



# Física Experimental III

Notas de aula: [www.fap.if.usp.br/~hbarbosa](http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa)

LabFlex: [www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex](http://www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex)

## Experiência 2, Aula 4

Prof. Henrique Barbosa

[hbarbosa@if.usp.br](mailto:hbarbosa@if.usp.br)

Ramal: 7070

Ed. Basílio Jafet, sala 229

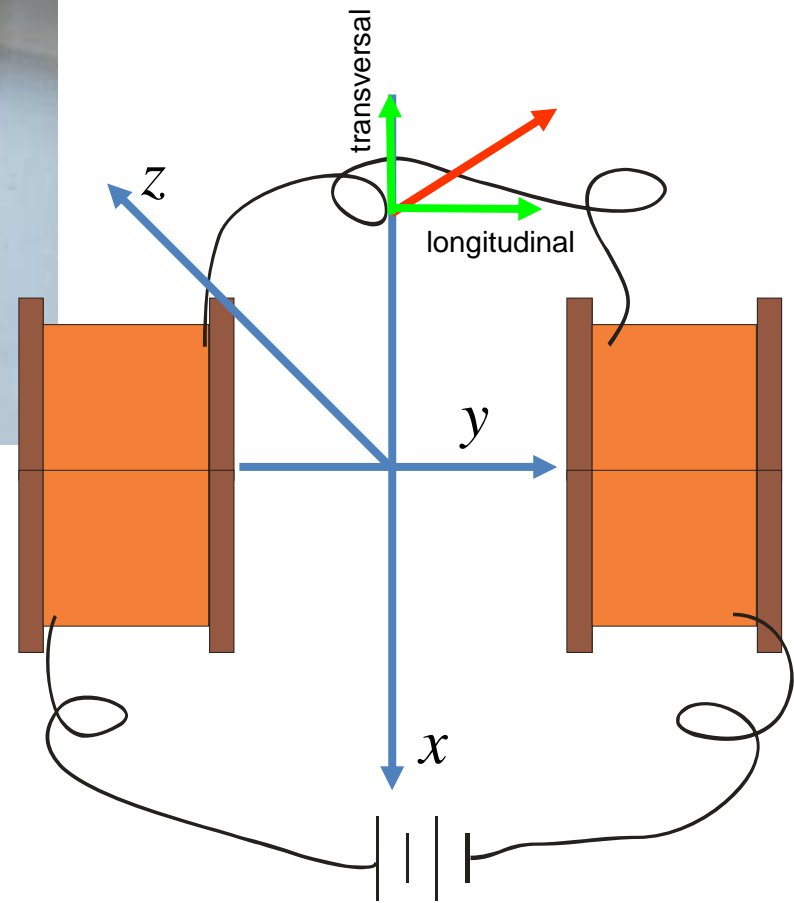
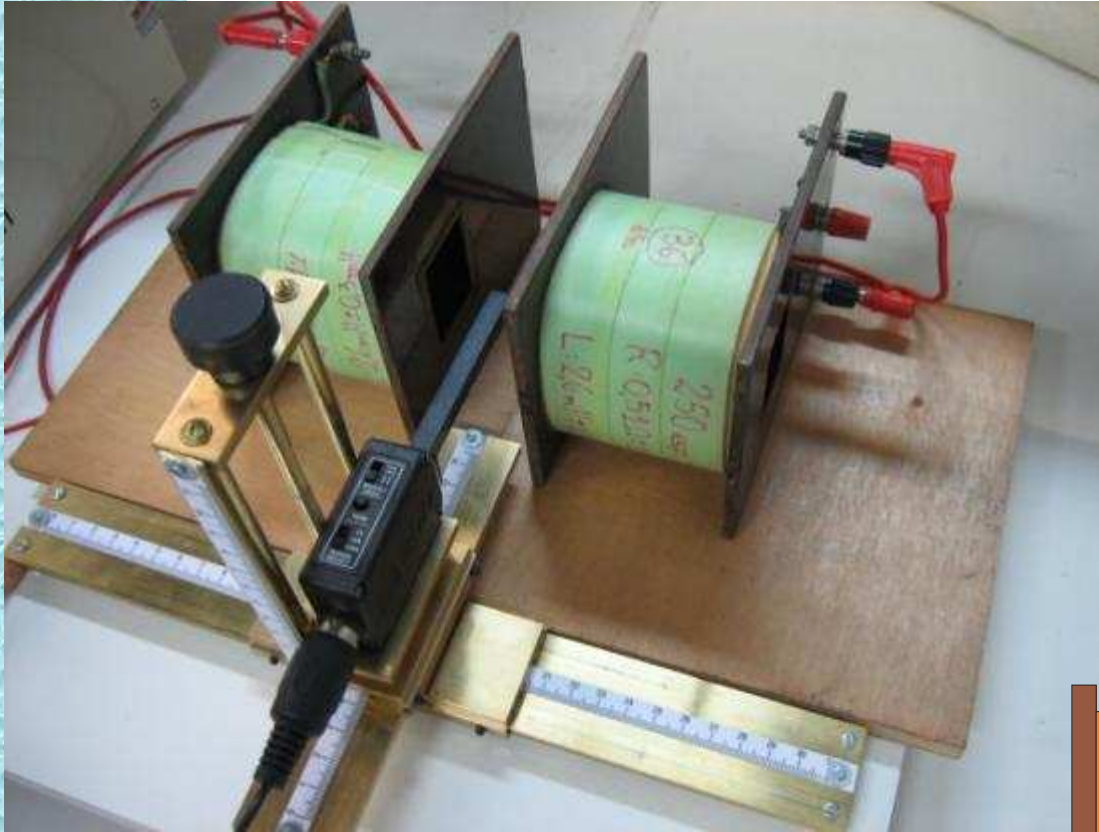


# Estudo de partículas em campos eletromagnéticos

- Entender o campo elétrico. Medir o campo elétrico gerado.
- Entender a geração das partículas (elétrons) e como elas se movimentam no campo elétrico?
- Entender a geração do campo magnético. Como medi-lo e como compará-lo com previsões teóricas?
  - Campo local
  - Campo gerado pelas bobinas
- Movimento dos elétrons no campo magnético gerado.
- Ligando o campo elétrico e magnético. Estudar o movimento das partículas no campo EM. Estudar o filtro de Wien

# Semana passada

## Mapeamento de campos





## Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Pelos resultados apresentados posso concluir que não!
  - Porque?
    - Não achamos os resultados estranhos quando confundimos transversal e longitudinal
      - Isto significa que não compreendemos a simetria do problema
    - Não achamos estranho a ordem de grandeza dos resultados serem tão discrepantes ou tão próximas do campo local
  - Poucos grupos fizeram medidas coerentes.
    - Temos um problema experimental sério!

# Alinhamento das Bobinas

Perfeito:

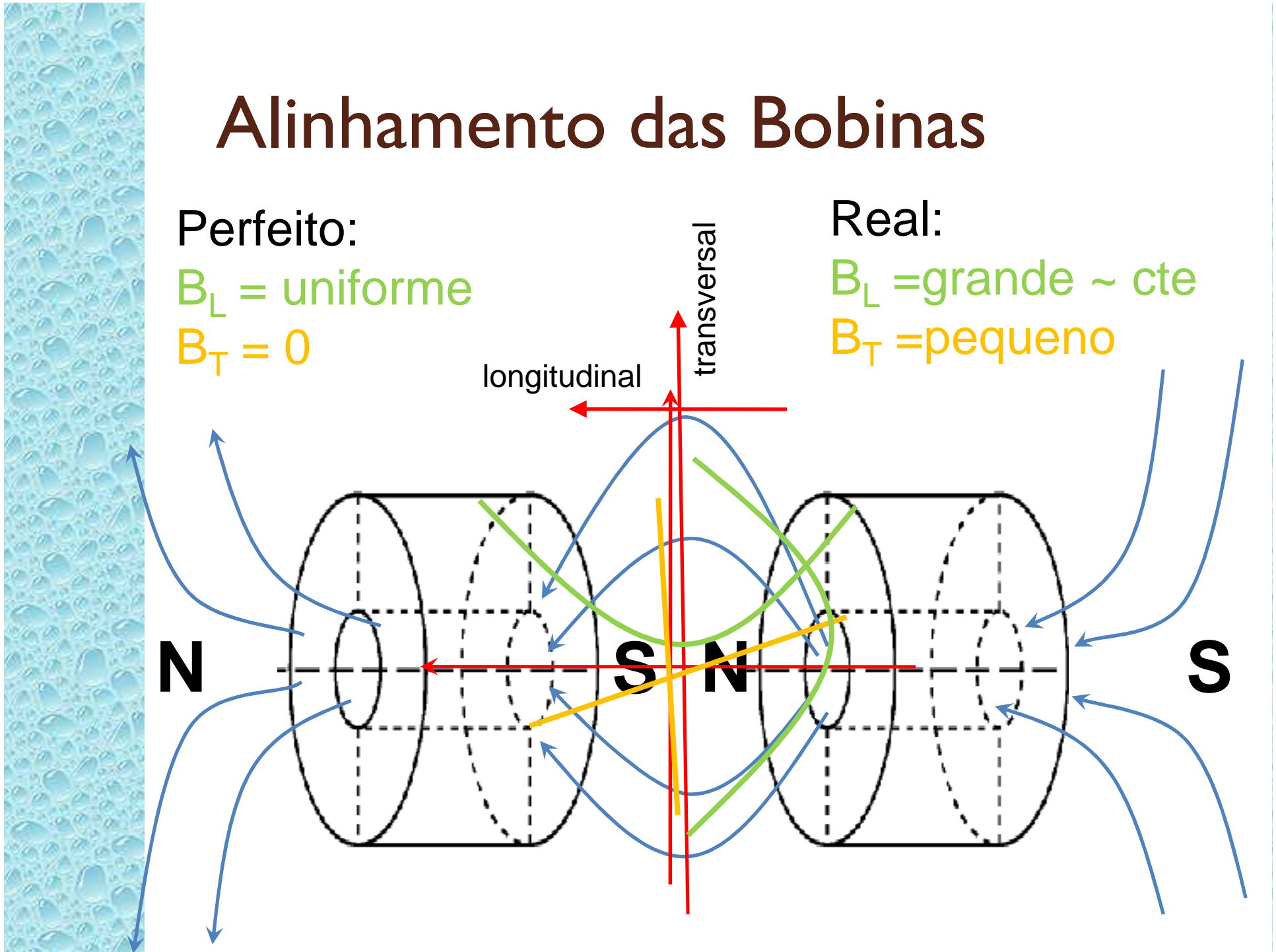
$B_L = \text{uniforme}$

$B_T = 0$

Real:

$B_L = \text{grande} \sim \text{cte}$

$B_T = \text{pequeno}$

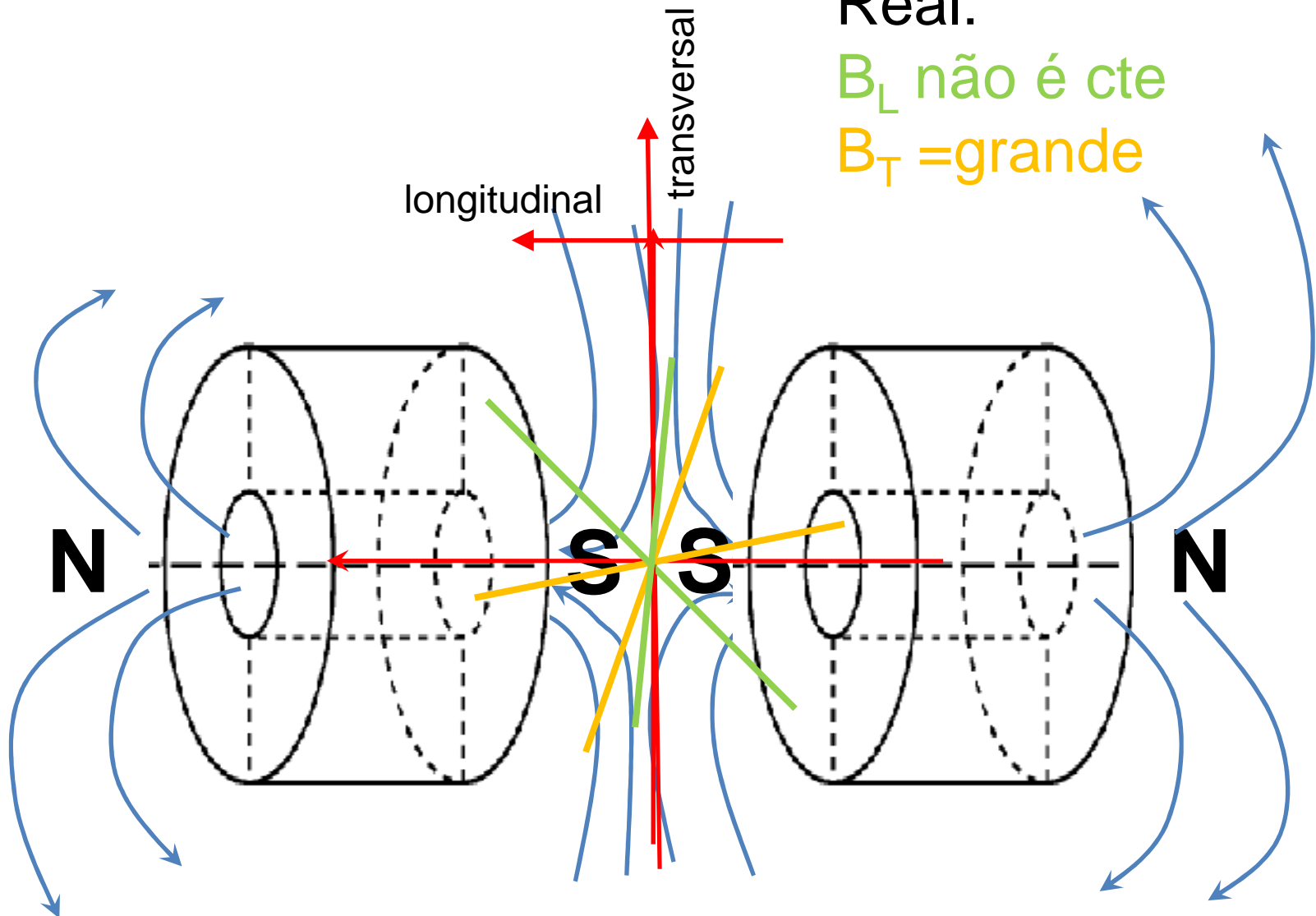


# Alinhamento das Bobinas - Errado

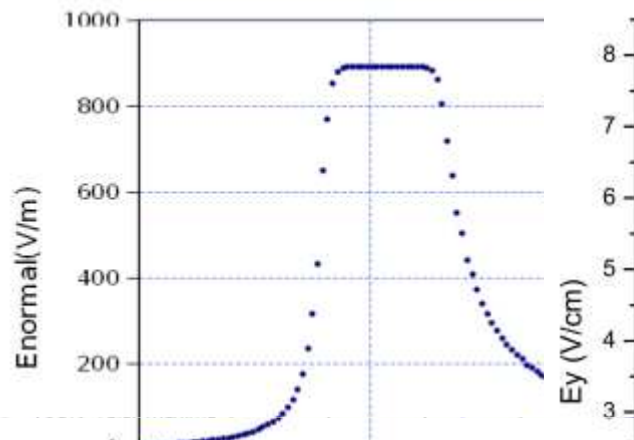
Real:

$B_L$  não é cte

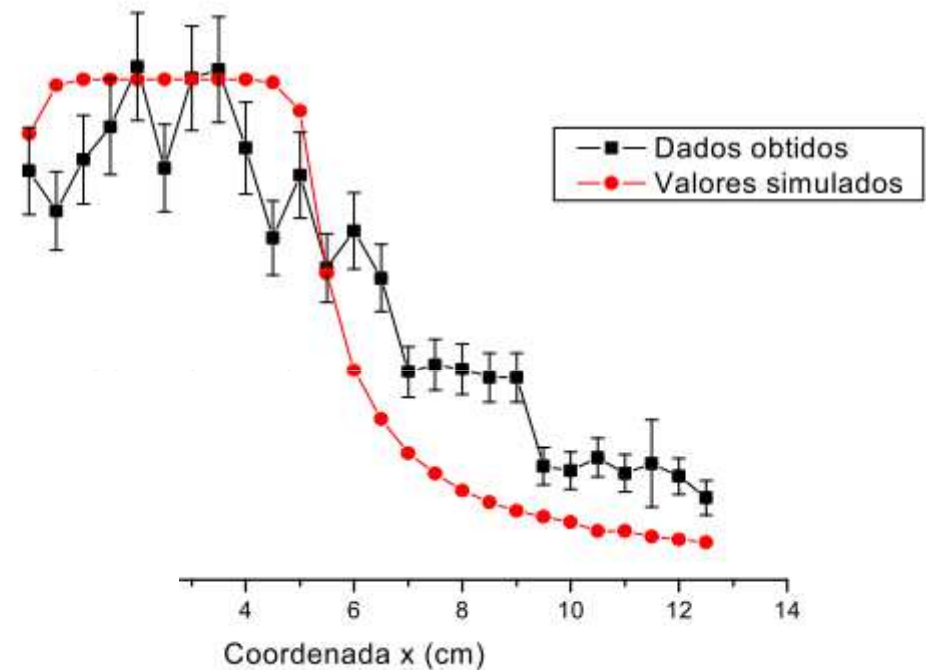
$B_T = \text{grande}$



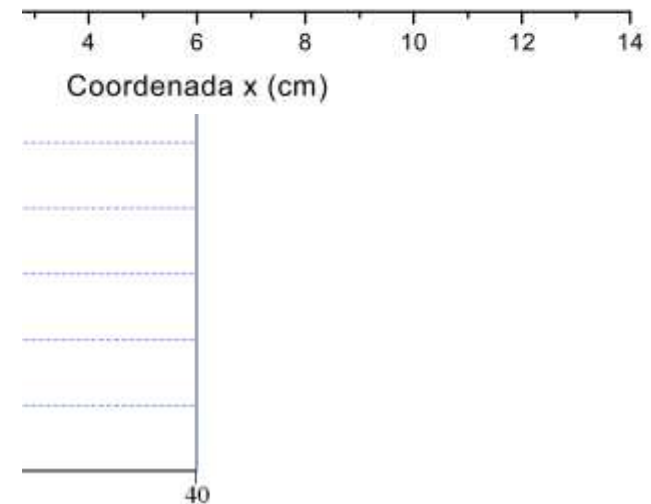
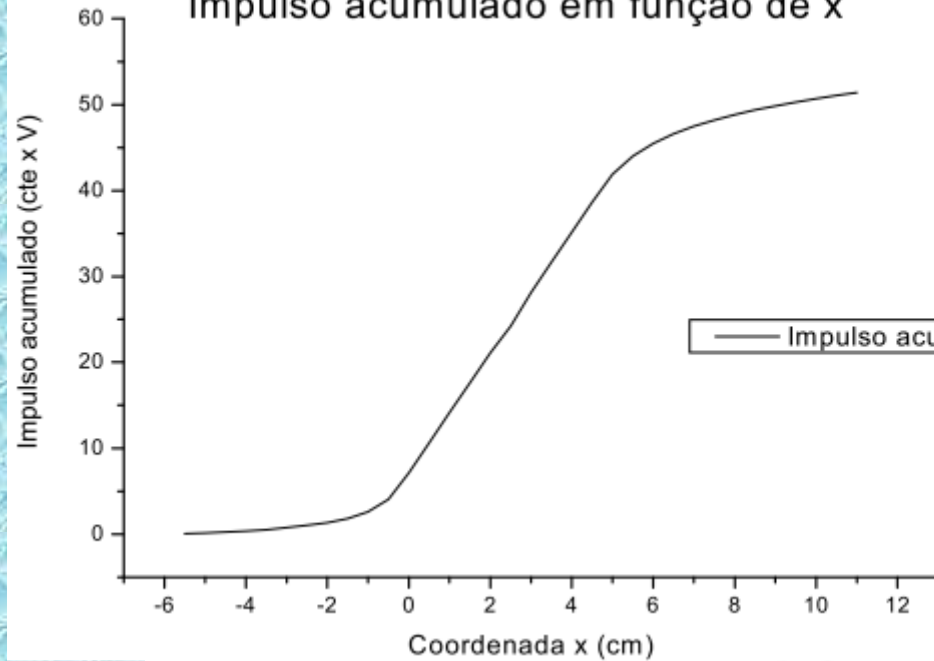
# Integral do Impulso



Componente y do campo ao longo do eixo x

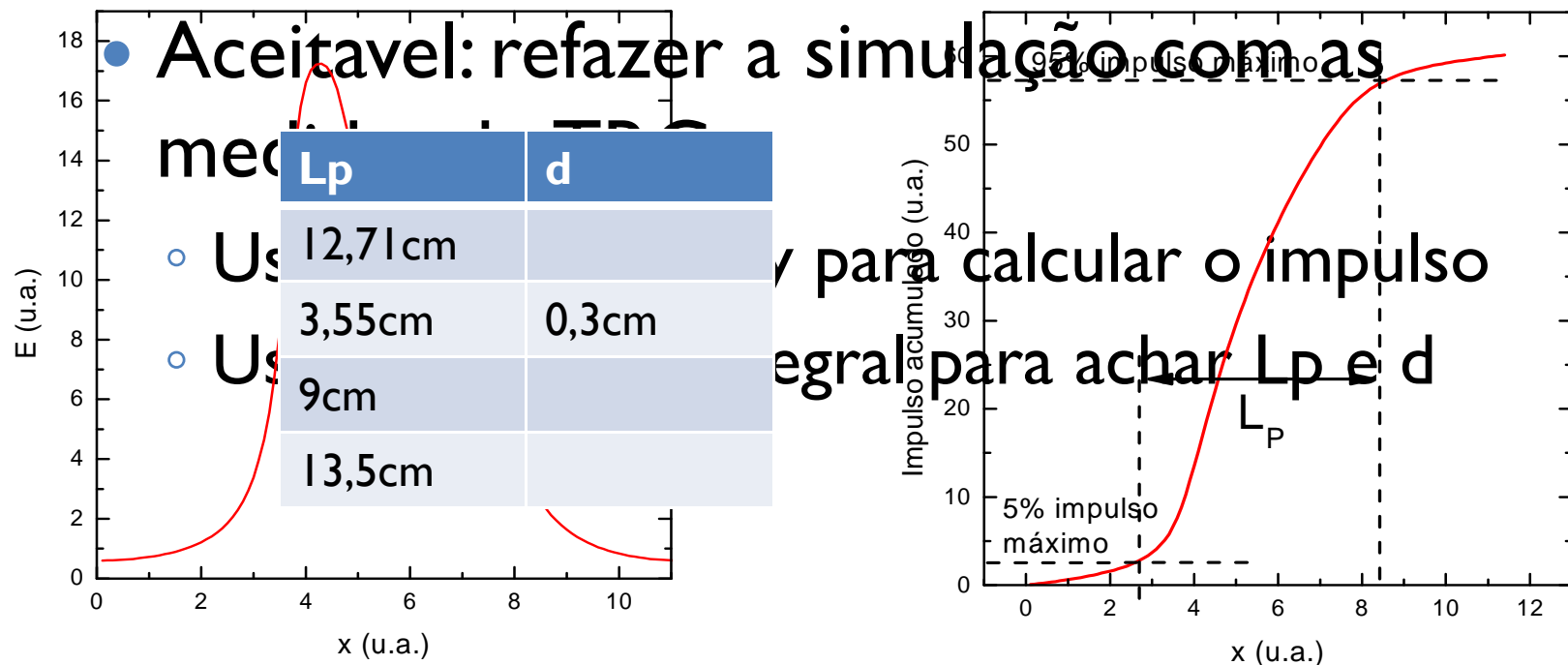


Impulso acumulado em função de x



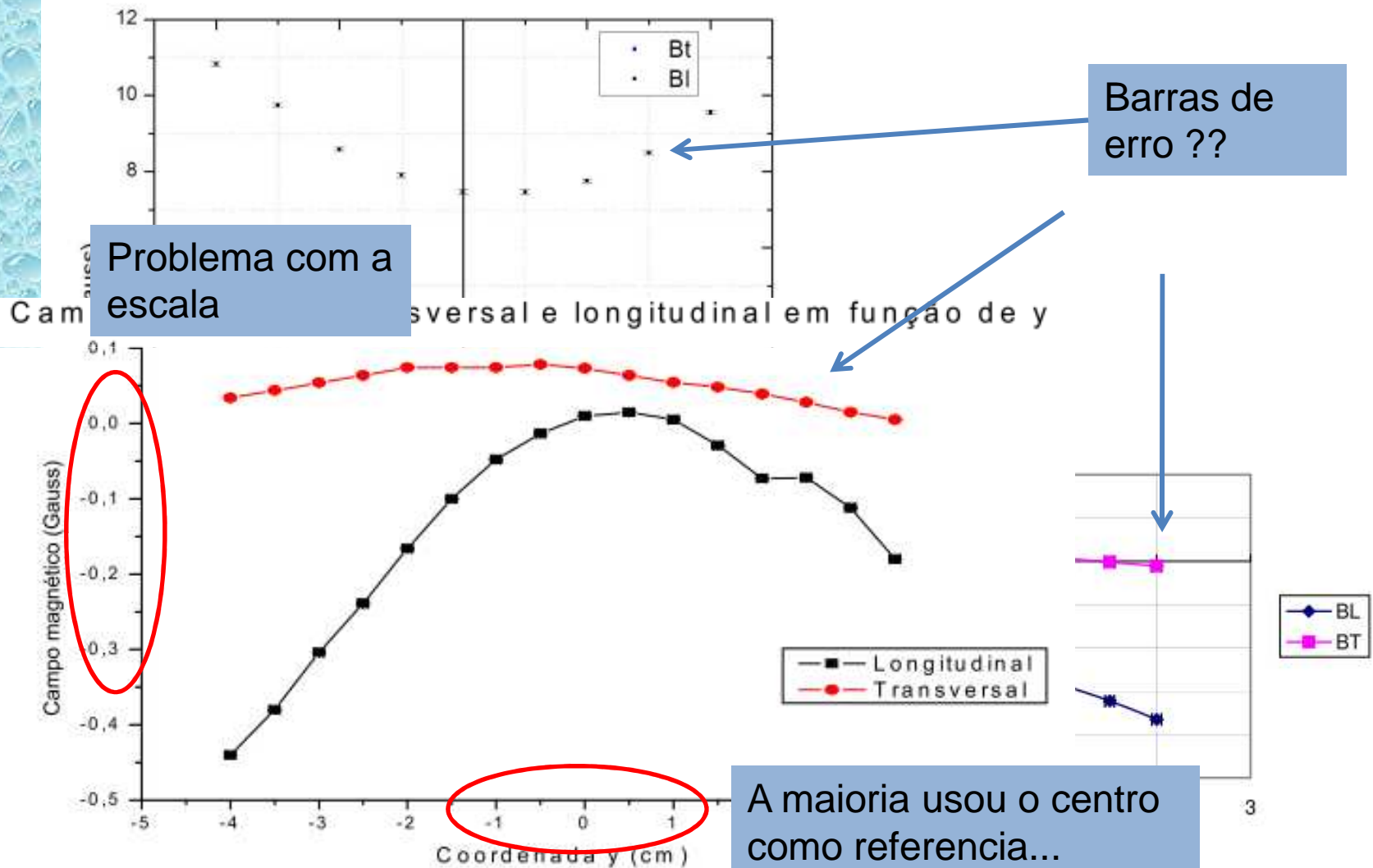
# Integral do Impulso: Como Fazer

- Usar simulação da cuba + medidas
  - Aplicar **fator de escala** para o TRC
  - Usar este campo  $E_y$  para calcular o impulso
  - Usar a curva da integral para achar  $L_p$  e  $d$

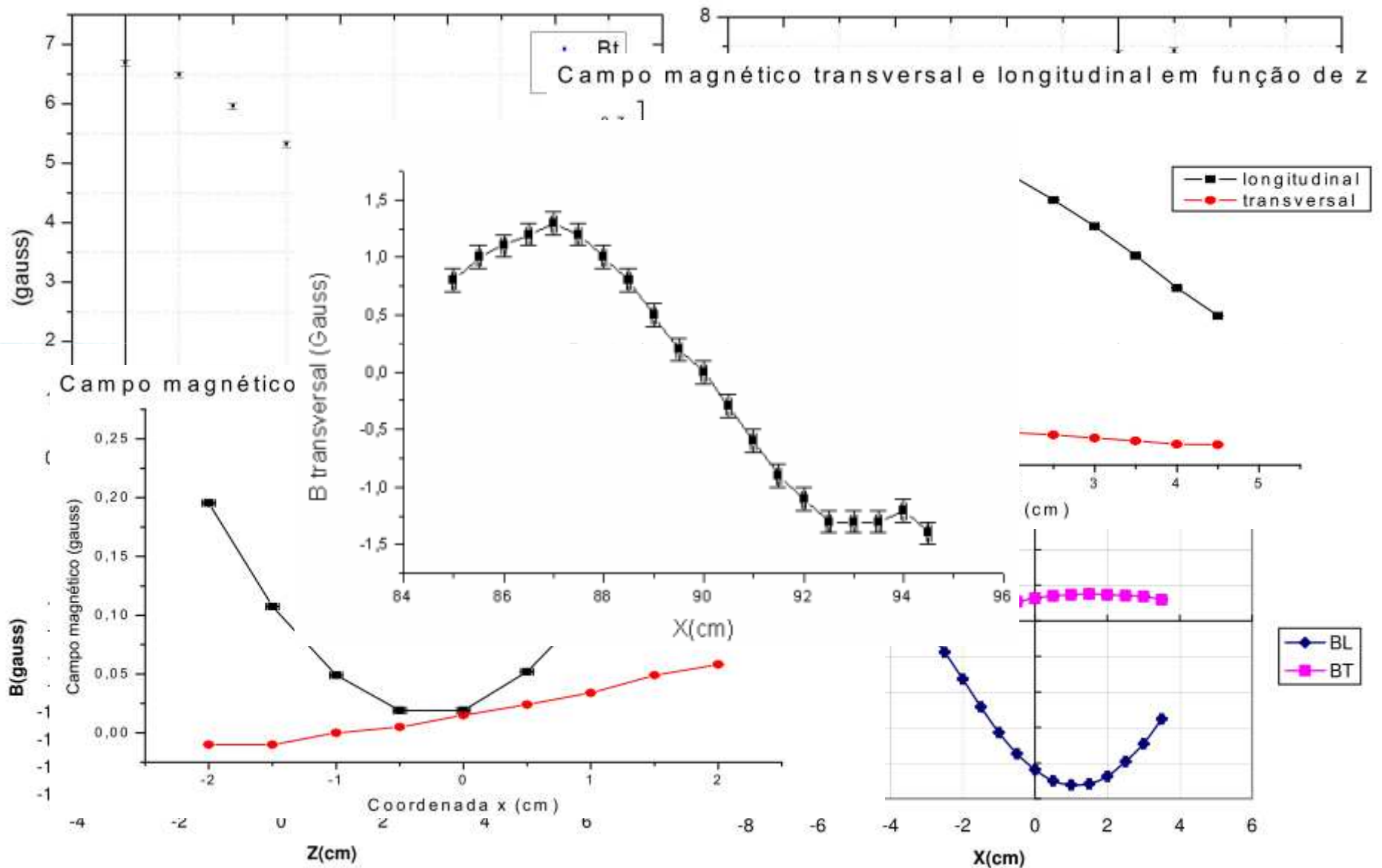




# Caracterização de $B$ eixo $y$



# Caracterização de $B$ eixo $x$ e $z$



# Problemas com Datastudio

Gráfico de B transversal vs y

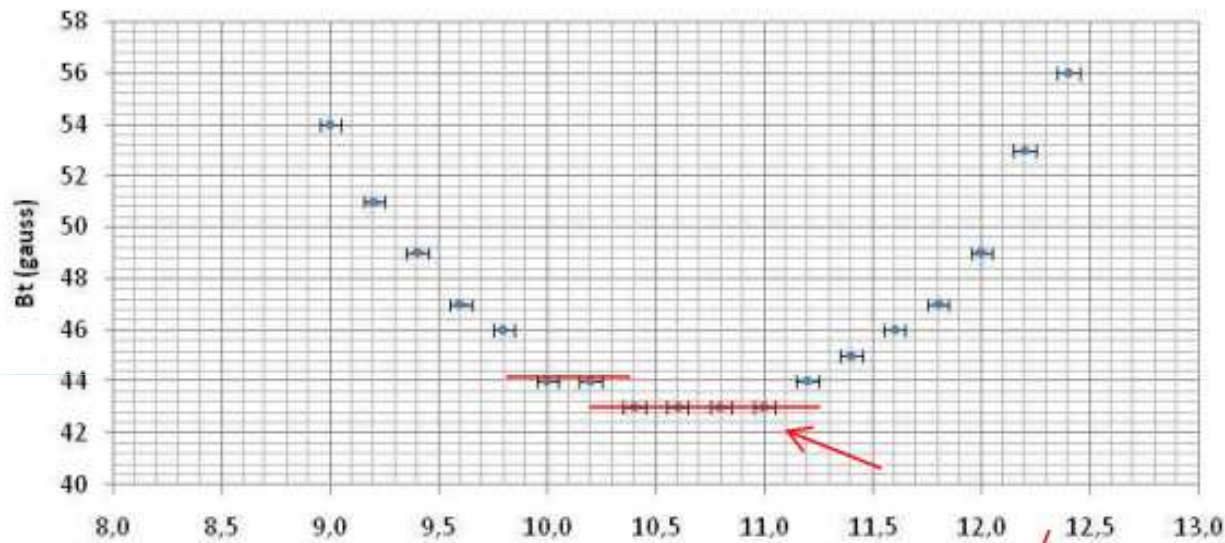
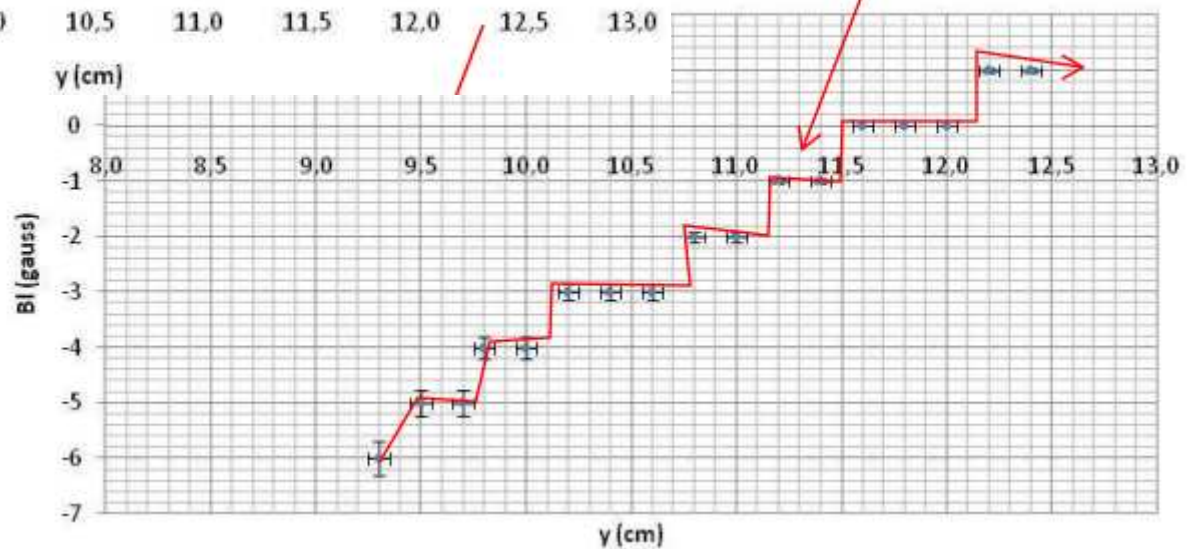
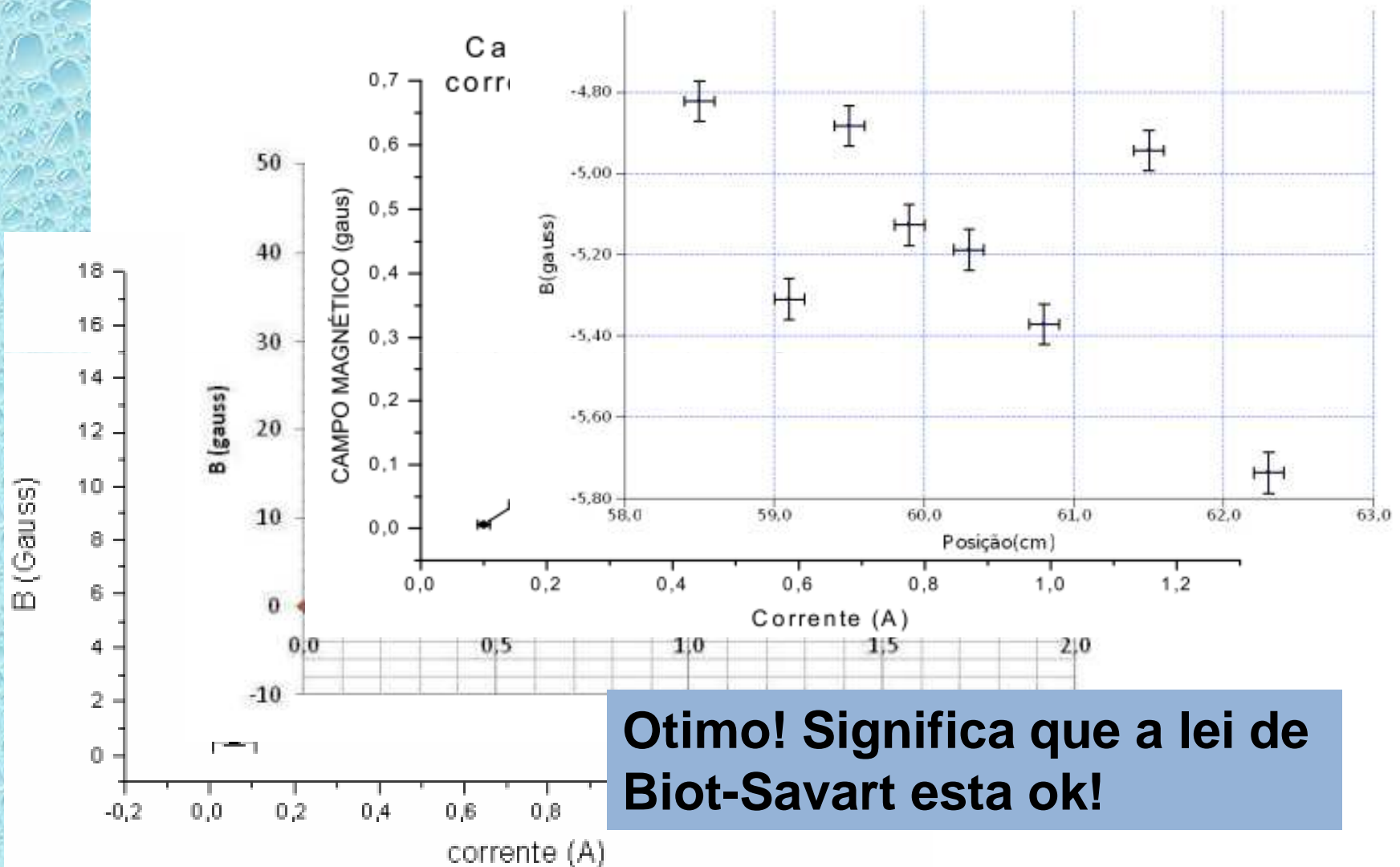


Gráfico de B longitudinal vs y



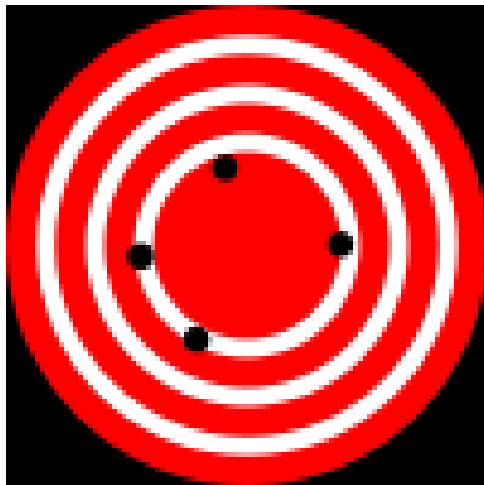
# Campo x Corrente



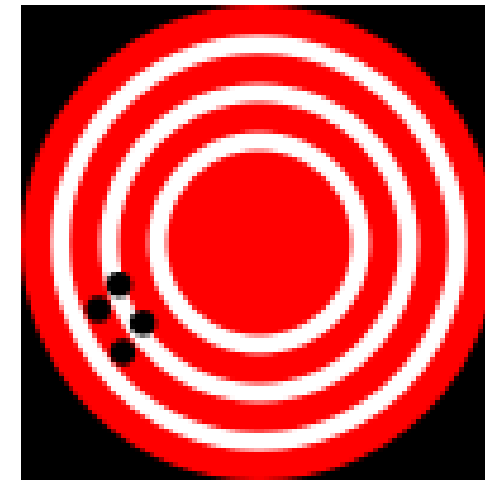
# Erros no campo magnetico

Table 1  
Magnetic Sensor Specification Chart

Range	Gain	Resolution	Accuracy	Calibration Factor
$\pm 1000$ gauss	1X	0.5 gauss	100 gauss	100 gauss/volt
$\pm 100$ gauss	10X	0.05 gauss	10 gauss	10 gauss/volt
$\pm 10$ gauss	100X	0.050 gauss	1 gauss	1 gauss/volt



Baixa precisão  
Boa acuracia



Boa precisão  
Baixa acuracia

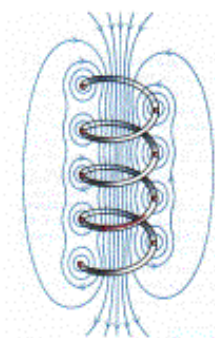
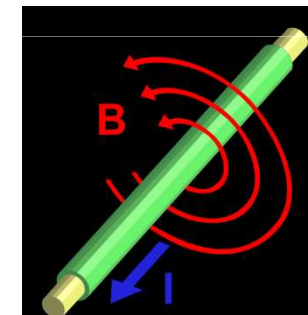
## Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

- Vamos resolver o problema teoricamente e comparar com os dados
  - Buscando coerências e entendimento!

- Como resolver teoricamente?

- Lei de Biot-Savart 
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Lei de Amperè 
$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_c$$



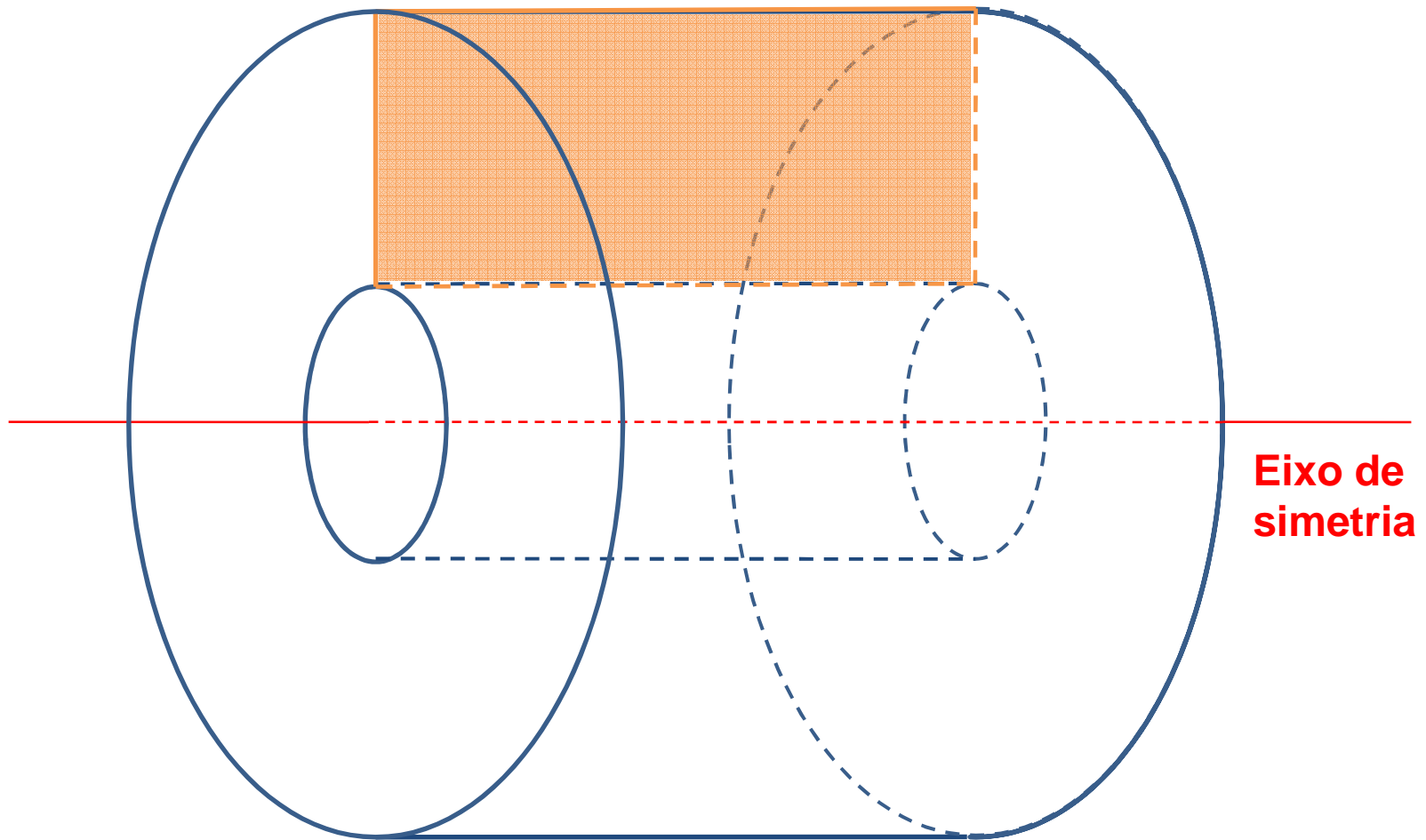
B-field due to a solenoid



## Nós entendemos o campo criado pelas bobinas?

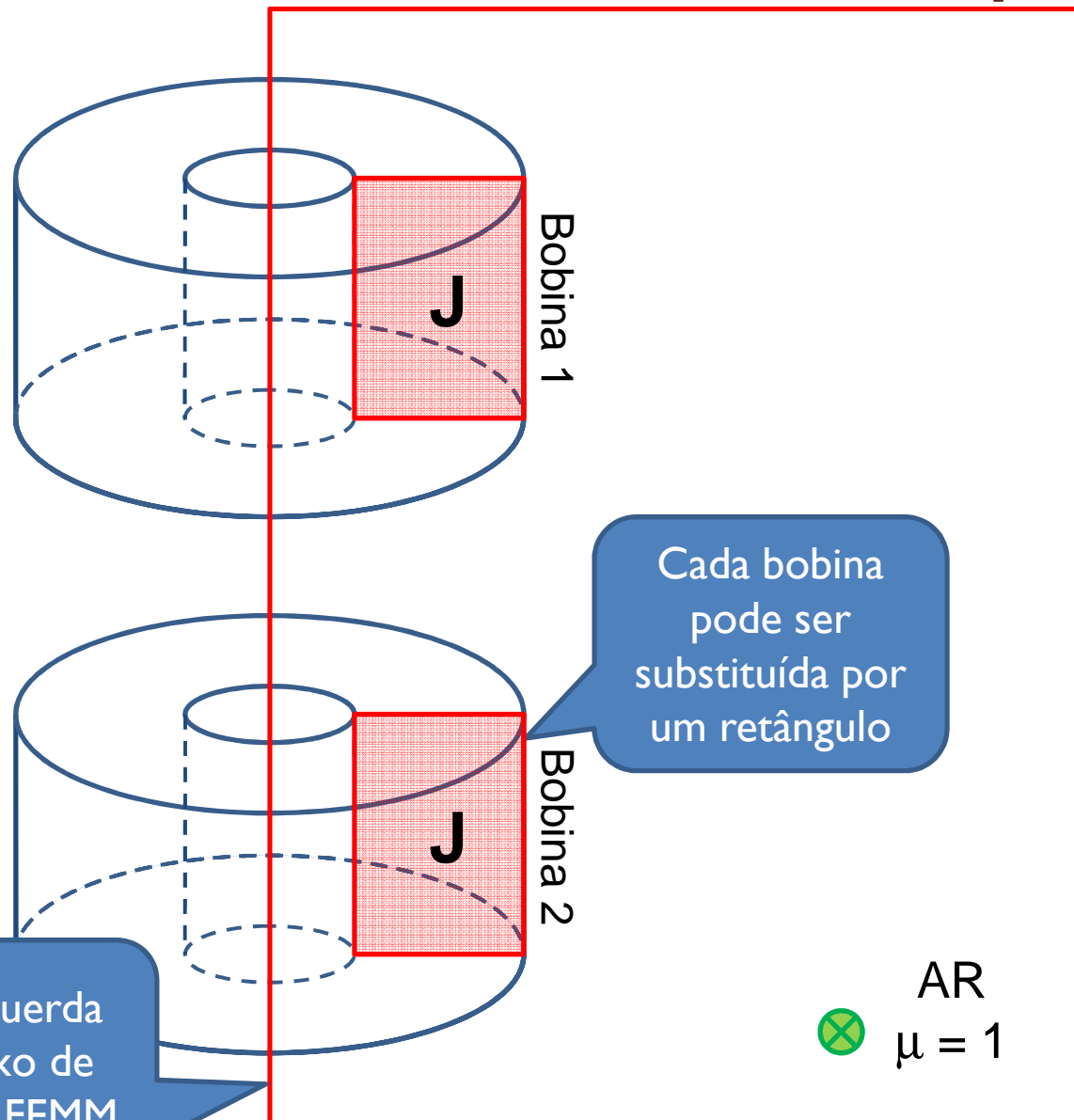
- Resolver campos magnéticos teoricamente é complicado e dependemos do problema conter simetrias para que as integrais sejam factíveis
- Como resolver na prática?
  - Simulações (resolução numérica do problema)
    - FEMM
      - Programa de simulação para elementos finitos

FEMM – Só resolve problemas com simetria... Neste caso: rotação





# FEMM – Geometria do problema



$J$  é a densidade de corrente em cada bobina

$$J = \frac{Ni}{A}$$

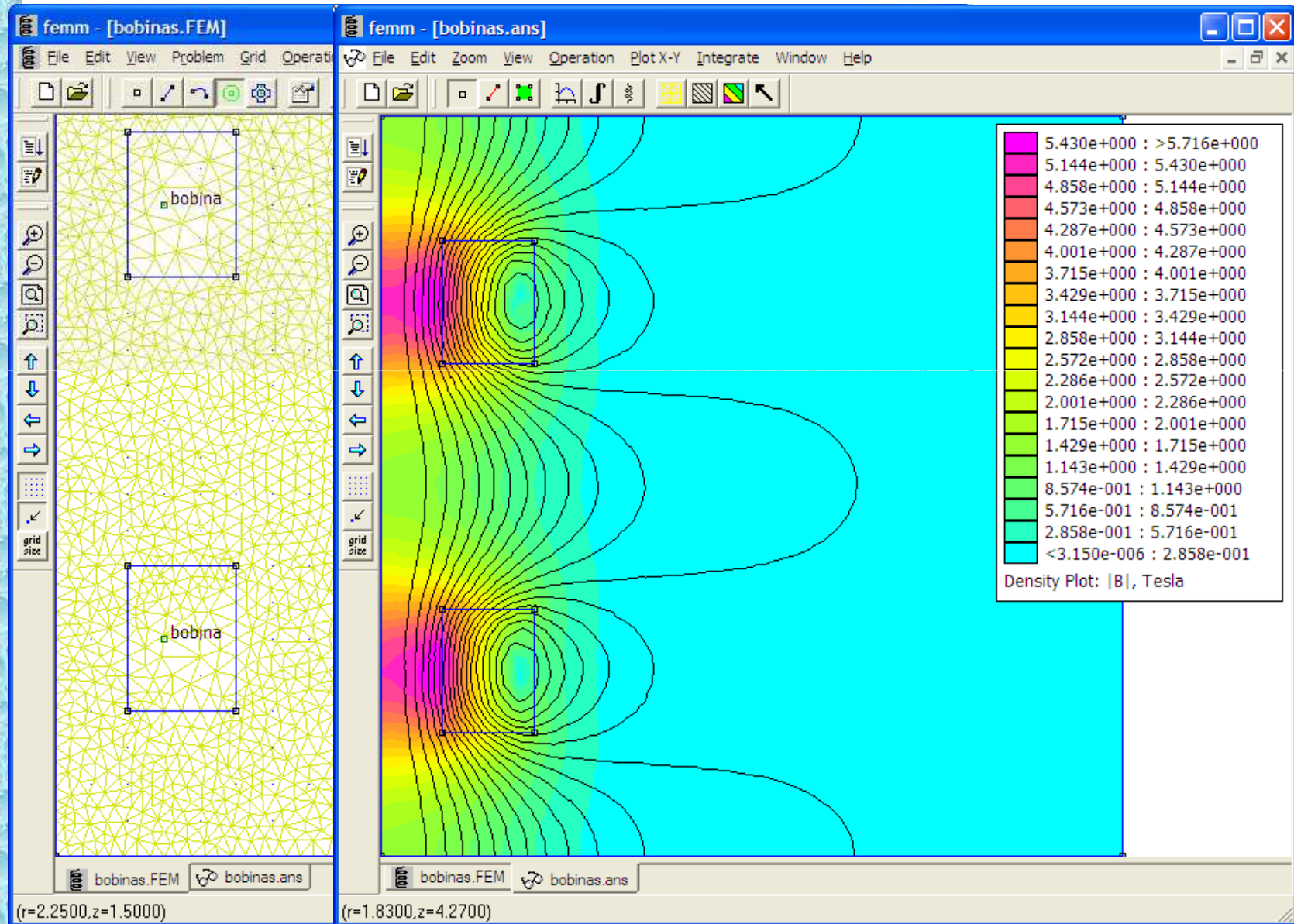
Cada bobina pode ser substituída por um retângulo

Lateral esquerda da tela (eixo de simetria no FEMM)

AR  
 $\mu = 1$

Em vermelho é a geometria a ser desenhada no qfield.

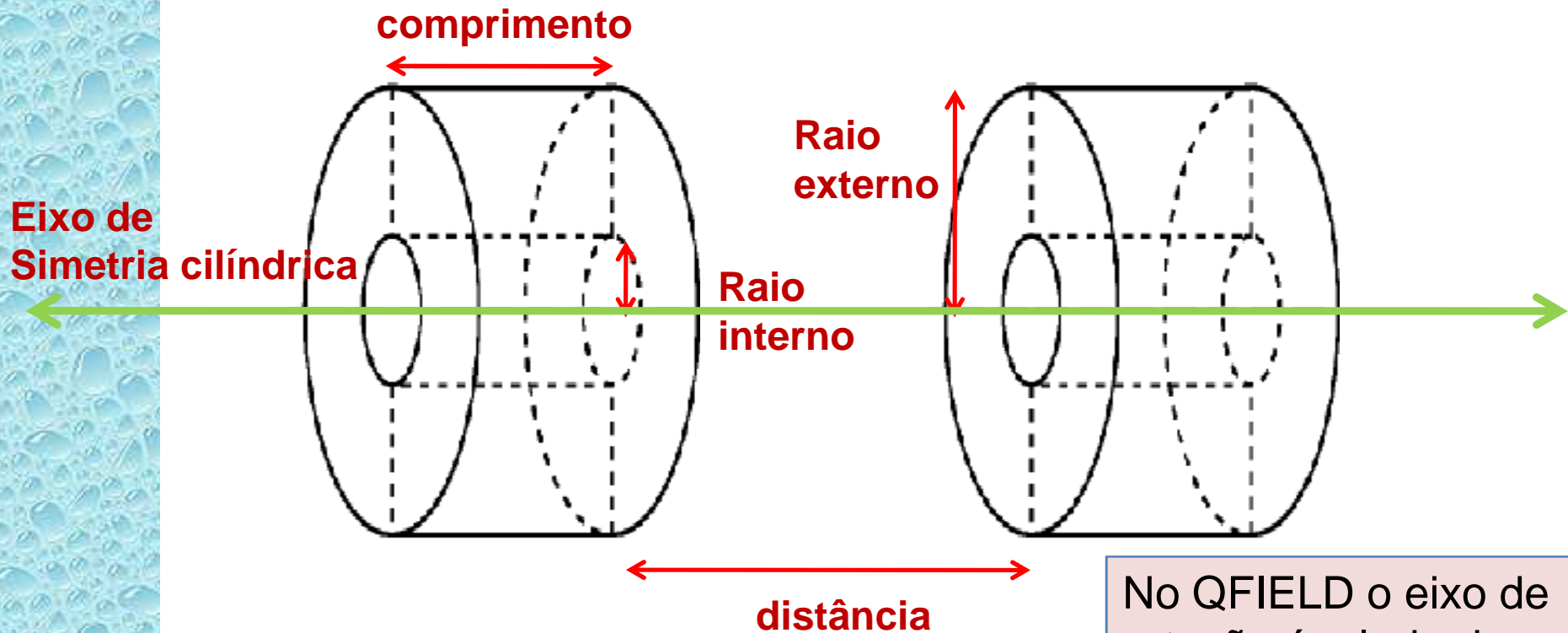
# FEMM...



# FEMM – Cuidados...

OBS importante:

- As dimensões são da área que passa corrente e não dos suportes, etc.
- Definir o problema como “Axissymmetric”



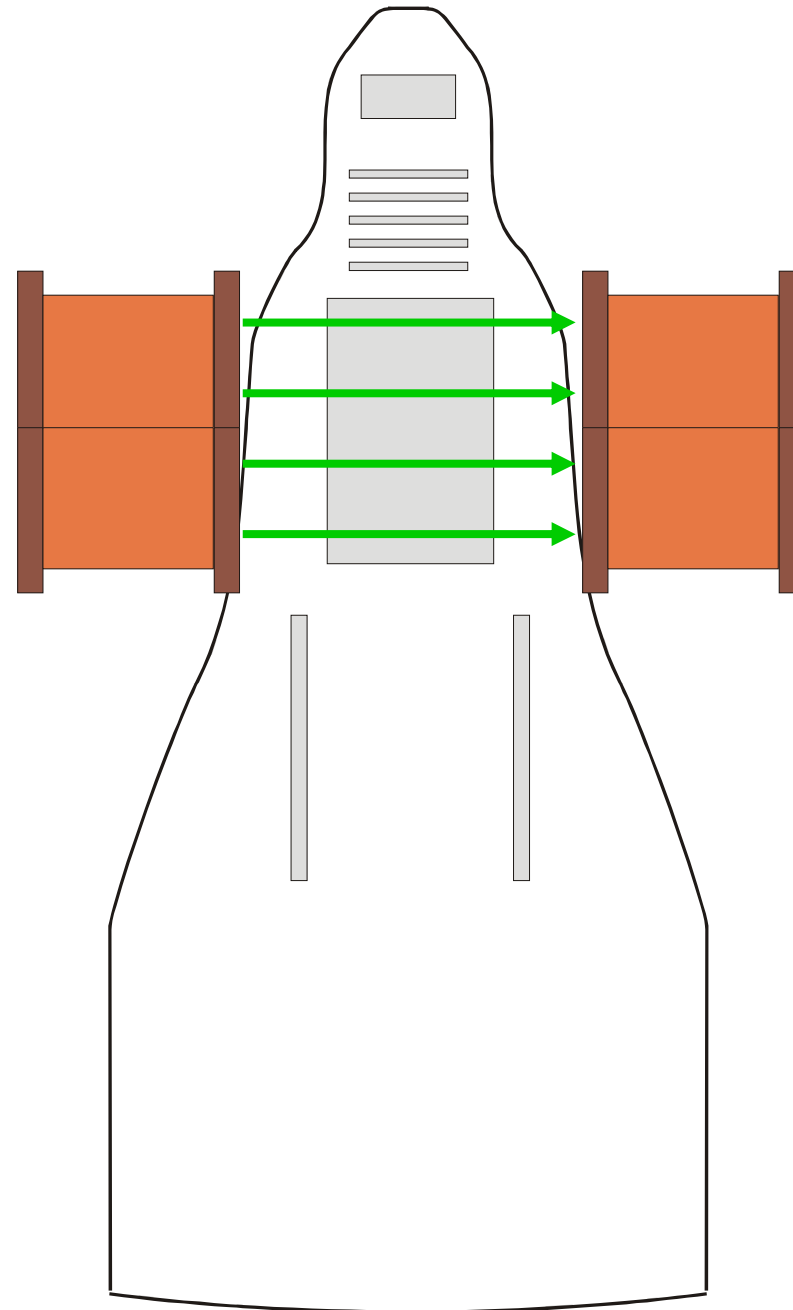
No QFIELD o eixo de rotação é o lado de baixo da tela !!!

# Atividades teóricas para a semana

- Usar o FEMM ...
  - Pode usar também o Qfield ou outro programa de preferência
  - Selecionar problema com simetria axial
  - Implementar a geometria das bobinas
    - Medir com régua/paquímetro as dimensões das bobinas
    - Supor simetria por rotação
  - Calcular a densidade de corrente ( $J = N*i/A$ )
    - $N$  = Número de espiras
    - $i$  = Corrente
    - $A$  = Área da seção da bobina
- ... ou resolver teoricamente
  - Possível, neste caso, pois simetria é mais simples
- Fazer o cálculo do campo magnético (transversal e longitudinal) ao longo do eixo de simetria
  - Comparar com os dados obtidos

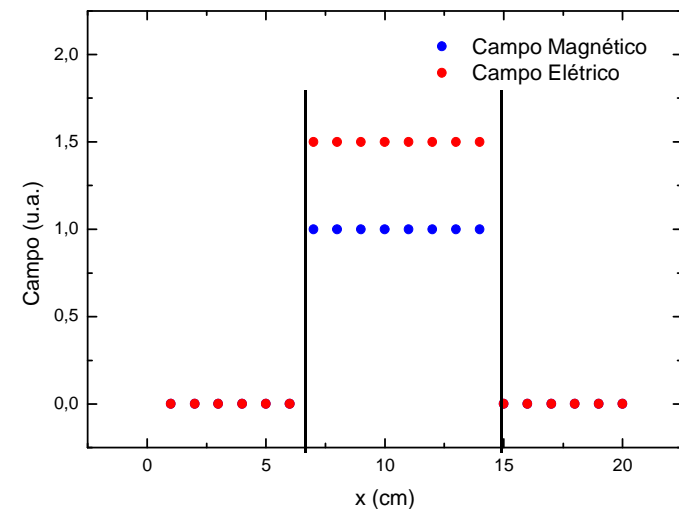
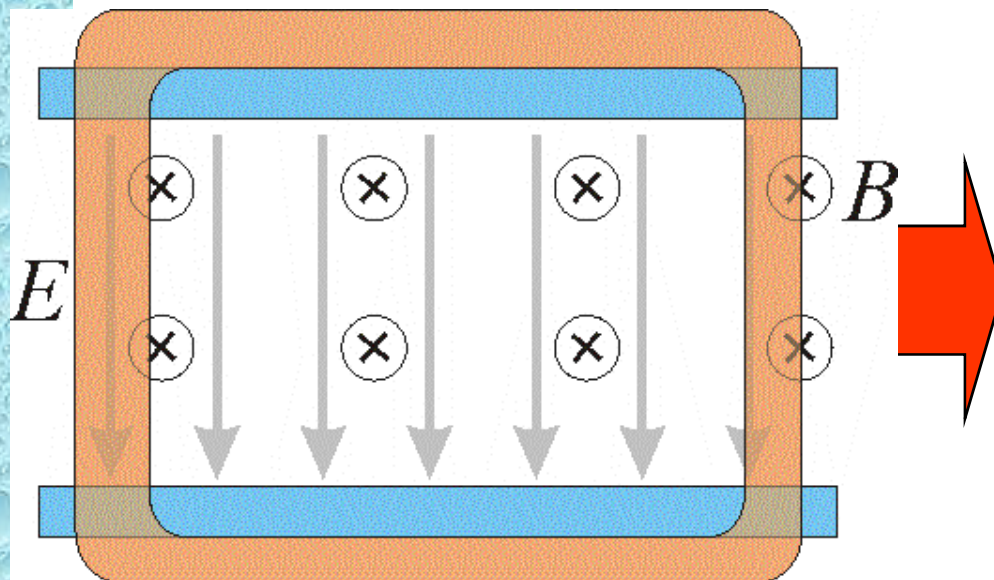
## O nosso seletor de velocidades

- Tubo de raios catódicos para a parte de campo elétrico
- Duas bobinas em série para fazer o campo magnético



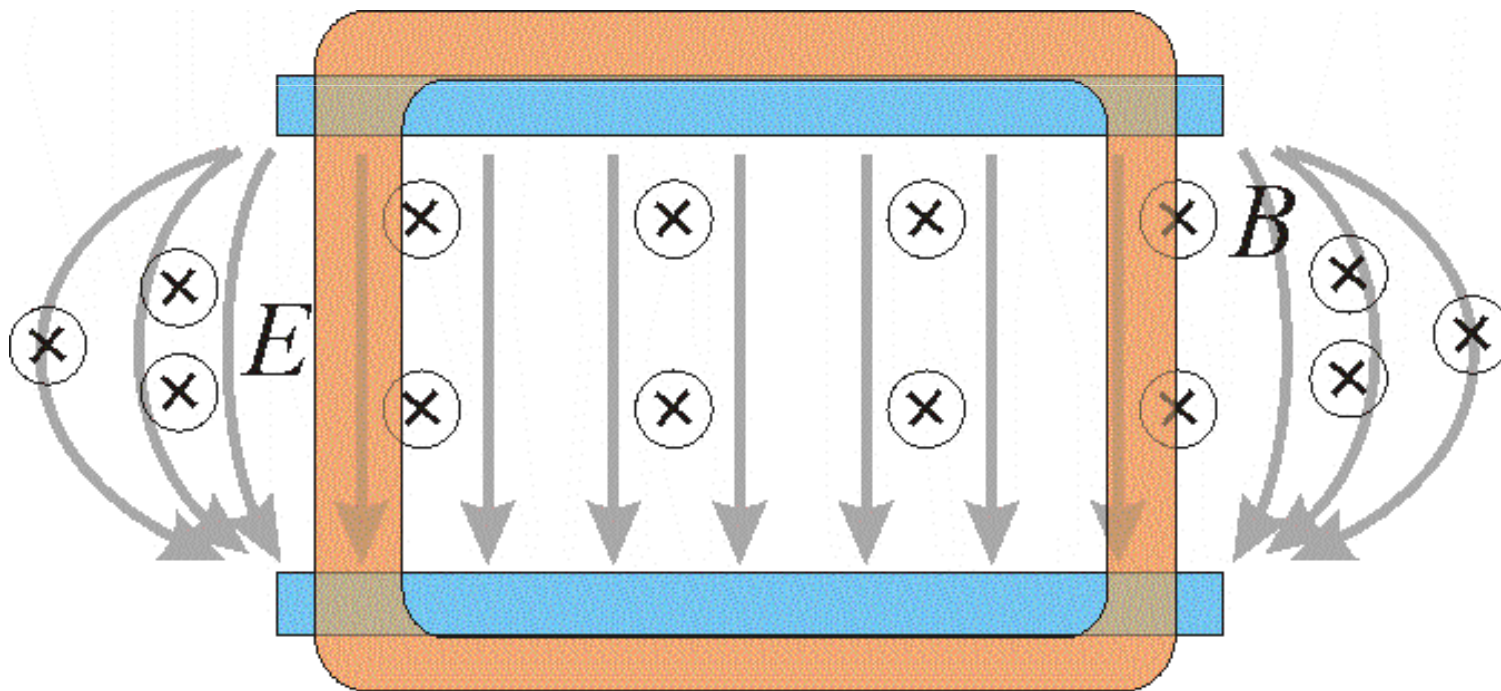
# O seletor de velocidades ideal

- Equipamento composto de um campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares), uniformes, contantes e superpostos



# O seletor de velocidades real

- Campos não ficam confinados na região das placas e das bobinas

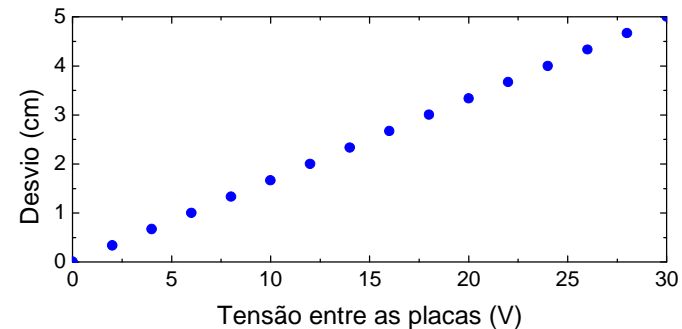
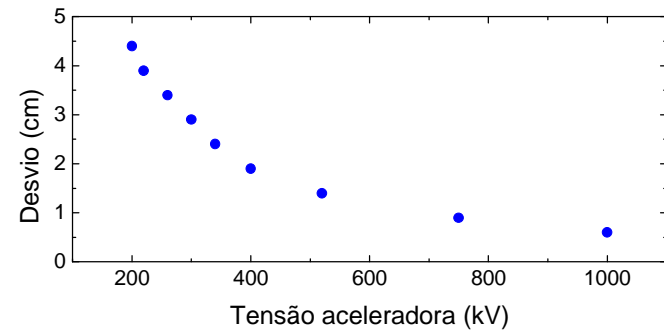


# Estudo do campo elétrico

- Medidas experimentais indicaram que, dentro da precisão experimental, podemos aproximar o campo para uma configuração ideal

$$h = \frac{L_P V_P}{2dV_{AC}} \left( \frac{L_P}{2} + D_{PS} \right)$$

Obtivemos o tamanho e distância efetiva das placas

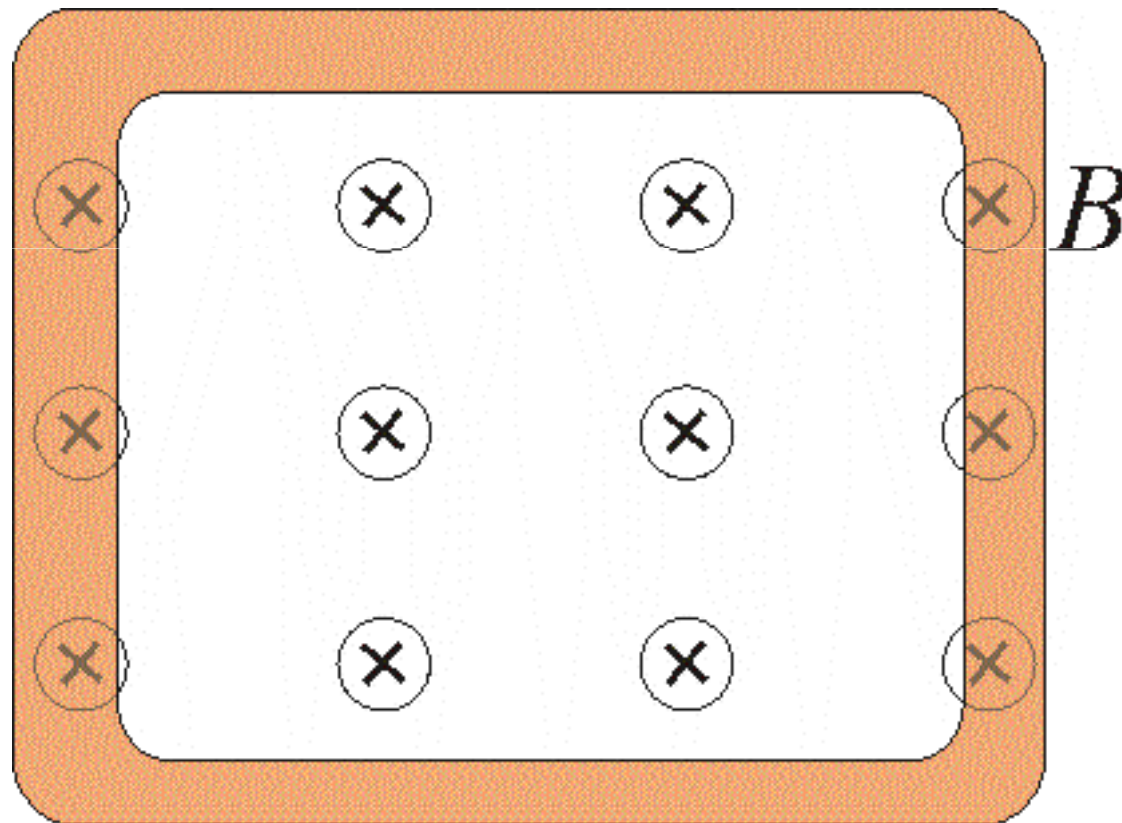


- Podemos fazer o mesmo para o campo magnético?



# Modelo para o campo magnético

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas

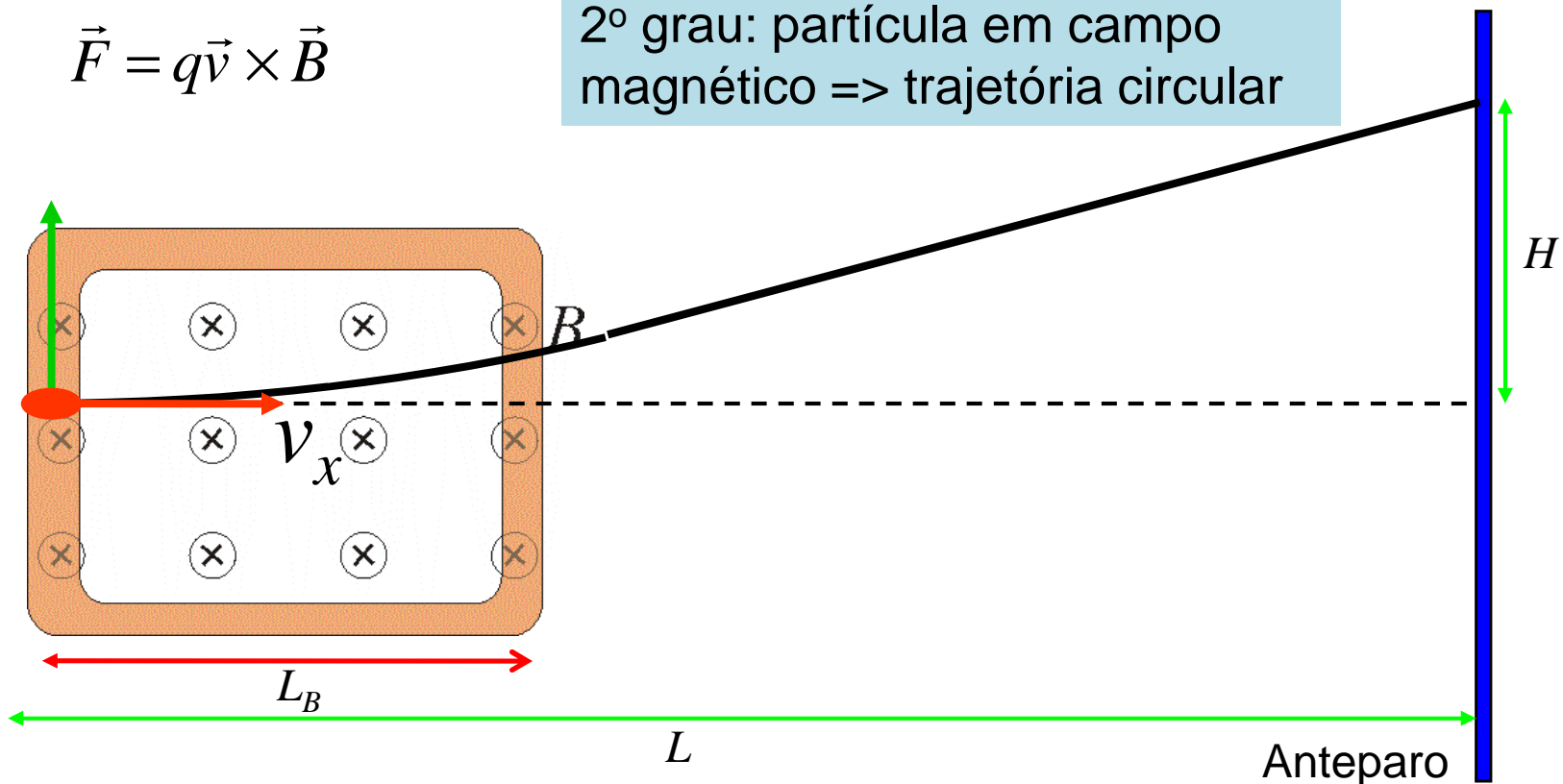


# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Campo uniforme e constante entre as bobinas e nulo fora das bobinas

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

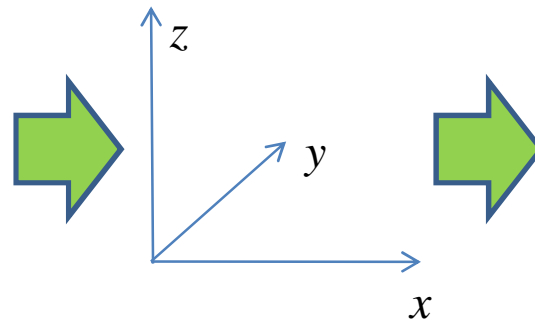
2º grau: partícula em campo magnético => trajetória circular



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

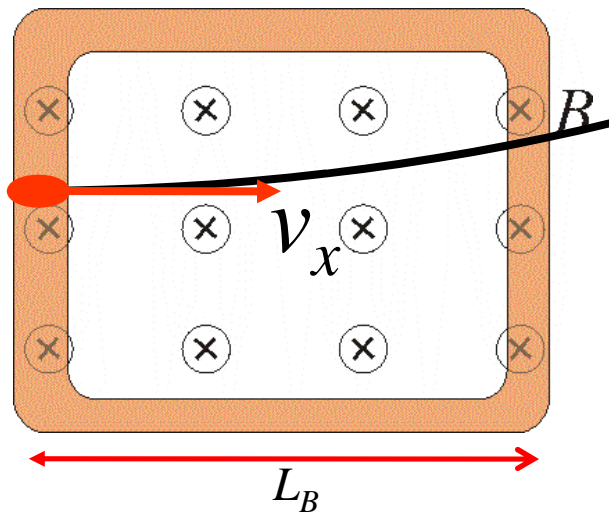
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



$$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B \hat{j}$$

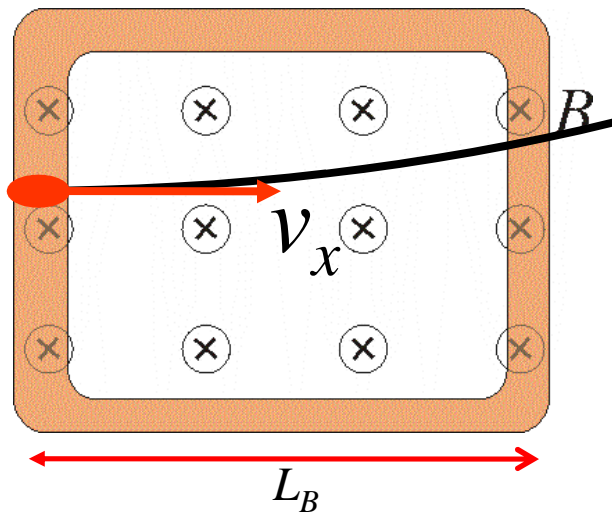


$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix}$$

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\vec{F} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = qB(v_x \hat{k} - v_z \hat{i}) \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} F_x &= -qBv_z \\ F_z &= qBv_x \end{aligned}$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\frac{qB}{m} v_z \\ \frac{d}{dt} v_z &= \frac{qB}{m} v_x \end{aligned} \right\} \omega = \frac{qB}{m} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x &= -\omega v_z \\ \frac{d}{dt} v_z &= \omega v_x \end{aligned} \right.$$

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$\frac{d}{dt}v_x = -\omega v_z$$

$$\frac{d}{dt}v_z = \omega v_x$$

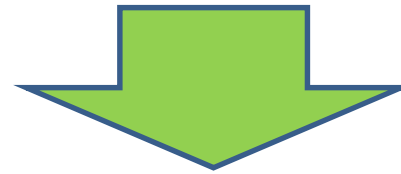


$$\frac{d^2}{dt^2}v_x = -\omega \frac{d}{dt}v_z$$

$$\frac{d}{dt}v_z = \omega v_x$$



$$\frac{d^2}{dt^2}v_x = -\omega^2 v_x$$

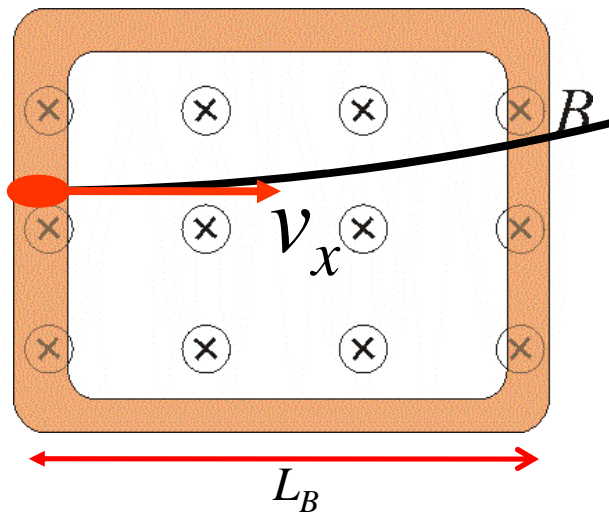


$$v_x = v_{0x} \cos(\omega t)$$

$$v_z = -\frac{1}{\omega} \frac{d}{dt}v_x$$



$$v_z = v_{0x} \sin(\omega t)$$



# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

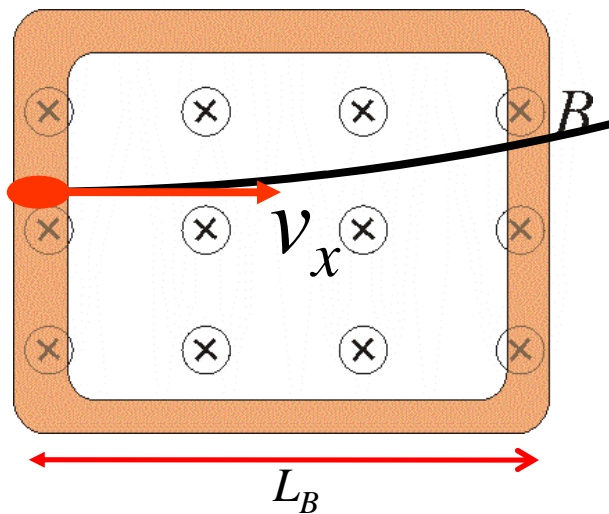
$$v_x = v_{0x} \cos(\omega t)$$

$$v_z = v_{0x} \sin(\omega t)$$



$$x = \frac{v_{0x}}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$z = -\frac{v_{0x}}{\omega} \cos(\omega t)$$



Qual é a trajetória descrita por estas equações?

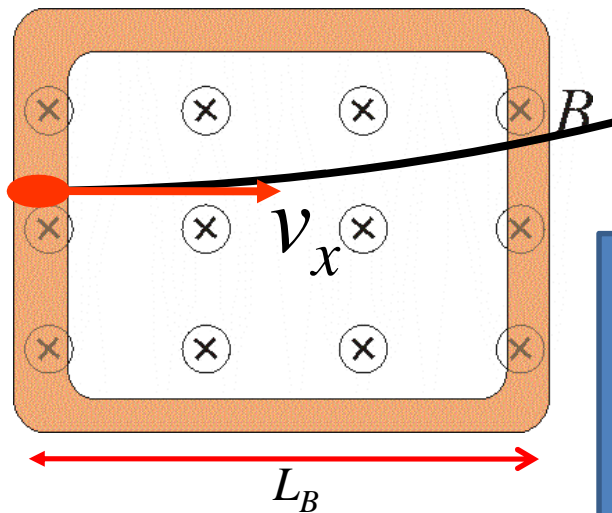
Vamos calcular, como se não soubesse a resposta, a grandeza  $z^2 + x^2$

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Vamos resolver o movimento dentro da bobina

$$x^2 + y^2 = \left( \frac{v_{0x}}{\omega} \right)^2$$

Equação de uma circunferência de raio  $v_{0x}/\omega$



$$R = \frac{v_{0x}}{\omega} = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

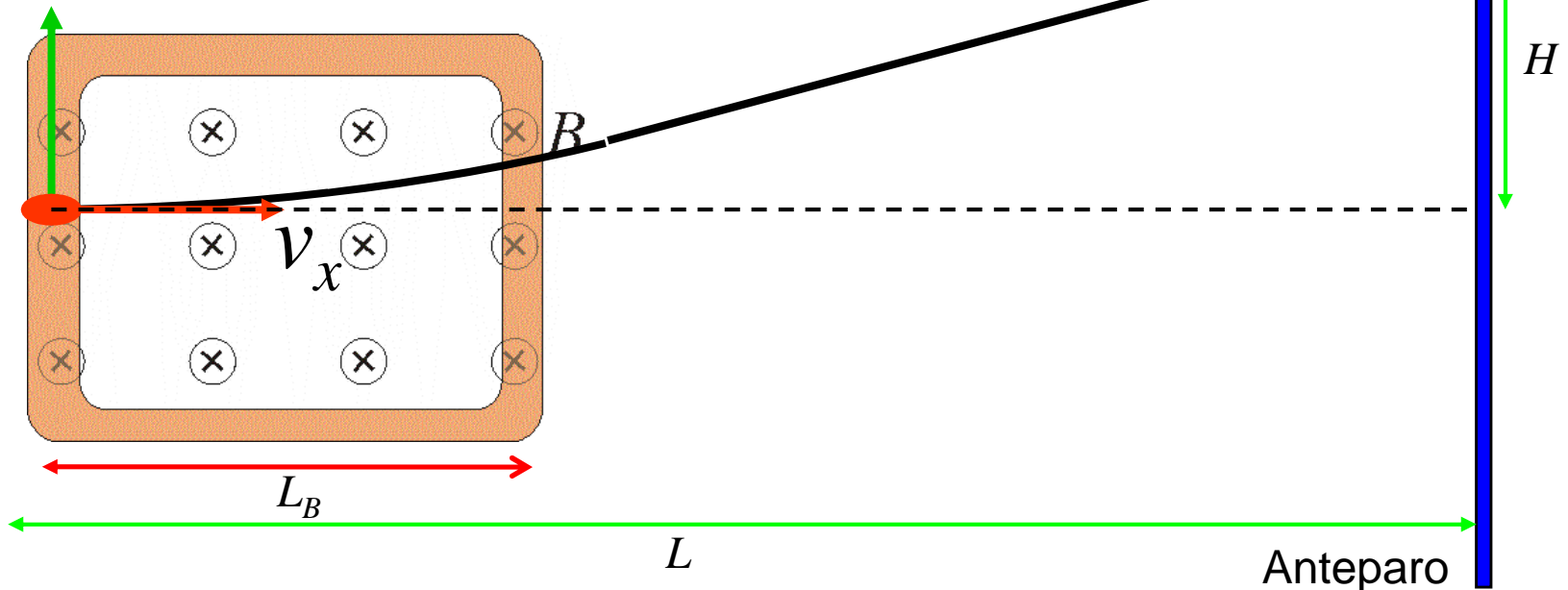
O resultado é bastante intuitivo!  
Sendo a força magnética perpendicular à velocidade ela é centrípeta e a trajetória é “circular”

# Movimento de uma partícula neste campo idealizado

- Trajetória circular na região do campo magnético

$$R = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

- Qual é o deslocamento  $H$  na tela do TRC?
- Temos que usar geometria



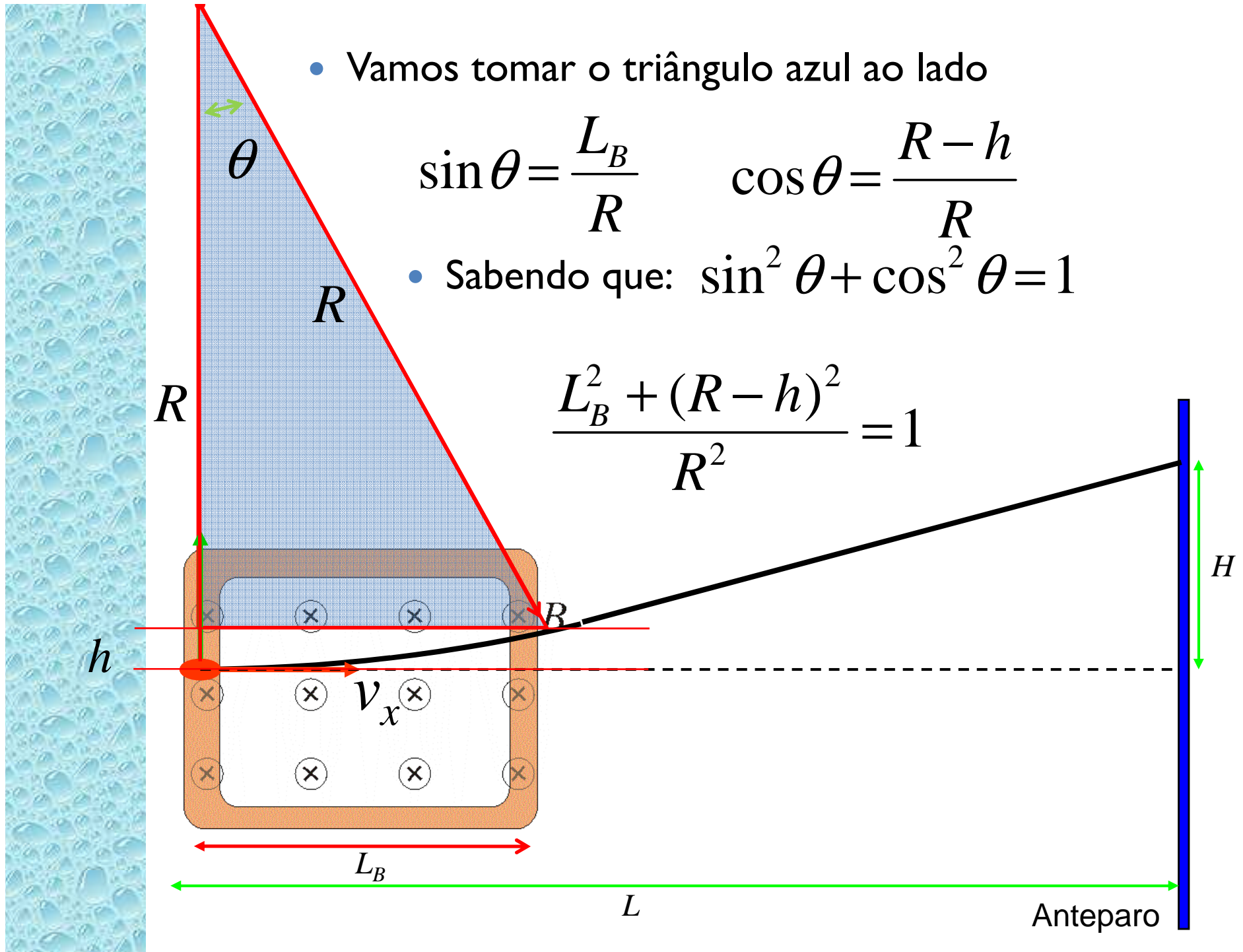


- Vamos tomar o triângulo azul ao lado

$$\sin \theta = \frac{L_B}{R} \quad \cos \theta = \frac{R-h}{R}$$

- Sabendo que:  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\frac{L_B^2 + (R-h)^2}{R^2} = 1$$



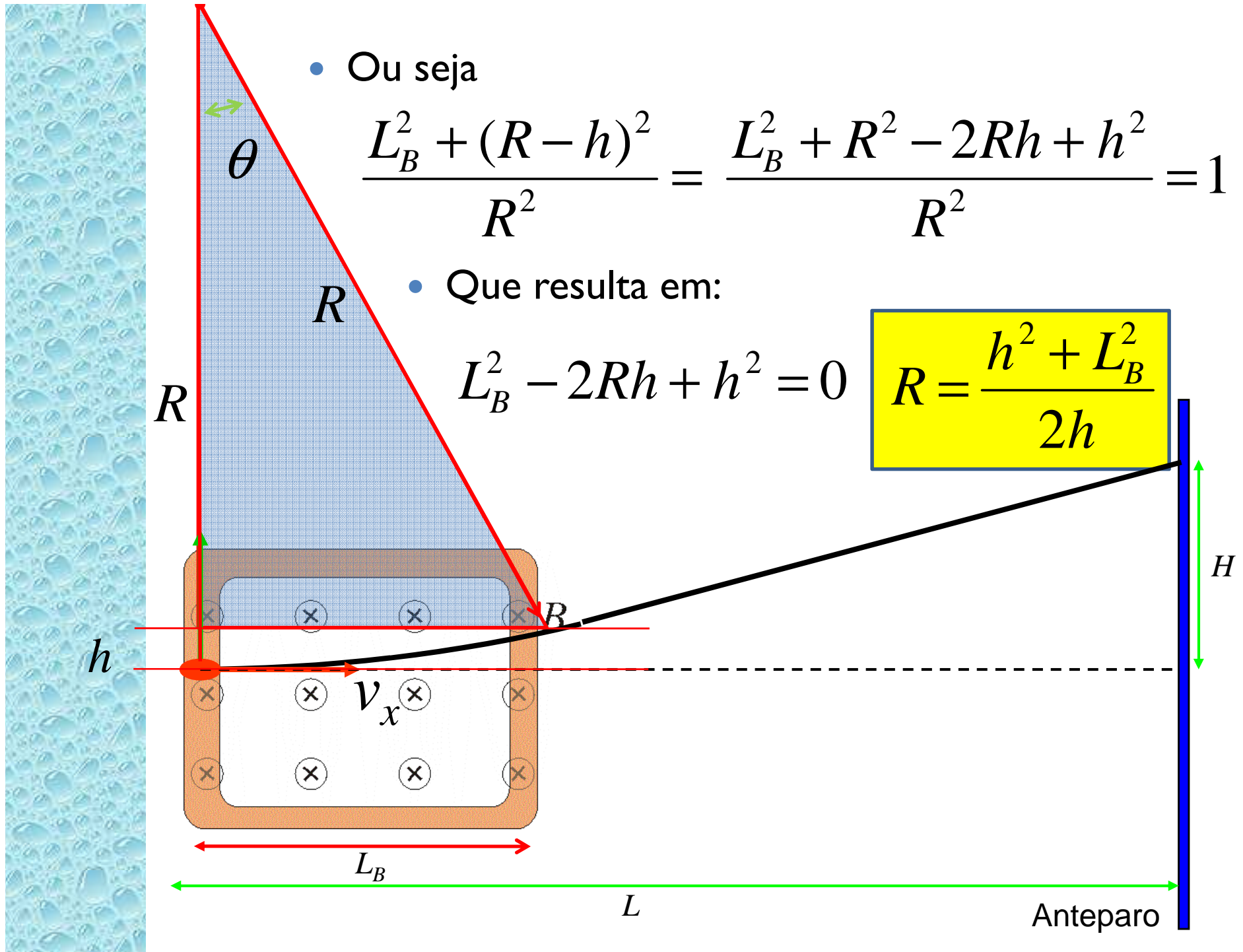
- Ou seja

$$\frac{L_B^2 + (R - h)^2}{R^2} = \frac{L_B^2 + R^2 - 2Rh + h^2}{R^2} = 1$$

- Que resulta em:

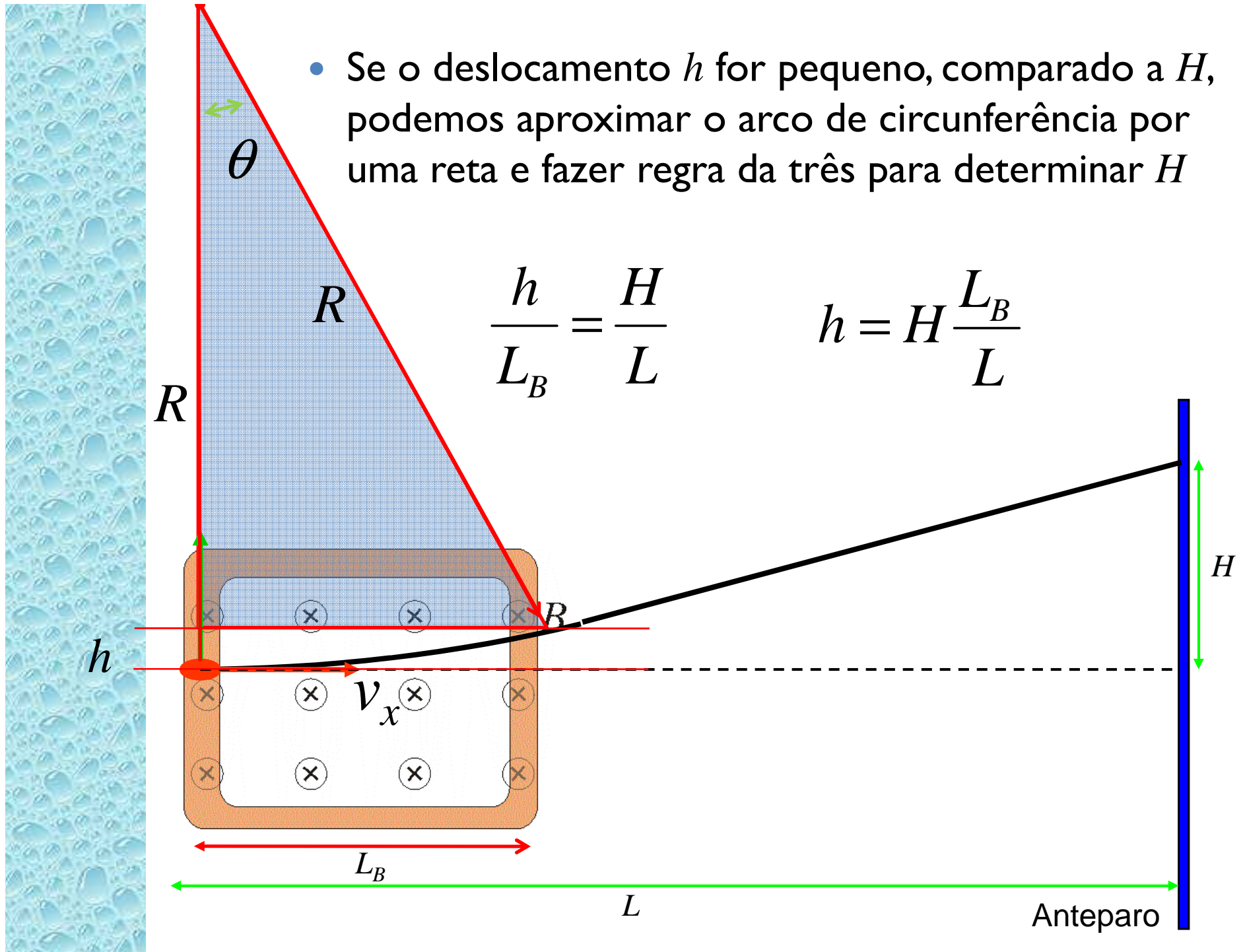
$$L_B^2 - 2Rh + h^2 = 0$$

$$R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$$



- Se o deslocamento  $h$  for pequeno, comparado a  $H$ , podemos aproximar o arco de circunferência por uma reta e fazer regra da três para determinar  $H$

$$\frac{h}{L_B} = \frac{H}{L} \quad h = H \frac{L_B}{L}$$

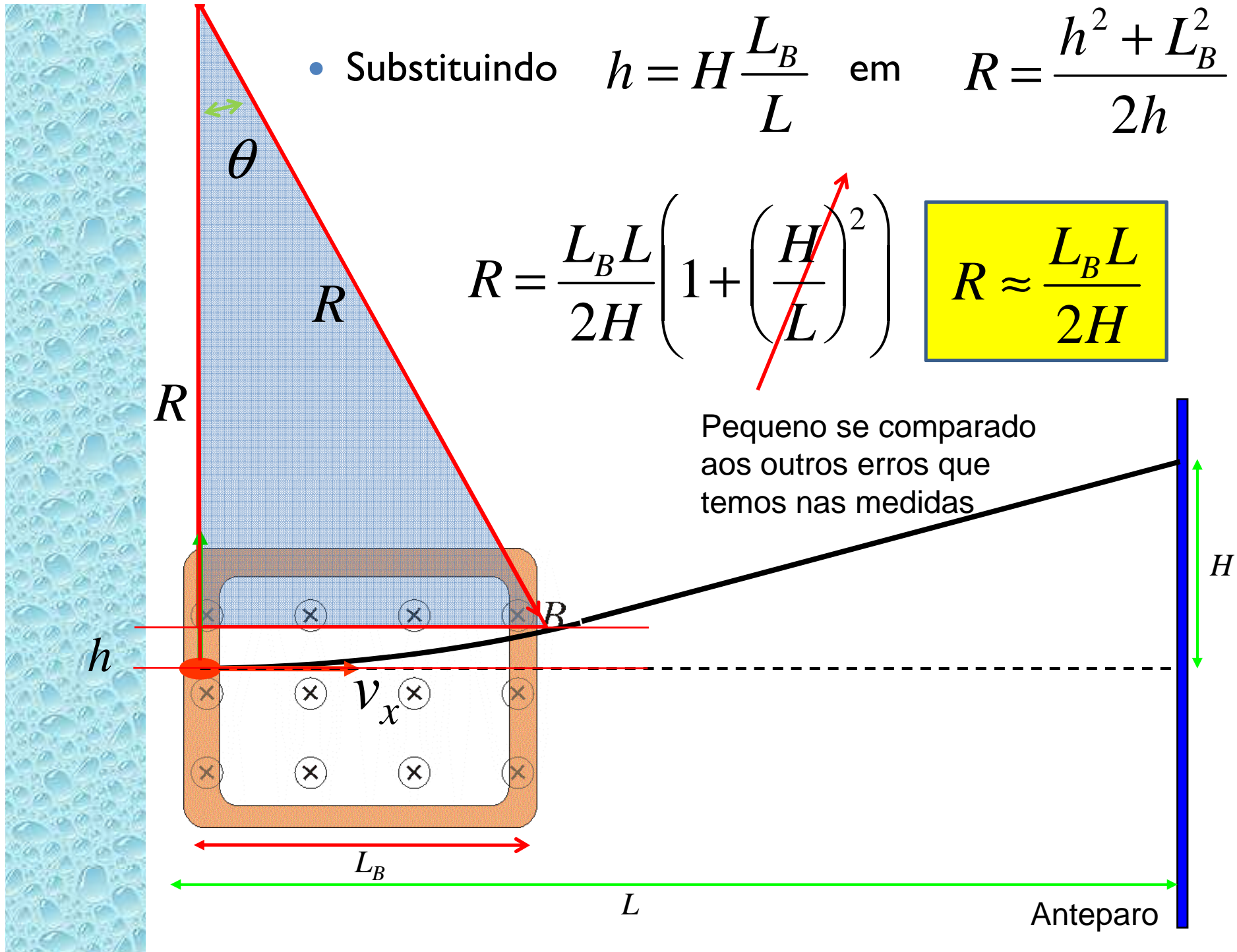


• Substituindo  $h = H \frac{L_B}{L}$  em  $R = \frac{h^2 + L_B^2}{2h}$

$$R = \frac{L_B L}{2H} \left( 1 + \left( \frac{H}{L} \right)^2 \right)$$

$R \approx \frac{L_B L}{2H}$

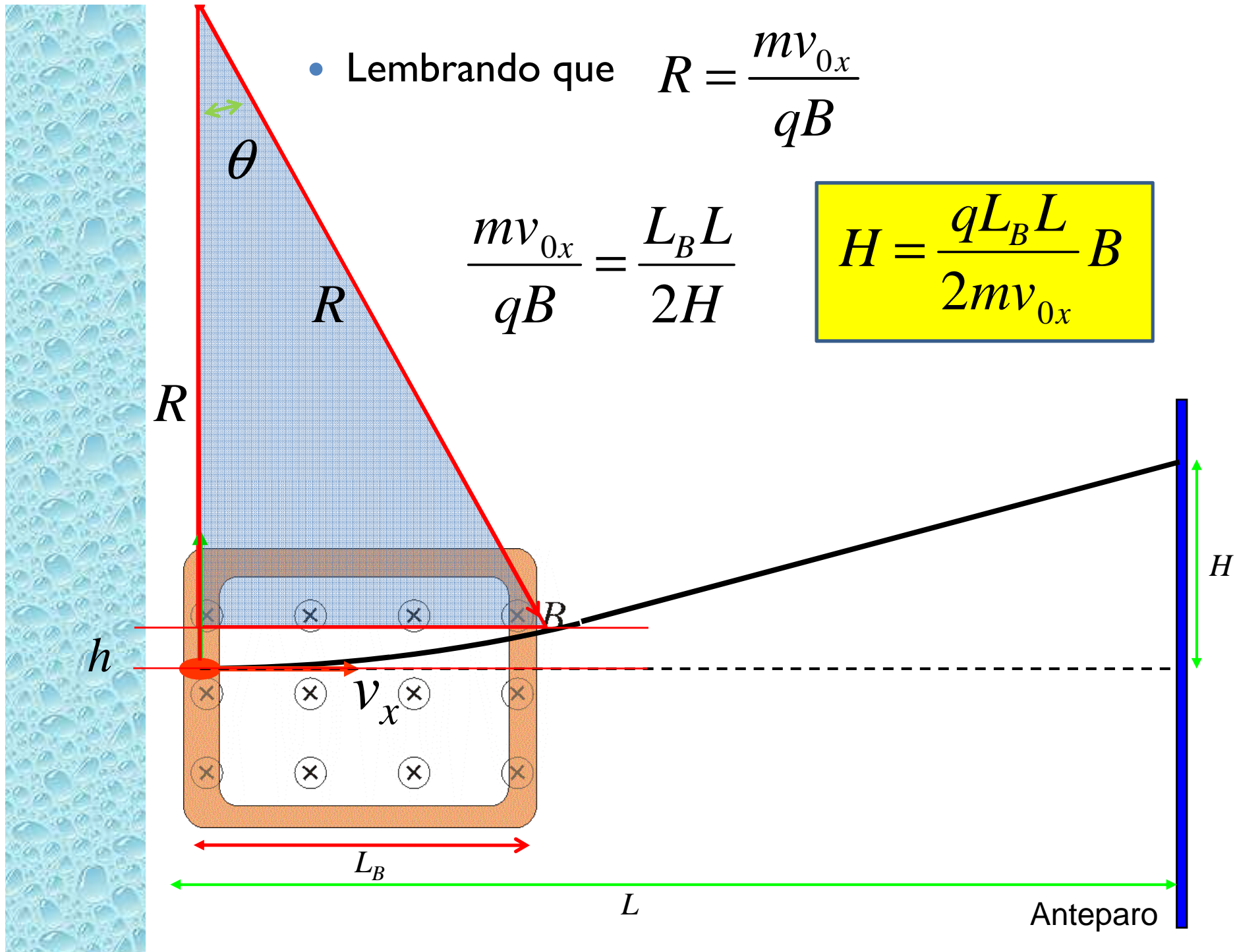
Pequeno se comparado aos outros erros que temos nas medidas



- Lembrando que  $R = \frac{mv_{0x}}{qB}$

$$\frac{mv_{0x}}{qB} = \frac{L_B L}{2H}$$

$$H = \frac{qL_B L}{2mv_{0x}} B$$



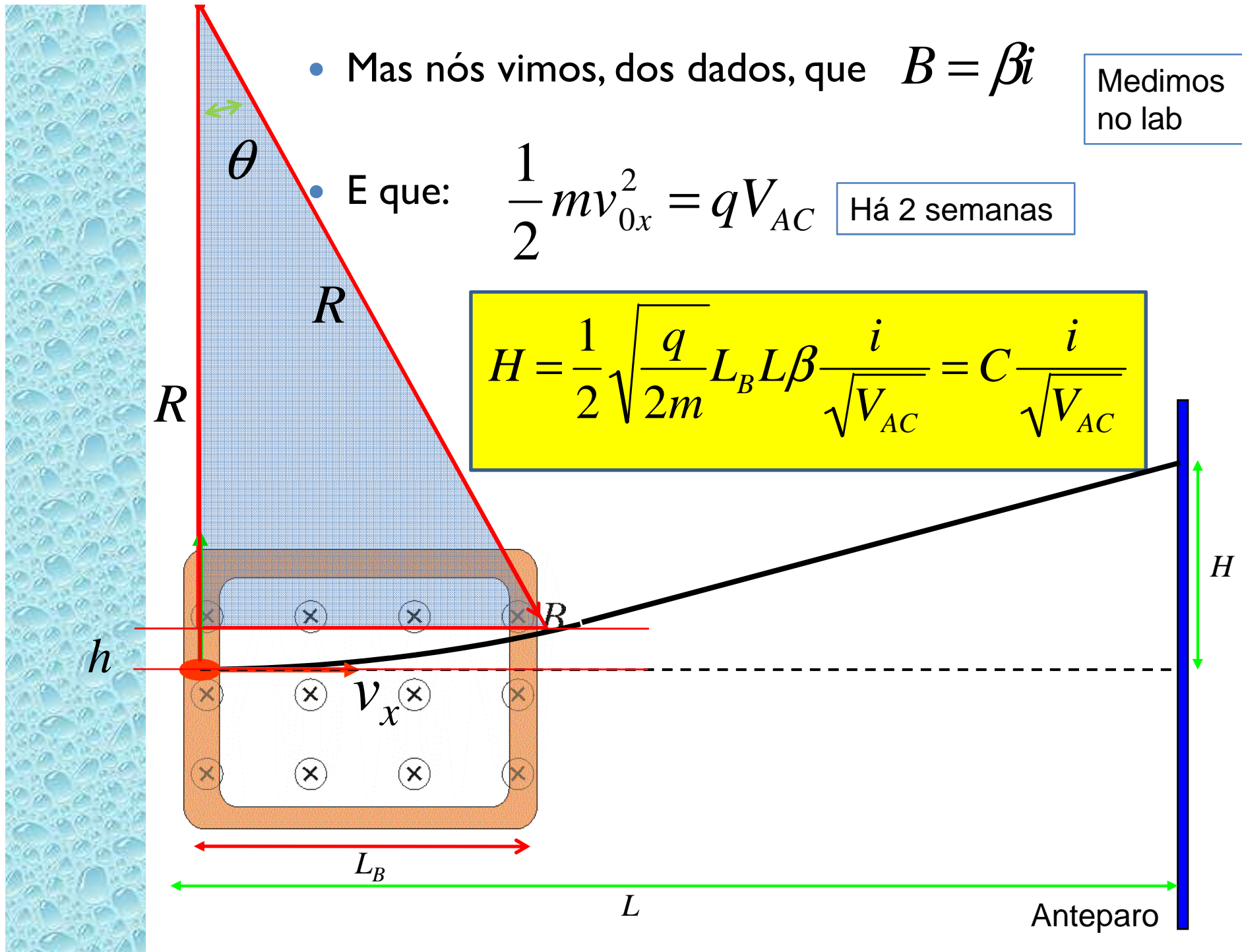
- Mas nós vimos, dos dados, que  $B = \beta i$

Medimos no lab

- E que:  $\frac{1}{2} m v_{0x}^2 = q V_{AC}$

Há 2 semanas

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q}{2m}} L_B L \beta \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}} = C \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$



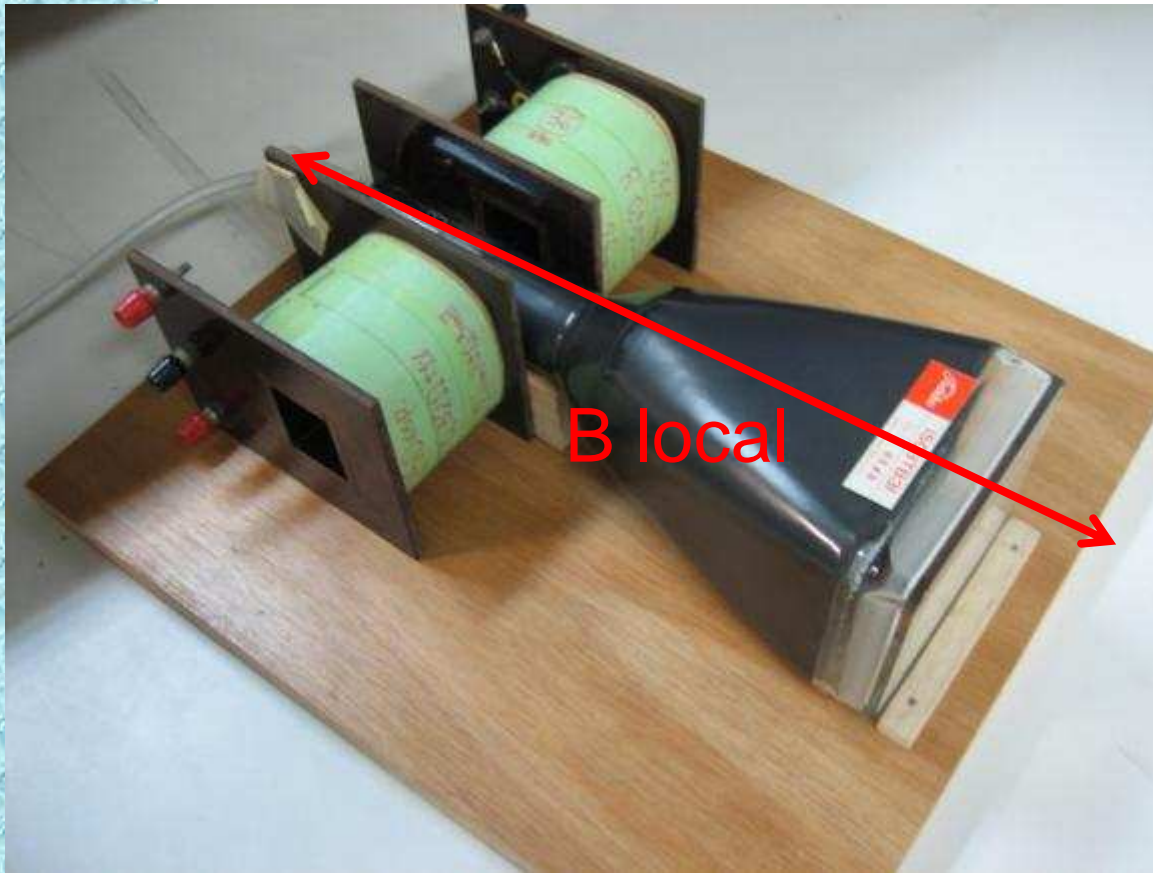
# Objetivos da semana

- Testar a aproximação teórica de campo constante, ou seja, testar que:

$$H = C \frac{i}{\sqrt{V_{AC}}}$$

- $H$  depende linearmente da corrente
- $H$  depende do inverso da raiz da tensão de aceleração
- Obter a constante  $C$  e, sabendo a constante  $\beta$  que relaciona a corrente com o campo, determinar o comprimento efetivo da bobina ( $L_B$ ) através dos ajustes dos dados

# Cuidados experimentais



- Alinhar com B local
- Definir o zero quando a corrente nas bobinas e  $V$  entre as placas for nula
  - Lembre-se que  $H$  é a distância em relação ao ponto que NÃO há influência das bobinas.





# Tarefas mínimas a serem entregues

- Campo magnético simulado no qfield/femm e **superposto** aos dados obtidos, **indicando a posição das bobinas**
  - Principalmente para  $B_L$  em função de  $x$
  - Refazer os mapeamentos de campo (ou checar) se necessário
- Dependência de  $H$  em função da corrente com ajuste apropriado segundo modelo teórico
- Dependência de  $H$  em função da tensão de aceleração com ajuste e escala apropriada segundo o modelo teórico
- Obter a constante  $C$  e o comprimento efetivo da bobina ( $L_B$ ) através dos ajustes efetuados e dos dados da semana passada.