Física Experimental III

Notas de aula: www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Experiência 3, Aula 2
Lei de Faraday

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 6647
Ed. Basílio Jafet, sala 229

Faraday

1791-1867

Lei de Faraday

- **A força eletromotriz induzida em uma espira condutora é igual ao negativo da taxa de variação no tempo do fluxo de campo magnético.**

Força Eletromotriz

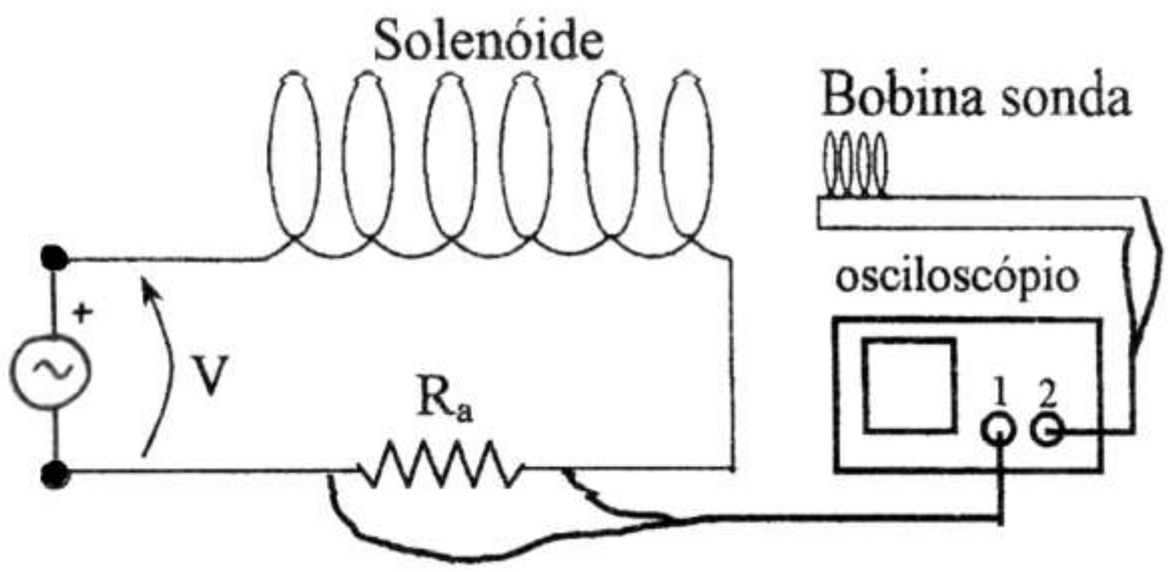
$$\varepsilon = -\left(\frac{dN\Phi_B}{dt}\right)$$

Devido a variação do fluxo

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} da$$

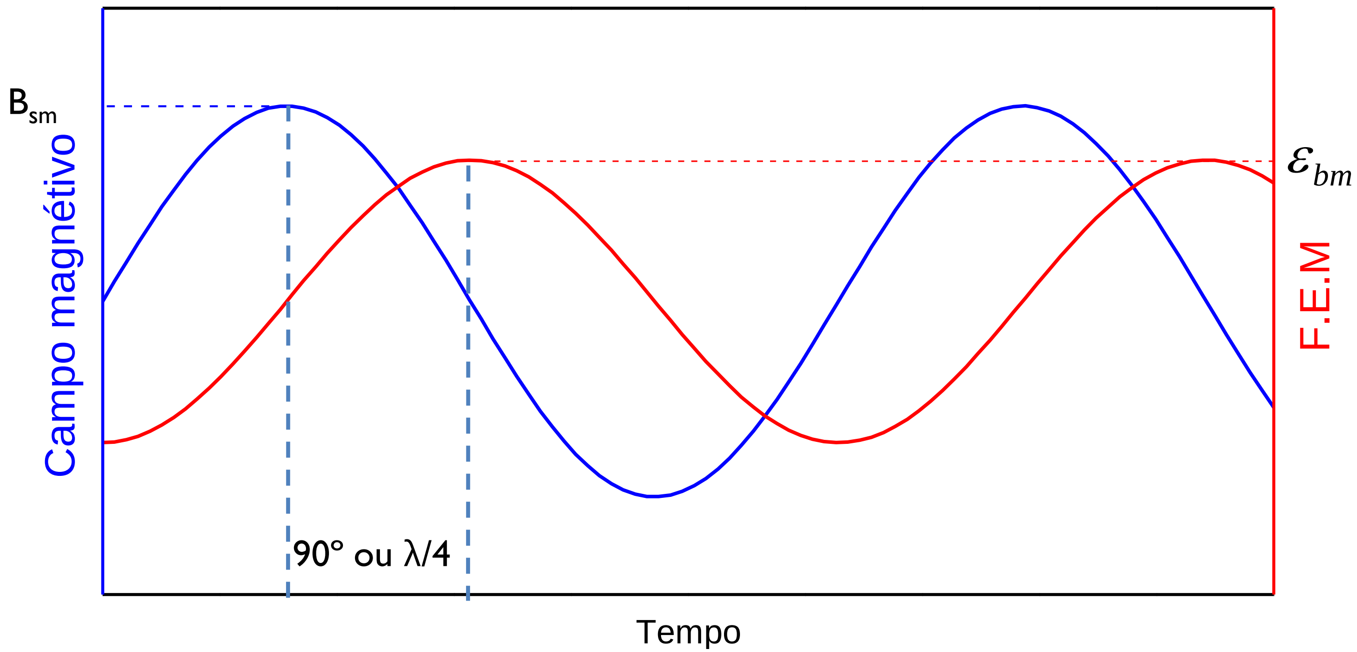
A FEM e o Campo Magnético

- Corrente $i_S(t) = i_{Sm} sen(\omega t)$
- Campo $B_S(t) = \mu_0 n_S i(t)$
- Fluxo $N_b \phi_b = (n_b l_b)(A_b B_S(t))$
- F.E.M. $\varepsilon_b(t) = -n_b l A_b \mu_0 n_s \frac{d}{dt} i_s(t) = -n_b l A_b \mu_0 n_s \omega i_{Sm} \cos(\omega t)$



A FEM e o Campo Magnético

- Corrente $i_S(t) = i_{Sm}\boxed{sen(\omega t)}$ fora de fase
- Campo $B_S(t) = \mu_0 n_S i(t)$
- Fluxo $N_b\phi_b = (n_b l_b)(A_b B_S(t))$
- F.E.M. $\varepsilon_b(t) = -n_b l A_b \mu_0 n_s \dfrac{d}{dt} i_s(t) = \boxed{-}\boxed{n_b l A_b \mu_0 n_s \omega i_{Sm}}\boxed{\cos(\omega t)}$
  $= -\boxed{\varepsilon_0}\cos(\omega t)$



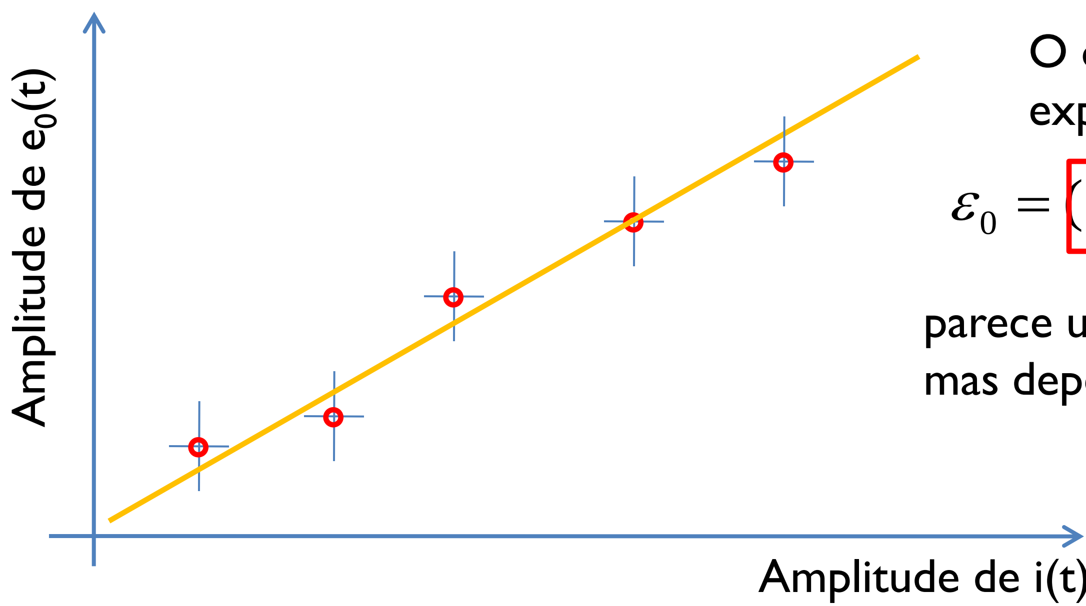
A FEM e o Campo Magnético

- Corrente $\quad i_S(t) = i_{Sm}\boxed{sen(\omega t)}$

fora de fase

- Campo $\quad B_S(t) = \mu_0 n_S i(t)$
- Fluxo $\quad N_b\phi_b = (n_b l_b)(A_b B_S(t))$
- F.E.M. $\quad \varepsilon_b(t) = -n_b l A_b \mu_0 n_s \dfrac{d}{dt} i_s(t) = \boxed{-}\boxed{n_b l A_b \mu_0 n_s \omega i_{Sm}}\boxed{\cos(\omega t)}$

$$= -\boxed{\varepsilon_0}\cos(\omega t)$$



O que lembra esta expressão?

$$\varepsilon_0 = \boxed{(n_b l A_b \mu_0 n_s \omega)} i_{Sm}$$

parece uma resistência...
mas depende da freqüência

É uma impedância que vem da indutância das bobinas!

A FEM e o Campo Magnético

Quer dizer que duas bobinas interagem e o resultado parece uma resistência ?

Última aula:

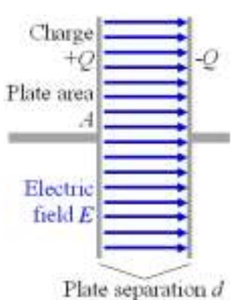
- Mediram o campo da **bobina de Helmholtz**: no **eixo z** e **radial**
- Mediram o campo de borda do solenóide

Nesta aula:

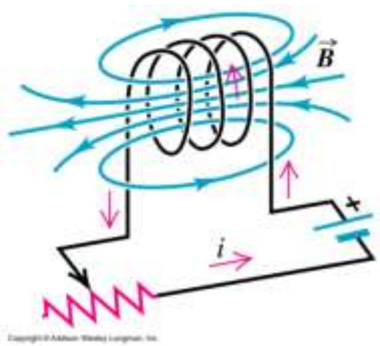
- Estudar a auto-indutância e a indutância mútua e começar a entender o que é uma impedância

Indutor e Indutância

- Um capacitor produz um campo elétrico
- Podemos armazenar energia no capacitor
- Um circuito com uma resistência e um capacitor demora a entrar em equilíbrio
- Um capacitor tem uma capacitância



- Um indutor produz um campo magnético
- Podemos armazenar energia no indutor
- Um circuito com uma resistência e um indutor também demora
- Um indutor tem uma indutância



Mas o que é indutância?

Colocando cargas iguais e opostas ±q nas placas de um capacitor aparece uma diferença de potencial V.
A capacitância é então definida por:

$$C = \frac{q}{V}$$

Colocando uma corrente i nas espiras de um indutor, aparece um fluxo magnético ϕ em cada espira.
A indutância é então definida por:

$$L = \frac{N\phi}{i}$$

A unidade é o henry (H):

$$1H = 1T \cdot m^2 / A$$

Qual a indutância do solenóide?

- No solenóide infinito, o campo é constante em seu interior, então:

$$N\phi = (nl)(BA)$$

- O campo magnético é dado por:

$$B = \mu_0 n i$$

- Então a indutância será

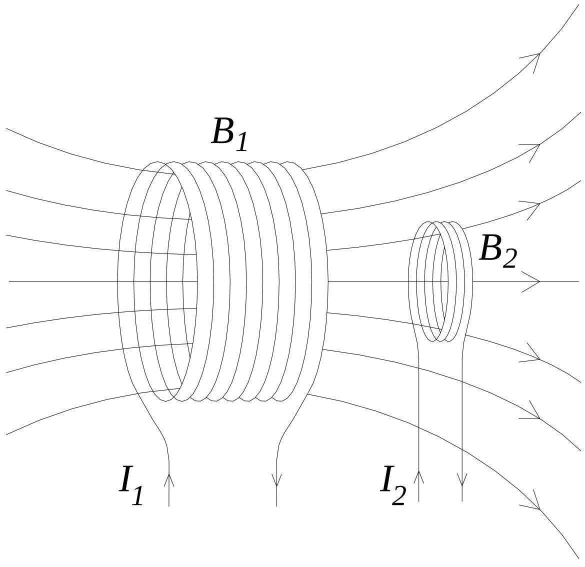
$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{(nl)(BA)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 n i)(A)}{i}$$

$$L / l = \mu_0 n^2 A$$

Indutância Mútua

- Vamos supor agora que temos duas bobinas de área conhecida, $\mathbf{b_1}$ e $\mathbf{b_2}$, coaxiais, e que uma delas, $\mathbf{b_1}$, seja percorrida por uma corrente elétrica variável no tempo, $\mathbf{i_1}$.

- O campo magnético dependente do tempo criado pela bobina $\mathbf{b_1}$ percorrida pela corrente, variável no tempo, $\mathbf{i_1}$, gera um fluxo magnético ϕ_{21}, variável no tempo, através da segunda bobina $\mathbf{b_2}$:



$$\Phi_{21} = N_2 B_1 A_2$$

Indutância Mútua

- Como a forma e a posição relativa das duas bobinas não se alteram, o fluxo de campo magnético gerado pela bobina $\mathbf{b_1}$, que atravessa a bobina $\mathbf{b_2}$, ϕ_{21}, é diretamente proporcional à corrente variável $\mathbf{i_1}$ que percorre a bobina $\mathbf{b_1}$

$$\Phi_{21} = const. \times i_1$$

- Portanto, ϕ_{21} será um fluxo variável no tempo, o que causa o aparecimento de uma **f.e.i.**, ε_{21}, na bobina $\mathbf{b_2}$

$$\varepsilon_{21} \propto -\left(\frac{d\Phi_{21}}{dt}\right) = -const. \times \left(\frac{di_1}{dt}\right)$$

Indutância Mútua

$$\varepsilon_{21} \propto -\left(\frac{d\Phi_{21}}{dt}\right) = -const. \times \left(\frac{di_1}{dt}\right)$$

- essa constante é chamada de coeficiente de indutância mútua $\mathbf{M_{21}}$.

- Seu valor é determinado pela geometria de cada bobina e de sua posição relativa. A unidade, no sistema **MKS**, é o **Henry**, a mesma da indutância.

$$\varepsilon_{21} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Indutância Mútua

- Mantendo a mesma geometria das bobinas $\mathbf{b_1}$ e $\mathbf{b_2}$ e sua posição relativa, como seria a força eletromotriz induzida na bobina $\mathbf{b_1}$ se uma corrente, variável no tempo, $\mathbf{i_2}$, percorresse a bobina $\mathbf{b_2}$?

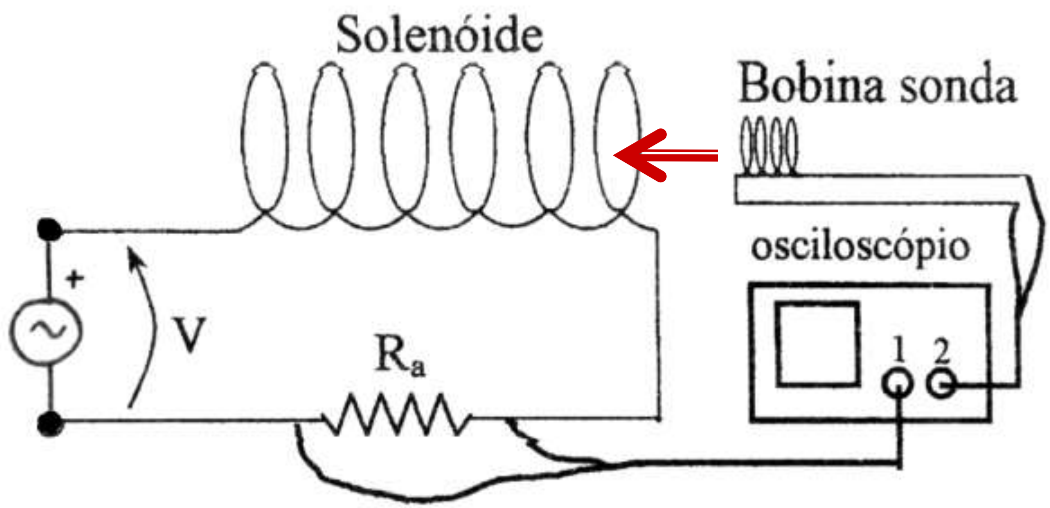
$$\Rightarrow \quad \varepsilon_{12} = -M_{12}\left(\frac{di_2}{dt}\right)$$

- Pode-se provar que qualquer que seja a simetria do arranjo de espiras que compõe as bobinas $\mathbf{b_1}$ e $\mathbf{b_2}$:

$$M_{12} = M_{21} = M$$

Indutância Mútua

- O objetivo desta parte da experiência é medir a indutância mútua entre um solenóide e uma bobina, coaxiais, com a bobina colocada dentro do solenóide, no centro.
  - Tanto o solenóide quanto a bobina têm geometria e número de espiras, ou área, conhecidos.



Indutância Mútua: entre solenóide e bobina em carretel

- Mesma montagem da calibração da sonda em carretel
- Corrente no solenóide: $i_S = i_{Sm} \cos(\omega t)$
- Campo do solenóide no centro: $B_S = \mu_0 N_S i_S \dfrac{1}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}}$
  - D_S = diâmetro do solenóide
  - L_S = comp. do solenóide

Indutância Mútua: entre solenóide e bobina em carretel

- O fluxo de campo magnético (do solenóide) que atravessa a bobina é, dada a geometria, ϕ_{bS}:

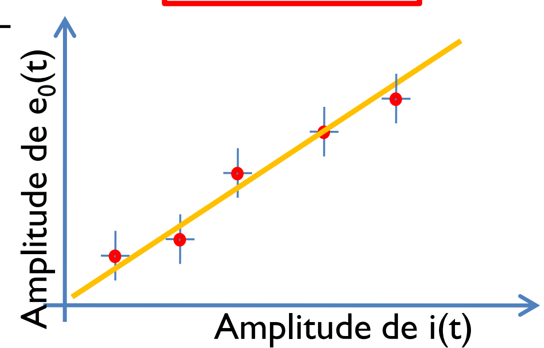
$$\Phi_{bS} = A_b N_b B_S$$

- A f.e.i. na bobina:

$$\varepsilon_{bS} = -\frac{d\Phi_{bS}}{dt} = -M_{bS}\frac{di_S}{dt}$$

$$\varepsilon_{bS} = -\boxed{A_b N_b \left(\mu_0 N_S\right) \frac{1}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}}} \frac{di_S}{dt}$$

$$\varepsilon_0 = \boxed{(n_b l A_b \mu_0 n_s} \omega) i_{Sm}$$



Indutância Mútua: entre solenóide e bobina em carretel

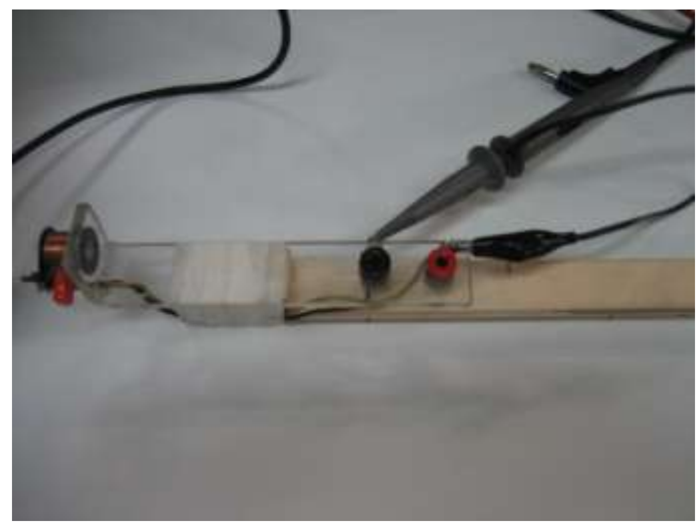
- O coeficiente de indutância mútua $\mathbf{M_{bS}}$, neste caso particular, é:

$$M_{bS} = A_b N_b \left(\mu_0 N_S\right) \frac{1}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}}$$

- E a amplitude da FEM induzida fica:

$$\varepsilon_{Sm} = \omega M_{bS} i_{Sm}$$

Usando o mesmo equipamento



O que fazer hoje: parte 1

- Mesma montagem da calibração da sonda em carretel
  - Usar $R_{auxiliar}$ de 1 a 10 ohms
  - Freqüência: ~3000Hz

- Medir a f.e.i. induzida na bobina em função da corrente no solenóide
- Fazer o gráfico da f.e.i. em função da corrente no solenóide
- Comparar com a previsão teórica e com os resultados dos colegas.

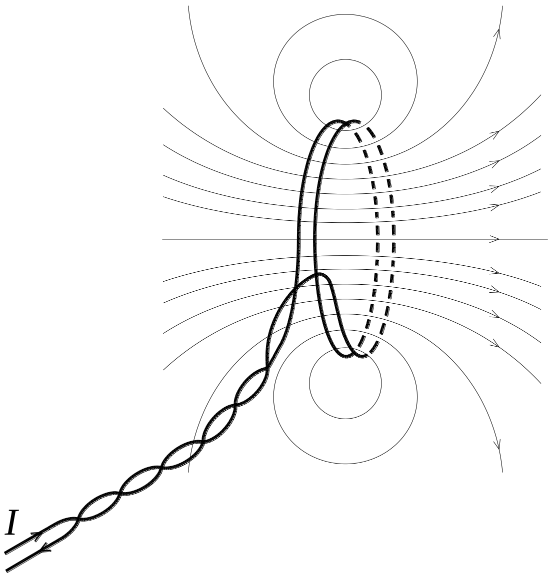
Auto-indutância

- sempre que uma diferença de potencial de alguma fonte externa é aplicada entre os terminais de uma bobina, a corrente resultante produz um campo magnético.
- se uma bobina em circuito fechado for imersa num campo magnético variável no tempo, vai aparecer nesse circuito uma força eletromotriz induzida, **f.e.i.**.

- **O que ocorre se foi a própria bobina a responsável pela criação do campo magnético variável no tempo?**

Auto-indutância

O campo gerado pela bobina é responsável por um fluxo magnético variável no tempo, através da própria bobina, e, de acordo com a lei de Faraday, pelo aparecimento de uma f.e.i.



a força eletromotriz líquida que atua na bobina é a soma da força eletromotriz que produziu a corrente e da força eletromotriz auto-induzida.

Auto-indutância

- Em outras palavras, sempre que a corrente numa bobina é dependente do tempo, a bobina vai reagir a essa corrente, modificando-a.

- Pela lei de Lenz deduzimos que a força eletromotriz auto-induzida age sempre numa direção tal que se opõe à variação da corrente na bobina, ou seja, ela tenta manter a corrente constante.
- Num certo sentido, a indutância é o equivalente elétrico da inércia, ou resistência à mudança.
- A força eletromotriz auto-induzida tem a forma dada pela lei de Faraday

$$\varepsilon = -\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)$$

Auto-indutância

- Vamos calcular a auto-indutância do solenóide finito:
  - Campo longe da borda é constante e paralelo ao eixo
  - Vetor área das espiras do solenóide também é paralelo ao eixo
- o fluxo de campo magnético, ϕ_B, através do solenóide, neste caso, só vai depender da corrente (variável) do solenóide:
  - porque o campo magnético é diretamente proporcional à corrente e nenhum dos outro parâmetros dos quais esse campo depende, varia.

Auto-indutância do solenóide

Para qualquer solenóide o fluxo é diretamente proporcional à corrente:

$$N\Phi_B = Li$$

E a lei de Faraday nos diz que:

$$\varepsilon = -\frac{d(N\phi)}{dt}$$

Portanto:

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

O que definimos, em analogia com os capacitores, como sendo a indutância, é na verdade a auto-indutância!

A Indutância mútua era:

$$\varepsilon_{21} = -M_{21}\frac{di_1}{dt}$$

Auto-indutância: medida

- Varie a corrente no solenóide e meça a f.e.i. nele induzida .
  - Faça o gráfico da f.e.i. pela corrente e obtenha o valor de L do solenóide.
  - Compare com o valor previsto teoricamente e com os valores dos colegas.

$$\varepsilon_{Sm} = L\omega i_{Sm}$$

Auto-indutância: dica

- Característica do osciloscópio: os terras das pontas de prova estão ligados no mesmo ponto dentro do aparelho.
- Portanto todos os elementos de circuito que estiverem entre os dois terras estarão curto-circuitados.
- Você pode ligar somente um deles para evitar curtos: cada canal estará medindo a tensão entre a ponta de prova e o primeiro terra que ela encontra.
- Se está medindo com a duas pontas no mesmo circuito certifique-se que o ponto de terra está entre as duas. Se precisar altere a ordem dos elementos do circuito para permitir isso.

Auto-indutância: a freqüência

- Quando se mede a tensão sobre o solenóide, ela é proporcional à impedância Z_S, do solenóide.

$$Z_S = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

- Mas queremos medir **L**, portanto, R^2 deve ser desprezível em relação a $\omega^2 L^2$. E isso acontece para freqüências de **3000Hz** ou mais. Portanto trabalhem com **3000Hz**.
- Vamos usar o mesmo gerador de áudio freqüência, com freqüência de **3000 Hz**. Nessa freqüência o efeito da resistência do solenóide é desprezível quando comparado ao da sua indutância.

TAREFAS

- Para hoje:
  - Medir a auto-indutância do solenóide
    - Gráfico de $\varepsilon_{Sm} x i_{Sm}$
  - Medir a indutância mútua entre o solenóide e a bobina sonda
    - Gráfico de $\varepsilon_{bm} x i_{Sm}$.
  - Comparar com o cálculo analítico
  - Comparar com os resultados dos colegas