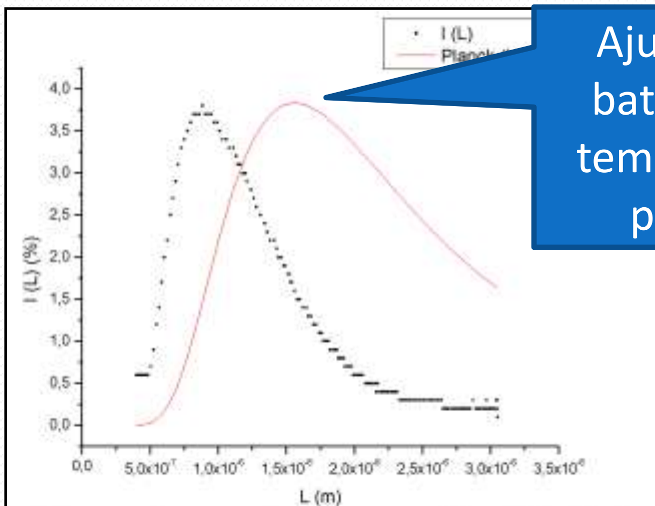


Fonte: A. Suaide

Poucos grupos compararam com a curva teórica

- Mas vários observaram que as temperaturas determinadas pela lei de Wien era MAIOR do que aquela determinada pelo R0...
- Qual a razão para isso??





Ajuste não bate com a temperatura pelo R_0

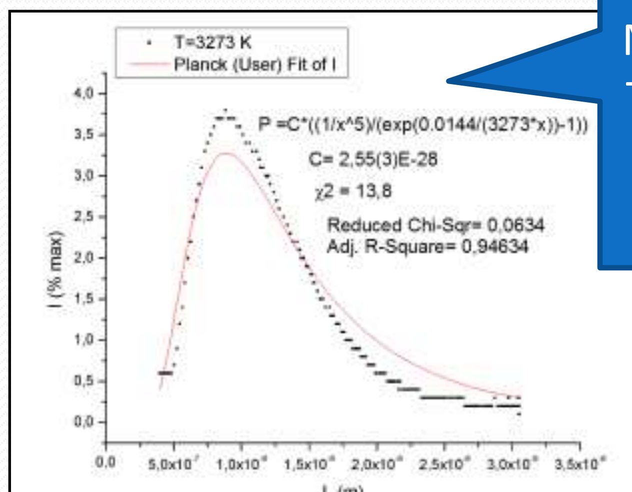


***Gráfico 6** - Dados experimentais (Curva 4) ajustados ao modelo da Lei de Planck com a temperatura calculada pela Lei de Wien.*

Mesmo forçando T_Wien (posição do pico) ainda não bate

Derivação da Lei de Wien

- Wien derivou sua lei em 1893, baseado em um argumento de termodinâmica. Ele conclui que a distribuição de energias (freqüências) só podia depender da temperatura. Ele também encontrou uma proporcionalidade que, escrita em termos do comprimento de onda, é:

$$\lambda T = 2.8977685(51) \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$$

- O Planck reinterpretou a constante encontrada pelo Wien (a menos de alguns outros fatores constantes) como uma nova constante universal da natureza, que relaciona a freqüência da luz com a energia do “quantum” de luz.

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

- A lei do deslocamento de Wien's diz que quanto mais quente for um corpo, menor será o comprimento de onda aonde ele vai emitir a maior parte da radiação.

Derivação da Lei de Wien

- A lei de Wien está embutida na lei de radiação de Planck, que nos diz que a intensidade irradiada vale:

$$I = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}$$

Para o máximo: $$\frac{dI}{d\lambda} = 0$$

A constante não importa, então:

$$0 = -5\cancel{\lambda}^{-6}\cancel{\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1\right)^{-1}} + \cancel{\lambda}^{-5}\cancel{(-1)}\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1\right)^{\cancel{-2}} e^{\frac{hc}{\lambda kT}}\cancel{(-1)}\frac{hc}{\cancel{\lambda}^2 kT}$$

Como:

$\lambda \neq 0$

$\lambda \neq \infty$

$x = hc/\lambda kT$

$\Rightarrow$ $$e^x = \frac{5}{5-x}$$ $\Rightarrow$

$$x = \frac{hc}{\lambda kT} = 4.965\ldots$$

$$\lambda T = 2.8977685(51)\times 10^{-3}\ \mathrm{m{\cdot}K}$$

Emissividade

- Ou seja, a constante da lei de Wien supõe um corpo negro perfeito.
- Se a intensidade observada for:

$$I_{obs} = \varepsilon(T,\lambda) * I_{planck}$$

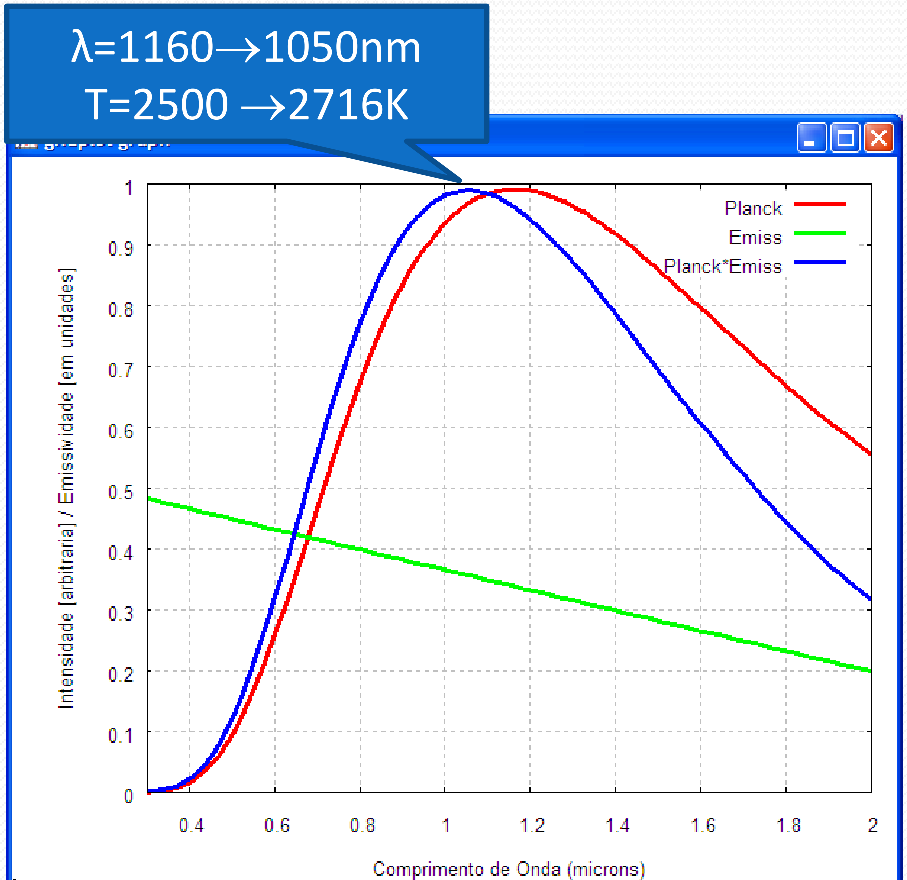
- Então a derivada

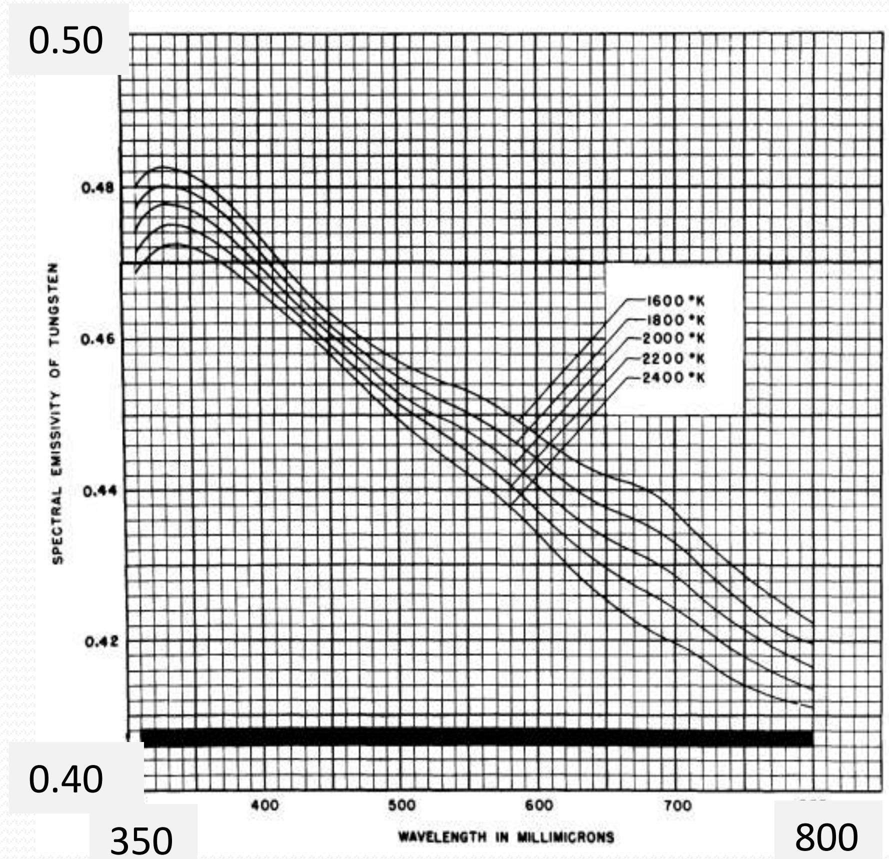
$$\frac{dI}{d\lambda} = \frac{d\varepsilon}{d\lambda} I_P + \varepsilon \frac{dI_P}{d\lambda} = 0$$

- ... vai se anular para um valor diferente de λ

Emissividade do Tungstênio

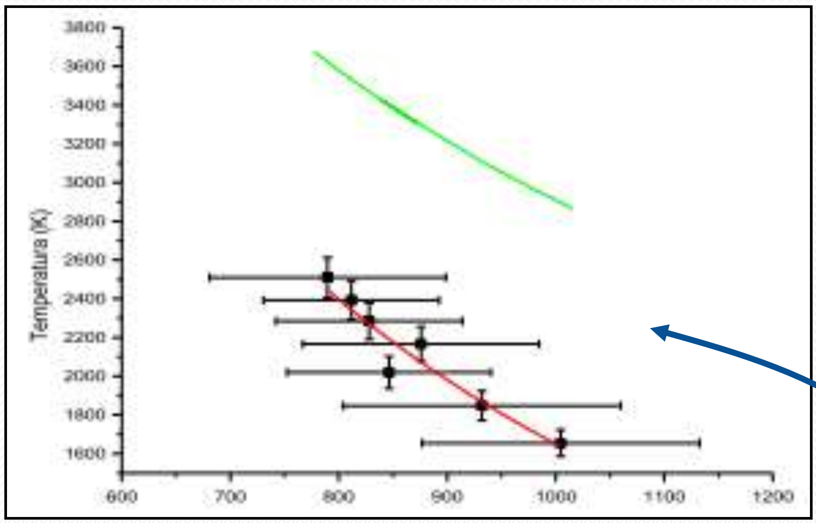
- Neste trabalho do MIT de 1957 foi medido a emissividade do tungstênio. Eles encontraram que ela diminuía com o comprimento de onda e com a temperatura!

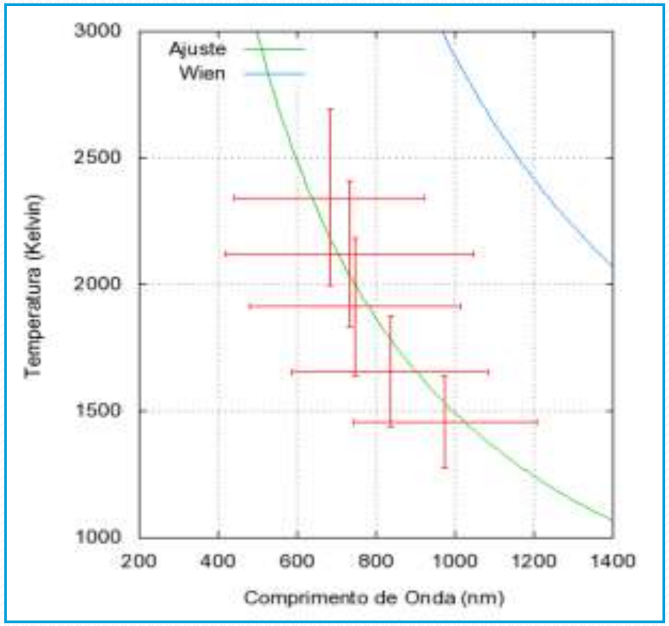




Lei de Wien

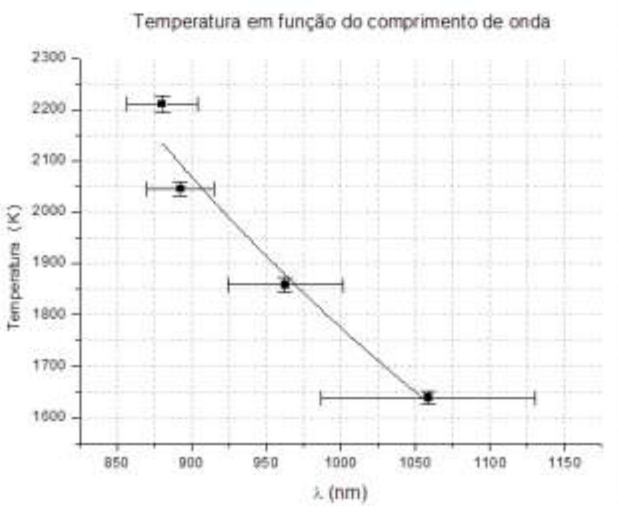
O valor obtido pelo ajuste para "A" foi de $2.04(29)*10^{-3}$, valor compatível (2.96) com o previsto pela lei de Wien e o "B" de -678(361) também é compatível (1.9) com zero (graças à grande incerteza associada. O valor de "B" deve ocorrer por um possível deslocamento sistemático nas medidas, já que só uma parcela da luz é captada pelo espectrofotômetro.

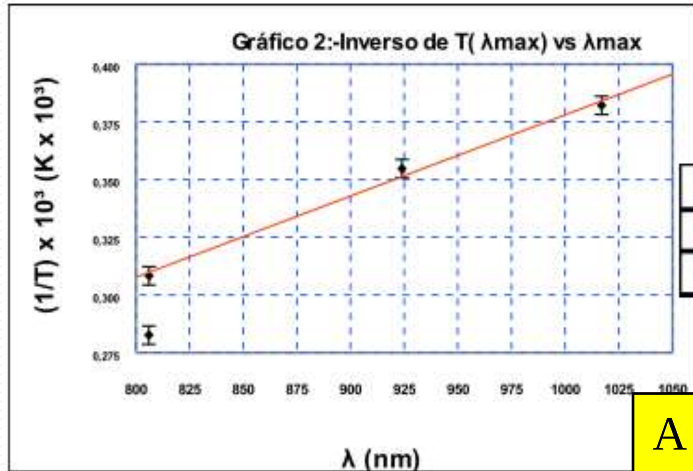




A emissividade desloca o pico de uns 200K... Mas a diferença é maior! O resto poderia vir de um erro sistemático em R_0. Se $R_0=1\Omega$ e não 1.3 Ω, quase toda a diferença seria contabilizada.

Lei de Wien

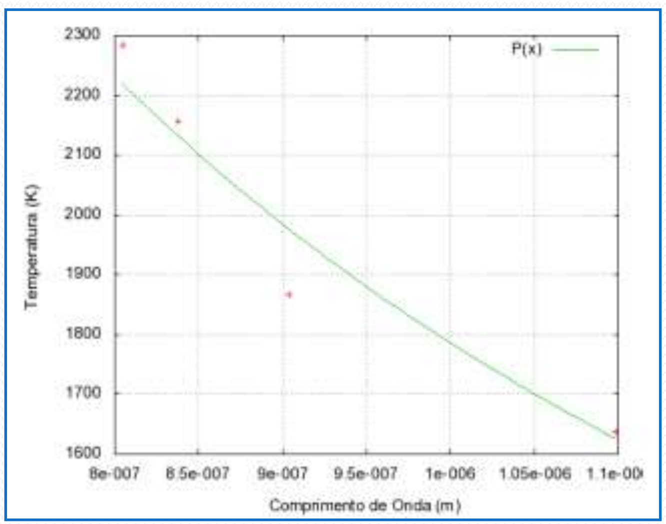




$(1/T)x10^3 = a\lambda + b$		
$a \pm sa$=	0,000352	0,000027
$b \pm sb$=	0,026	0,025

nd=	3
ngl=	1
Qui2=	1,1

A maioria não comparou com a curva teórica!



Curva	$\lambda_{máx}$ (nm)	T (K)	$\lambda_{máx}.T$
2	1110	1463	0,00162
3	923	1696	0,00156
4	883	1862	0,00164

Tabela 3 *- Lei de Wien aplicada aos valores experimentais.*

Curva	$\lambda_{máx}$ (nm)	$\lambda_{máx}.T$	T (K)
2	1110	0,00289	2604
3	923	0,00289	3131
4	883	0,00289	3273

Tabela 4 *- Valores experimentais aplicados à Lei de Wien.*

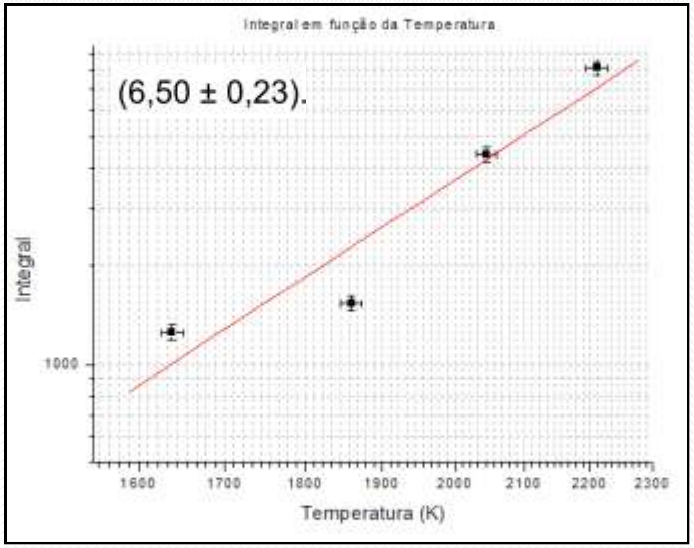
Lei de Wien

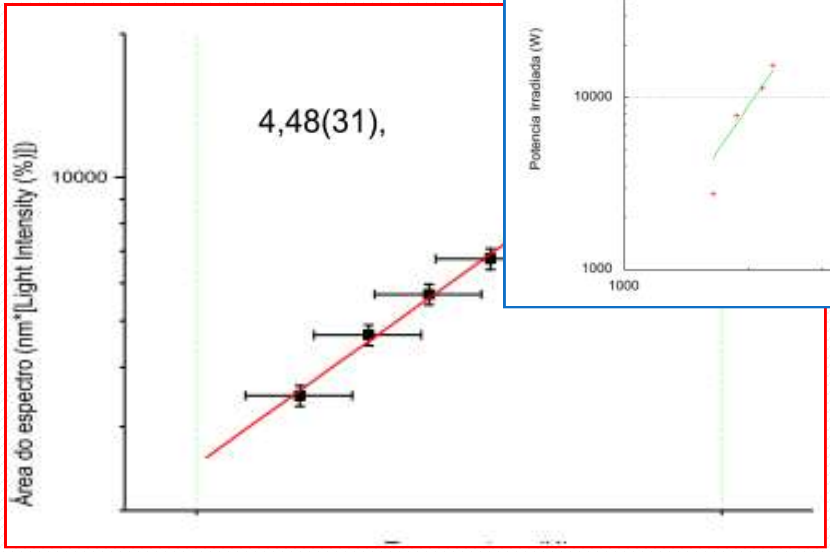
λT = 2.898X10-3mK,

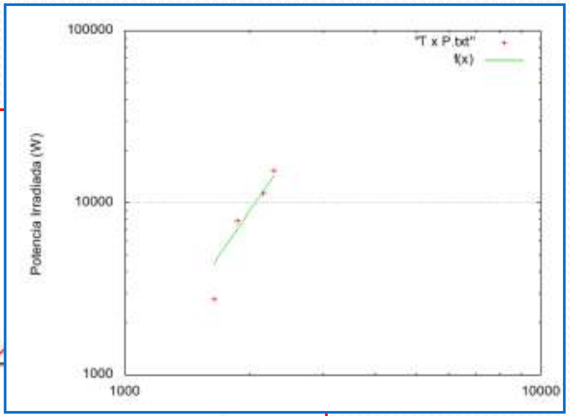
Coef [10^-3 m K]	Compatibilidade
2,64 (37)	
2,84 (21)	
2,98 (39)	
2.04 (29)	2.96
1,79 (36)	
2,8979986 (15)	
2,04(12)	

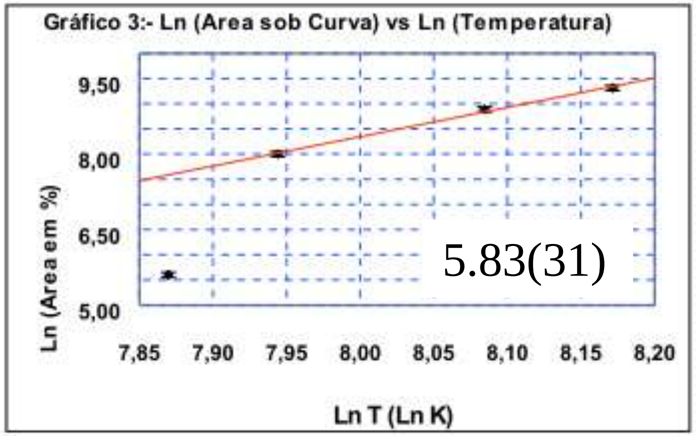
Não considerou os erros no ajuste

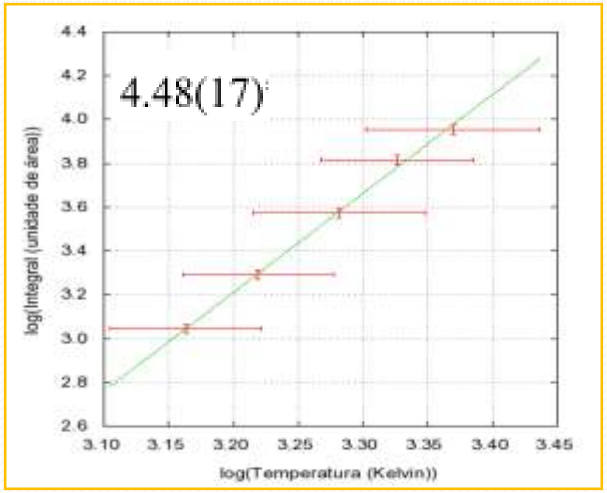
Área total do gráfico...











Fração no visível...

Área da curva	$S_{Área}$	Área visível	$S_{visível}$	% do visível
1254	63	140	7	11
1542	77	163	8	10
4405	220	734	37	16
8102	405	1101	55	13

Área visível/área total(%)
13,70
17,31
16,32
21,61
23,54

funcional (T=2500K). Para isso dividimos o espectro na região do visível (comprimentos de onda de 400nm a 700nm) e do invisível (a partir de 700nm) e calculamos a área de cada parte. Dividimos a área do visível pelo invisível e chegamos a uma eficiência de 912/5781= 16% aproximadamente.

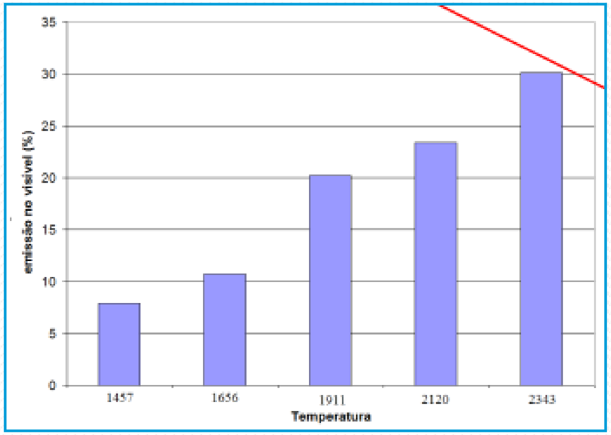
oteve foi a temperatura de 3539 K:- 15%
l com a lâmpada trabalhando a voltagen
ente impossível de manter por longo tem
al (12V), o aproveitamento para luz visív
3244 K,situou-se em cerca de 13,8%. L

Temperatura	% visivel
1637,38	7,215462
1867	10,73363
2156,62	13,01298
2283,32	14,83547

Lâmpadas do mesmo fabricante, mas resultados muito diferentes...

Tabela 2 : Comparação entre a emissão total e a emissão na faixa do visível:

Temperatura (Kelvin)	integral total	inc.int.total	integral do visível	inc.int.visível	% do visível
1457	1109	55	87.6	4.4	8
1656	1954	98	210	10	11
1911	3749	187	759	38	20
2120	6550	328	1529	76	23
2343	8985	449	2708	135	30



Conclusões

- Há muitos efeitos que precisam ser considerados na medida
  - Fundo, luz primária, calibração, flutuação da medida etc.
  - A análise precisa ser feita considerando a existência desses efeitos
- A lâmpada é um corpo negro ideal?
  - Os dados das últimas semanas confirmam isso?
- A lâmpada é um bom iluminador?
  - Como levar em conta o arranjo experimental?
    - O detector de luz é igualmente sensível em todos os comprimentos de onda?

Síntese Final para a prox. Semana

- Discuta o experimento como um todo, de forma sucinta
  - Não foram quatro experimentos independentes
  - Quais as conclusões globais do experimento
    - Sobre a lâmpada e pilha.
  - Como o procedimento de medida e análise influem nos seus resultados, desde a escolha do circuito até a medida do espectro
  - Como os seus dados corroboram para essas conclusões
  - Relacione os vários resultados obtidos

Por favor, 4 páginas no máximo. Façam referência as sínteses anteriores e só coloquem o que for mais importante.

Estatística – Parte 1
Erros Estatísticos x Sistemáticos

Incertezas

- Incertezas estatísticas são aquelas que variam aleatoriamente com a medida.
- Incertezas sistemáticas são aquelas que estão relacionadas ao método empregado na medida e análise e não possuem caráter aleatório.
- É mais fácil caracterizar incertezas em tipo A e B
  - A – aquelas avaliadas estatisticamente
  - B – aquelas avaliadas de outra forma
- A incerteza de uma medida é a combinação dos dois tipos

$$\sigma^2 = \sigma_A{}^2 + \sigma_B{}^2$$

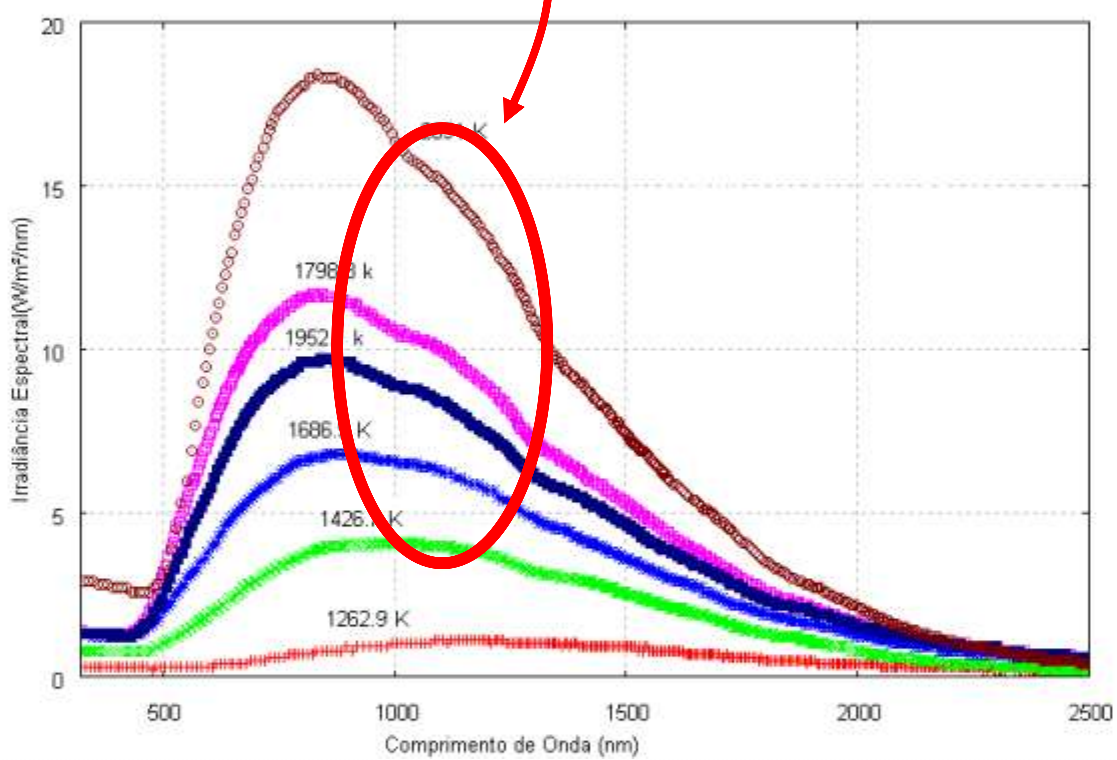
- Em “papers” mais elaborados (exemplo):

$$V = 1.35 \pm 0.02(est) \pm 0.23(sis)$$

Erro sistemático

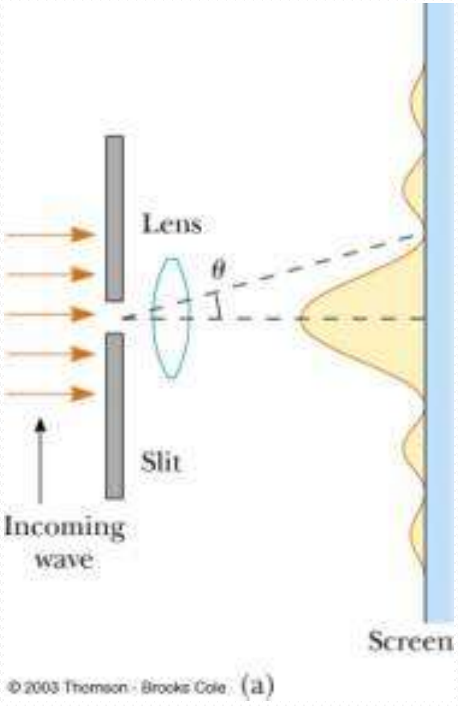
- Todos os espectros medidos apresentavam um segunda corcova aparentemente pequena
  - Qual é a origem desse “segundo pico”?

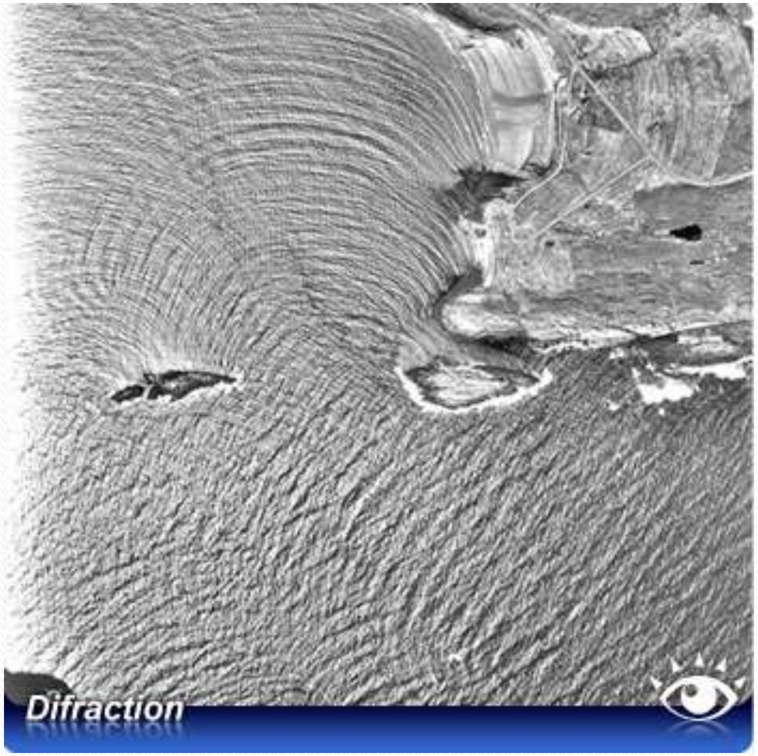
- O problema é a maneira que usamos para separar a luz:
  - Um rede de difração



Difração

- Com a luz é uma onda, quando ela passa por uma fenda de tamanho parecido com seu comprimento e onda, ocorre difração.

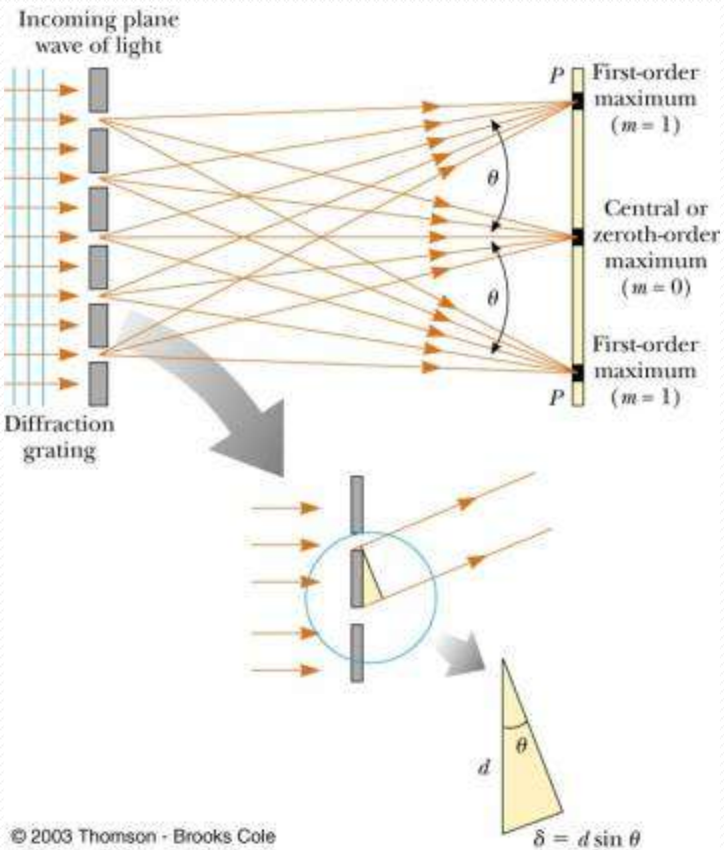


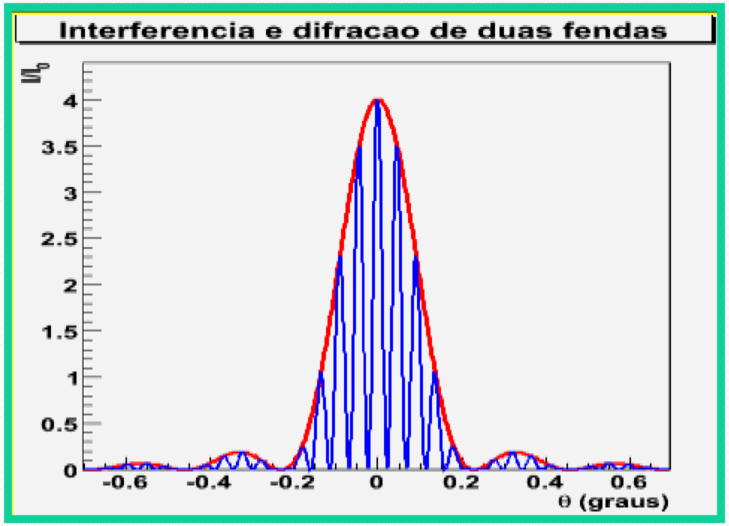


- É o mesmo que acontece com ondas no mar

Sistema de Fendas

- Quando temos duas ou mais fendas e a luz que passa por eles é coerente (está em fase, etc...), além da difração vai ocorrer interferência





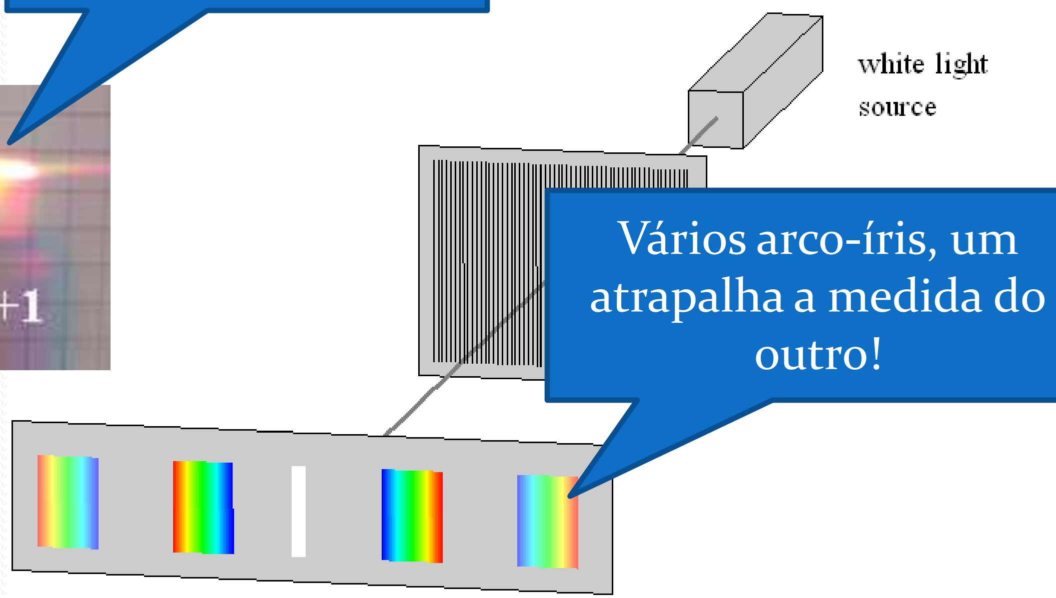
Interferência quer dizer que as duas ondas (luz) vão se somar ou se destruir, dependendo da diferença de fase.

Grade de Difração

- Numa grade de difração, temos muitas fendas por milímetros... É mais complicado, mas é o mesmo princípio de funcionamento.

Tem uma parte da luz que passa direto (aquele máximo para $\lambda \to 0$)

E os "arco-íris" para os dois lados



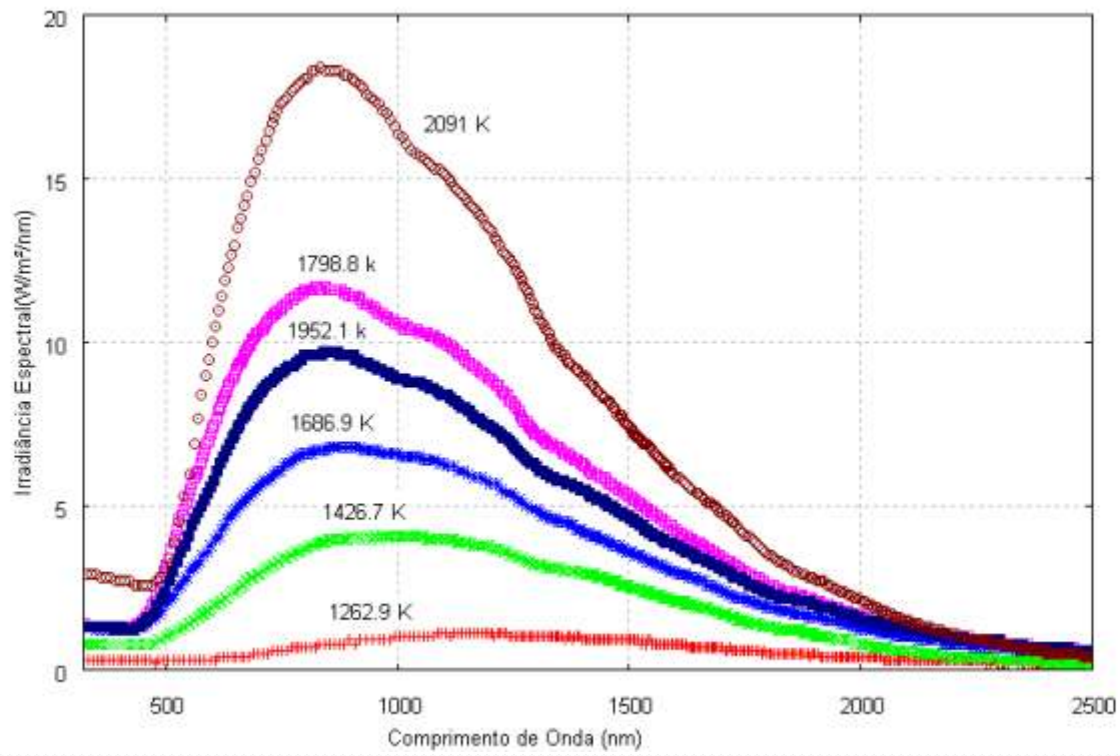
Vários arco-íris, um atrapalha a medida do outro!

No visível pareciam separados, mas no infravermelho estavam sobrepostos!!

Erro sistemático

- Como os espectros estavam sobrepostos, não tinha outro jeito de fazer a medida, a não ser medir a soma dos dois!
- Em física 4 vocês vão aprender que o máximo de cada ordem cai com $1/m^2$. Ou seja, o 2º máximo vale 25% do primeiro

Isso significa que cometemos um erro sistemático de 25% na área total do gráfico!!



Exemplo 2: O método experimental

- Qual a dependência dos coeficientes da convecção com os pontos que eu escolho para fazer o ajuste?

$$P_{conv} = C\,\Delta T^{\alpha}$$

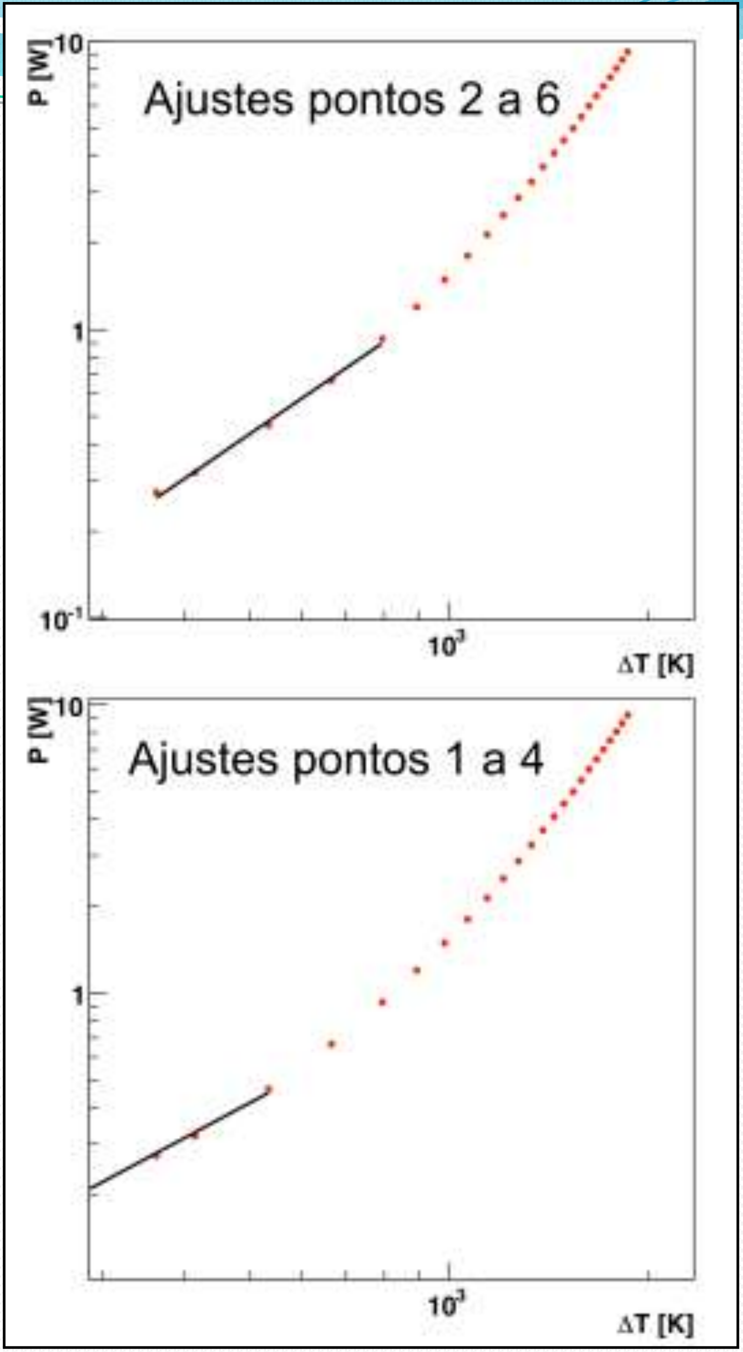
- C e α mudam muito? É significativo? Como isso afeta a incerteza na potência de irradiação?

Fonte: A. Suaide, notas de aula, 2009

Incerteza em α

- $\alpha_{1-4} = 1{,}23 + 0{,}02$
- $\alpha_{2-4} = 1{,}39 + 0{,}05$
- $\alpha_{1-5} = 1{,}35 + 0{,}02$
- $\alpha_{2-5} = 1{,}30 + 0{,}02$
- $\alpha_{1-3} = 1{,}16 + 0{,}03$
- $\alpha_{1-6} = 1{,}40 + 0{,}01$
- $\alpha_{2-6} = 1{,}57 + 0{,}02$

- Desvio padrão dos valores acima = 0,13
  - 5 vezes maior que a incerteza de um dos ajustes



Fonte: A. Suaide, notas de aula, 2009

Conclusões

- Não existem apenas incertezas estatísticas (fáceis de lidar), existem também as sistemáticas.
- As conclusões de um resultado experimental (ou teórico) dependem fortemente de quanto a gente confia neles.
  - Incertezas são tão importante quanto as medidas efetuadas
- Exercitem avaliações de incertezas, tanto estatísticas quando sistemáticas

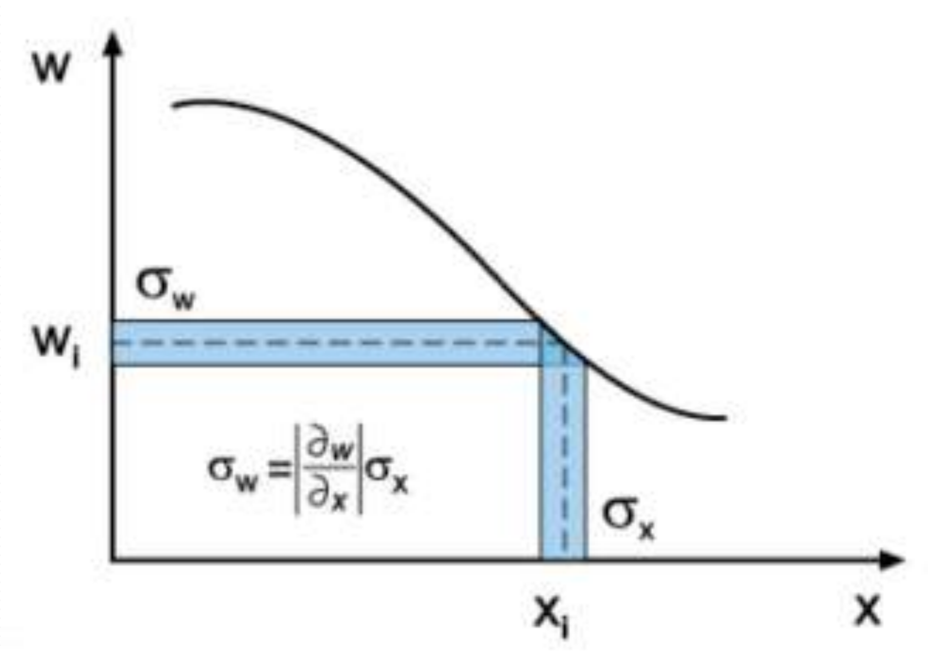
Estatística - Parte 2
Propagação de Incertezas por Monte-Carlo para variáveis independentes

Propagação de Incertezas

- O que a fórmula geral de propagação de incertezas significa?

$$F(a,b,\ldots) \Rightarrow \sigma_F{}^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial a}\sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b}\sigma_b\right)^2 + \cdots$$

- Significa quanto a variação de uma grandeza causa de variação em outra grandeza



Propagação de Incertezas

- Se quero saber o quanto as incertezas de medidas afetam outras grandezas precisamos propagar as incertezas
- Em situações simples a avaliação é fácil

$$P = V \cdot i$$

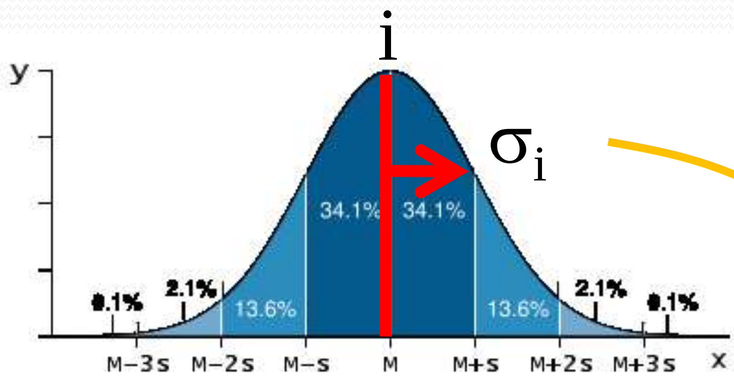
- Mas como fazer em situações mais complexas?

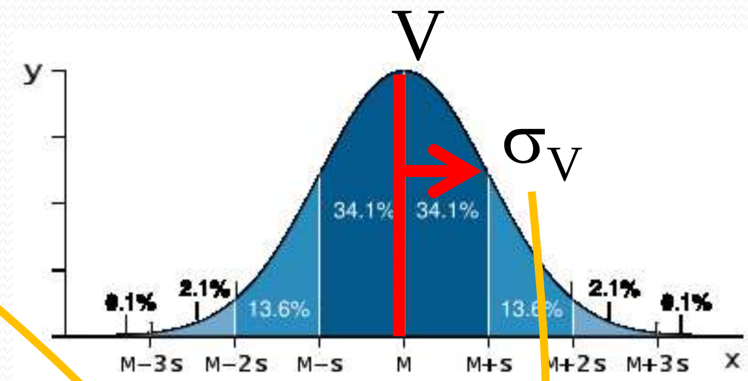
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \qquad \text{fração do visível} = \frac{\int_{400nm}^{700nm} I(\lambda, T)\, d\lambda}{\int_{0}^{\infty} I(\lambda, T)\, d\lambda}$$

- Simulações de Monte Carlo

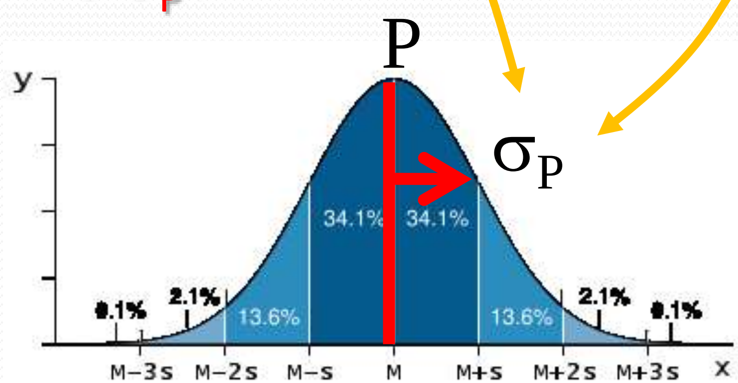
Caso Simples: P = V * i

- Medimos uma corrente e uma tensão, qual a potência?





- O que acontece é que não temos certeza dos valores reais de i ou de V, portanto também não podemos ter certeza do valor de P, mas quem é σ_P?



Caso Simples: P = V * i

Método de Monte Carlo

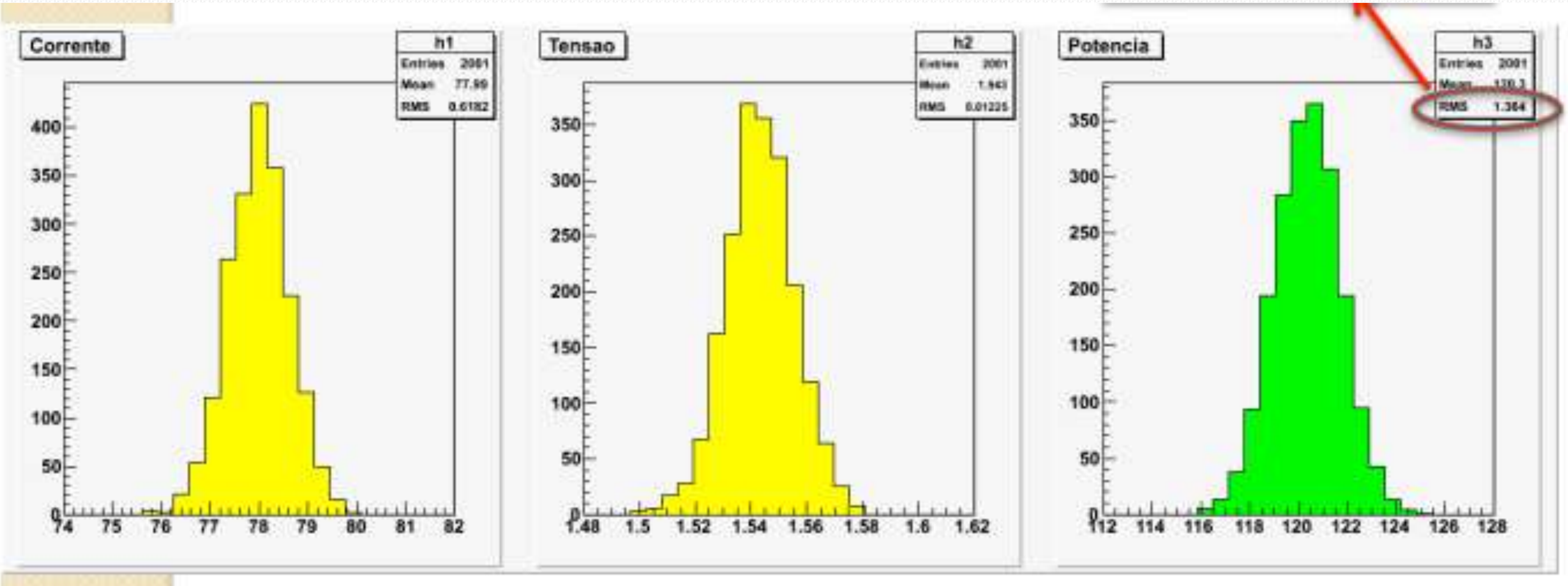
- Sorteia-se um valor para a corrente usando uma distribuição gaussiana com média **i** e variância $\boldsymbol{\sigma_i^2}$
- E para a tensão com média **V** e variância $\boldsymbol{\sigma_V^2}$
- Para cada par de valores sorteados, calculamos a potência correspondente
- Repetimos o procedimento várias vezes
- A incerteza na potência será o desvio padrão de todos os valores calculados

Nota: Como sorteamos os dois valores de maneira independente, não estamos considerando nenhuma covariância entre eles. Dá pra fazer Monte Carlo com covariância, mas é mais complicado...

Exemplo Concreto

- i=78±0.6mA
- V=1.543 ±0.012mV
- P=V*i=120.3 ± ?? mW

1.4mW



Cálculo no Excel

- Para sortear um número aleatório, com distribuição Gaussiana no Excel, dado

$$X = X_0 + \sigma_X$$

- Usa-se a expressão

NORMINV(RAND(), média, sigma)

- ...ou algo semelhante, depende da versão. Tem uma planilha pronta no site, junto das notas de aula do Suaide.

Vantagens

- O conceito é bastante intuitivo
- Fácil de implementar em planilhas eletrônicas (Excel, OO, etc)
- Não é necessário fazer as derivadas parciais para propagar as incertezas
- Independente da complexidade das contas, que podem tornar o cálculo de derivadas parciais muito complicados