



Física Experimental III

Notas de aula: www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

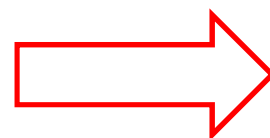
Experiência 3, Aula 3 Lei de Faraday

Prof. Henrique Barbosa

hbarbosa@if.usp.br

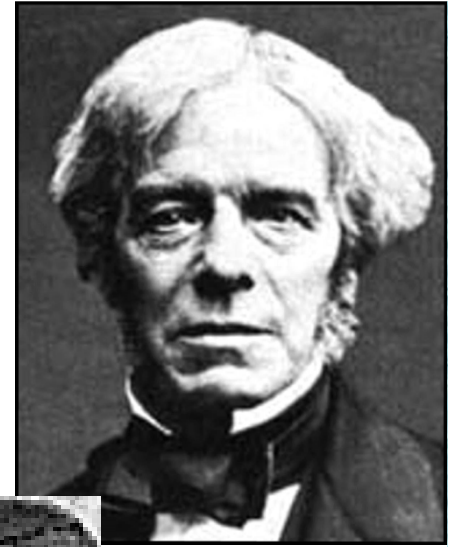
Ramal: 7070

Ed. Basílio Jafet, sala 229



Substituindo o
prof. Marcel

Faraday



1791-1867



Lei de Faraday

- A força eletromotriz induzida em uma espira condutora é igual ao negativo da taxa de variação no tempo do fluxo de campo magnético.

Força Eletromotriz

$$\mathcal{E} = - \left(\frac{dN\Phi_B}{dt} \right)$$

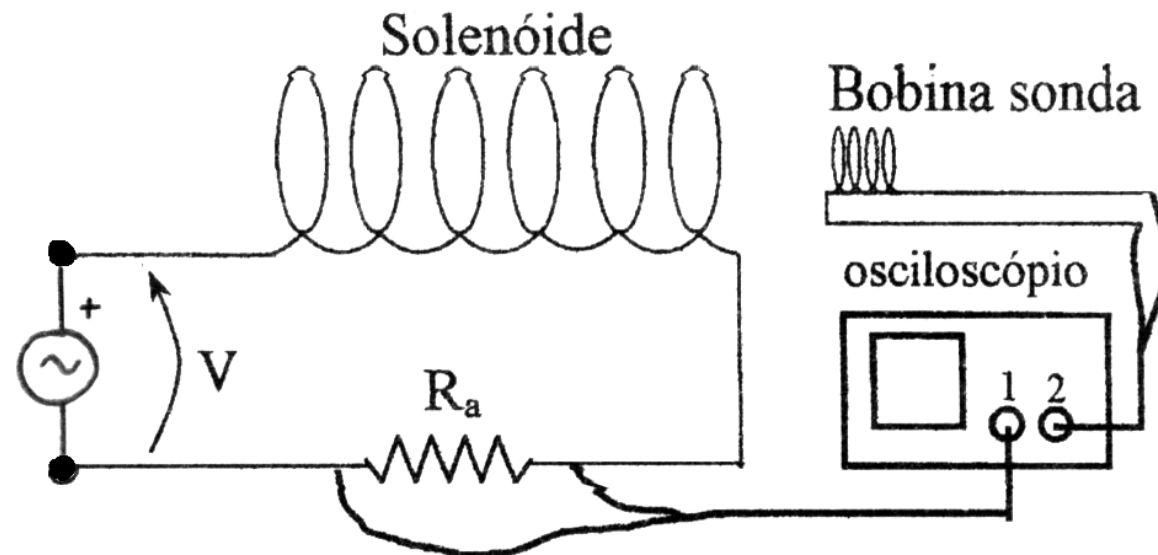
Devido a variação do fluxo

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{n} da$$



A FEM e o Campo Magnético

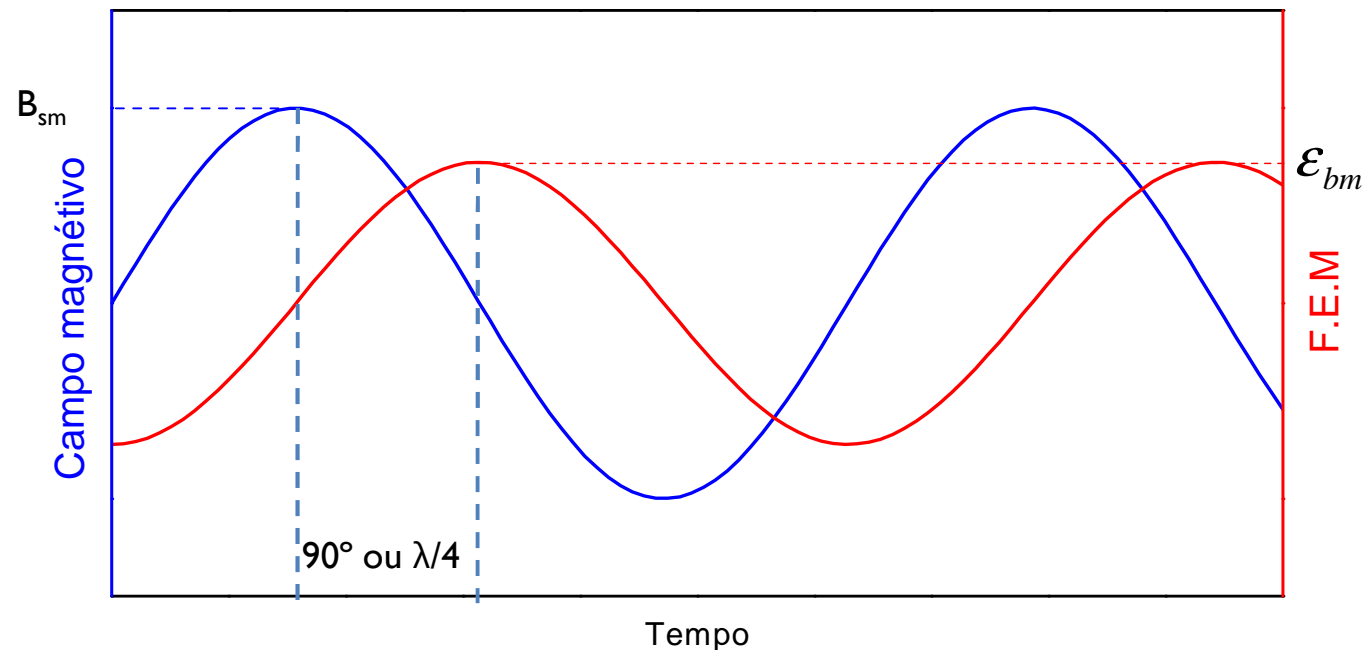
- Corrente $i_s(t) = i_{sm} \text{sen}(\omega t)$
- Campo $B_s(t) = \mu_0 n_s i(t)$
- Fluxo $N_b \phi_b = (n_b l_b)(A_b B_s(t))$
- F.E.M. $\varepsilon_b(t) = -n_b l_b A_b \mu_0 n_s \frac{d}{dt} i_s(t) = -n_b l_b A_b \mu_0 n_s \omega i_{sm} \cos(\omega t)$



A FEM e o Campo Magnético

- Corrente $i_s(t) = i_{sm} \text{sen}(\omega t)$
- Campo $B_s(t) = \mu_0 n_s i(t)$
- Fluxo $N_b \phi_b = (n_b l_b)(A_b B_s(t))$
- F.E.M. $\varepsilon_b(t) = -n_b l A_b \mu_0 n_s \frac{d}{dt} i_s(t) = -n_b l A_b \mu_0 n_s \omega i_{sm} \cos(\omega t)$
 $= -\varepsilon_0 \cos(\omega t)$

fora de fase



A FEM e o Campo Magnético

- Corrente
- Campo
- Fluxo
- F.E.M.

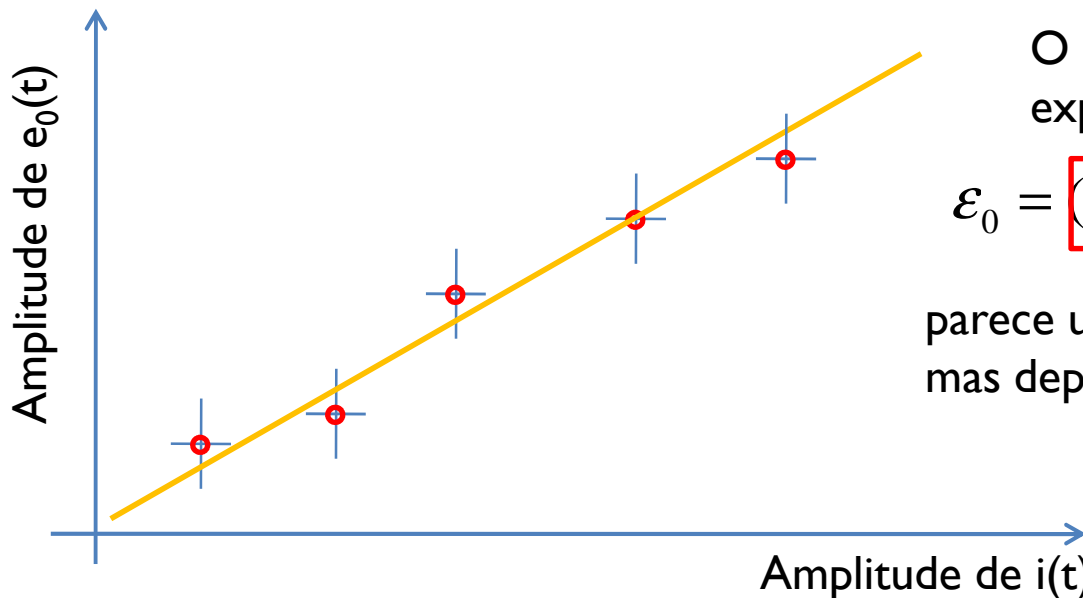
$$i_s(t) = i_{Sm} \text{sen}(\omega t)$$

fora de fase

$$B_s(t) = \mu_0 n_s i(t)$$

$$N_b \phi_b = (n_b l_b)(A_b B_s(t))$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_b(t) &= -n_b l A_b \mu_0 n_s \frac{d}{dt} i_s(t) = -n_b l A_b \mu_0 n_s \omega i_{Sm} \cos(\omega t) \\ &= -\varepsilon_0 \cos(\omega t) \end{aligned}$$



O que lembra esta expressão?

$$\varepsilon_0 = (n_b l A_b \mu_0 n_s \omega) i_{Sm}$$

parece uma resistência...
mas depende da frequência

É uma impedância que vem da indutância das bobinas!

A FEM e o Campo Magnético

Quer dizer que duas bobinas interagem e o resultado parece uma resistência ?

Última aula:

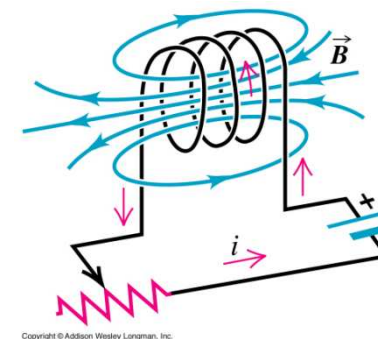
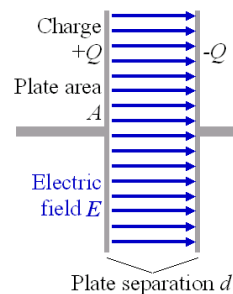
- Mediram o campo da **bobina de Helmholtz**: no **eixo z** e **radial**
- Mediram o campo de borda do solenóide

Nesta aula:

- Estudar a auto-indutância e a indutância mútua e começar a entender o que é uma impedância

Indutor e Indutância

- Um capacitor produz um campo elétrico
- Podemos armazenar energia no capacitor
- Um circuito com uma resistência e um capacitor demora a entrar em equilíbrio
- Um capacitor tem uma capacitância
- Um indutor produz um campo magnético
- Podemos armazenar energia no indutor
- Um circuito com uma resistência e um indutor também demora
- Um indutor tem uma indutância



Mas o que é indutância?

Colocando cargas iguais e opostas $\pm q$ nas placas de um capacitor aparece uma diferença de potencial V .

A capacitância é então definida por:

$$C = \frac{q}{V}$$

Colocando uma corrente i nas espiras de um indutor, aparece um fluxo magnético ϕ em cada espira.

A indutância é então definida por:

$$L = \frac{N\phi}{i}$$

A unidade é o henry (H):

$$1H = 1T \cdot m^2 / A$$

Qual a indutância do solenóide?

- No solenóide infinito, o campo é constante em seu interior, então:

$$N\phi = (nl)(BA)$$

- O campo magnético é dado por:

$$B = \mu_0 ni$$

- Então a indutância será

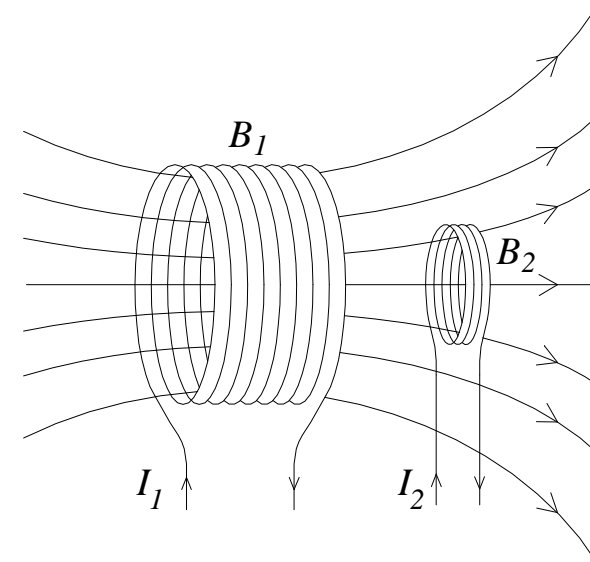
$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{(nl)(BA)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 ni)(A)}{i}$$

$$L/l = \mu_0 n^2 A$$

Indutância Mútua

- Vamos supor agora que temos duas bobinas de área conhecida, \mathbf{b}_1 e \mathbf{b}_2 , coaxiais, e que uma delas, \mathbf{b}_1 , seja percorrida por uma corrente elétrica variável no tempo, \mathbf{i}_1 .
- O campo magnético dependente do tempo criado pela bobina \mathbf{b}_1 percorrida pela corrente, variável no tempo, \mathbf{i}_1 , gera um fluxo magnético Φ_{21} , variável no tempo, através da segunda bobina \mathbf{b}_2 :

$$\Phi_{21} = N_2 B_1 A_2$$



Indutância Mútua

- Como a forma e a posição relativa das duas bobinas não se alteram, o fluxo de campo magnético gerado pela bobina \mathbf{b}_1 , que atravessa a bobina \mathbf{b}_2 , Φ_{21} , é diretamente proporcional à corrente variável i_1 que percorre a bobina \mathbf{b}_1

$$\Phi_{21} = \text{const.} \times i_1$$

- Portanto, Φ_{21} será um fluxo variável no tempo, o que causa o aparecimento de uma **f.e.i.**, \mathcal{E}_{21} , na bobina \mathbf{b}_2

$$\mathcal{E}_{21} \propto -\left(\frac{d\Phi_{21}}{dt}\right) = -\text{const.} \times \left(\frac{di_1}{dt}\right)$$

Indutância Mútua


$$\mathcal{E}_{21} \propto -\left(\frac{d\Phi_{21}}{dt}\right) = -\text{const.} \times \left(\frac{di_1}{dt}\right)$$

- essa constante é chamada de coeficiente de indutância mútua \mathbf{M}_{21} .
- Seu valor é determinado pela geometria de cada bobina e de sua posição relativa. A unidade, no sistema **MKS**, é o **Henry**, a mesma da indutância.

$$\mathcal{E}_{21} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Indutância Mútua

- Mantendo a mesma geometria das bobinas \mathbf{b}_1 e \mathbf{b}_2 e sua posição relativa, como seria a força eletromotriz induzida na bobina \mathbf{b}_1 se uma corrente, variável no tempo, i_2 , percorresse a bobina \mathbf{b}_2 ?

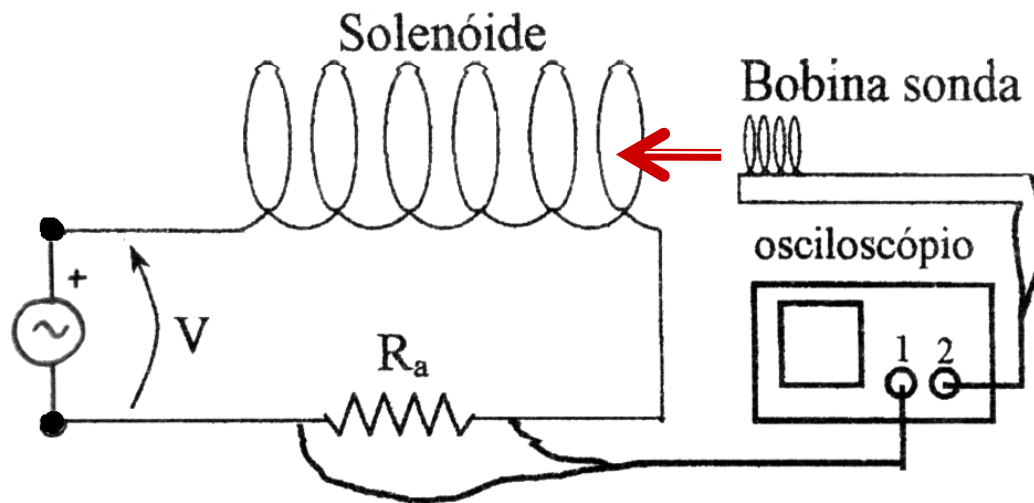

$$\mathcal{E}_{12} = -M_{12} \left(\frac{di_2}{dt} \right)$$

- Pode-se provar que qualquer que seja a simetria do arranjo de espiras que compõe as bobinas \mathbf{b}_1 e \mathbf{b}_2 :

$$M_{12} = M_{21} = M$$

Indutância Mútua

- O objetivo desta parte da experiência é medir a indutância mútua entre um solenóide e uma bobina, coaxiais, com a bobina colocada dentro do solenóide, no centro.
 - Tanto o solenóide quanto a bobina têm geometria e número de espiras, ou área, conhecidos.



Indutância Mútua: entre solenóide e bobina em carretel

- Mesma montagem da calibração da sonda em carretel

- Corrente no solenóide: $i_S = i_{Sm} \cos(\omega t)$

- Campo do solenóide no centro: $B_S = \mu_0 N_S i_S \frac{1}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}}$
 - D_S = diâmetro do solenóide
 - L_S = comp. do solenóide

Indutância Mútua: entre solenóide e bobina em carretel

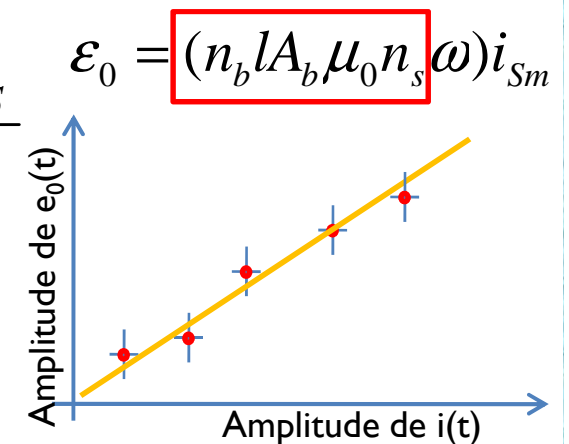
- O fluxo de campo magnético (do solenóide) que atravessa a bobina é, dada a geometria, Φ_{bS} :

$$\Phi_{bS} = A_b N_b B_S$$

- A f.e.i. na bobina:

$$\mathcal{E}_{bS} = -\frac{d\Phi_{bS}}{dt} = -M_{bS} \frac{di_S}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{bS} = -\frac{A_b N_b (\mu_0 N_S)}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}} \frac{di_S}{dt}$$



Indutância Mútua: entre solenóide e bobina em carretel

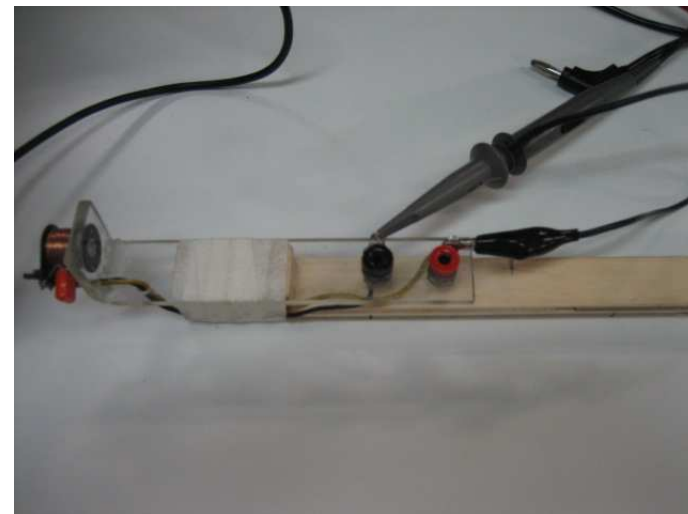
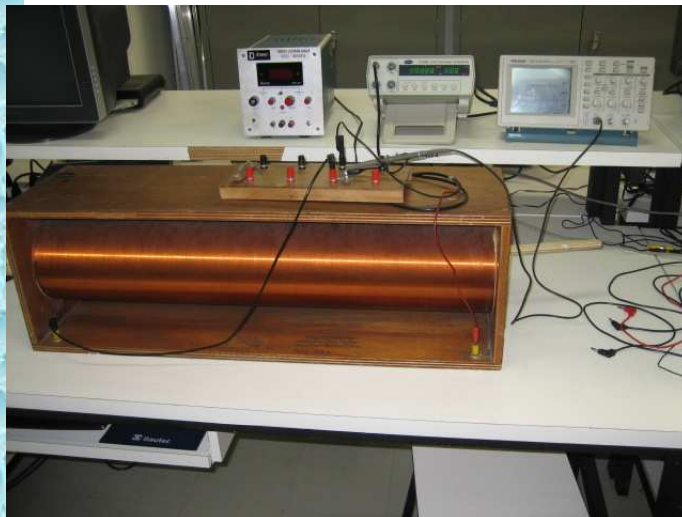
- O coeficiente de indutância mútua \mathbf{M}_{bS} , neste caso particular, é:

$$M_{bS} = A_b N_b (\mu_0 N_S) \frac{1}{\sqrt{D_S^2 + L_S^2}}$$

- E a amplitude da FEM induzida fica:

$$\mathcal{E}_{Sm} = \omega M_{bS} i_{Sm}$$

Usando o mesmo equipamento





O que fazer hoje: parte I

- Mesma montagem da calibração da sonda em carretel
 - Usar R_{auxiliar} de 1 a 10 ohms
 - Frequência: $\sim 3000\text{Hz}$
- Medir a f.e.i. induzida na bobina em função da corrente no solenóide
- Fazer o gráfico da f.e.i. em função da corrente no solenóide
- Comparar com a previsão teórica e com os resultados dos colegas.

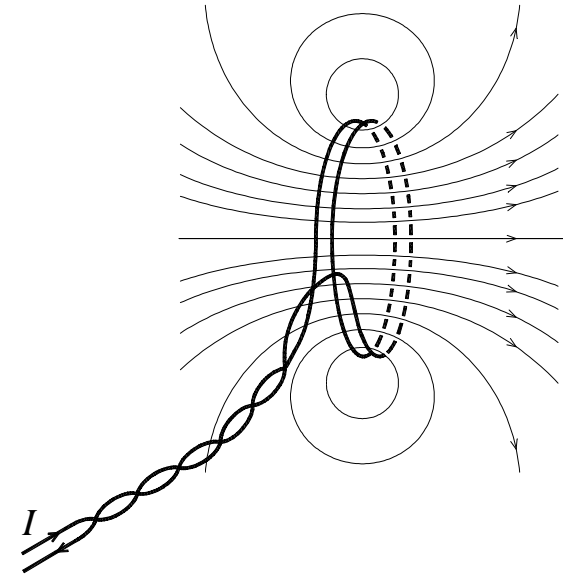


Auto-indutância

- sempre que uma diferença de potencial de alguma fonte externa é aplicada entre os terminais de uma bobina, a corrente resultante produz um campo magnético.
- se uma bobina em circuito fechado for imersa num campo magnético variável no tempo, vai aparecer nesse circuito uma força eletromotriz induzida, **f.e.i.**.
- **O que ocorre se foi a própria bobina a responsável pela criação do campo magnético variável no tempo?**

Auto-indutância

O campo gerado pela bobina é responsável por um fluxo magnético variável no tempo, através da própria bobina, e, de acordo com a lei de Faraday, pelo aparecimento de uma f.e.i.



a força eletromotriz líquida que atua na bobina é a soma da força eletromotriz que produziu a corrente e da força eletromotriz auto-induzida.

Auto-indutância

- Em outras palavras, sempre que a corrente numa bobina é dependente do tempo, a bobina vai reagir a essa corrente, modificando-a.
- Pela lei de Lenz deduzimos que a força eletromotriz auto-induzida age sempre numa direção tal que se opõe à variação da corrente na bobina, ou seja, ela tenta manter a corrente constante.
- Num certo sentido, a indutância é o equivalente elétrico da inércia, ou resistência à mudança.
- A força eletromotriz auto-induzida tem a forma dada pela lei de Faraday

$$\mathcal{E} = - \left(\frac{d\Phi_B}{dt} \right)$$



Auto-indutância

- Vamos calcular a auto-indutância do solenóide finito:
 - Campo longe da borda é constante e paralelo ao eixo
 - Vetor área das espiras do solenóide também é paralelo ao eixo
- o fluxo de campo magnético, $\Phi_{\mathbf{B}}$, através do solenóide, neste caso, só vai depender da corrente (variável) do solenóide:
 - porque o campo magnético é diretamente proporcional à corrente e nenhum outro dos parâmetros dos quais esse campo depende, varia.

Auto-indutância do solenóide

Para qualquer solenóide o fluxo é diretamente proporcional à corrente:

$$N\Phi_B = Li$$

E a lei de Faraday nos diz que:

$$\mathcal{E} = -\frac{d(N\phi)}{dt}$$

Portanto:

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

O que definimos, em analogia com os capacitores, como sendo a indutância, é na verdade a auto-indutância!

A Indutância mútua era:

$$\mathcal{E}_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Auto-indutância: medida



Varie a corrente no solenóide e meça a f.e.i. nele induzida .

- Faça o gráfico da f.e.i. pela corrente e obtenha o valor de L do solenóide.
- Compare com o valor previsto teoricamente e com os valores dos colegas.

$$\mathcal{E}_{Sm} = L \omega i_{Sm}$$

Auto-indutância: dica

- Característica do osciloscópio: os terras das pontas de prova estão ligados no mesmo ponto dentro do aparelho.
- **Portanto todos os elementos de circuito que estiverem entre os dois terras estarão curto-circuitados.**
- **Você pode ligar somente um deles para evitar curtos: cada canal estará medindo a tensão entre a ponta de prova e o primeiro terra que ela encontra.**
- **Se está medindo com a duas pontas no mesmo circuito certifique-se que o ponto de terra está entre as duas. Se precisar altere a ordem dos elementos do circuito para permitir isso.**



Auto-indutância: a frequência

- Quando se mede a tensão sobre o solenóide, ela é proporcional à impedância Z_S , do solenóide.

$$Z_S = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

- Mas queremos medir L , portanto, R^2 deve ser desprezível em relação a $\omega^2 L^2$. E isso acontece para frequências de **3000Hz** ou mais. Portanto trabalhem com **3000Hz**, há outro problema com frequências muito altas.
- Vamos usar o mesmo gerador de áudio frequência, frequência de **3000 Hz**. Nessa frequência o efeito da resistência do solenóide é desprezível quando comparado ao da sua indutância.



TAREFAS

- Para hoje:
 - Medir a auto-indutância do solenóide
 - Gráfico de $\epsilon_{Sm} \times i_{Sm}$
 - Medir a indutância mútua entre o solenóide e a bobina sonda
 - Gráfico de $\epsilon_{bm} \times i_{Sm}$.
 - Comparar com o cálculo analítico
 - Comparar com os resultados dos colegas