Física Experimental III

Notas de aula: www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

LabFlex: www.dfn.if.usp.br/curso/LabFlex

Experiencia 2, Aula 2

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
Ramal: 7070
Ed. Basílio Jafet, sala 229

Movimento de uma partícula em um campo eletromagnético

- A trajetória de uma partícula qualquer pode ser descrita resolvendo-se as equações de movimento

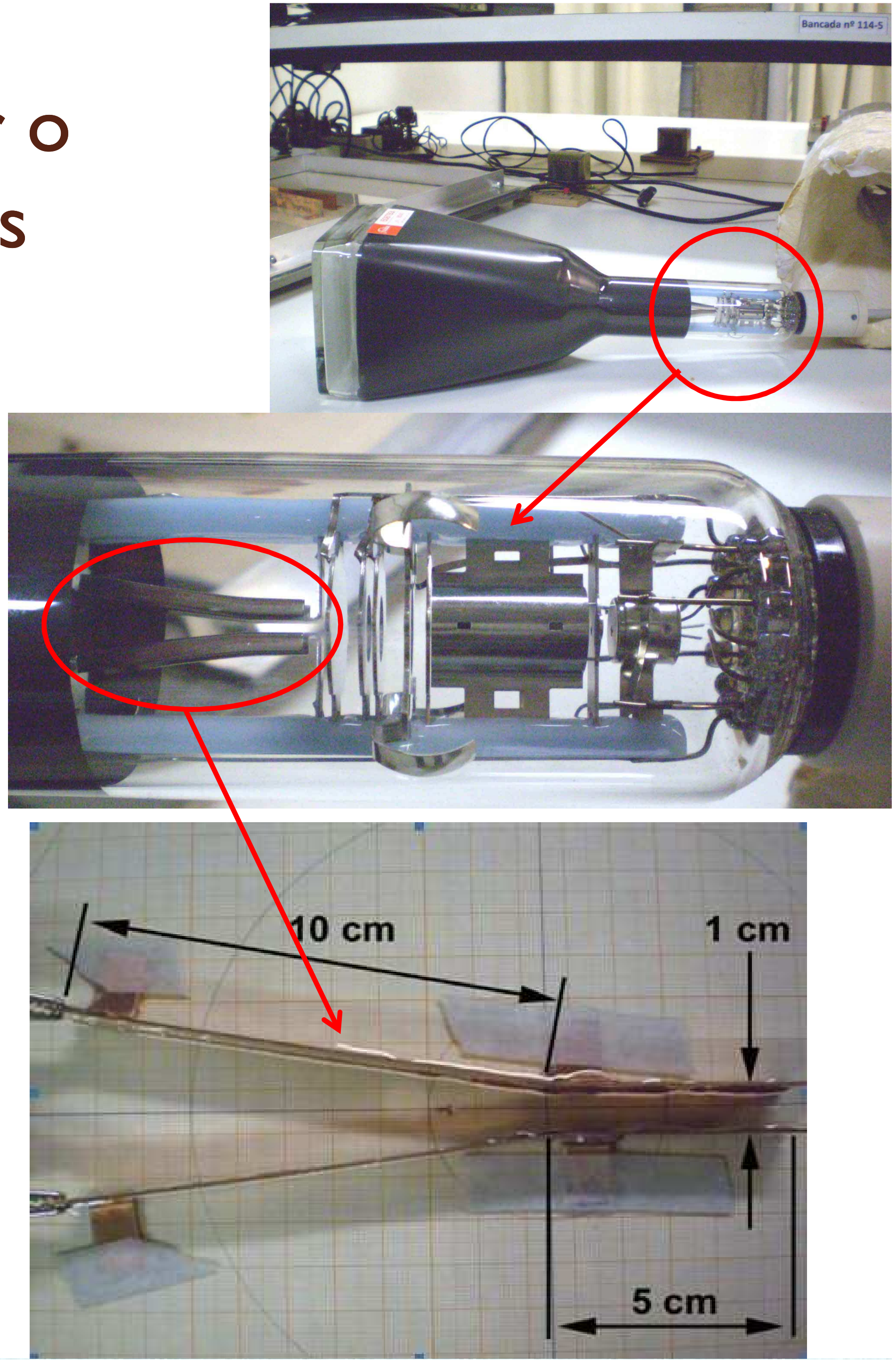
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Ou seja, no campo EM:

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

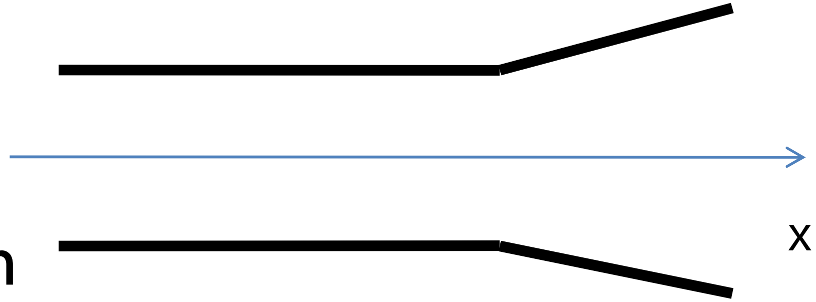
Precisamos conhecer o campo entre as placas

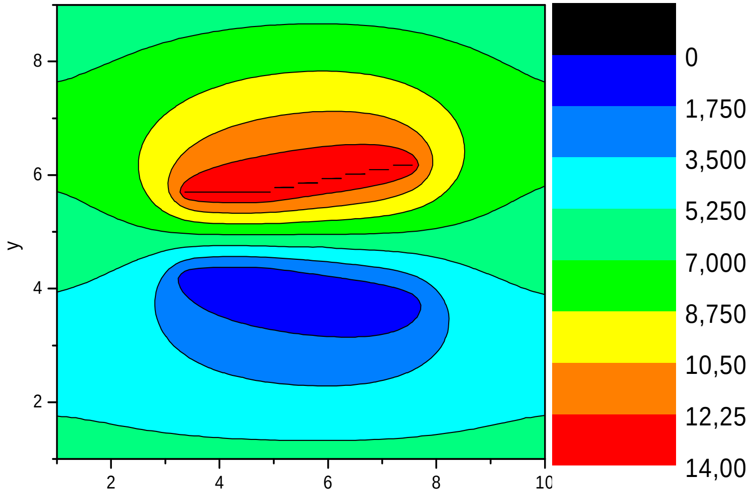
- Modelo em escala
- Como é o campo?
- É uniforme?
- Efeitos de borda?
- Quais são as superfícies equipotenciais?

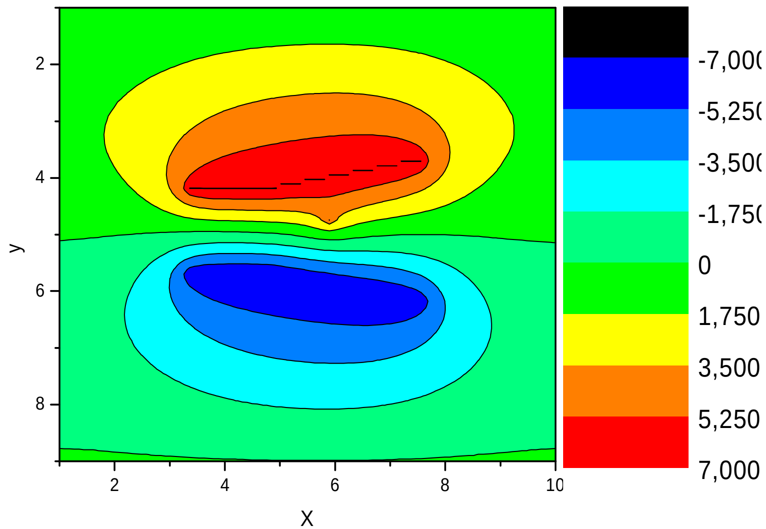


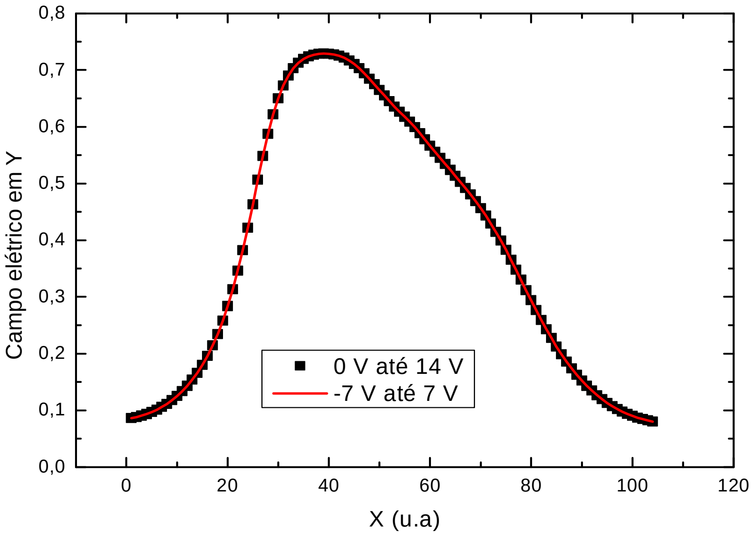
Simetrias...

- O problema é simétrico em torno do eixo x.
  - Porque o potencial não é simétrico?
    - O Potencial é definido a menos de uma constante
      - A grandeza física é o campo elétrico









Como (então) determinar o potencial elétrico?

- Mapeamento do campo
  - Medir as equipotenciais e obter o gradiente experimentalmente
    - Feito na semana passada
- Como comparar estes resultados com uma previsão teórica?
    - Devemos resolver as equações para o campo, ou potencial.
    - Como?

Comparação teórica

- Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\nabla \cdot V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

- Equação de Poisson para o potencial

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

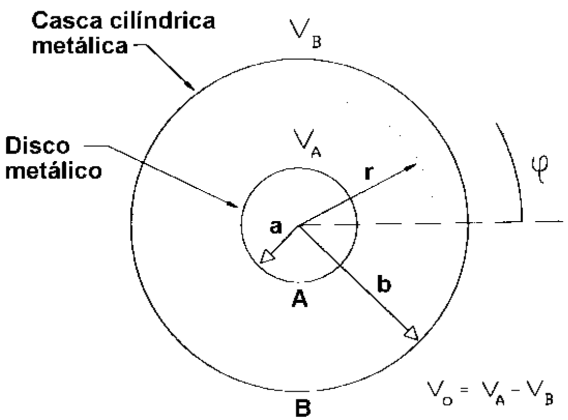
- Na ausência de cargas livres (Equação de Laplace)

$$\nabla^2 V = 0$$

Resolvendo a equação de laplace

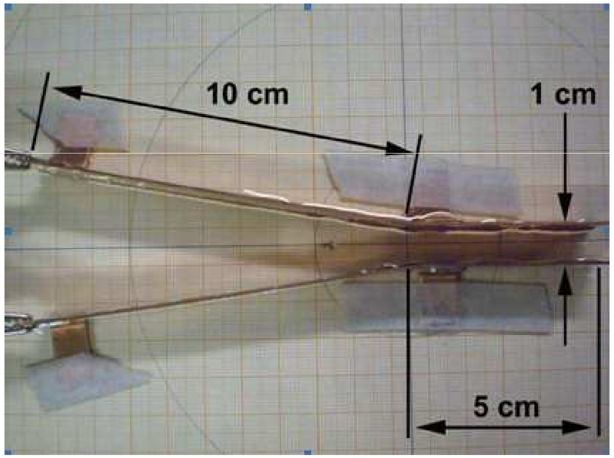
$$\nabla^2 V = 0$$

- Sistemas simétricos
  - Resolução algébrica fácil



$$V(r) = A\ln r + B$$

- Sistemas mais complexos
  - Como resolver?



$$V(x,y) = ?$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Vamos olhar o Laplaciano em duas dimensões:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} V(x,y) = 0$$

- Como calcular estas derivadas?
  - Aproximação numérica para derivada

$$\frac{\partial}{\partial x} V(x,y) \approx \frac{\Delta V}{\Delta x} \quad = \frac{V(x+\Delta x/2, y) - V(x-\Delta x/2, y)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Vamos agora calcular a derivada segunda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y) \approx \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V(x+\Delta x/2,y)-V(x-\Delta x/2,y)}{\Delta x}\right)$$

$$\approx \frac{1}{\Delta x}\left(\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y)-\frac{\partial}{\partial x}V(x-\Delta x/2,y)\right)$$

- Vamos calcular o primeiro termo da expressão acima:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y)$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Cálculo do primeiro termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(\overbrace{x+\Delta x/2}^{x_0},y) = \frac{V(\overbrace{x+\Delta x/2}^{x_0}+\Delta x/2,y)-V(\overbrace{x+\Delta x/2}^{x_0}-\Delta x/2,y)}{\Delta x}$$

- Ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y) = \frac{V(x+\Delta x,y)-V(x,y)}{\Delta x}$$

- Do mesmo modo para o segundo termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x-\Delta x/2,y) = \frac{V(x,y)-V(x-\Delta x,y)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Assim, as derivadas segunda, em x e y, valem:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y)=\frac{V(x+\Delta x,y)-2V(x,y)+V(x-\Delta x,y)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}V(x,y)=\frac{V(x,y+\Delta y)-2V(x,y)+V(x,y-\Delta y)}{\Delta y^2}$$

- Se eu escolho $\Delta x = \Delta y = \Delta$ eu posso resolver a equação de Laplace facilmente

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}V(x,y)=0$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Substituindo as derivadas calculadas e fazendo $\Delta x = \Delta y = \Delta$ a equação de Laplace fica:

$$\frac{V(x+\Delta,y)+V(x-\Delta,y)-4V(x,y)+V(x,y+\Delta)+V(x,y-\Delta)}{\Delta^2}=0$$

- Cuja solução é:

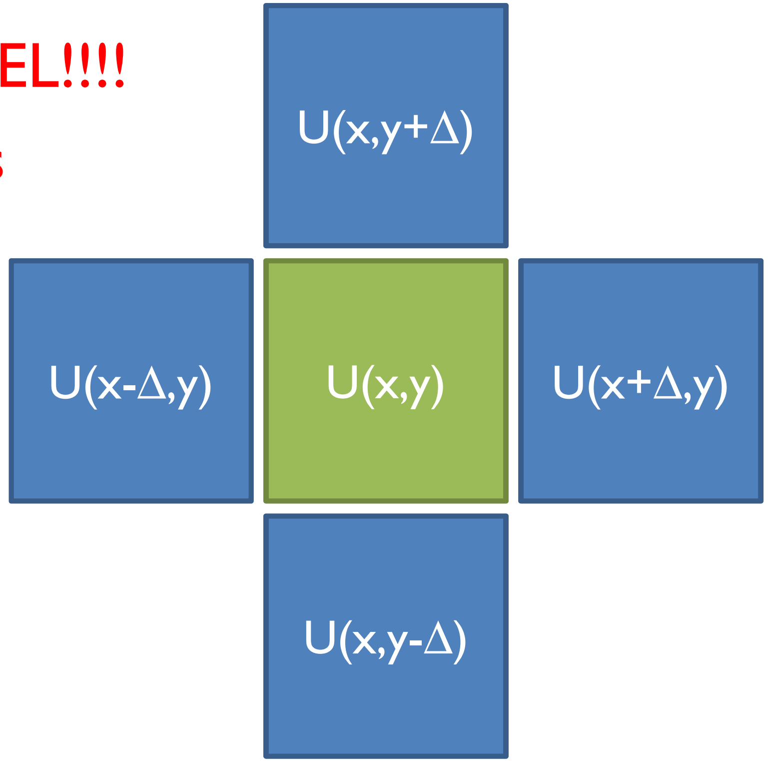
$$V(x,y)=\frac{1}{4}\big(V(x+\Delta,y)+V(x-\Delta,y)+V(x,y+\Delta)+V(x,y-\Delta)\big)$$

IMPORTANTE!

Resolução numérica da equação de Laplace

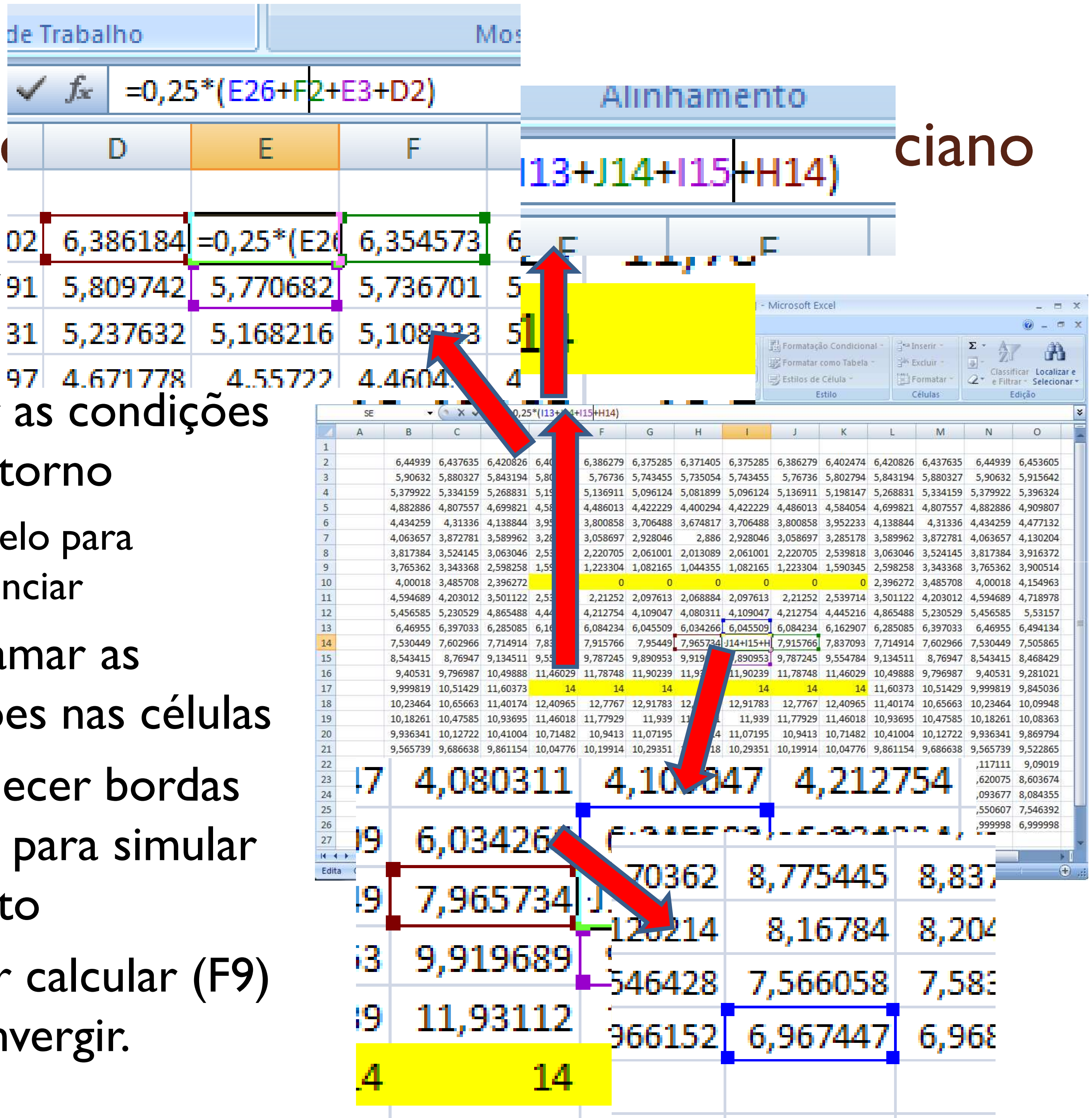
- Ou seja:
  - A solução da equação de Laplace diz que o potencial em um ponto é dado pela MÉDIA SIMPLES dos potenciais nas vizinhanças.
    - Podemos usar o EXCEL!!!!
    - Conseqüências Físicas

$$V(x,y)=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} V(x+\Delta,y)+ \\ V(x-\Delta,y)+ \\ V(x,y+\Delta)+ \\ V(x,y-\Delta) \end{pmatrix}$$



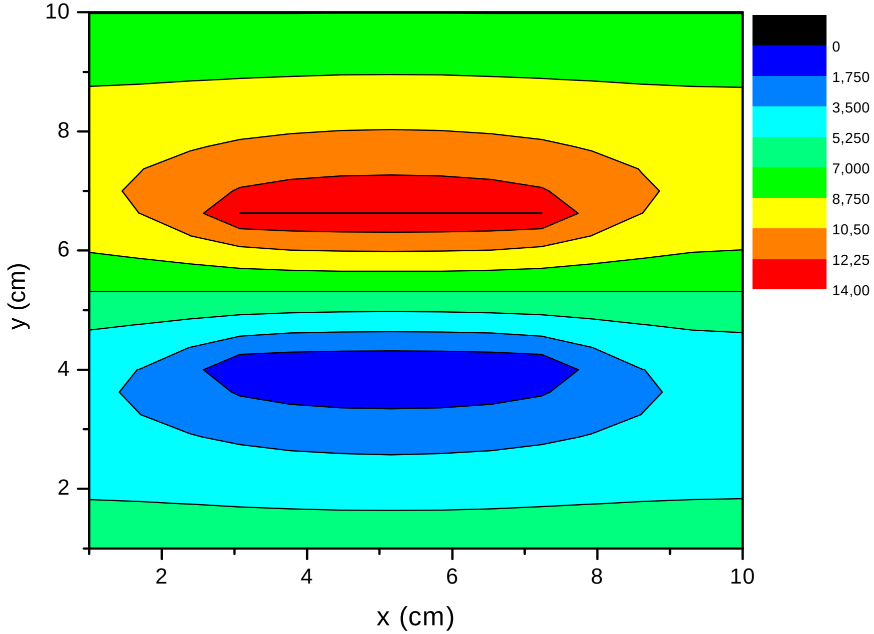
Crian ciano

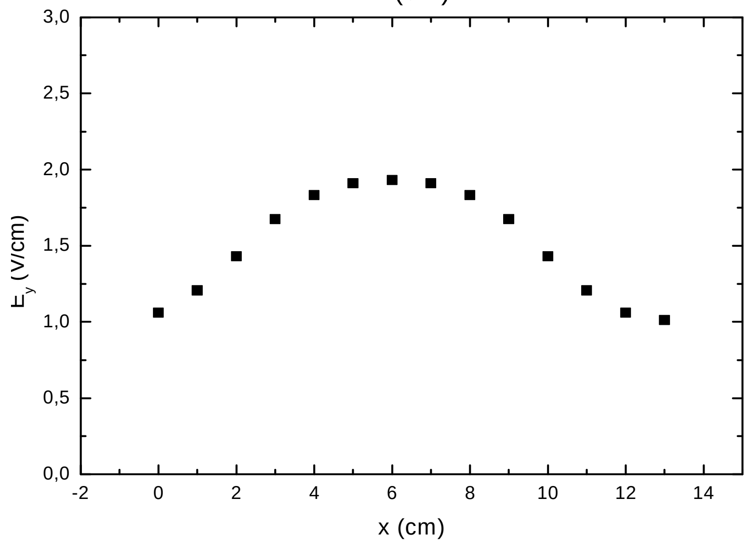
- Definir (D) de
- Definir as condições de contorno
  - Amarelo para diferenciar
- Programar as equações nas células
- Estabelecer bordas cíclicas para simular o infinito
- Mandar calcular (F9) até convergir.



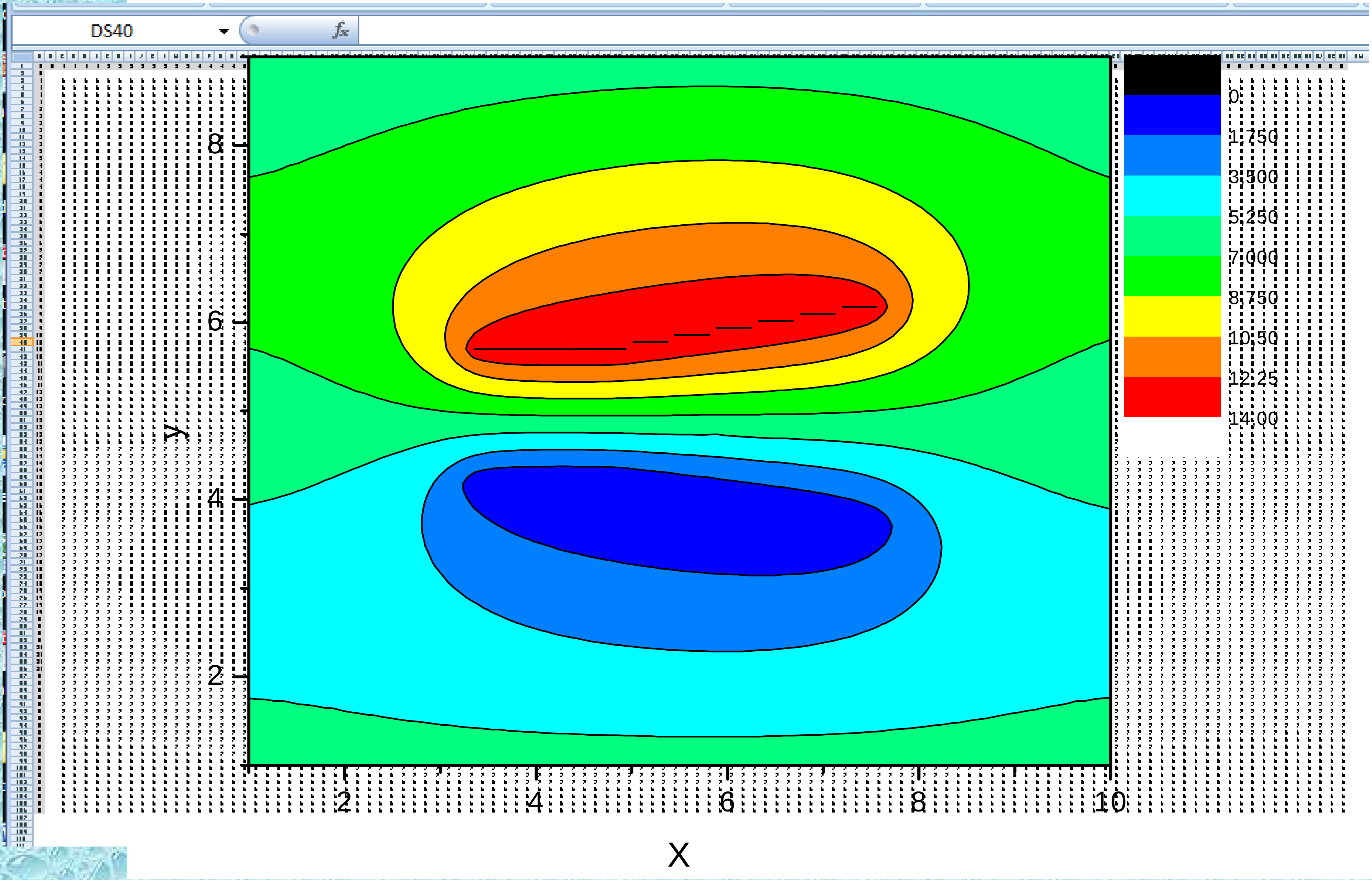
Criando um Excel para calcular o Laplaciano

- Copiar a matriz para o Origin ou programa gráfico de sua preferência
- Fazer a análise como se fossem dados normais de potencial
  - Calcular campos
  - equipotenciais
  - etc.





Um exemplo com uma malha grande (mais precisão)

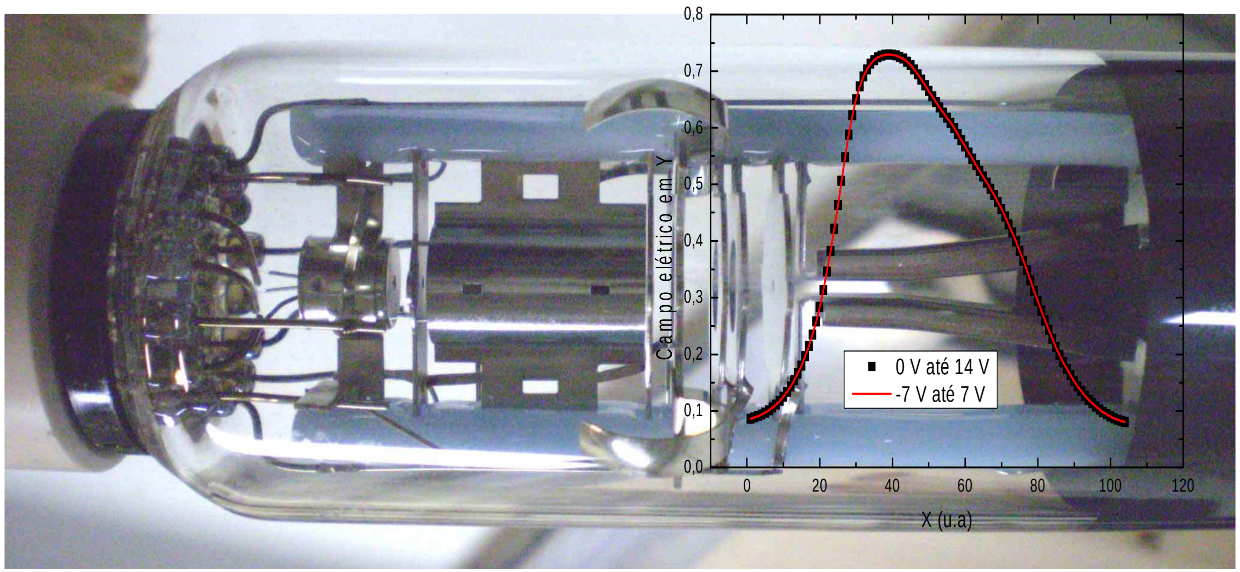


Atividades para a próxima semana (I)

- Implementar a geometria das placas utilizadas no Excel e resolver o problema numericamente.
  - Tem também o programa QFIELD, que faz a mesma coisa (quem quiser tentar)
- Calcular as componentes do campo ao longo do eixo de simetria e superpor aos dados
  - Entregar o gráfico com simulação superposta aos dados experimentais.

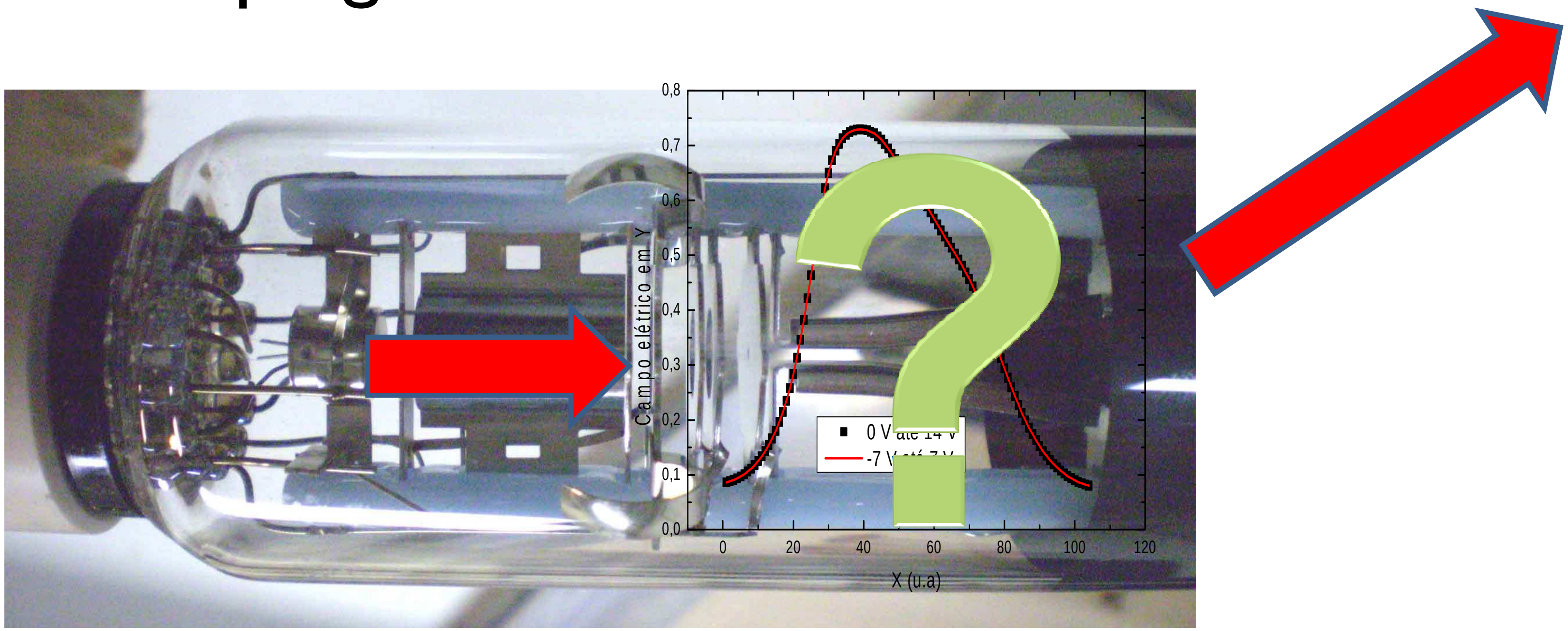
O que nós já sabemos

- Campo elétrico entre as placas
  - Experimental e teórico (!)



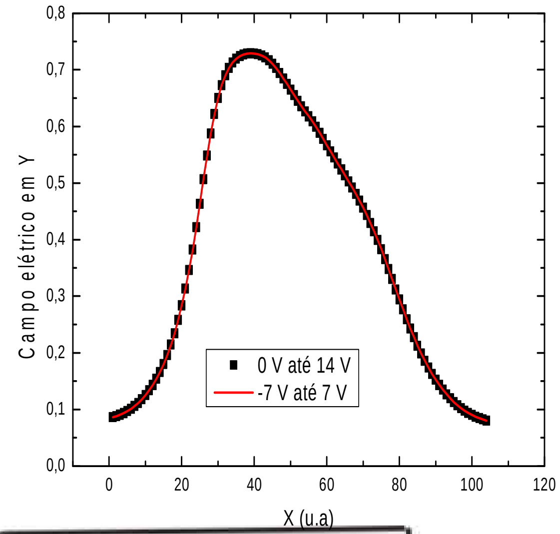
O Próximo passo

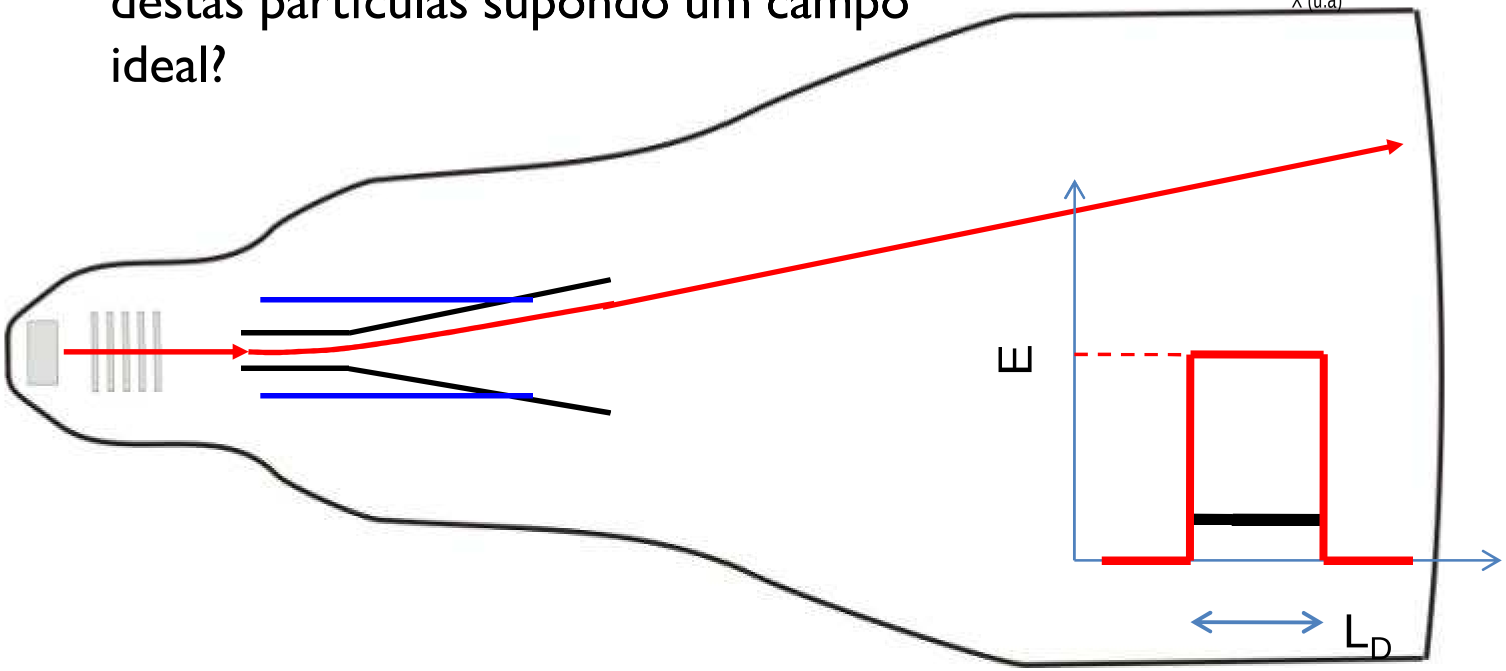
- Como gerar elétrons
- Estudar o movimento destes elétrons no campo gerado.



Simplificando o problema

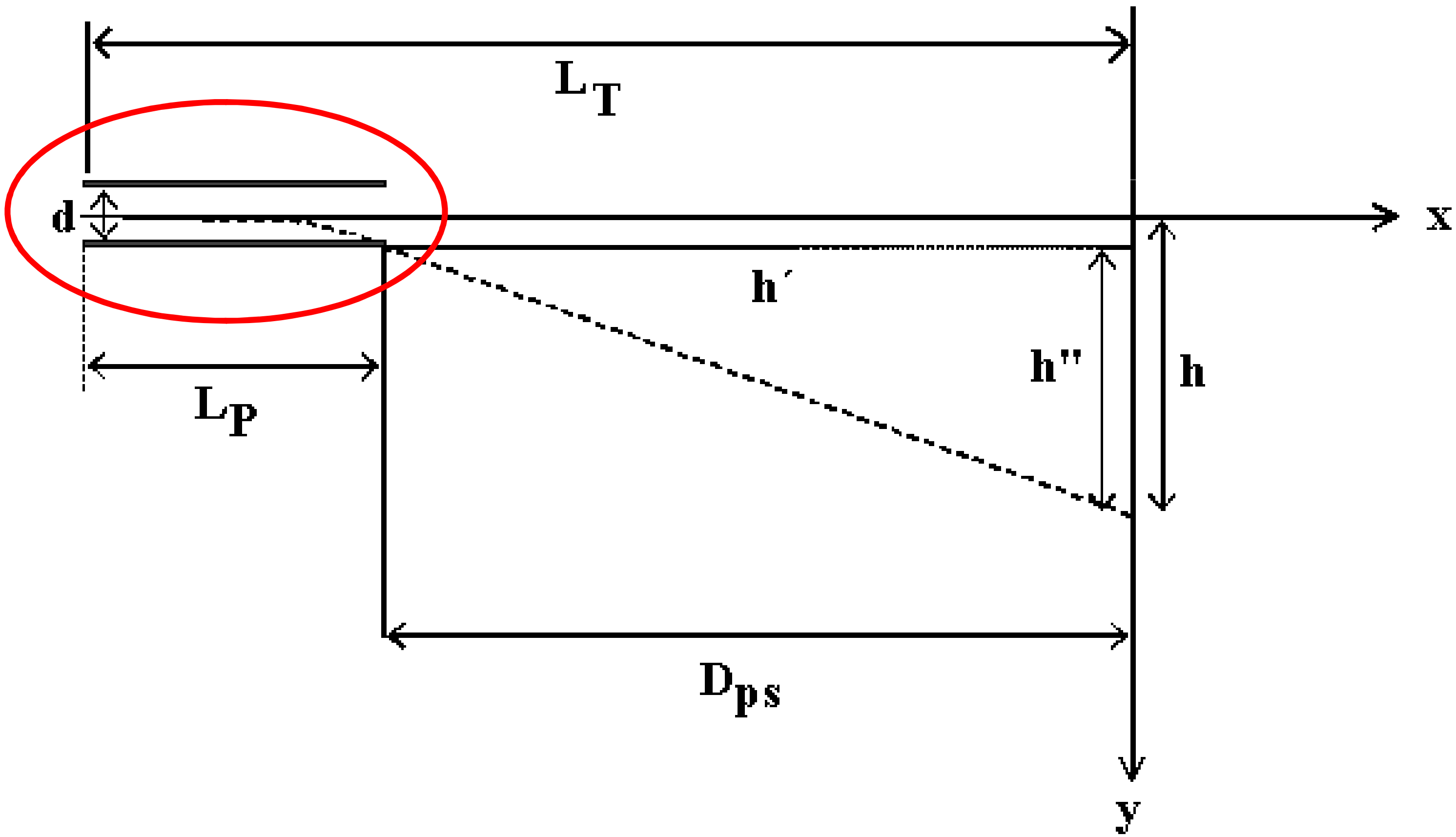
- Problema real
  - Efeitos de borda, campo não uniforme
- Tentativa teórica
  - Solução do problema ideal
  - Podemos descrever o movimento destas partículas supondo um campo ideal?





Simplificando a geometria…

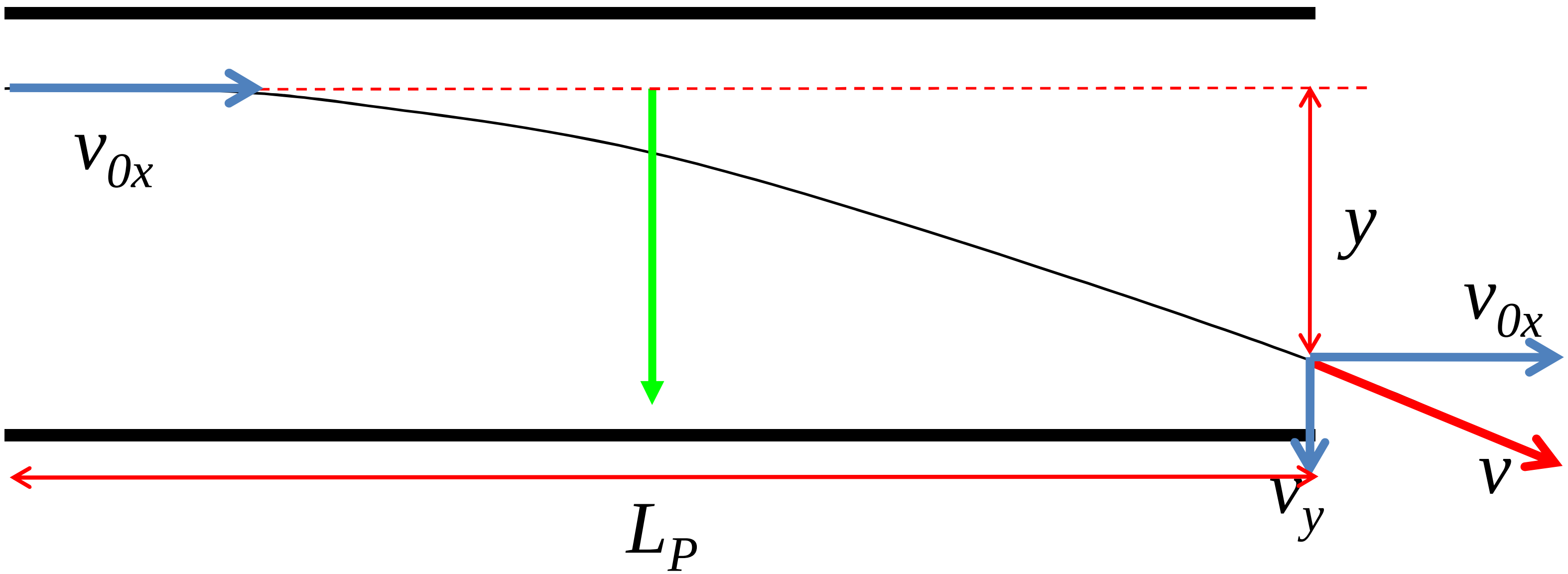
- Sistema de placas paralelas ideais, com um anteparo a uma distância D_{ps}. Qual a deflexão (h) do feixe por estas placas?



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Movimento uniforme em x

$$t = \frac{L_P}{v_{0x}}$$

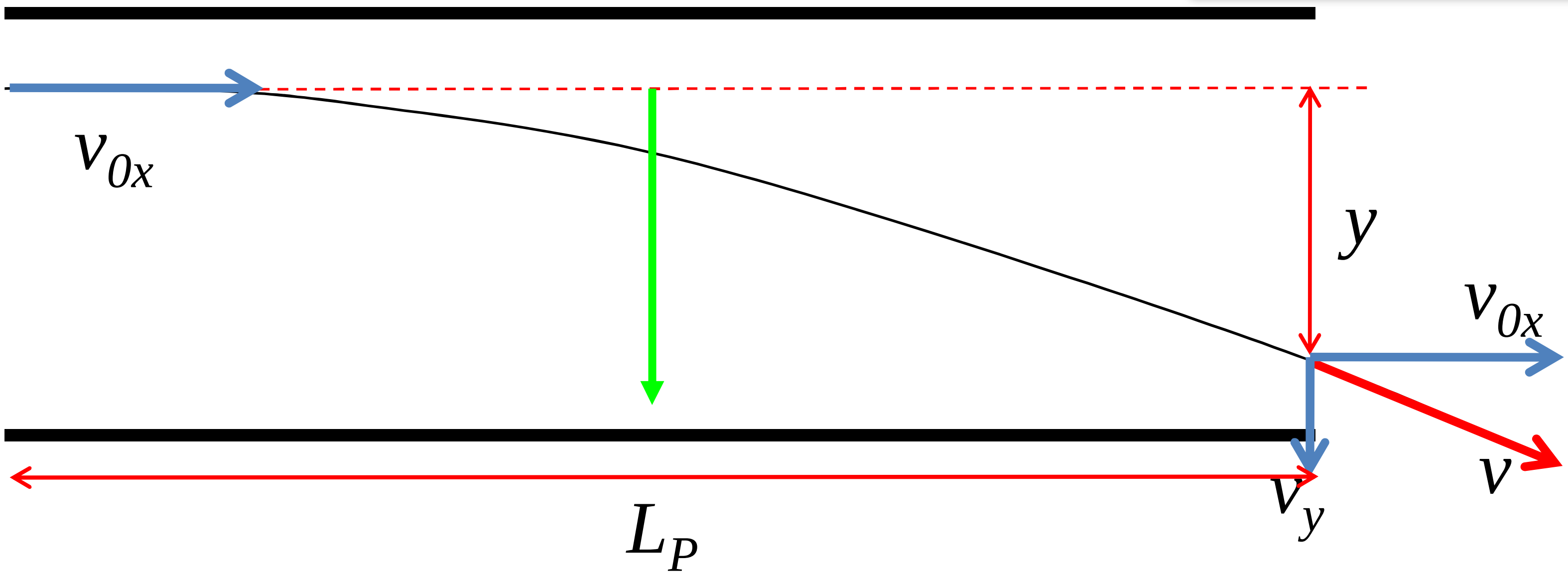


Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Movimento uniformemente variado em y

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \Rightarrow F_y = qE \quad \Rightarrow a_y = \frac{qE}{m}$$

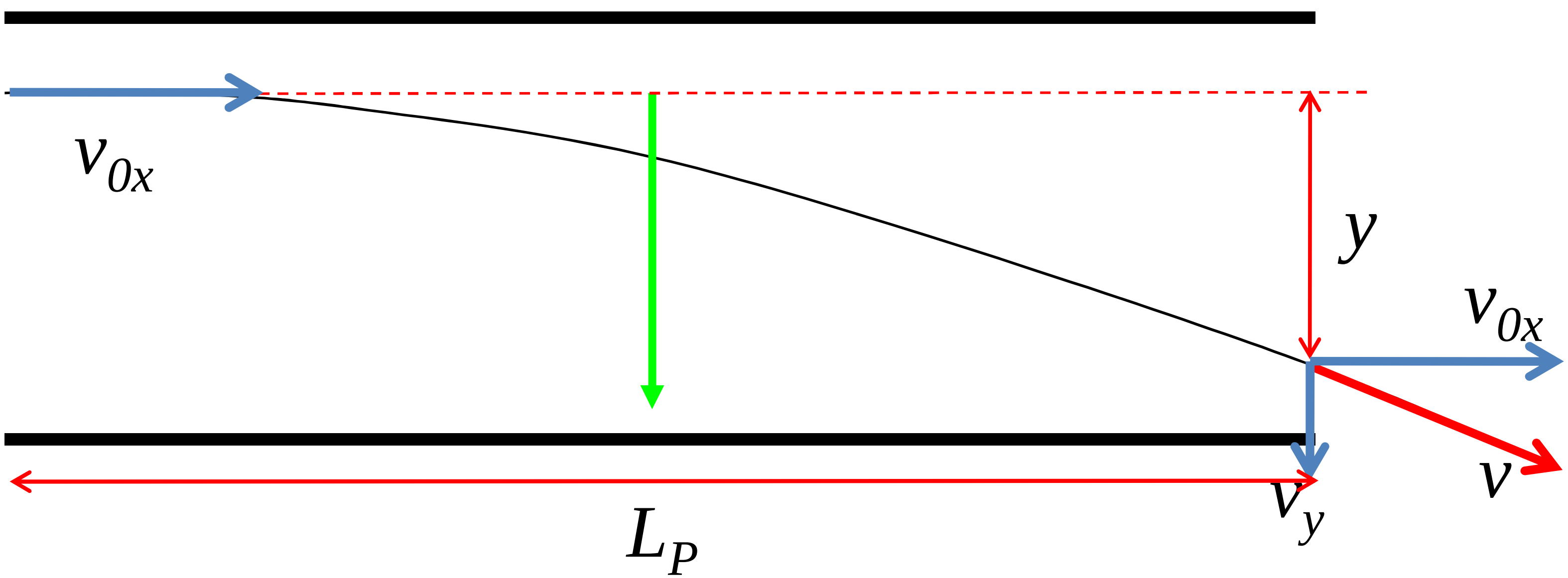
$$v_y = v_{0y} + a_y t \quad \Rightarrow v_y = \frac{qE}{m} t \quad \Rightarrow \boxed{v_y = \frac{qEL_P}{mv_{0x}}}$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Movimento uniformemente variado em y

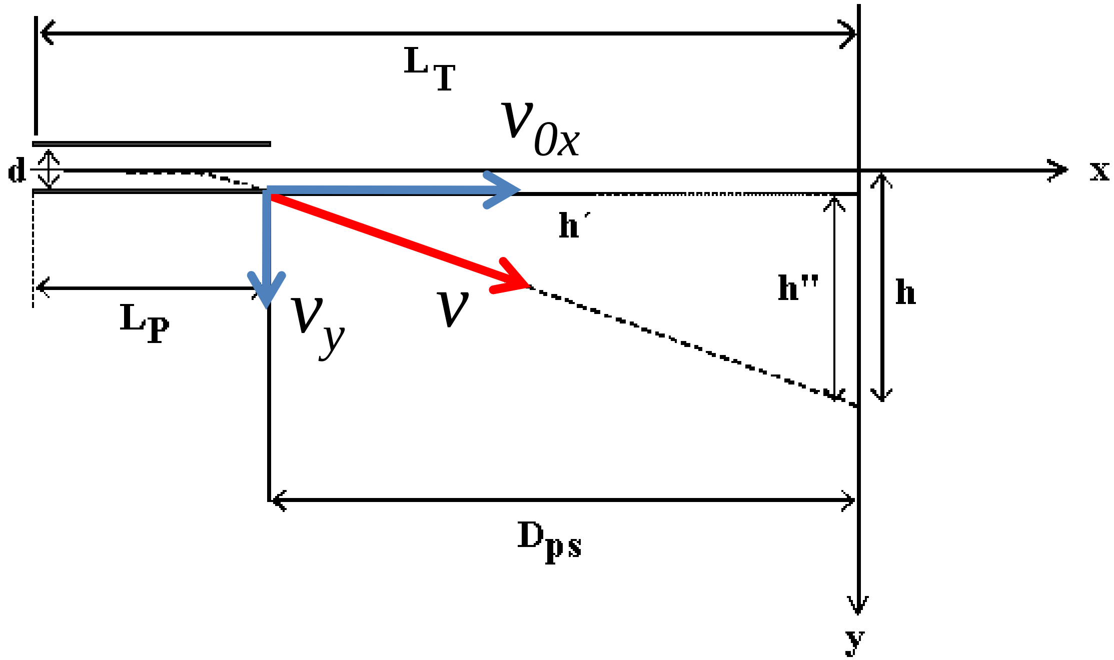
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = \frac{qE}{2m}\left(\frac{L_P}{v_{0x}}\right)^2}$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Após as placas voltamos a ter movimento uniforme

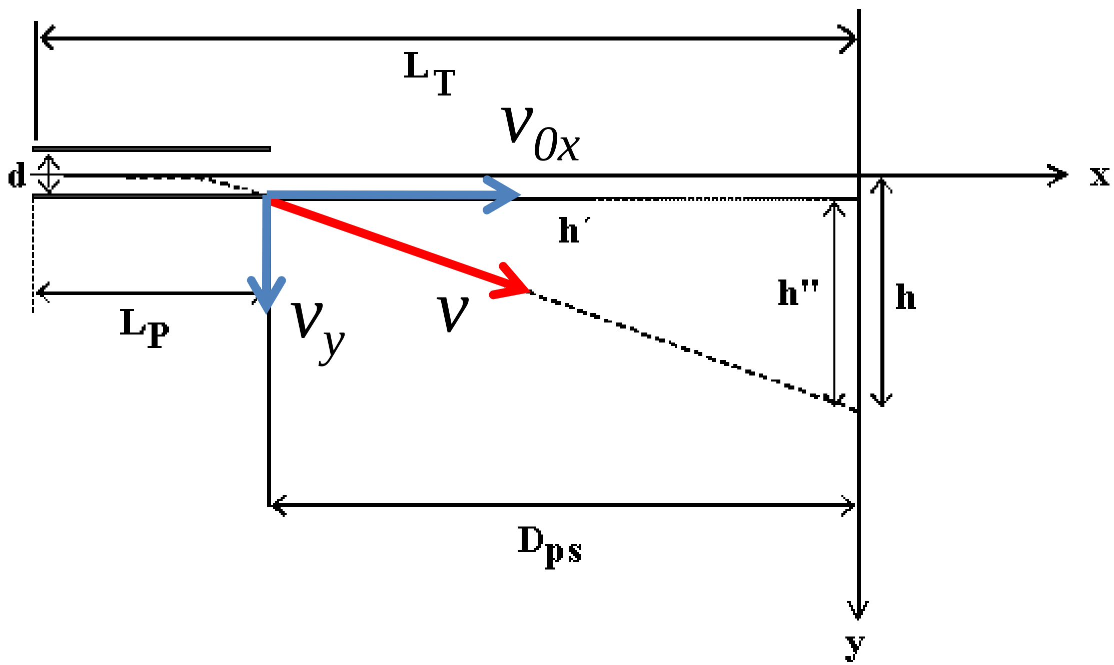
$$t = \frac{D_{PS}}{v_{0x}} \qquad h'' = v_y t = \frac{qEL_P}{mv_{0x}} \frac{D_{PS}}{v_{0x}}$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- O deslocamento total é a soma dos dois deslocamentos

$$h = y + h'' = \frac{qE}{2m}\left(\frac{L_P}{v_{0x}}\right)^2 + \frac{qE}{m}\frac{L_P D_{PS}}{v_{0x}^2} = \frac{qEL_P}{2mv_{0x}^2}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right)$$



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- O deslocamento total é a soma dos dois deslocamentos

$$h = \frac{qEL_P}{2mv_{0x}^2}\left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right)$$

- Ou seja:

$$h = A\frac{E}{v_{0x}^2}$$

h é proporcional ao campo elétrico e inversamente proporcional ao quadrado da velocidade

Movimento de uma partícula em um campo uniforme

- Em um capacitor ideal, o campo vale:

$$|\boldsymbol{E}| = V_P/d$$

- A velocidade do elétron depende da tensão de aceleração através de:

$$K_{cin} = qV_{AC} \quad \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{0x}^2 = qV_{AC}$$

- *Ou seja:*

$$h = A\frac{E}{v_{0x}^2} \quad = A'\frac{V_P}{V_{AC}}$$

h é proporcional à tensão entre as placas e inversamente proporcional à tensão de aceleração dos elétrons

IMPORTANTE!

Movimento de uma partícula em um campo uniforme

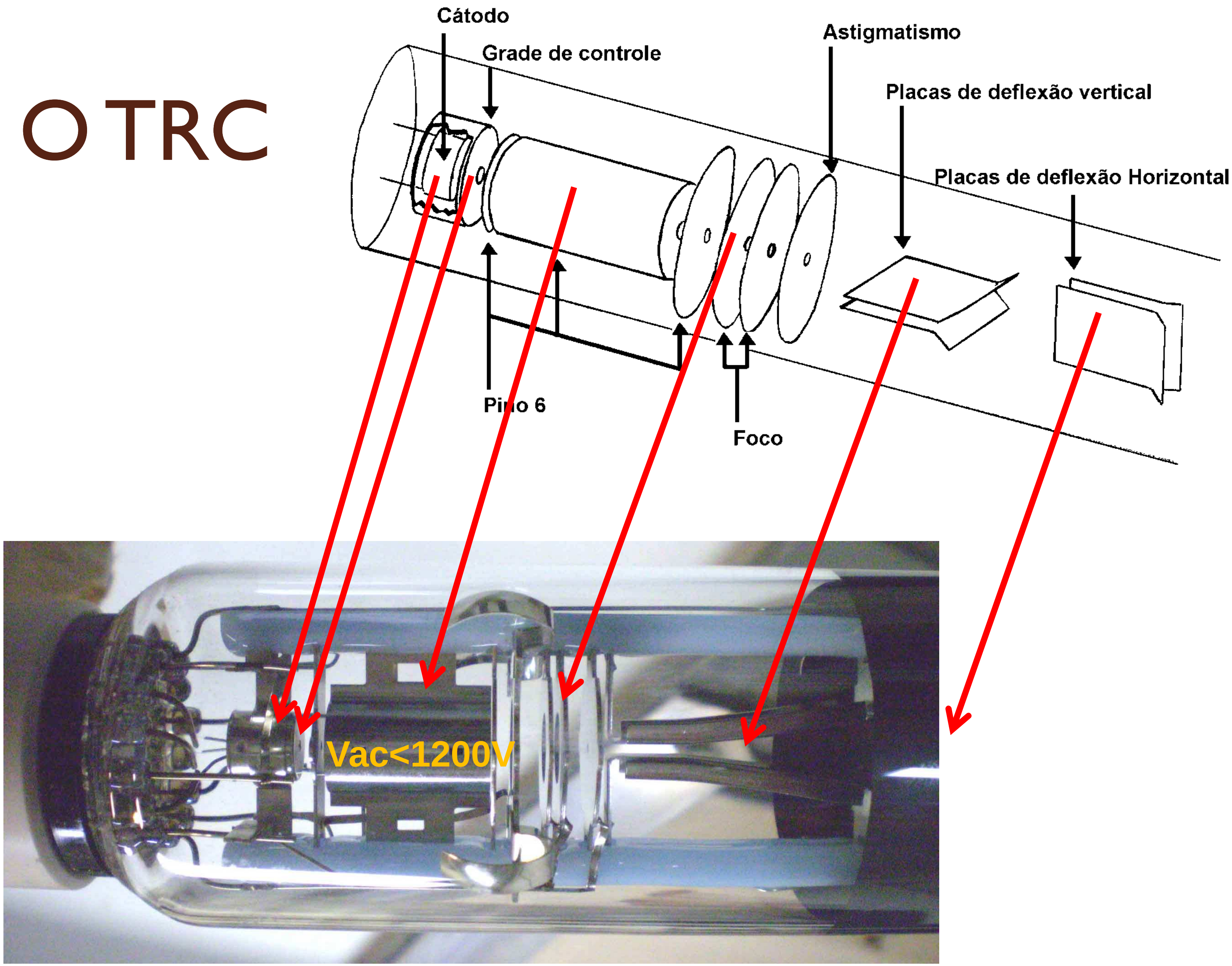
- Em uma situação com um sistema ideal, temos:

$$h = A' \frac{V_P}{V_{AC}}$$

- O deslocamento é proporcional à tensão entre as placas e inversamente proporcional à tensão de aceleração dos elétrons

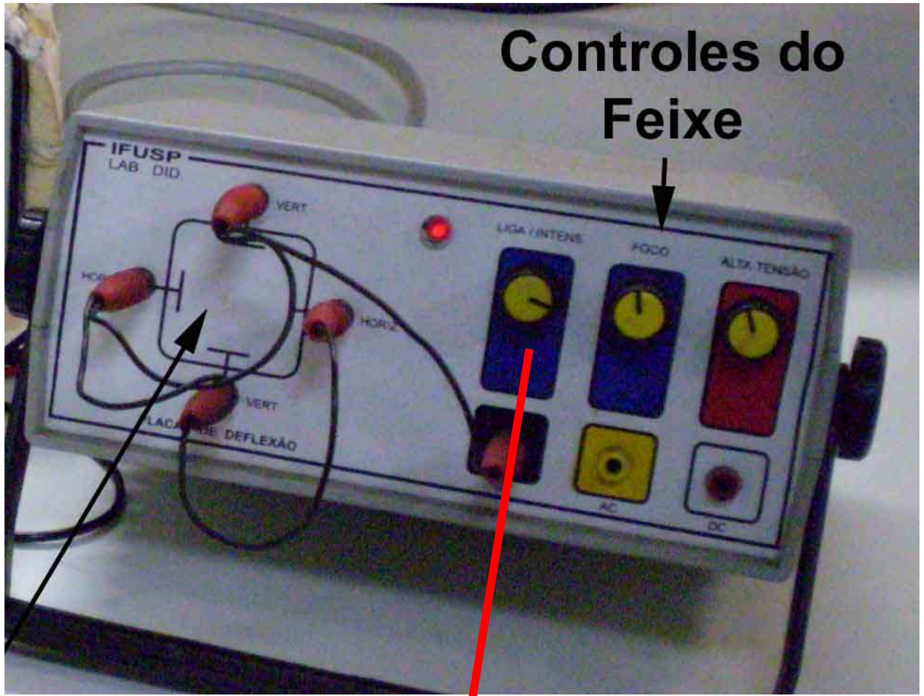
- Será que esta hipótese é verdadeira? Será que podemos simplificar o problema de campo não uniforme para um problema ideal?

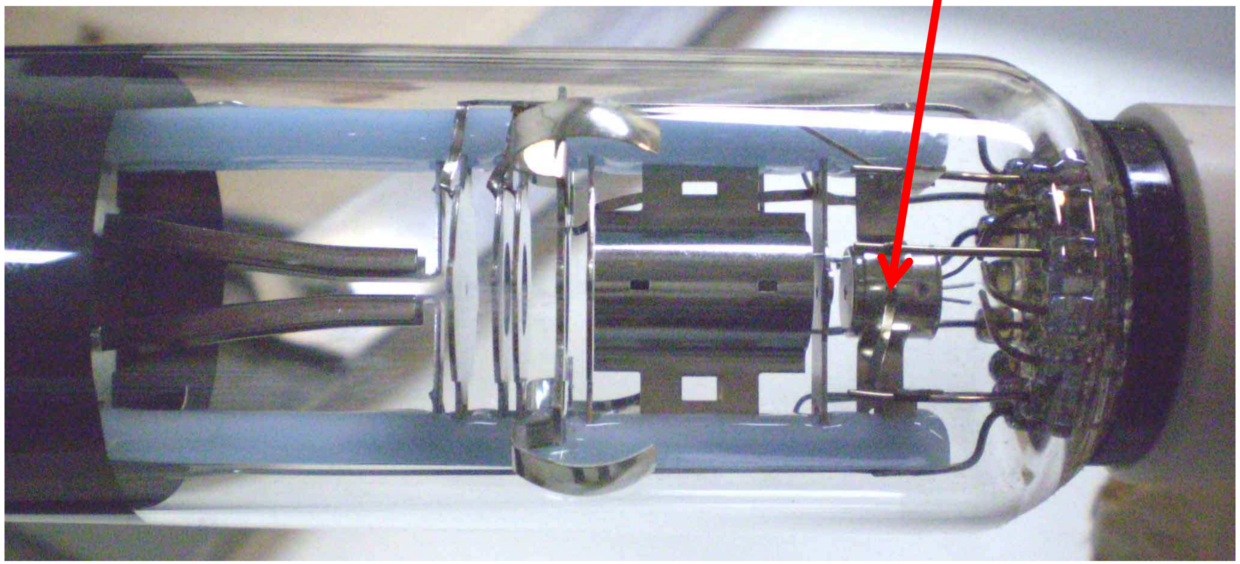
O TRC


Cátodo
Grade de controle
Astigmatismo
Placas de deflexão vertical
Placas de deflexão Horizontal
Pino 6
Foco
Vac<1200V

O TRC

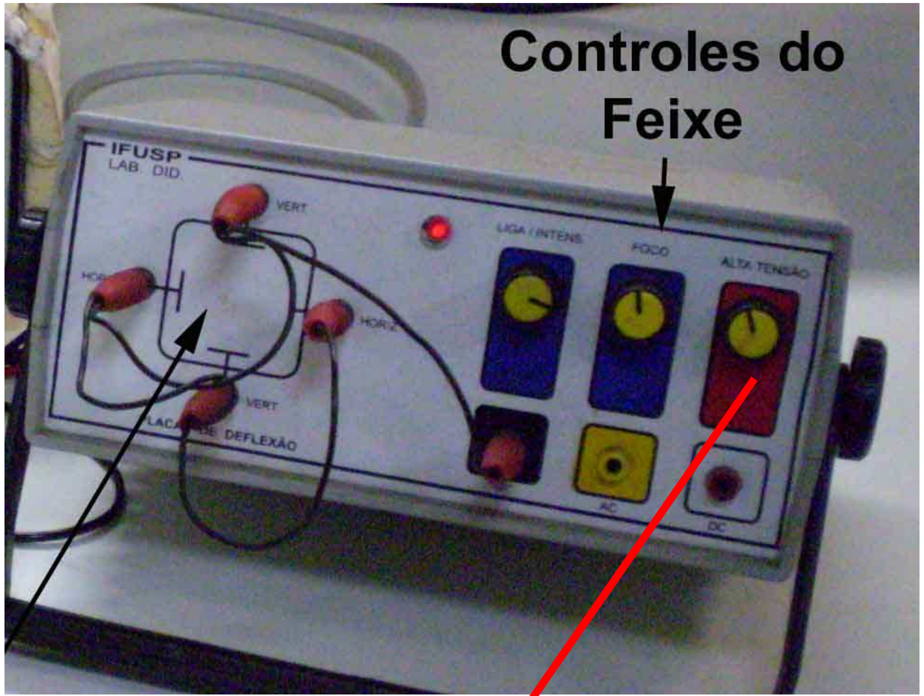
- Liga TRC
- Controla intensidade do feixe (temperatura)

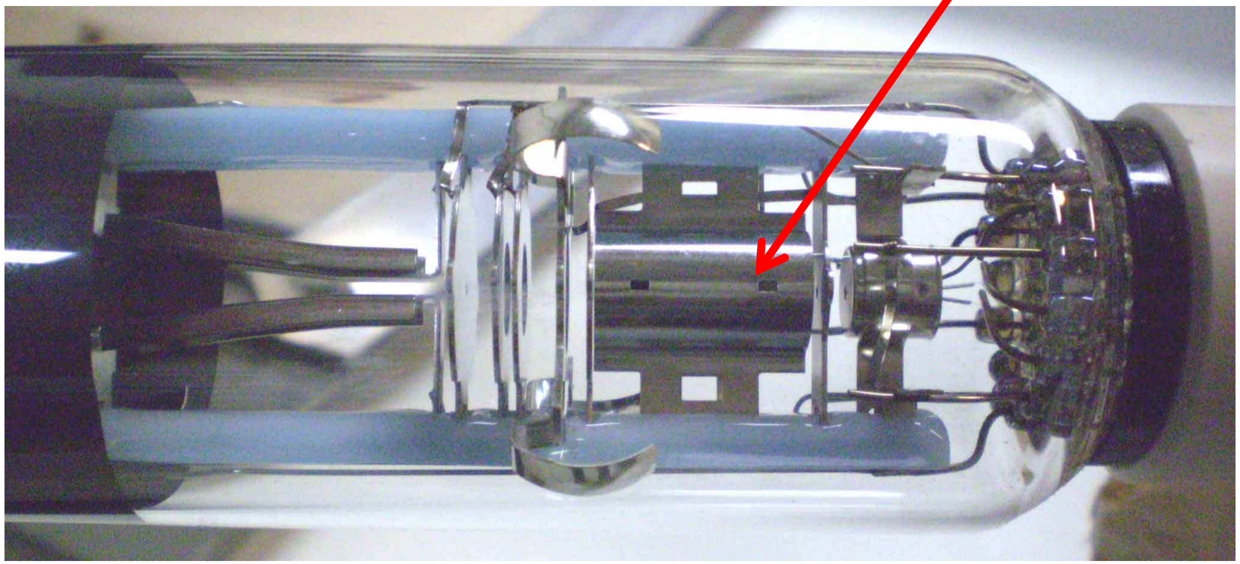




O TRC

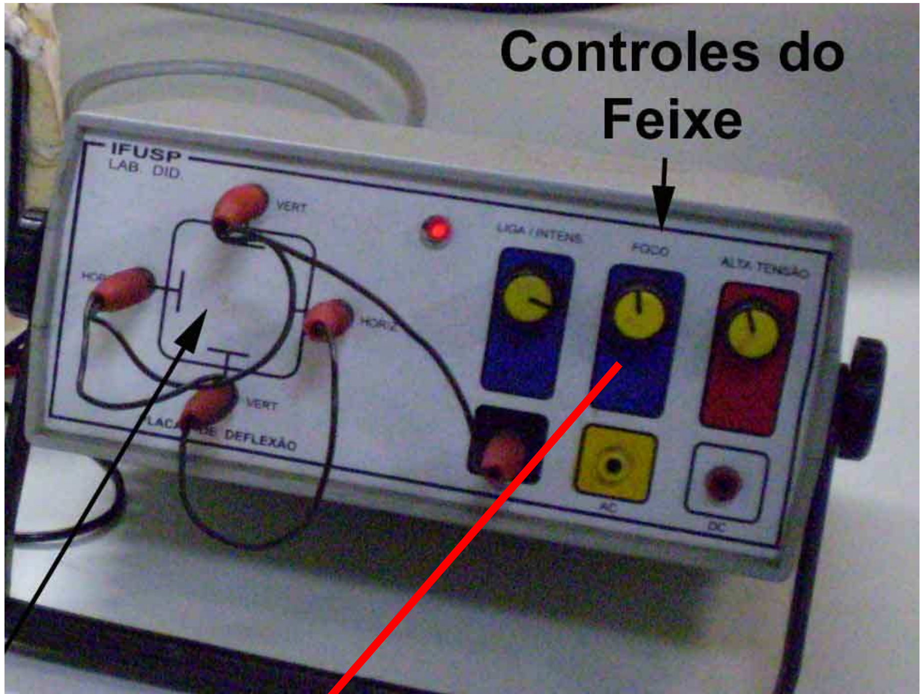
- Alta tensão (até 1200 V)
- Acelera feixe
  - $E_{cin} = qV$

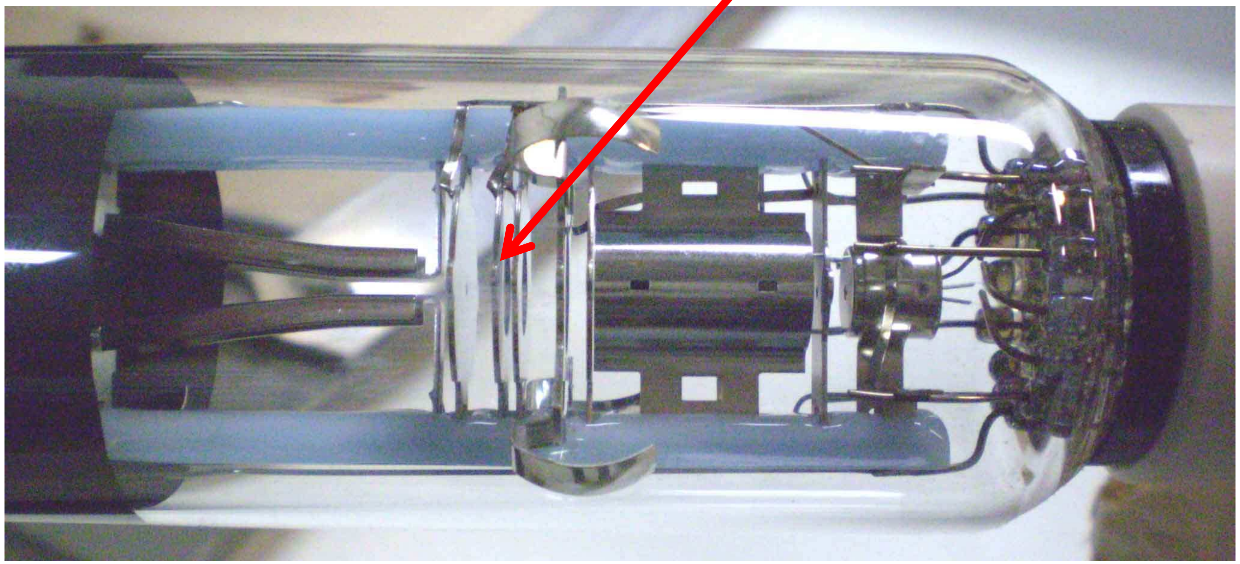




O TRC

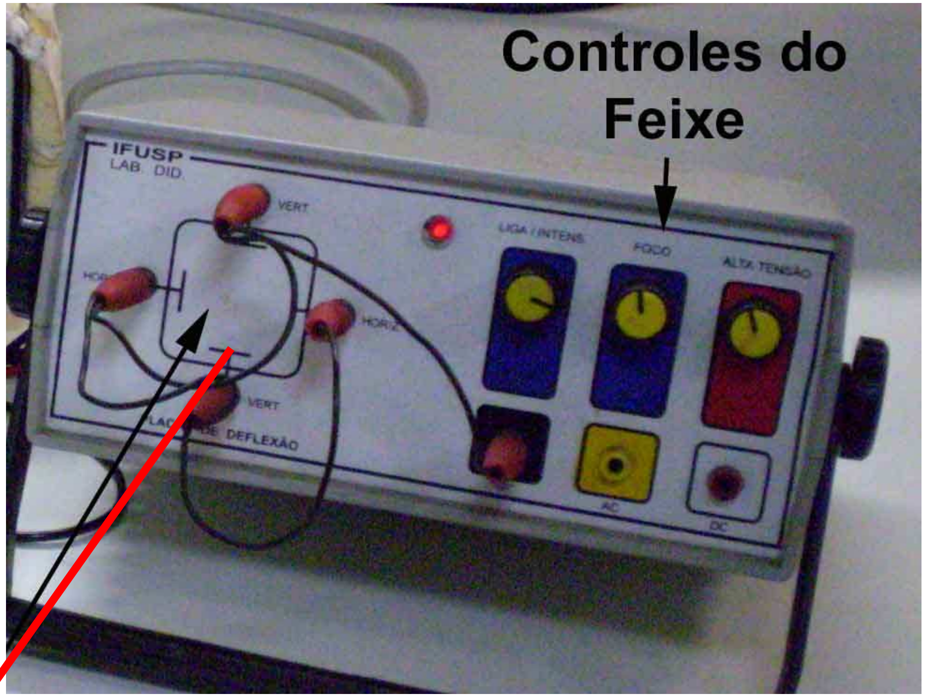
- Sistema de focalização
  - *Lentes eletrostáticas*

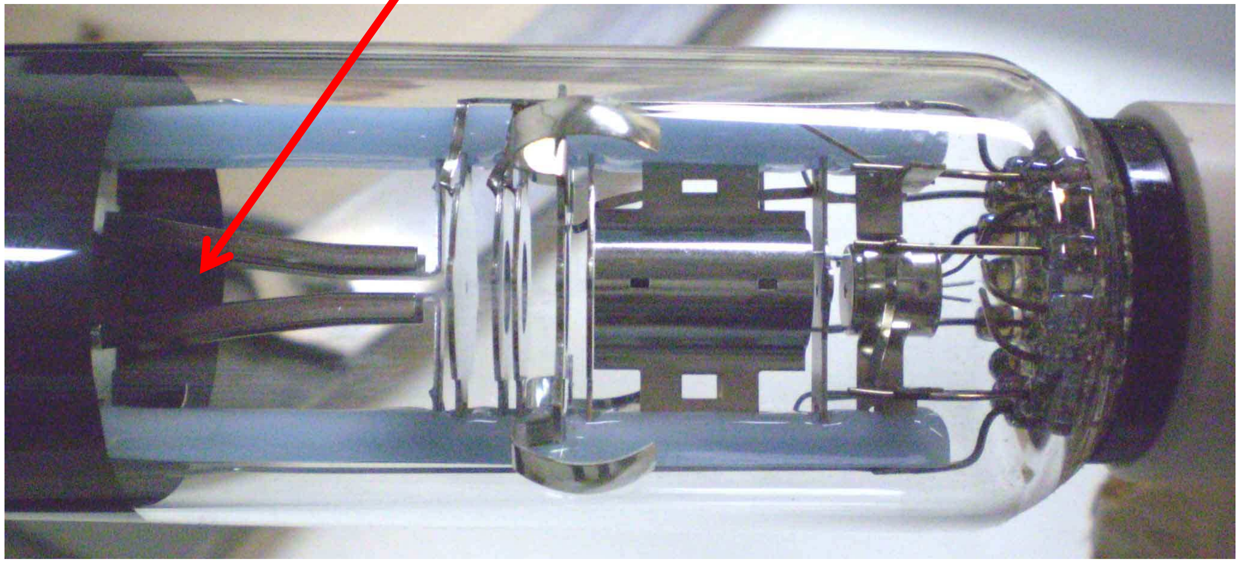




O TRC

- Controle das tensões nas placas
  - *Horizontais e verticais*
  - *Fonte externa*





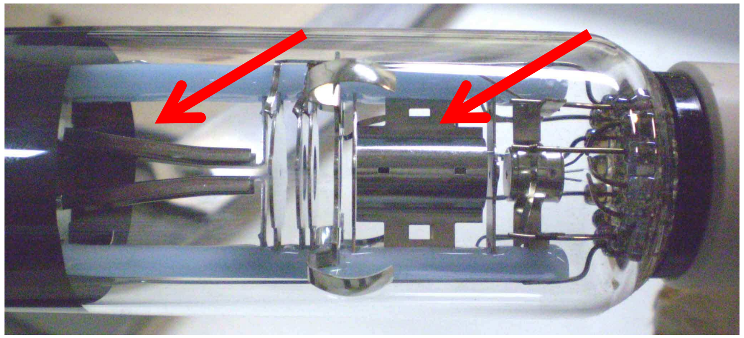
Medidas que podemos efetuar

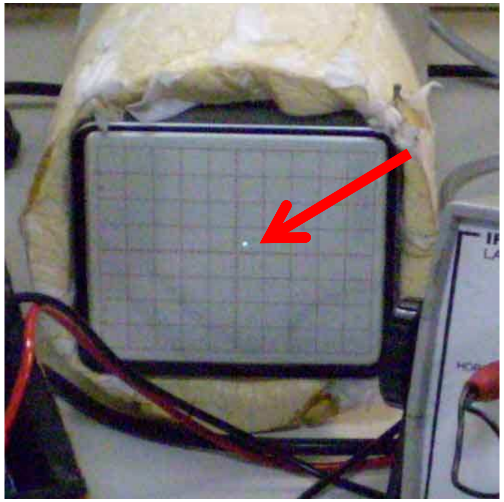
- Quais a grandezas que temos controle e que podemos medir?
  - Tensão de aceleração dos elétrons
    - Ou velocidade, facilmente calculada
  - Tensão entre as placas
    - Proporcional ao campo elétrico aplicado
- Quais as grandezas que podemos apenas medir?
  - Posição do feixe de elétrons na tela do TRC

IMPORTANTE!

Objetivos

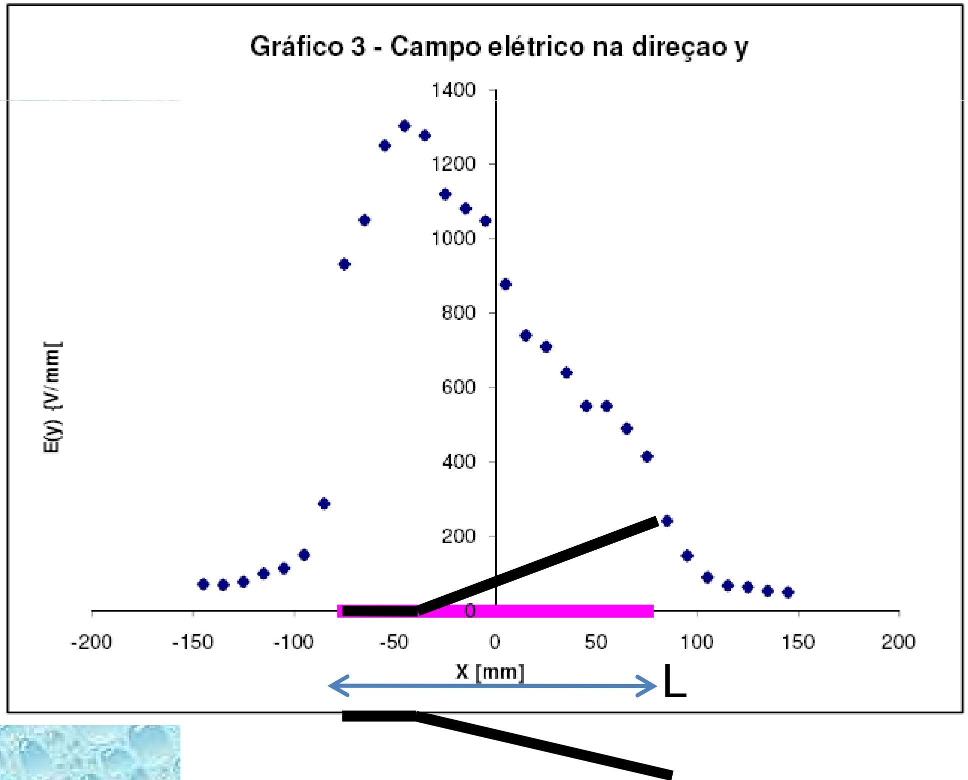
- Estudar como a deflexão (H, deslocamento do feixe) depende da tensão entre as placas (V_P) e da tensão de aceleração (V_{AC})
  - Fazer gráfico de H em função de V_P para V_{AC} fixo
  - Fazer gráfico de H em função de V_{AC} para V_P fixo
  - Tomar cuidado de escolher a variável fixa de modo a poder aproveitar toda a tela do osciloscópio

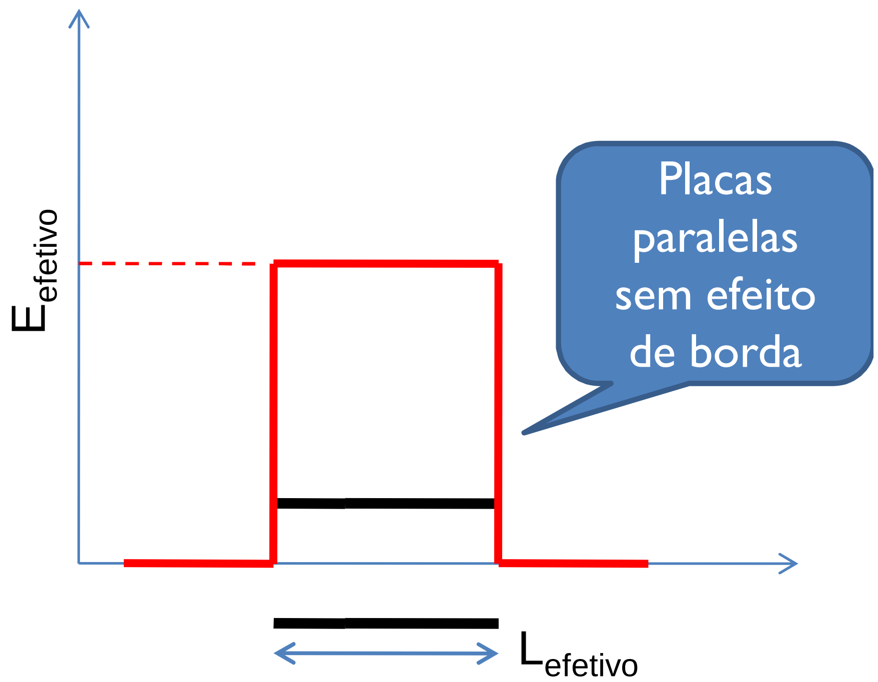




O que gostaríamos de fazer com estes dados?

- Simplificar o problema
- Podemos transformar um problema de movimento complicado em algo simples?
  - A análise dos dados desta aula pode responder esta pergunta. Como?
  - Podemos descrever as nossas placas por um capacitor ideal?
    - Qual seria o comprimento das placas e o campo elétrico efetivo? Pensem a respeito...

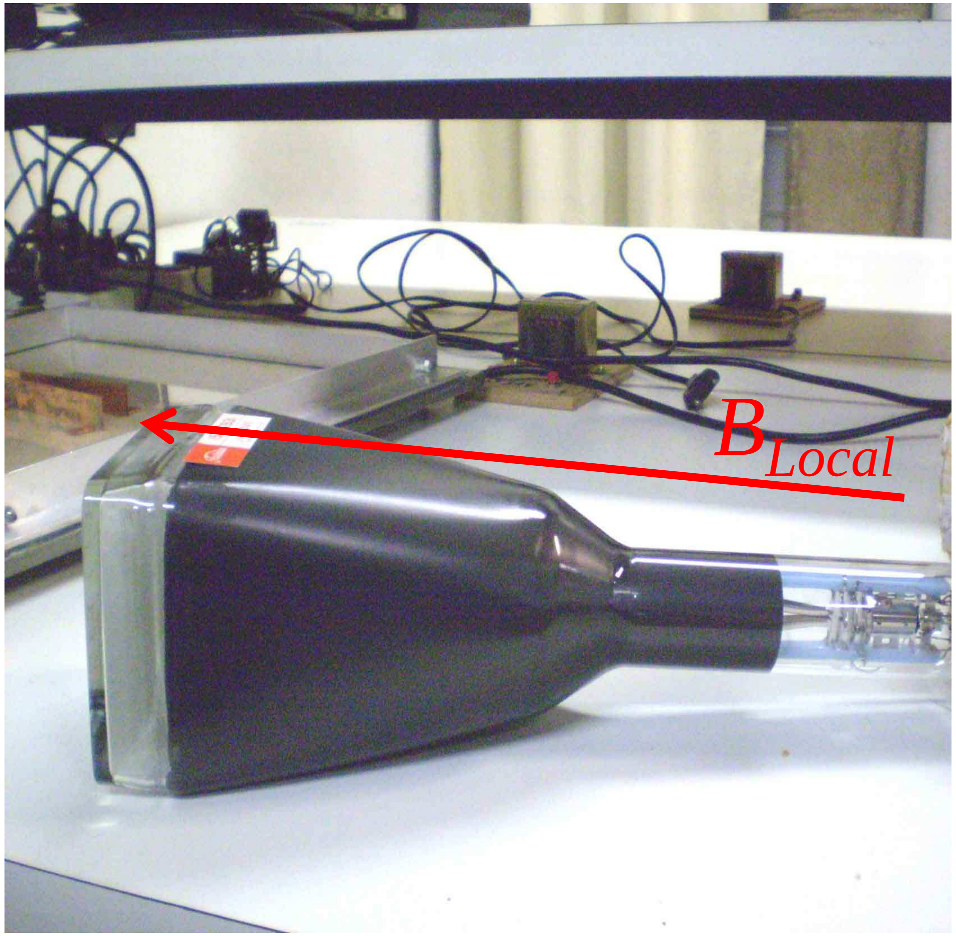




IMPORTANTE!

Um pouco do procedimento

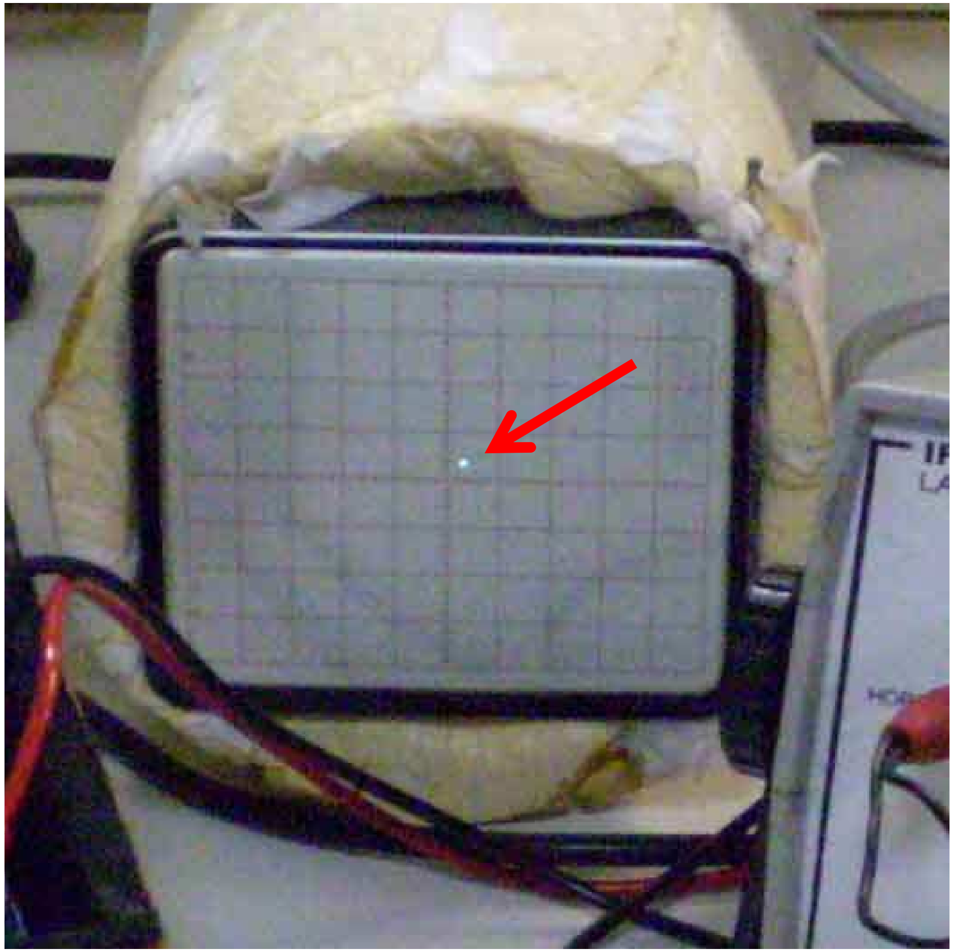
- Cuidado I
  - O campo magnético local atua no feixe (Força magnética)
  - Devemos alinhar o TRC com o campo local (usar bússola)



IMPORTANTE!

Um pouco do procedimento

- Cuidado II
  - Ligar o TRC com ZERO volts entre as placas
  - Focalizar bem o feixe e definir a origem
  - Todas medidas em relação a este ponto



IMPORTANTE!

Atividades

- Fazer gráfico teórico das equipotenciais e do campo em função de x e comparar com os dados experimentais (no mesmo gráfico).
  - Planilha exemplo no site do curso
  - Ou pode usar QField ou FEMM
- Fazer as medidas do TRC e entregar:
  - Gráfico de H em função de V_P para V_{AC} fixo
  - Gráfico de H em função de V_{AC} para V_P fixo
  - Instruções de como montar o aparato experimental estão no site do curso
  - O nosso modelo ideal é compatível com os dados? Discuta