Exp. 2 – Seletor
Parte 1 – Simulações
Aula 6+7 - 2009

Prof. Henrique Barbosa
Edifício Basílio Jafet - Sala 100
Tel. 3091-6647
hbarbosa@if.usp.br

http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

ESTA AULA

- Apresentação da próxima experiência
  - Seletor de Velocidades
- Revisão
  - Campos Elétricos
- Simulação (atividades p/ próx. duas semanas)
  - Cuba Eletrolítica
  - Computador/Software

PARTE 1

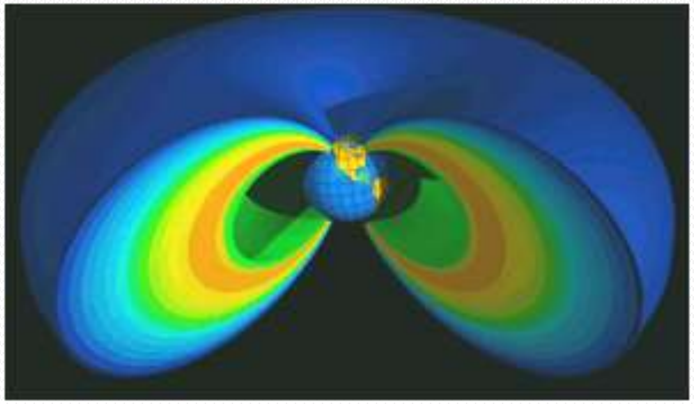
O SELETOR DE VELOCIDADES

2ª Experiência

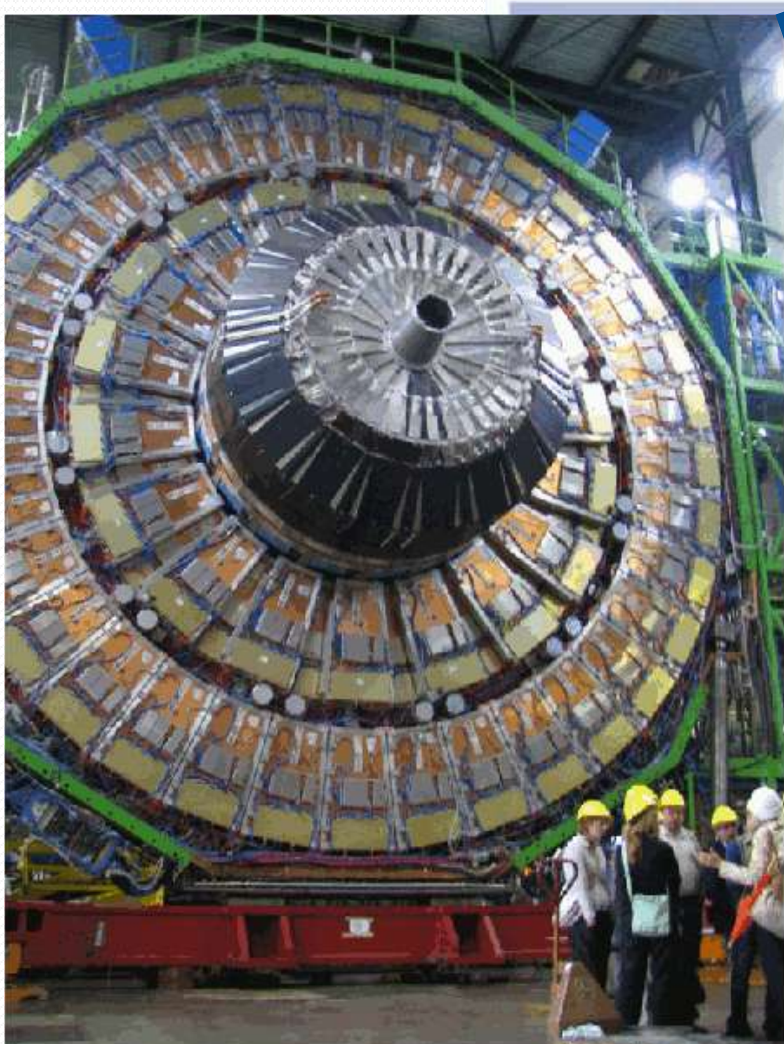
- Nesta experiência iremos estudar campos elétricos e magnéticos através da construção de um **acelerador de partículas**.

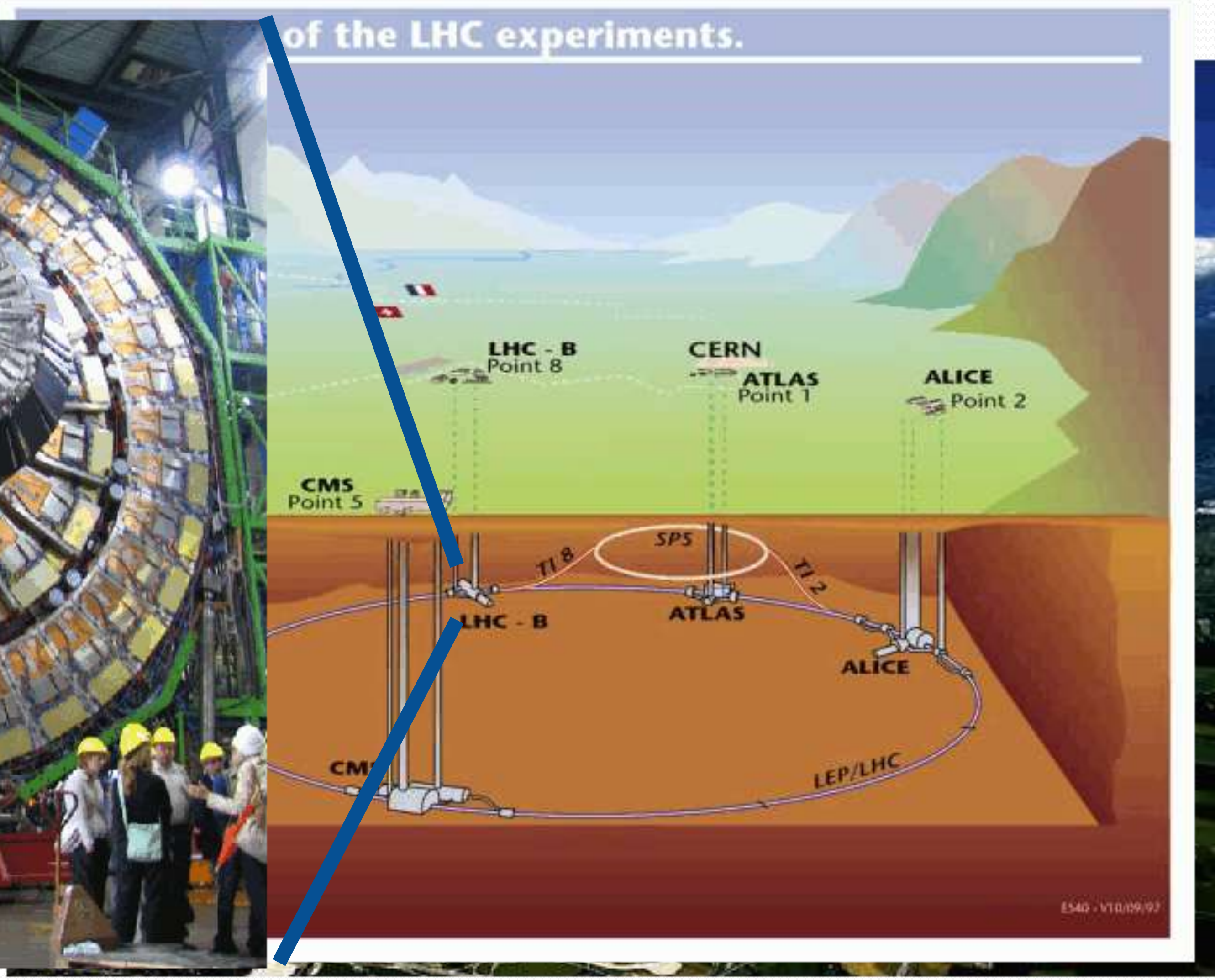
- Mas o que é um acelerador de partículas?

- Antes disso... Como podemos acelerar uma partícula?



Física de Partículas / Nuclear





Seletor de Velocidades

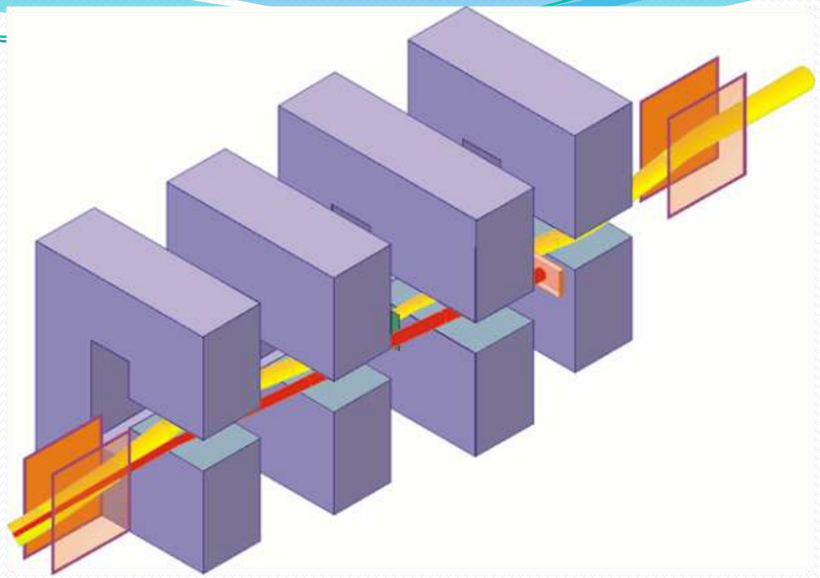
... Um acelerador de partículas "simples"

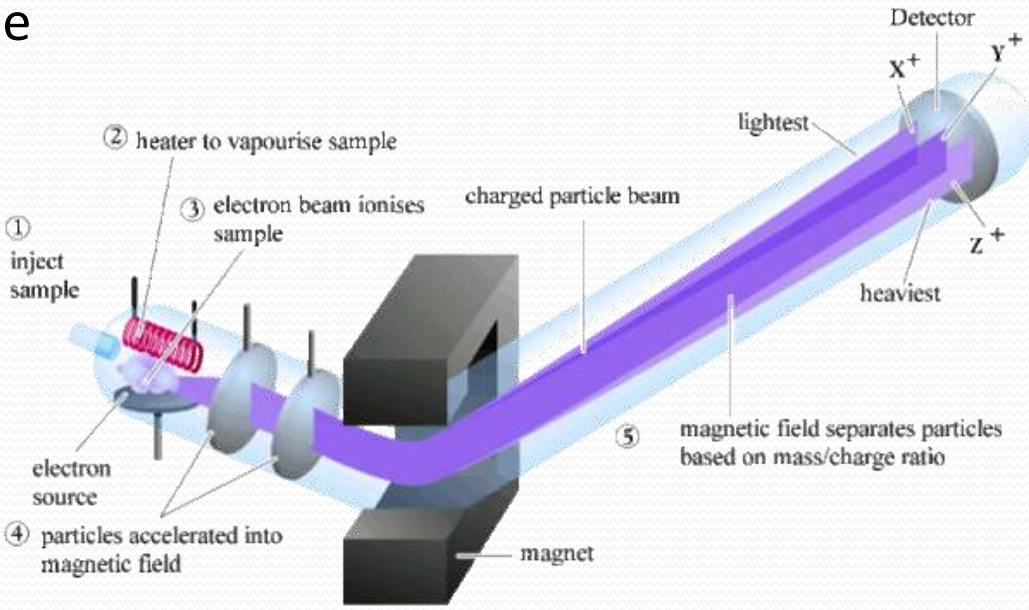
- Um seletor de velocidades é um dispositivo que seleciona as partículas, de um feixe de partículas carregadas, de acordo com sua velocidade.
- Esse dispositivo é também chamado de **filtro de velocidades**, ou **filtro de Wien**:

Todo filtro faz uma seleção dos objetos que o atravessam.

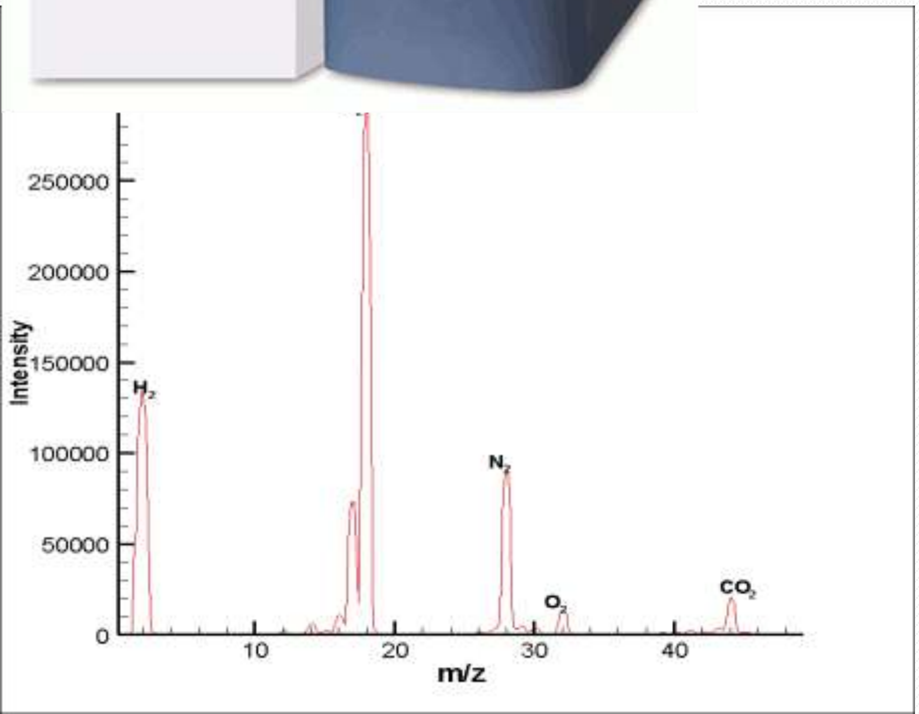
A utilidade

- Um **seletor de velocidades** é um instrumento importante particularmente em física nuclear, tanto de alta como de baixa energia.
- Faz parte dos espectrômetros de massa: determina com grande precisão a composição química pela razão massa-carga dos componentes da amostra.





Espectrômetros de Massa



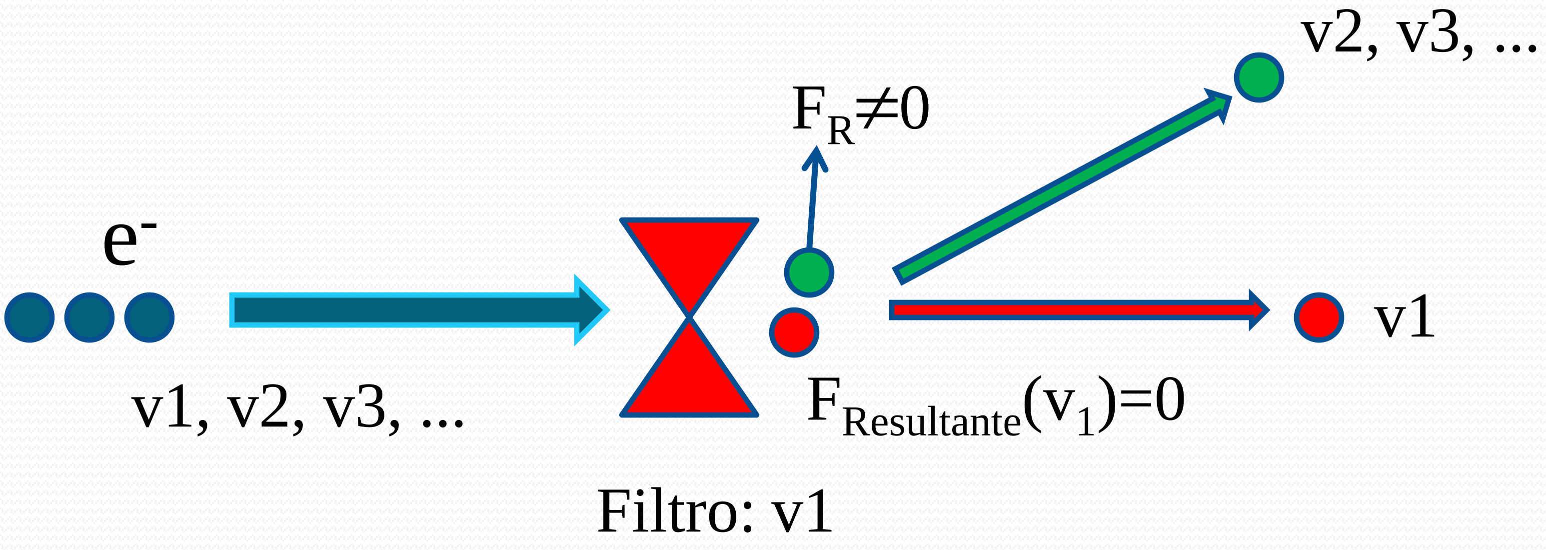
Accelerator mass spectrometer at Lawrence Livermore National Laboratory

Seletor de velocidades: como funciona

- O princípio de funcionamento do seletor de velocidades está baseado no fato de que **partículas carregadas** em movimento sofrem a ação de **forças** quando cruzam uma região onde existe um **campo elétrico** ou um **campo magnético**, ou ambos.
- Se queremos separar partículas com velocidades diferentes:

Precisa-se aplicar uma força dependente da velocidade!
... e que atua em algumas partículas (ie, velocidades) e em outras não...

Seletor de velocidades: funcionamento

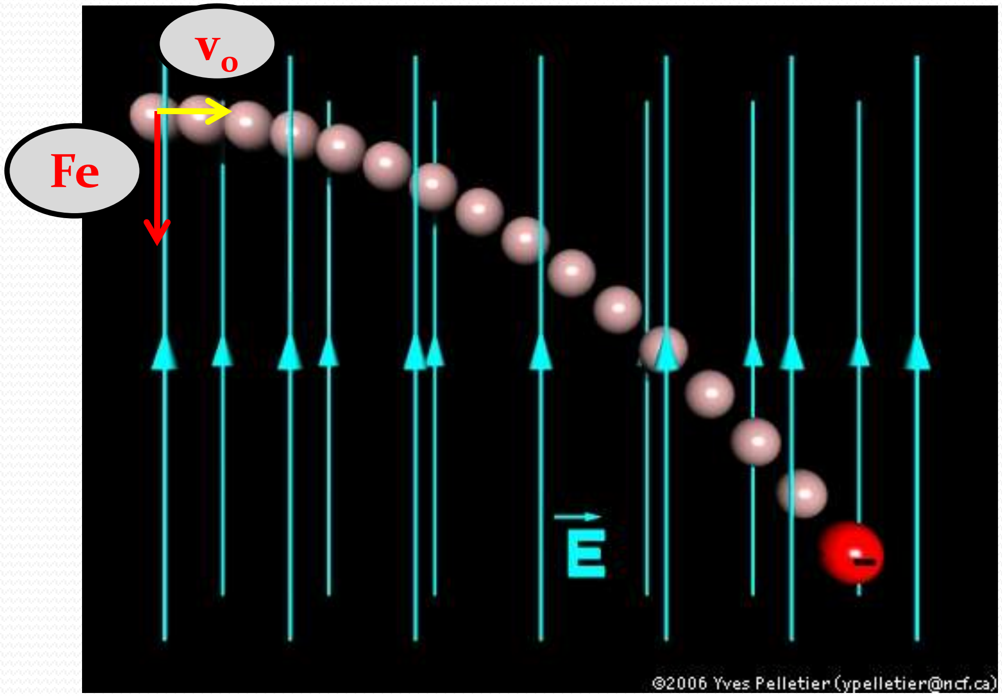


Campo elétrico

- Quando um feixe de partículas carregadas de carga **q**, atravessa uma região onde existe um campo elétrico, **E**, perpendicular à trajetória das partículas, ele vai sofrer uma força $\mathbf{F_e}$ igual a:

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Se a partícula for positiva, o sentido da força é o sentido do campo, se for negativa, o sentido da força é oposto ao sentido do campo.



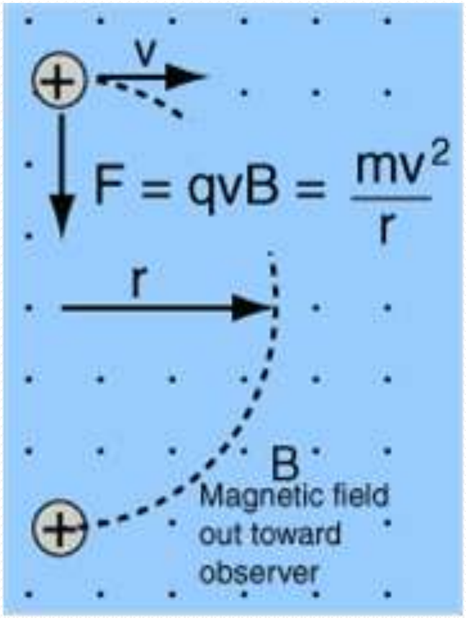
Campo magnético

- O que ocorre com o feixe de partículas (de carga ***q*** e velocidade **v**) que atravessa uma região onde existe um campo magnético constante e perpendicular à sua trajetória?

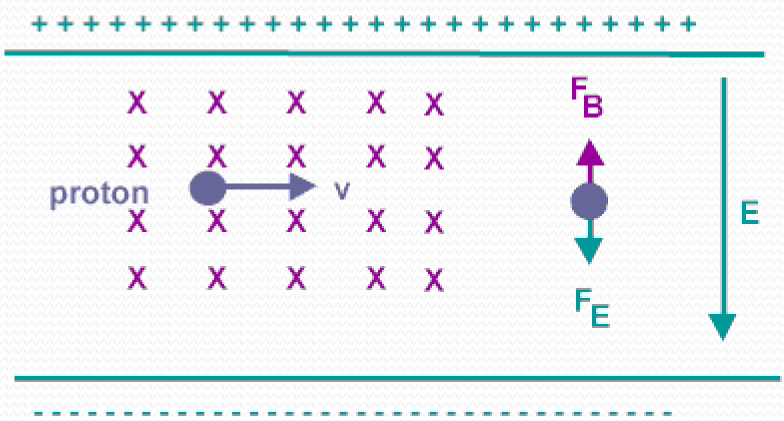
  Vai aparecer uma força magnética, $\mathbf{F_m}$, proporcional à velocidade:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Se B⊥v



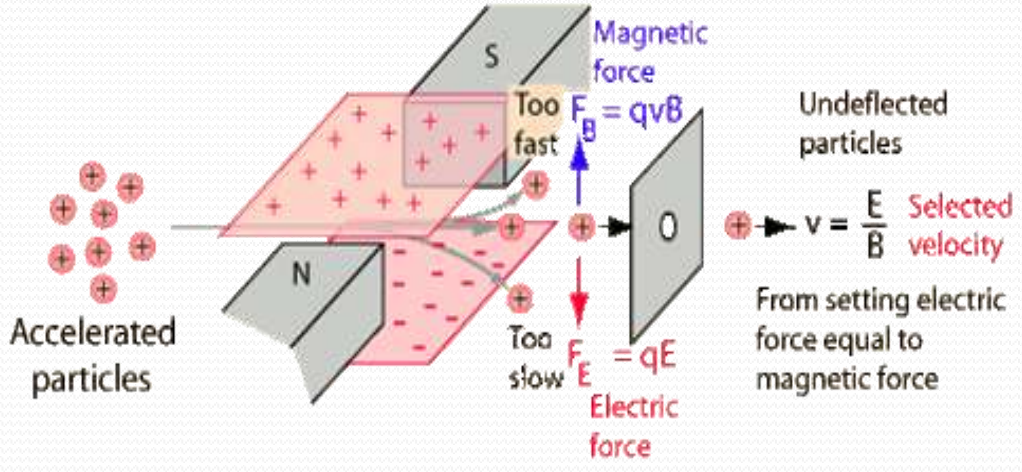
Funcionamento do Seletor



- São dois campos cruzados e perpendiculares à direção do feixe
  - um campo magnético
  - um campo elétrico
- **O segredo**: os campos são orientados de tal forma que $\mathbf{F_E}$ e $\mathbf{F_B}$ são opostas.

Escolhe-se a intensidade dos campos tal que a partícula da velocidade de interesse passe sem ser desviada:

$$\vec{F}_E+\vec{F}_B=0$$



Seletor de velocidades: o feixe

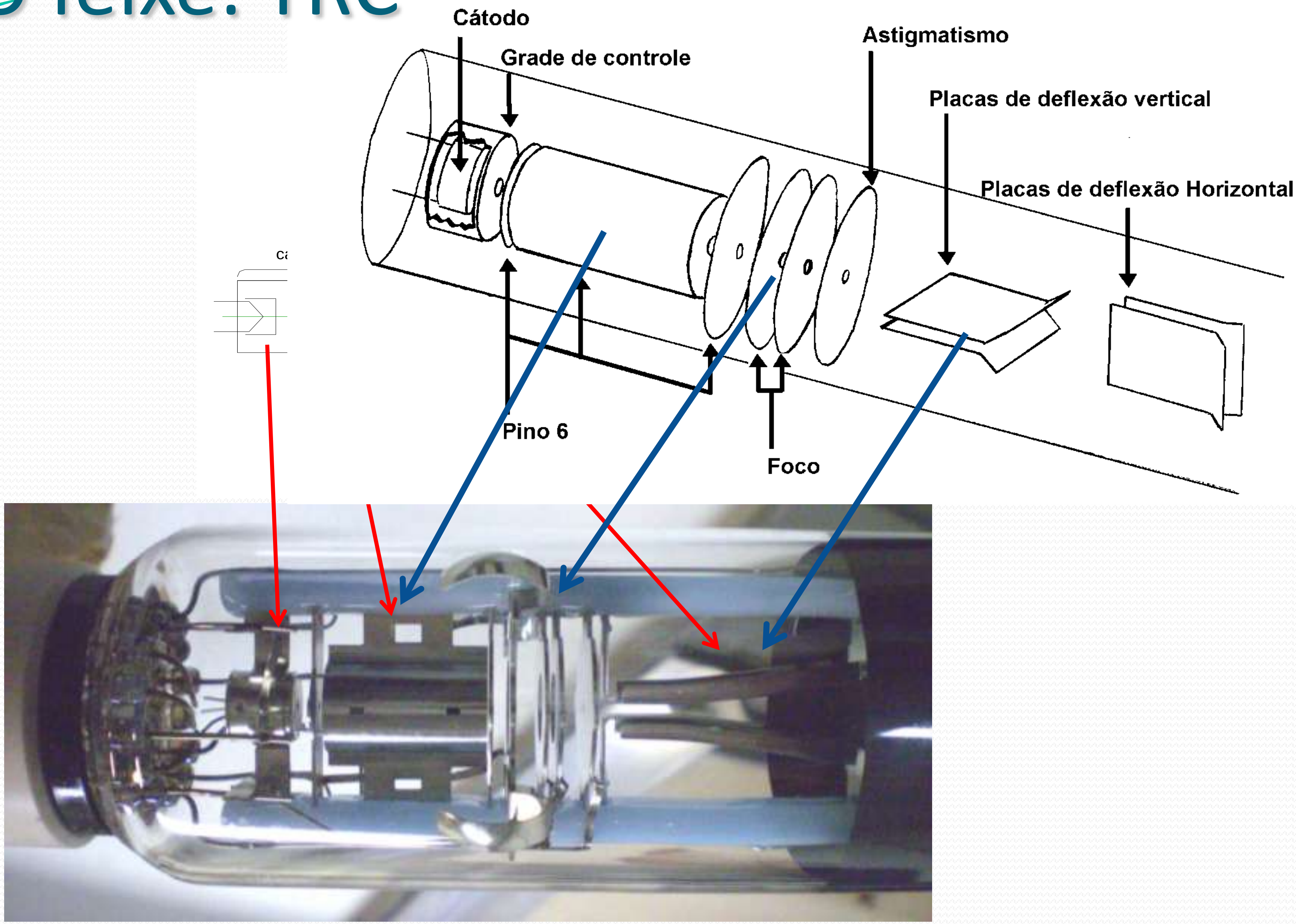
Na experiência que vamos realizar, o feixe é um feixe de elétrons gerado e acelerado dentro de um tubo de raios catódicos.

O tubo de raios catódicos (**TRC**) é o nome que se dá ao dispositivo responsável pela produção da imagem nos aparelhos de TV e monitores antigos.

O tubo de raios catódicos

- **Gerador do feixe**: um filamento que, ao ser aquecido, libera elétrons. O processo que ocorre no filamento é a emissão termiônica.
- **Acelerador do feixe**: dois dispositivos aceleradores, o **anodo 1** e o **anodo 2,** que aceleram os elétrons em direção a uma tela fosforescente, gerando aí um ponto luminoso. O sistema de geração e aceleração do feixe de elétrons recebe o nome de **canhão de elétrons**. Todo esse sistema encontra-se dentro de um tubo de vidro selado, em baixa pressão.
- **Desviadores do feixe**: 2 pares (na verdade só vamos utilizar um) de placas que permitem a instalação de campos elétricos perpendiculares à trajetória do feixe. Essas são as placas defletoras.

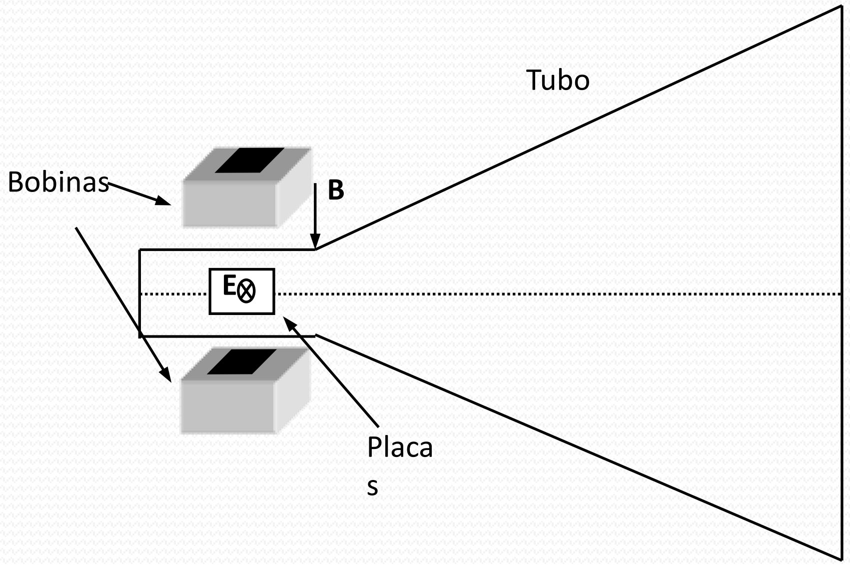
O feixe: TRC

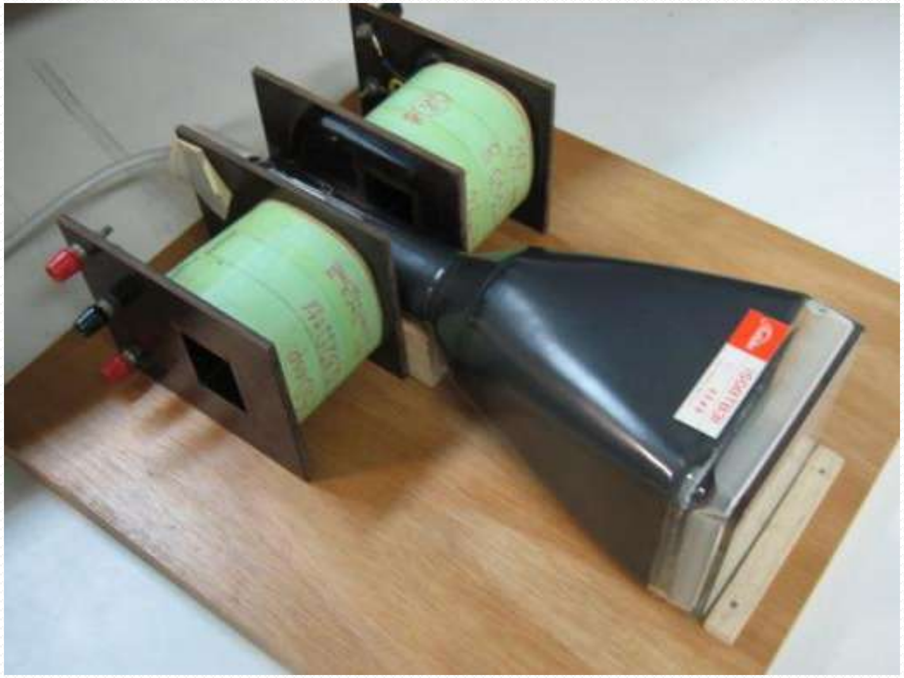


Cátodo
Grade de controle
Astigmatismo
Placas de deflexão vertical
Placas de deflexão Horizontal
Pino 6
Foco

O TRC como filtro de velocidades

- Um par de placas desviadoras cria o campo elétrico perpendicular ao feixe
- Um par de bobinas externas ao tubo cria campo magnético perpendicular ao feixe





Exp. 2 – Seletor de Velocidades

PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
  - Mapear o campo elétrico das placas defletoras
- Semana 2
  - Simular o campo elétrico das placas defletoras

HOJE

- Semana 3
  - Estudar a deflexão do feixe em função da tensão entre as placas e da tensão de aceleração
- Semana 4
  - Mapear e simular o campo magnético das bobinas
- Semana 5
  - Estudar a deflexão do feixe em função da corrente nas bobinas e da tensão de aceleração
- Semana 6
  - Calibrar e obter a resolução do seletor de velocidades

PARTE 2

CAMPOS ELÉTRICOS

Vamos estudar apenas o campo elétrico... Antes precisamos relembrar alguns conceitos.

O potencial elétrico

- Definição de potencial: para um deslocamento qualquer **dr** na posição, a variação **dV** no potencial é dada por:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -Edr\cos\theta$$

θ é o ângulo entre o vetor campo elétrico **E** e o vetor deslocamento **dr** na posição

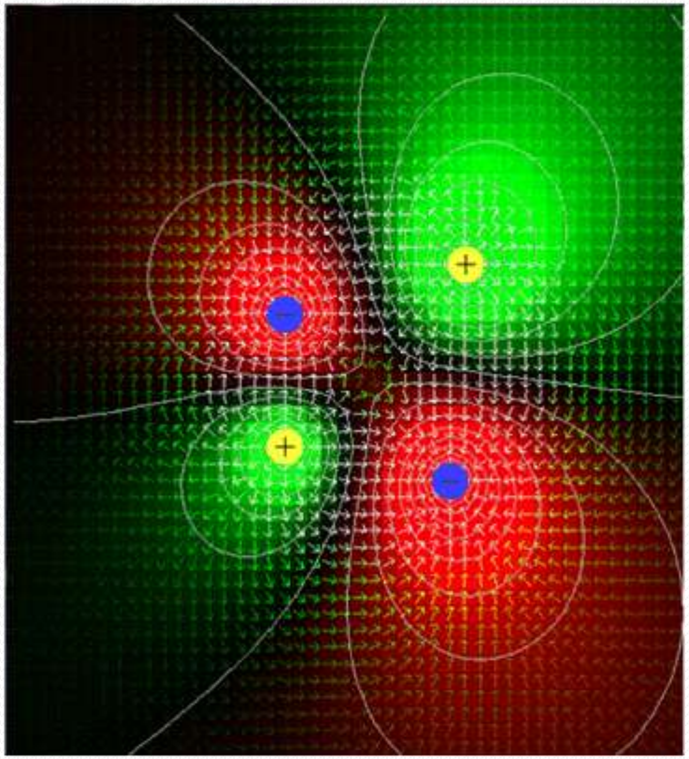
• a máxima variação **dV** no potencial ocorre quando **dr** e **E** são paralelos

• quando **dr** e **E** são perpendiculares entre si, **dV=0**, que significa que **E** é perpendicular às superfícies equipotenciais.

Equipotenciais

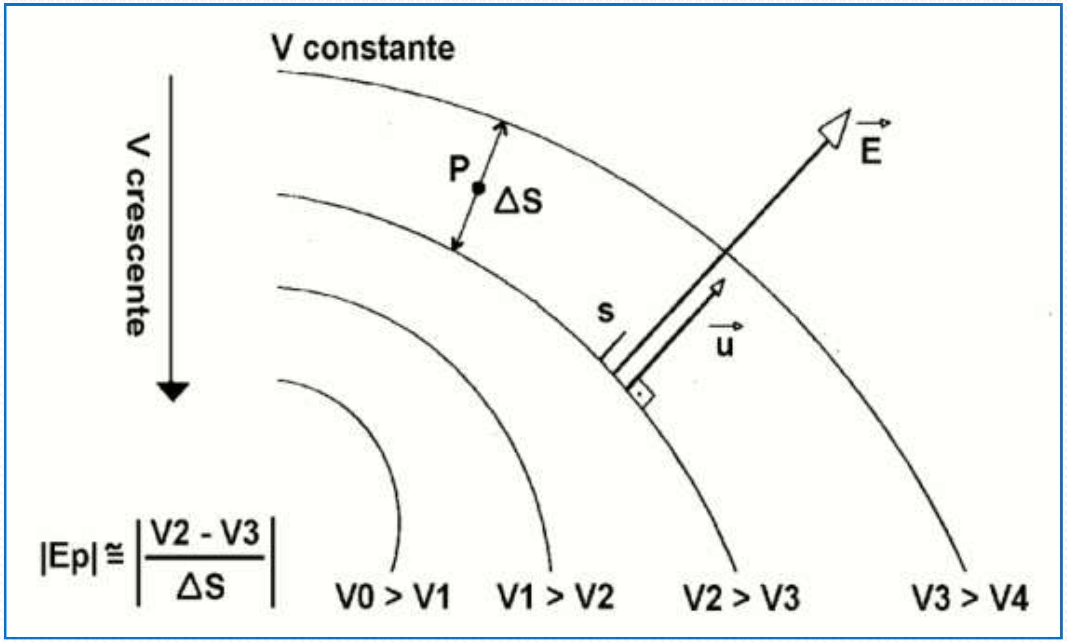
- As superfícies equipotenciais (3D) ou linhas equipotenciais (2D) são aquelas nas quais o potencial **V** é constante.

Ex.: A configuração é a de um quadrupolo elétrico: as linhas são as equipotenciais



O campo elétrico

- **u** é um versor perpendicular à equipotencial e **s** é a coordenada na direção do sentido de **u**:



$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

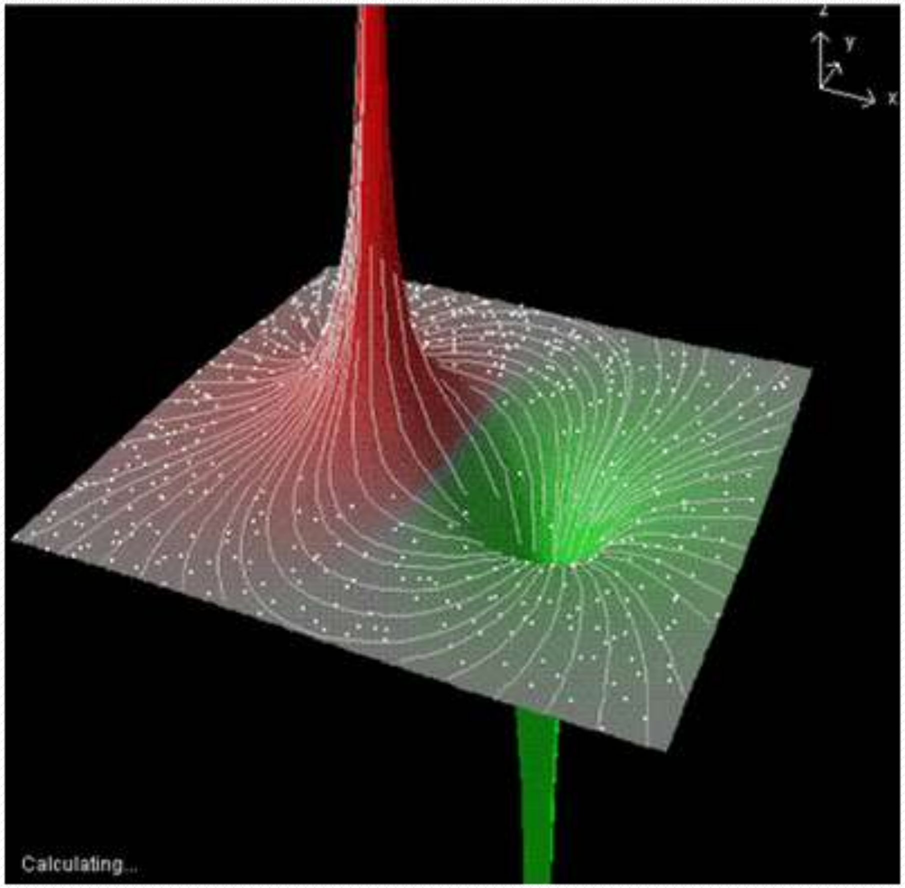
$$\vec{E} = -\left(\frac{dV}{ds}\right)\vec{u}$$

$$E \cong -\left(\frac{\Delta V}{\Delta s}\right)$$

Linhas de campo

- As linhas de campo são perpendiculares às equipotenciais.

- Ex.: A configuração é a de um dipolo elétrico, mostrando as linhas de campo tridimensionais.

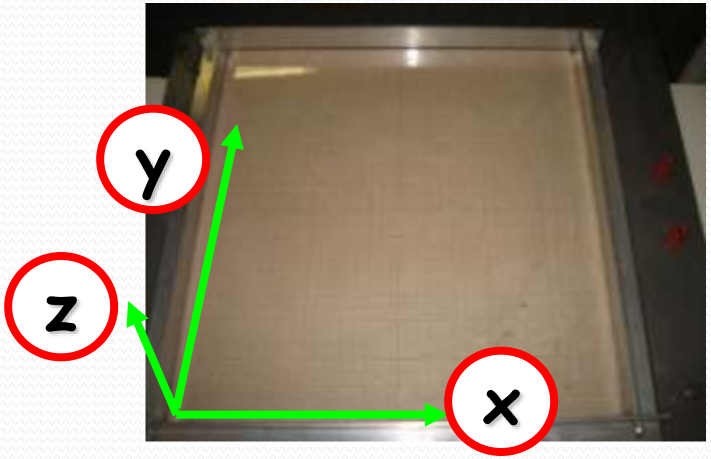


O campo elétrico

- Conhecendo-se a distribuição espacial do potencial pode-se calcular o campo.
  - O potencial nós sabemos medir (voltímetro)!
  - Calculamos o campo com $\vec{E} = -\left(\frac{dV}{ds}\right)\vec{u}$
- Como determinar o potencial?
  - Analiticamente a partir da resolução das equações diferenciais que descrevem a geometria da configuração de cargas
  - Métodos numéricos → simulação computacional
  - Simulação experimental numa cuba eletrolítica bidimensional

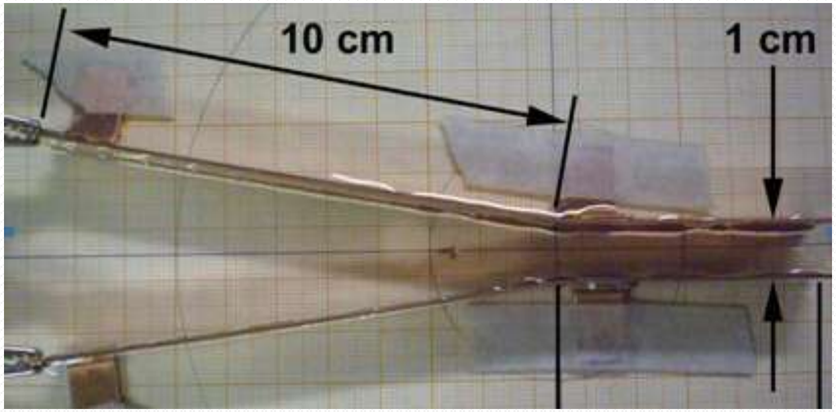
Simulação com cuba eletrolítica

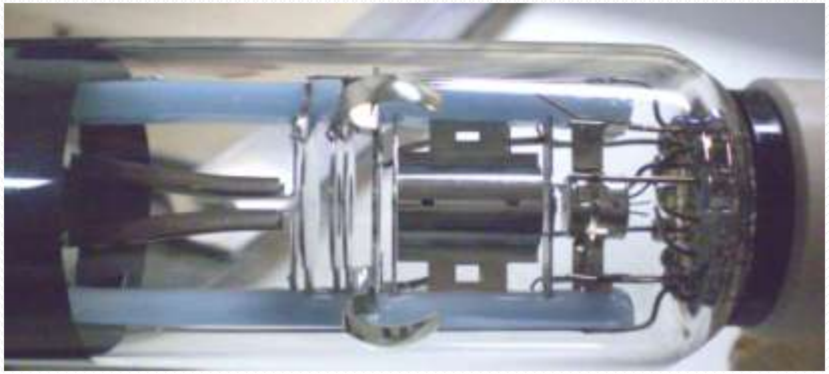
- Uma cuba bidimensional somente simula problemas que tenham simetria em **z**
- Ela deve permitir a medida de diferenças de potencial com voltímetros
- Ela deve satisfazer as condições de contorno do problema (eletrostático):
  - os eletrodos são metálicos e estão com uma diferença de potencial constante... Portanto o campo elétrico deve ser nulo no interior!



Simulação com cuba eletrolítica: a simetria em z

- O que queremos medir:
- As equipotenciais das placas defletoras do **TRC** (capacitor de placas não paralelas)
  - A simetria em **z** existe porque só interessa o campo na região que o feixe atravessa



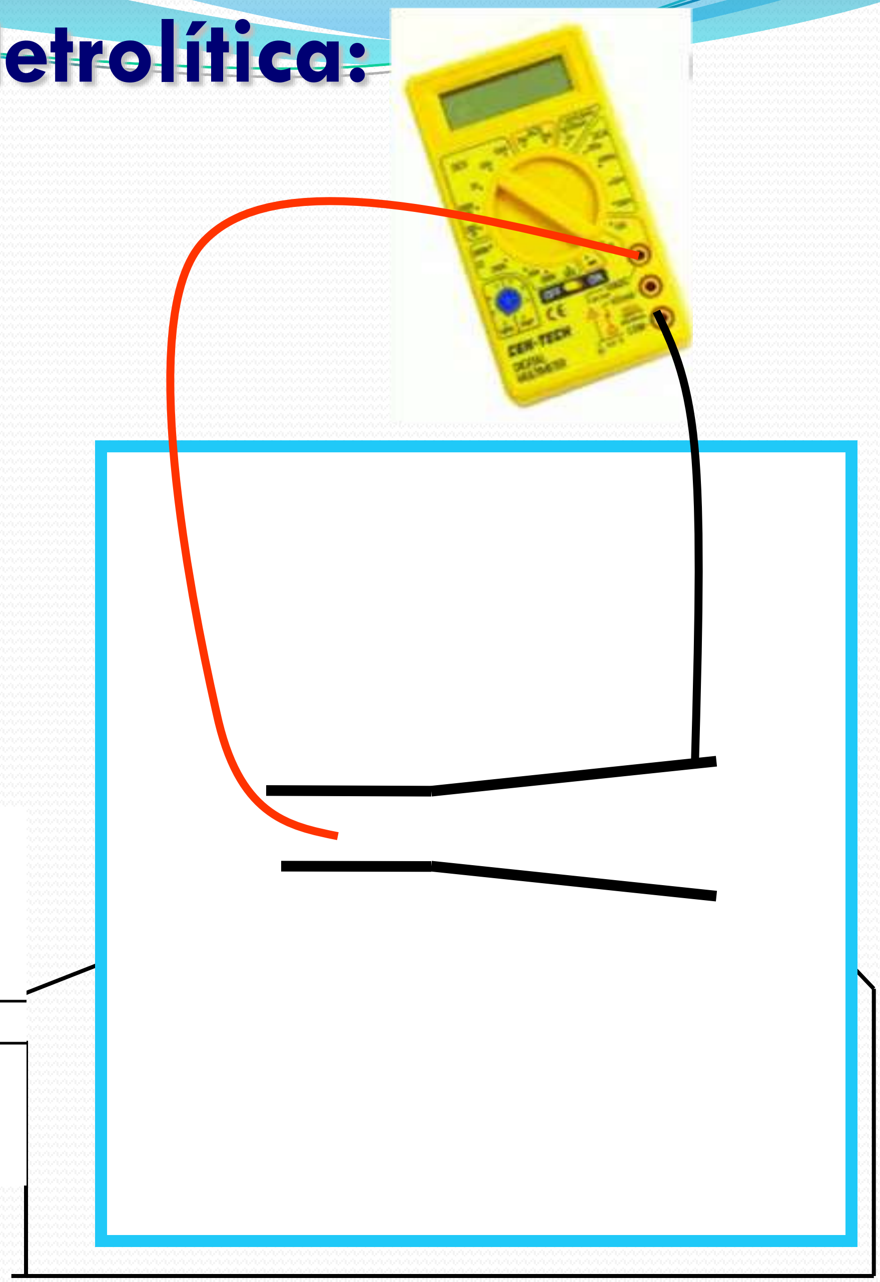


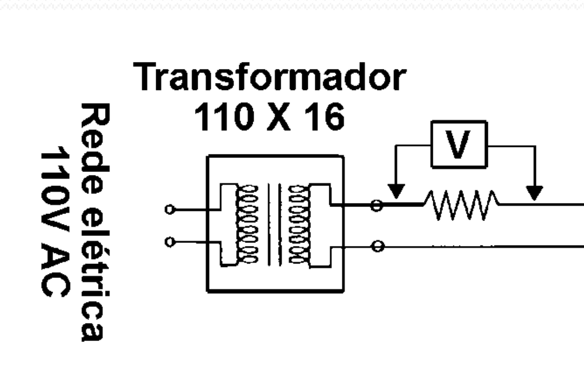
Modelo em escala

Medindo o potencial, calculamos o campo!

Simulação com cuba eletrolítica: medida do potencial

Em princípio, construímos os eletrodos metálicos com a geometria certa, carregamos com uma diferença de potencial e medimos o potencial em vários pontos para determinar as equipotenciais.





Simulação com cuba eletrolítica: medida do potencial

Não é tão simples porque:

- O potencial não pode ser medido no ar
  - A ponta de prova altera completamente o potencial a ser determinado.
  - Seria perdida a simetria em z.
  - Na comparação da resistência interna de um voltímetro com a resistência de uma camada de ar de alguns centímetros, verifica-se que a resistência interna do voltímetro é muitíssimo menor do que seria necessário.

Simulação com cuba eletrolítica: medida do potencial

- **Uma maneira de contornar esses problemas**:
  - Usar um meio material de baixa condutividade, mas cuja resistência elétrica entre os pontos envolvidos na medição seja muito menor que a resistência interna do voltímetro (assim conseguimos medir!)
  - Só que, neste caso, o dispositivo não é mais eletrostático, porque flui corrente elétrica!!
- **Ainda assim podemos simular corretamente o problema eletrostático desde que:**
  - A condutividade σ seja muito menor que a do metal de que são feitos os eletrodos.
  - O meio seja ôhmico.

Simulação com cuba eletrolítica: medida do potencial

É fácil de entender:

- A densidade de corrente que passa através da água e dos eletrodos tem que ser a mesma (continuidade):

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- Se tivermos $\sigma_{eletrodo} >> \sigma_{meio}$ então o campo elétrico no interior do eletrodo é muito menor que o campo no meio (para manter $\mathbf{j}$ constante).... E pode ser desprezado.

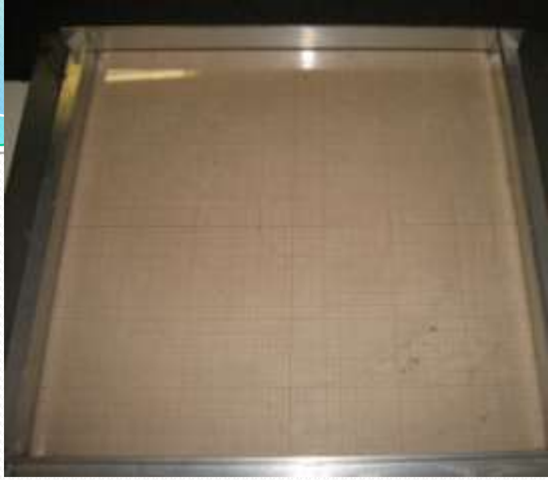
$$resistividade = \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{condutividade}$$

Simulação com cuba eletrolítica: medida do potencial

- Em resumo,
  - desde que a **condutividade** do meio material seja muito menor que a do eletrodo metálico
  - que esse meio obedeça à lei de Ohm
  - que as correntes estejam em regime estacionário,
- o campo elétrico dentro dos eletrodos metálicos pode ser desprezado
- e as condições de contorno são aproximadamente as mesmas que na ausência do meio material.

A cuba serve para mapear o campo que queremos → Só precisa achar um meio adequado

Medindo a condutividade



- Vamos experimentar a água da torneira:
  - tem sais: $\sigma_{H2O} << \sigma_{Cu}$?
- Vamos medir e checar!
  - A água é ôhmica e vale:

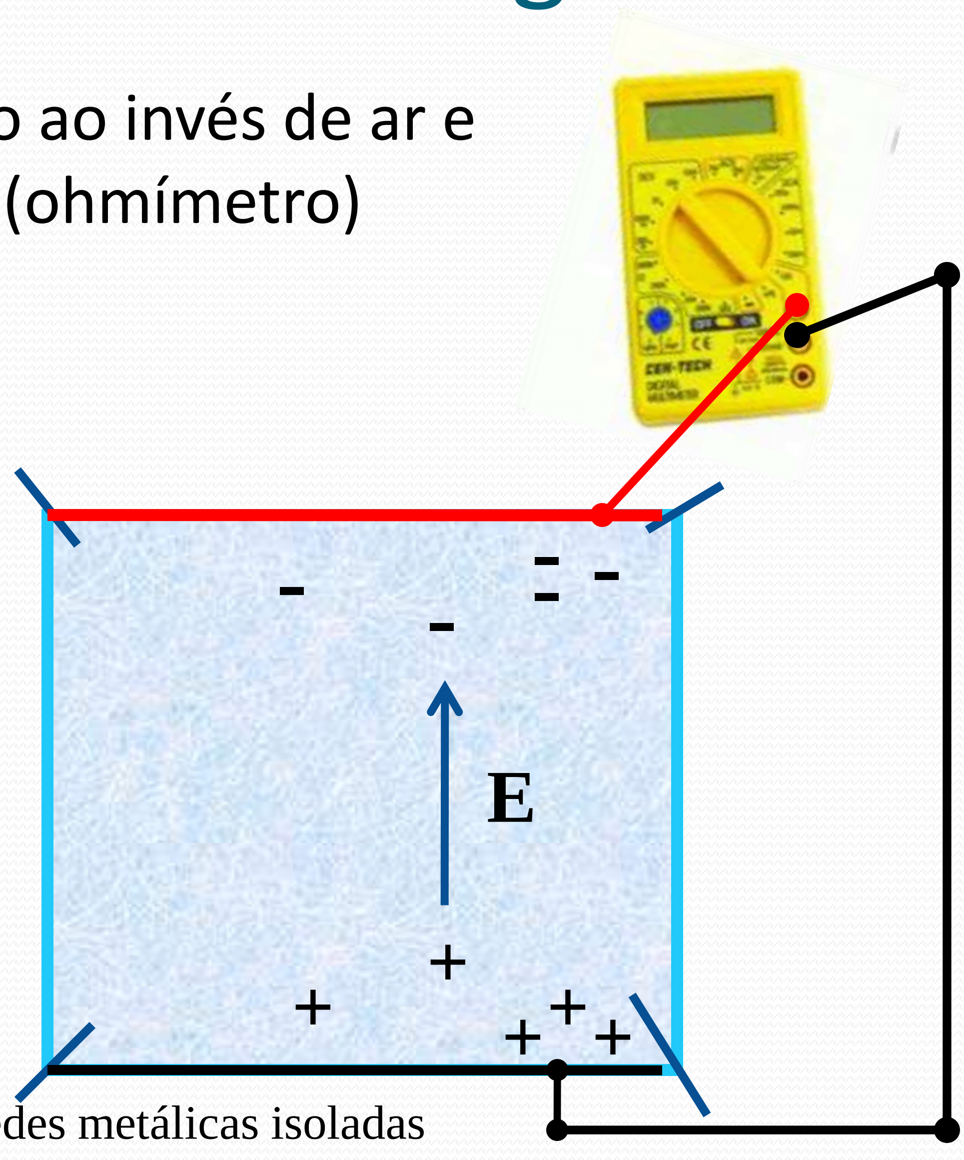
$$R = \rho \frac{L}{A} = \left(\frac{1}{\sigma}\right)\frac{L}{A}$$

    - a constante de proporcionalidade **ρ** é chamada de resistividade e é o inverso da condutividade **σ**.
    - a unidade da condutividade é $\mathbf{\Omega^{-1}cm^{-1}}$. A condutividade do cobre é $\mathbf{\sigma = 5{,}71\times10^{5}\ \Omega^{-1}cm^{-1}}$.
    - o comprimento ***L*** é a distância entre as laterais, onde se está aplicando a diferença de potencial,
    - a área ***A*** é obtida a partir da altura **h** da água e da largura **d** das laterais.

Atividades para 12/out – Parte 1
Resistência da cuba com Água

Vamos usar a água como meio ao invés de ar e medir com corrente contínua (ohmímetro)

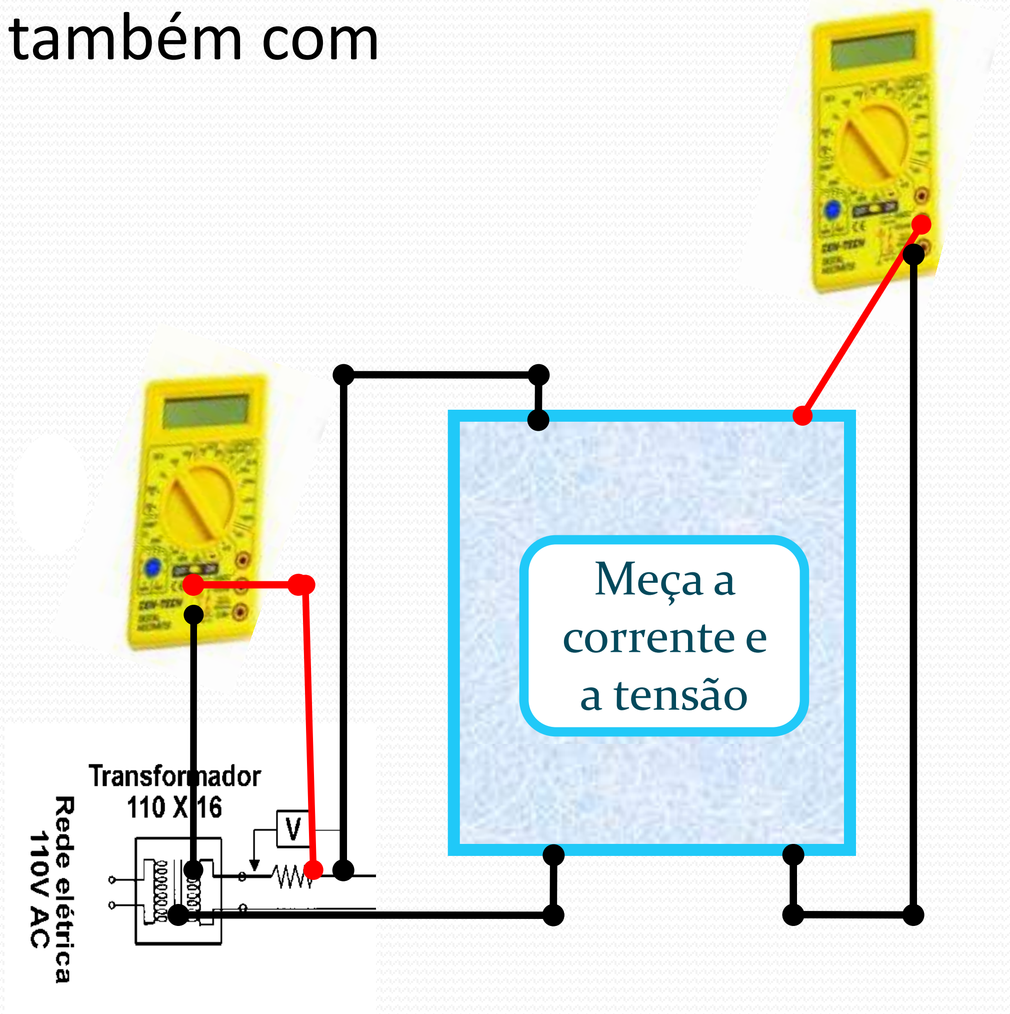
- Qual a resistividade da cuba como um todo?
  - Depende da altura da água?
  - Varia com o tempo? Porque?
  - Nossas hipóteses são satisfeitas se usarmos corrente contínua?



Atividades para 12/out – Parte 2
Resistência da cuba em AC

Só para garantir, vamos medir também com corrente alternada.

- ☐ Meça a tensão e a corrente atravessando a cuba
- ☐ Qual a resistividade da cuba?
  - ☐ Depende da altura da água?
  - ☐ Varia com o tempo? Porque?
  - ☐ Nossas hipóteses são satisfeitas se usarmos corrente alternada?

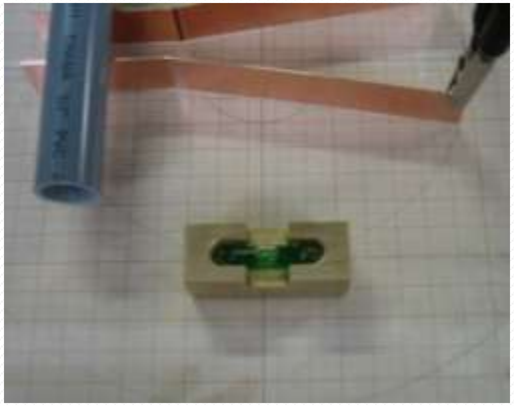


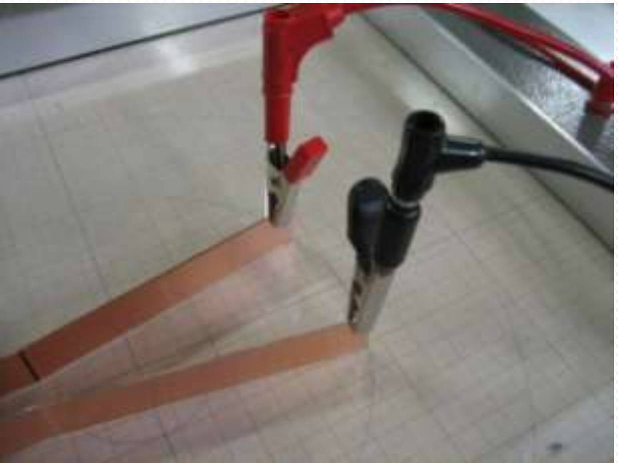
Em caso afirmativo:

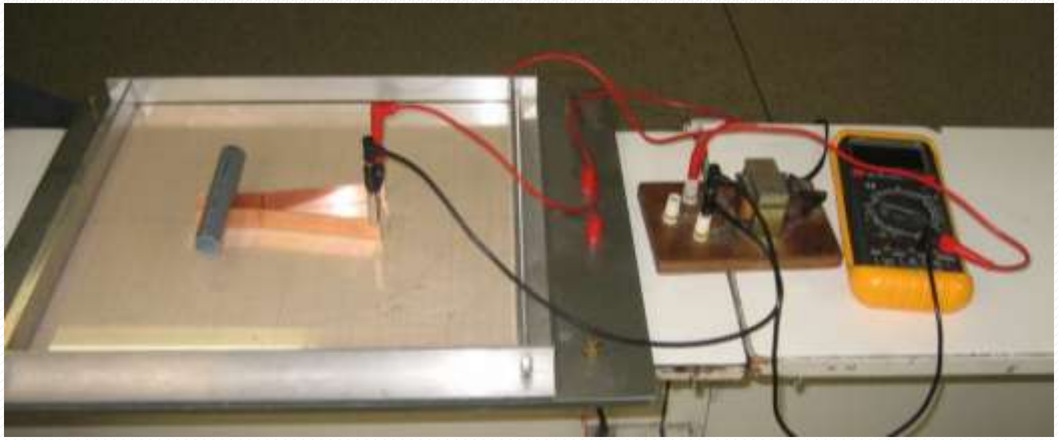
- Calcule R_{cuba} e compare com R_V
- Calcule $\boldsymbol{\sigma}_{H2O}$ e compare com $\boldsymbol{\sigma}_{Cu}$

Cuidados Experimentais

- Queremos simular as placas defletoras no TRC então:
  - Verifique qual o fator de escala entre as medidas das placas de cobre e das placas do TRC
  - Qual separação e orientação você deve colocá-las ?
  - Verifique o nível da água
  - O que acontece com o potencial se os eletrodos estiverem dentro d'água?
  - A fonte de AC é um transformador. É preciso um resistor de proteção?



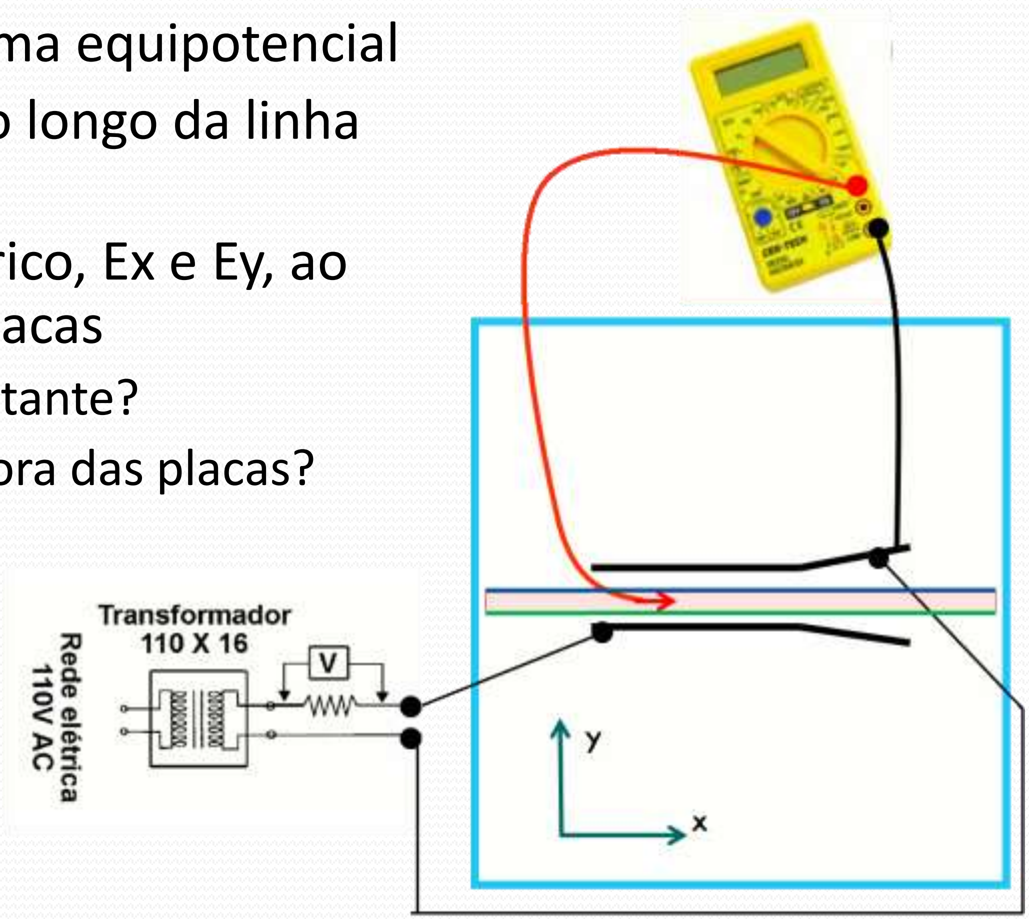




Atividade para 12/out – Parte 3
Mapeamento do Campo e Potencial

OK, agora que sabemos como simular as placas, vamos usá-las para saber como varia o campo elétrico nesta região.

- Medir uma volta completa de uma equipotencial
- Fazer um gráfico do potencial ao longo da linha média entre as placas
- Fazer um gráfico do campo elétrico, Ex e Ey, ao longo da linha média entre as placas
  - Qual a componente mais importante?
  - O campo é uniforme dentro e fora das placas?
  - Existem efeitos de borda?
- Lembre-se, para calcular ***E:***
  - $\mathbf{E_x \sim \Delta V_x / \Delta X}$
  - $\mathbf{E_y \sim \Delta V_y / \Delta Y}$



PARTE 3

Simulação: Excel ou FEMM

Na semana livre, vocês vão simular no computador o que mediram no laboratório

Movimento de uma partícula em um campo eletromagnético

- A trajetória de uma partícula qualquer pode ser descrita resolvendo-se as equações de movimento

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- No caso do nosso mini-acelerador, temos:

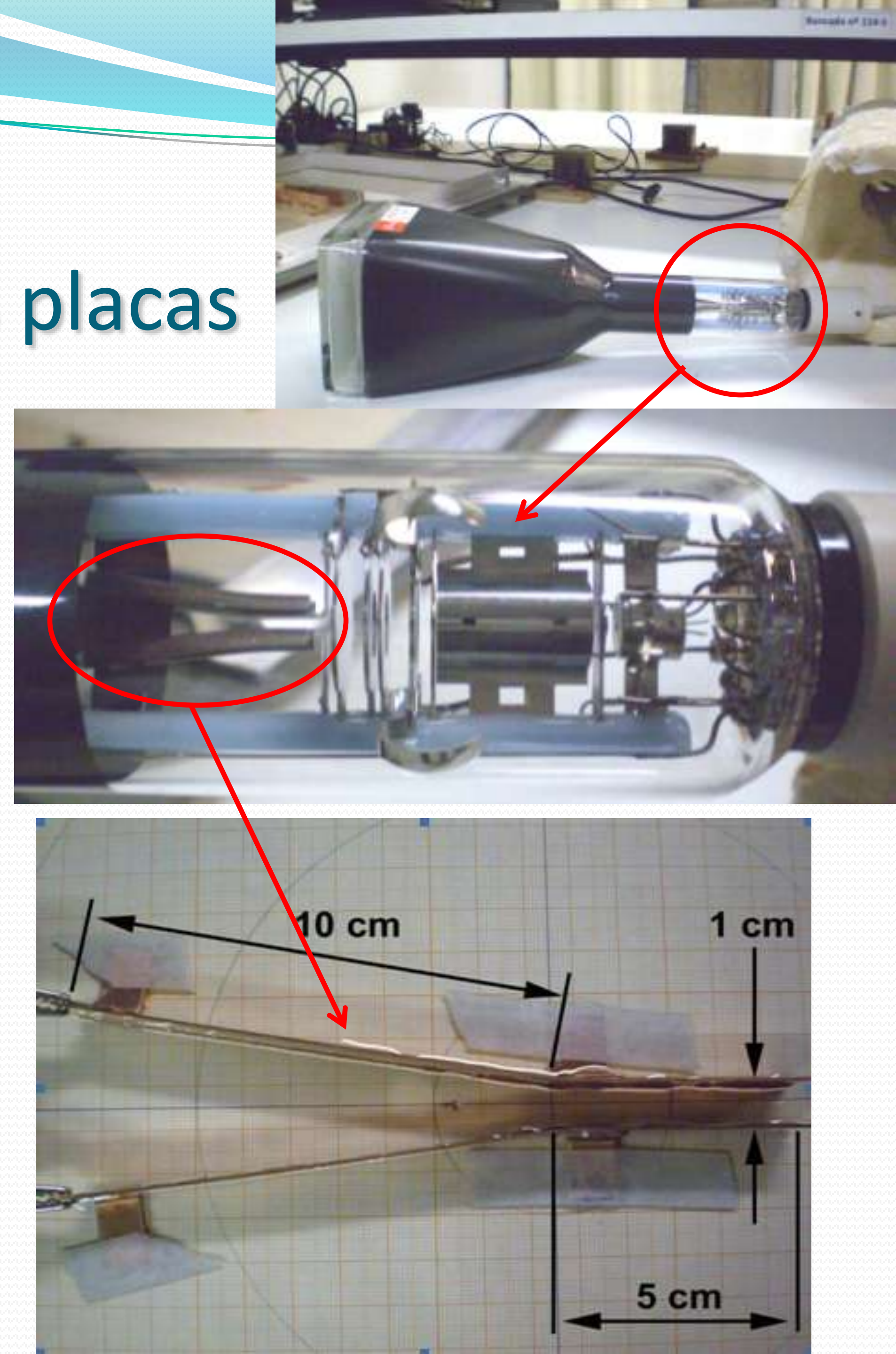
$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

- Vamos começar estudando apenas o campo elétrico

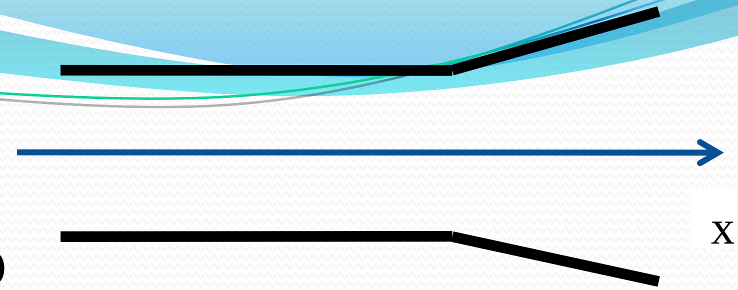
Precisamos conhecer o campo elétrico entre as placas

- Com o modelo em escala, vocês vão começar a responder as seguintes questões

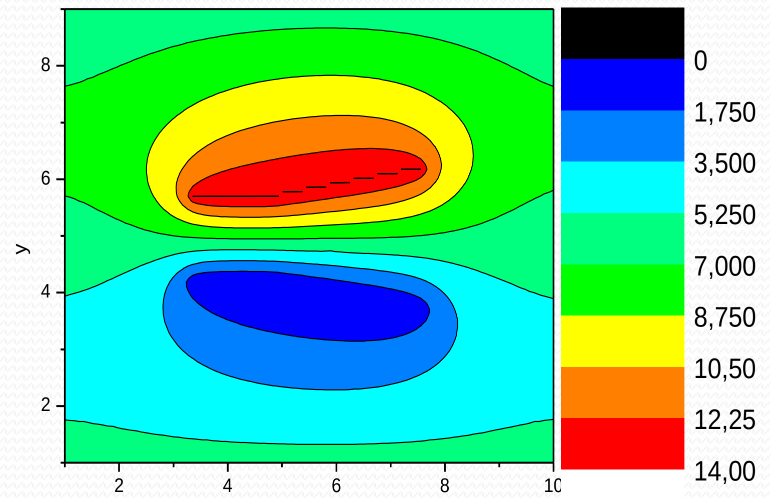
- Como é o campo?
- É uniforme?
- Há efeitos de borda?
- Quais são as superfícies equipotenciais?

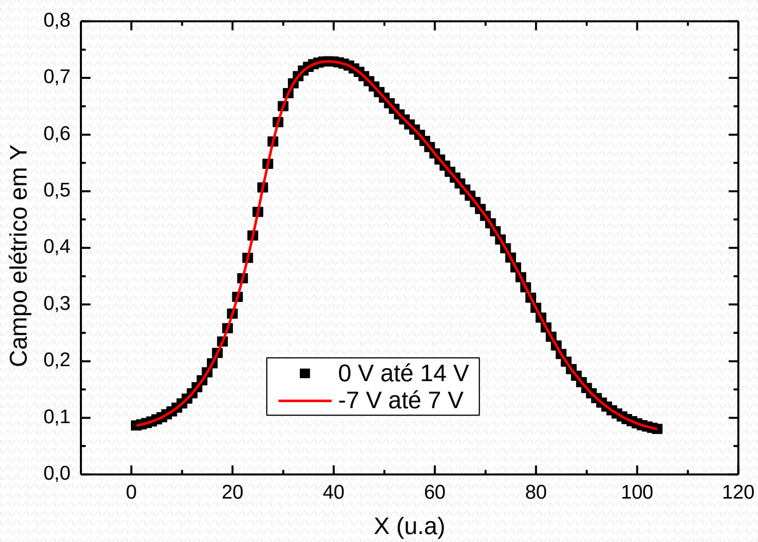


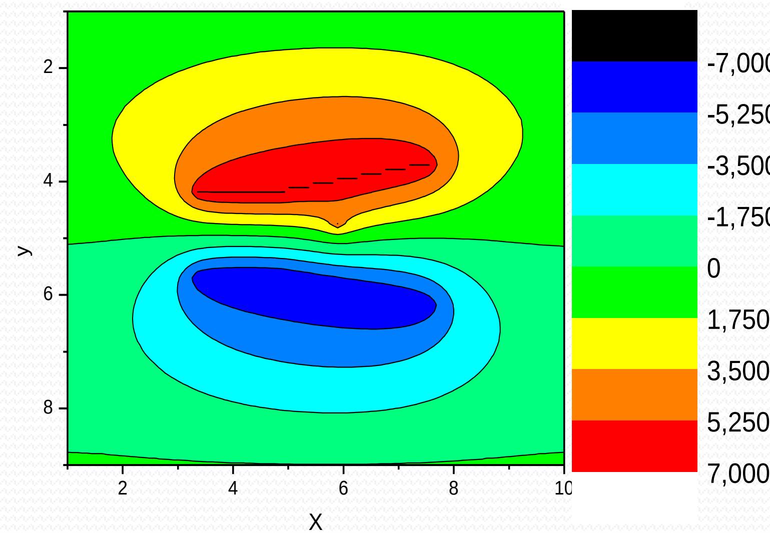
Simetrias...



- O problema é simétrico em torno do eixo x.
  - Porque o potencial não é simétrico?
    - O Potencial é definido a menos de uma constante
      - A grandeza física é o campo elétrico







Comparação teórica

Para determinar o potencial, precisamos resolver as equações do EM

- Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\nabla \cdot V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

- Equação de Poisson para o potencial

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

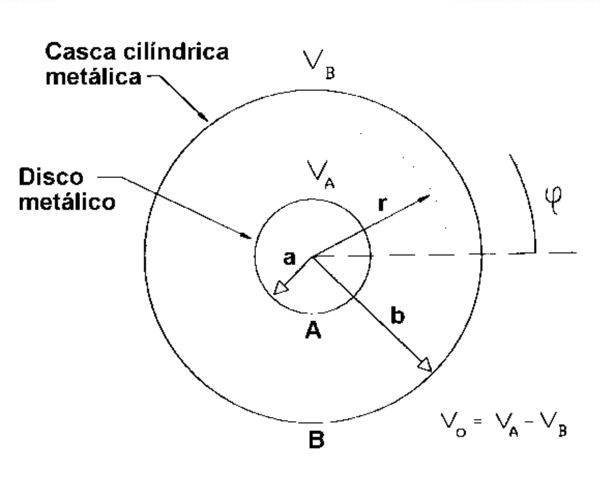
- Na ausência de cargas livres (Equação de Laplace)

$$\nabla^2 V = 0$$

Resolvendo a equação de Laplace

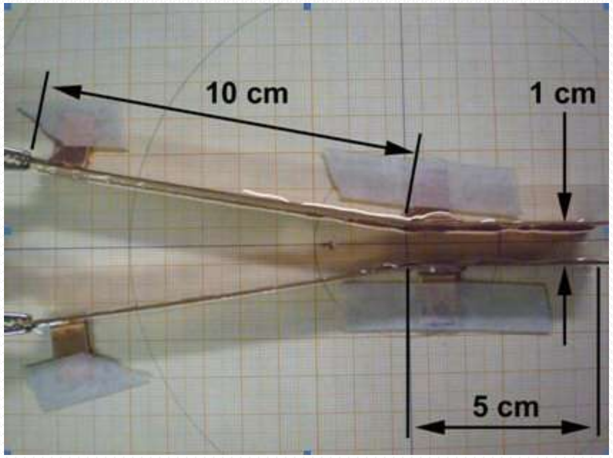
$$\nabla^2 V = 0$$

- Sistemas simétricos
  - Resolução algébrica fácil



$$V(r) = A \ln r + B$$

- Sistemas mais complexos
  - Como resolver?



$$V(x, y) = ?$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Vamos olhar o Laplaciano em duas dimensões:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} V(x,y) = 0$$

- Como calcular estas derivadas?
  - Aproximação numérica para derivada

$$\frac{\partial}{\partial x} V(x,y) \approx \frac{\Delta V}{\Delta x} \quad = \frac{V(x+\Delta x/2, y) - V(x-\Delta x/2, y)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Vamos agora calcular a derivada segunda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y) \approx \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V(x+\Delta x/2,y)-V(x-\Delta x/2,y)}{\Delta x}\right)$$

$$\approx \frac{1}{\Delta x}\left(\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y)-\frac{\partial}{\partial x}V(x-\Delta x/2,y)\right)$$

- Vamos calcular o primeiro termo da expressão acima:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y)$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Cálculo do primeiro termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(\overbrace{x+\Delta x/2}^{x_0},y) = \frac{V(\overbrace{x+\Delta x/2}^{x_0}+\Delta x/2,y)-V(\overbrace{x+\Delta x/2}^{x_0}-\Delta x/2,y)}{\Delta x}$$

- Ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y) = \frac{V(x+\Delta x,y)-V(x,y)}{\Delta x}$$

- Do mesmo modo para o segundo termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x-\Delta x/2,y) = \frac{V(x,y)-V(x-\Delta x,y)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Assim, as derivadas segunda, em x e y, valem:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y)=\frac{V(x+\Delta x,y)-2V(x,y)+V(x-\Delta x,y)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}V(x,y)=\frac{V(x,y+\Delta y)-2V(x,y)+V(x,y-\Delta y)}{\Delta y^2}$$

- Se escolhemos $\Delta x = \Delta y = \Delta$ pode-se resolver a equação de Laplace facilmente

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}V(x,y)=0$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Substituindo as derivadas calculadas e fazendo $\Delta x = \Delta y = \Delta$ a equação de Laplace fica:

$$\frac{V(x+\Delta, y)+V(x-\Delta, y)-4V(x, y)+V(x, y+\Delta)+V(x, y-\Delta)}{\Delta^2}=0$$

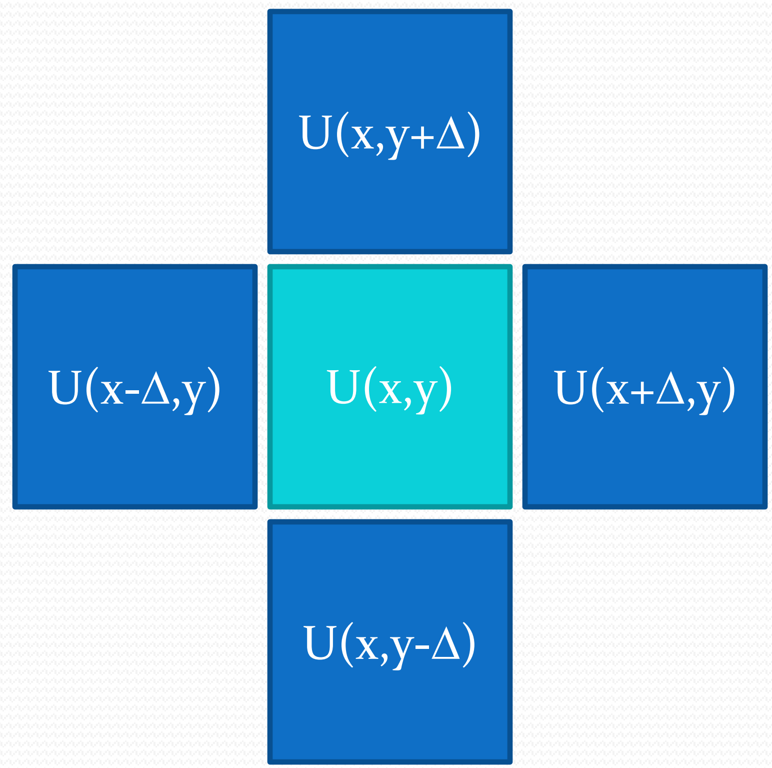
- Isolando o termo V(x,y), encontramos:

$$V(x, y)=\frac{V(x+\Delta, y)+V(x-\Delta, y)+V(x, y+\Delta)+V(x, y-\Delta)}{4}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

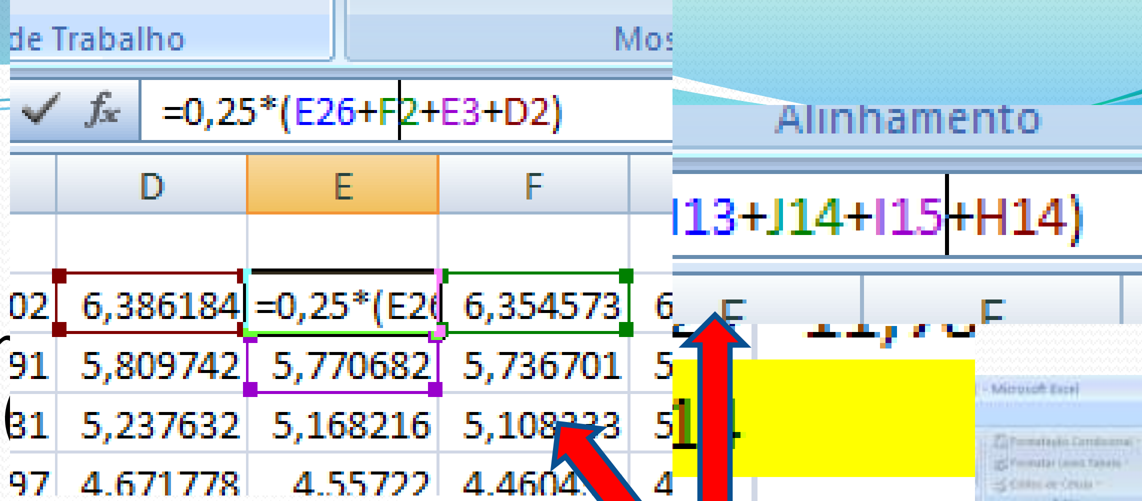
- Ou seja:
  - A solução da equação de Laplace diz que o potencial em um ponto é dado pela MÉDIA SIMPLES dos potenciais nas vizinhanças.
    - Podemos usar o EXCEL!!!!

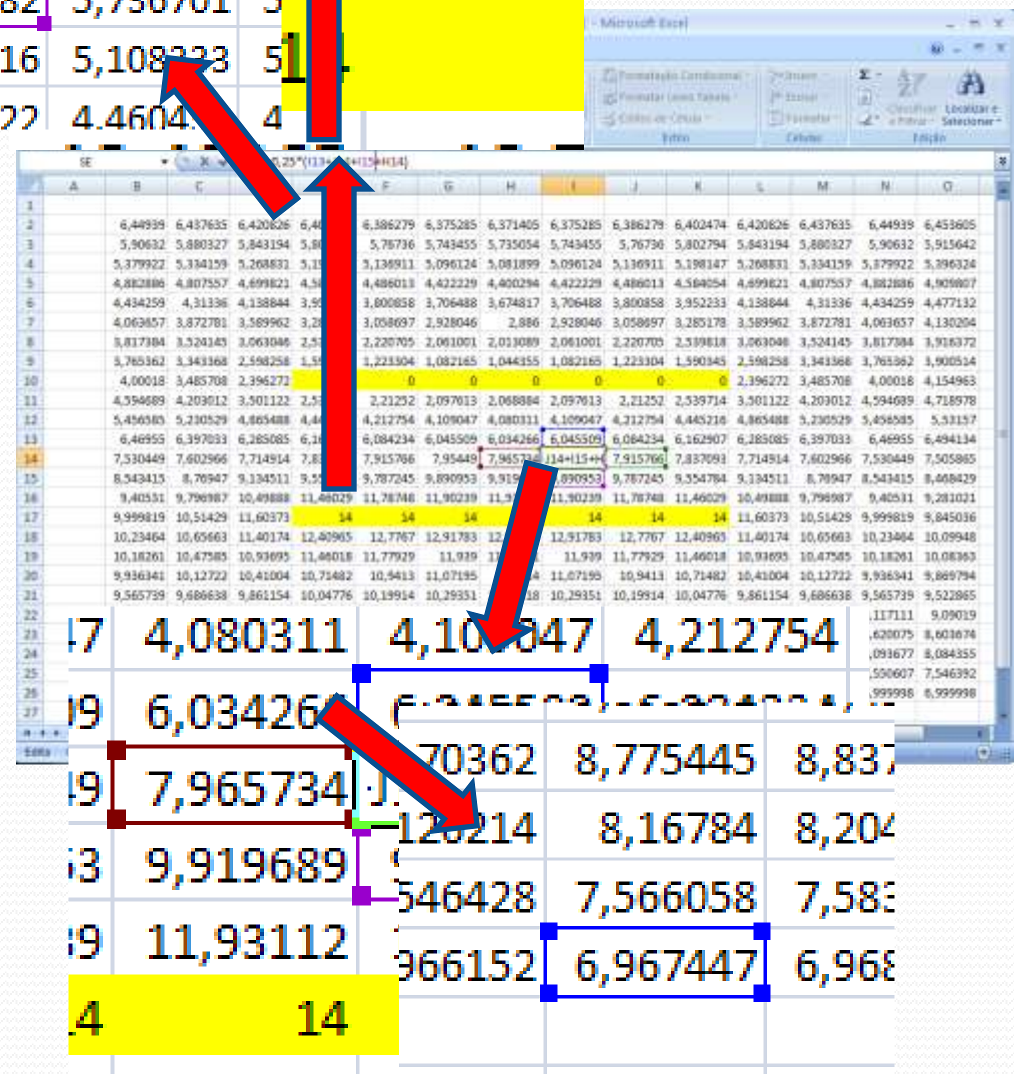
$$V(x,y) = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} V(x+\Delta,y)+ \\ V(x-\Delta,y)+ \\ V(x,y+\Delta)+ \\ V(x,y-\Delta) \end{pmatrix}$$



Criando um

- Definir o tam equivalente célula
- Definir as condições de contorno
  - Amarelo para diferenciar
- Programar as equações nas células
- Estabelecer bordas cíclicas para simular o infinito
- Mandar calcular (F9) até convergir.

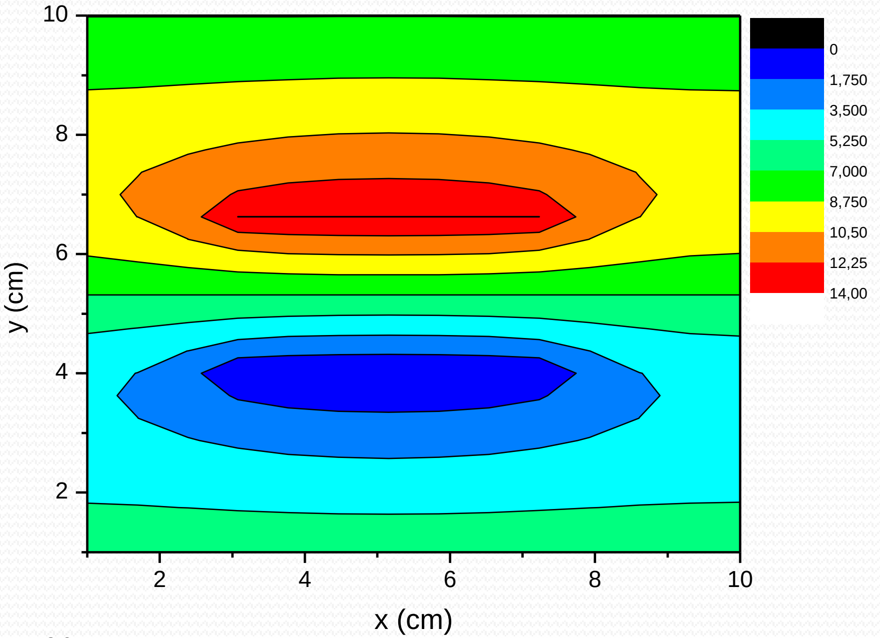


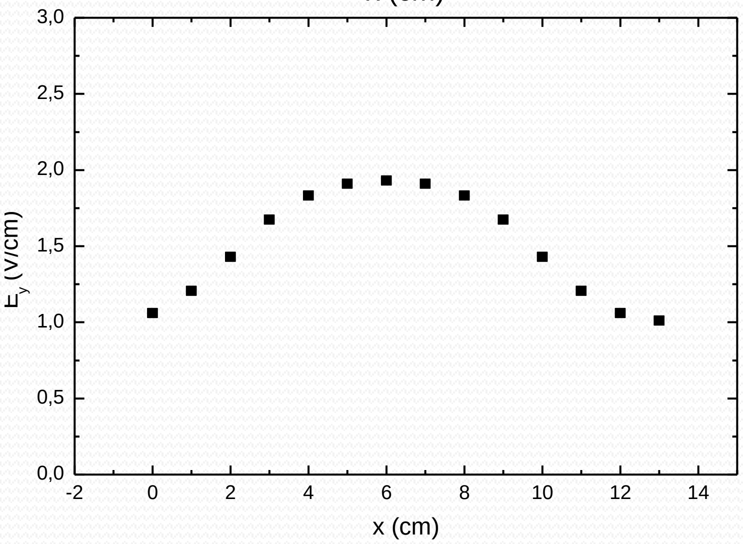


Criando um Excel para calcular o Laplaciano

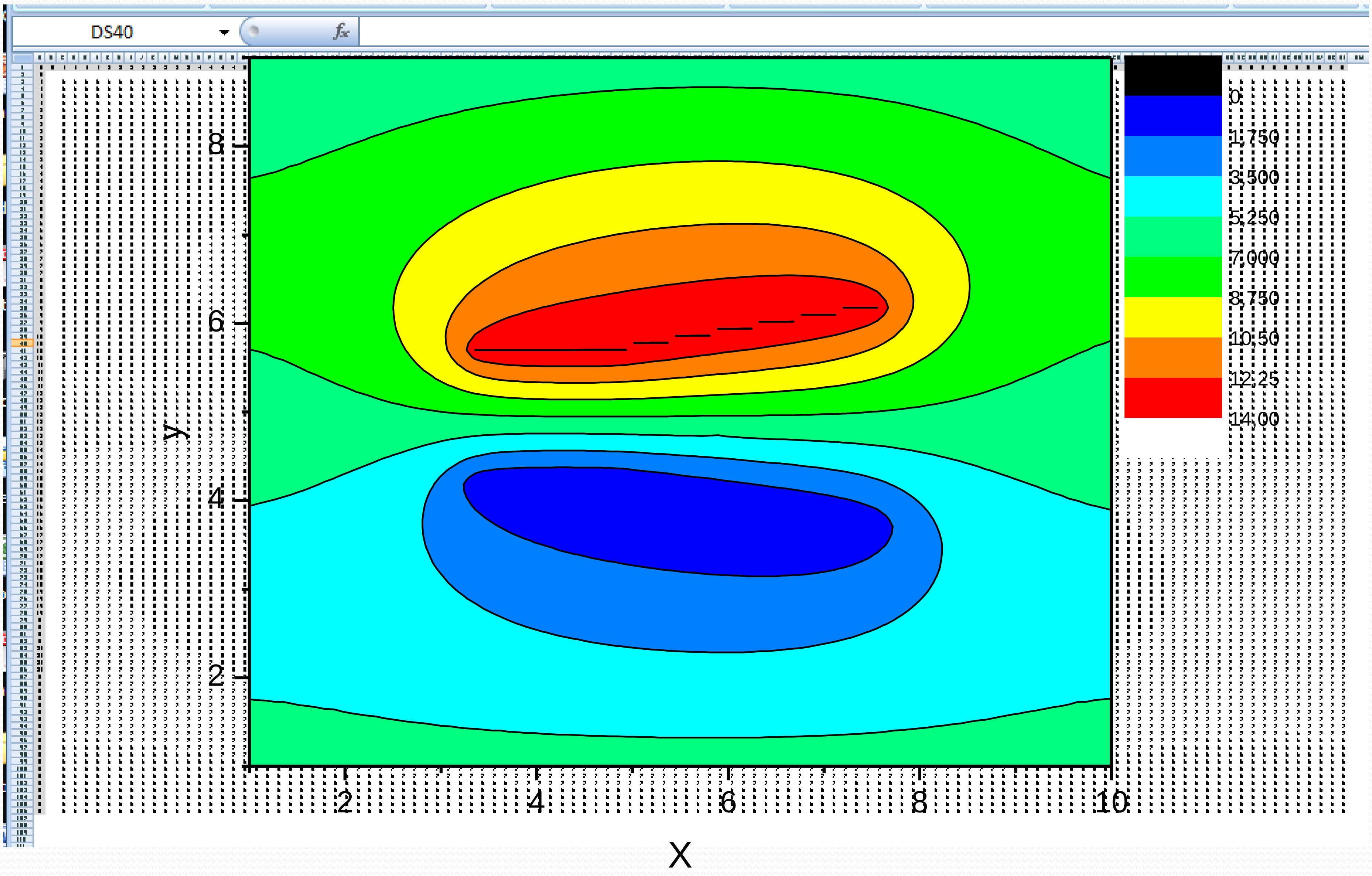
- Copiar a matriz para o Origin ou programa gráfico de sua preferência

- Fazer a análise como se fossem dados normais de potencial
  - Calcular campos
  - equipotenciais
  - etc.





Um exemplo com uma malha grande (mais precisão)



Atividades para 19/10 – Parte 4

- Implementar a geometria das placas utilizadas no Excel e resolver o problema numericamente.
  - Tem também o programa FEMM, que faz a mesma coisa (quem quiser tentar). VEJAM o tutorial no meu site!!!
- Calcular as componentes do campo ao longo do eixo de simetria e superpor aos dados experimentais
  - Entregar os gráficos com a simulação superposta aos dados experimentais (Ex, Ey e equipotencial).
- O que parece mais preciso: a simulação na cuba ou no software?

Atividades para 19/10 – Parte 5

- A partir dos seus resultados:
  - O campo elétrico é uniforme? Há efeitos de borda?

- Tente estimar:
  - Qual é o campo elétrico médio (constante) que uma partícula sentiria ao atravessar essas placas ao longo do eixo de simetria?
  - Qual é o tamanho efetivo das placas (se fosse um capacitor de placas paralelas)?

- Discuta como você chegou a esses valores.

Dicas

- Lembrem-se:
  - Há um tutorial do FEMM no meu site

    O programa é gratuito http://www.femm.info
  - Há uma planilha EXCEL de exemplo no site do labflex

    Da pra entender melhor o que a “simulação” está fazendo
  - Usem os horários da semana livre para tirar dúvidas com os monitores sobre as simulações!

- No site do labFlex tem também um diagrama técnico (tamanhos) das placas do TRC