Algumas aplicações de Termodinâmica à atmosfera

Para o Curso de Física da Poluição do Ar FAP346, 2º Semestre/2006

Prof. Américo Sansigolo Kerr
Monitora: Maria Emília Rehder Xavier

1. Lei dos gases

Uma utilização mais prática da lei dos gases para a atmosfera pede que se trabalhe com a grandeza volume específico (α = V/m, onde V é um volume e m a massa correspondente de ar), pois passamos a ter propriedades por unidade de massa ao invés de massas ou volumes definidos, o que seria inconveniente para um sistema aberto como a atmosfera. Como o ar representa essencialmente uma única mistura de gases (onde a princípio a água é o único componente que varia significativamente e interfere bastante termodinamicamente), trabalha-se com a constante dos gases para o ar (R)[1] ao invés da constante universal dos gases (R'). Vejamos como se reescreve a lei dos gases para a atmosfera:

$$PV = nR'T \qquad \text{E. 1}$$

onde n = número de moles e T = temperatura em K.
Abrindo n (massa m pelo peso molecular equivalente do ar, M), fica

$$PV = \frac{m}{M}R'T \Rightarrow P\frac{V}{m} = \frac{R'}{M}T \Rightarrow \qquad \text{E. 2}$$

$$P\alpha = RT$$

2. Variação da Pressão com a altura (aproximação hidrostática)

Considere a altura na atmosfera dada pelo eixo cartesiano z. Em uma aproximação hidrostática e dada uma variação pequena de altura, dz, a variação de pressão que se obtém para a atmosfera é:

$$dp = -\rho\, g \cdot dz \qquad ou$$
$$dp = -\frac{g}{\alpha} \cdot dz \qquad \text{E. 3}$$

sendo ρ a densidade do ar (veja que $\rho=1/\alpha$), constante dentro de dz.

3. Processo Adiabático

A movimentação de parcelas de ar no interior da atmosfera podem ser tratadas em boa aproximação como sendo um processo adiabático. Vamos estudar algumas derivações em seguida que nos serão úteis para estudarmos se uma parcela de ar que é deslocada de sua posição inicial na atmosfera irá experimentar um equilíbrio estável, instável ou neutro. Isso irá nos ajudar a compreender qual a tendência de dispersão de um poluente lançado na atmosfera, dependendo das condições de equilíbrio existente na região onde o material foi emitido.

Fixe mentalmente a imagem de uma "parcela de ar" como sendo uma bolha de ar que pode se deslocar ou ser deslocada na atmosfera como se fosse uma partícula.

[1] Até cerca de 100 km de altura, podemos considerar a composição do ar seco como sendo homogênea, como já descrevemos anteriormente, sendo possível tratá-lo como se fosse um gás com um peso molecular equivalente calculado segundo sua composição específica.

Os processos adiabáticos aqui tratados consideram o ar seco.

3.1. Taxa de variação da Temperatura com a altura

Para a 1ª Lei da Termodinâmica na atmosfera também se utiliza as variáveis calor (Q) energia interna (U) e trabalho (W) por unidade de massa, sendo expressas em letra minúscula:

$$\frac{dQ}{m}=\frac{dU}{m}+\frac{dW}{m} \Rightarrow \frac{dQ}{m}=\frac{dU}{m}+\frac{pdV}{m} \Rightarrow \qquad \text{E. 4}$$

$$dq = du + p\,d\alpha$$

Em um processo adiabático, dq = 0, portanto,

$$0 = du + p\,d\alpha \qquad \text{E. 5}$$

ou, usando que $du = c_v dT$,

$$0 = c_v dT + p\,d\alpha \qquad \text{E. 6}$$

Mas diferenciando a E. 2, temos

$$pd\alpha + \alpha\, dp = RdT \qquad \text{E. 7}$$

de onde tiramos:

$$pd\alpha = RdT - \alpha\, dp \qquad \text{E. 8}$$

Substituindo E. 8 em E.6, temos

$$\begin{aligned} 0 &= (c_v + R)dT - \alpha\, dp \Rightarrow \\ 0 &= c_p dT - \alpha\, dp \end{aligned} \qquad \text{E. 9}$$

onde usamos que $c_p = c_v + R$.
Finalmente, usando a relação hidrostática, E. 3, temos:

$$\begin{aligned} 0 &= c_p dT + \alpha\, \rho\, gdz \Rightarrow \\ 0 &= c_p dT + g \cdot dz \Rightarrow \\ \frac{dT}{dz} &= -\frac{g}{c_p} \end{aligned} \qquad \text{E. 10}$$

Esta é a taxa de variação da temperatura com a altura na atmosfera em um processo adiabático. Ela representa uma variação de aproximadamente -0,98ºC / 100m.

3.2. Temperatura Potencial

É um parâmetro conservativo para processos adiabáticos. Define-se como sendo a temperatura que uma parcela de ar terá se for trazida adiabaticamente até um certo nível de pressão que, normalmente é tomado a 1000 mb. Pode ser deduzido a partir de E. 9 e eliminando α com o uso simples da Lei dos Gases Ideais:

$$0 = c_p dT - \frac{RT}{p}dp \qquad \text{E. 11}$$

Separando primeiro as variáveis distintas em cada lado da equação e integrando-se em seguida, temos:

$$\frac{dT}{T} = \frac{R}{c_p}\frac{dp}{p} \Rightarrow$$

$$\ln T_o - \ln T = \frac{R}{c_p}(\ln p_o - \ln p) \Rightarrow \qquad \text{E. 12}$$

$$\frac{T_o}{T} = \left(\frac{p_o}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}} \Rightarrow \theta = T\left(\frac{p_o}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}}$$

Sendo a temperatura potencial normalmente simbolizada pela letra θ.

4. Análise de Equilíbrio para a parcela de ar

O equilíbrio estático de parcelas de ar que se deslocam adiabaticamente pode ser discutido a partir da comparação entre as taxas de variação de sua temperatura com a altura e a taxa de variação da temperatura na atmosfera real.

O sinal da derivada de θ em relação à altura nos fornece uma comparação imediata entre estas duas taxas de variação da temperatura. É interessante que primeiro tiremos o logaritmo da última equação em E. 12, para depois derivarmos:

$$\ln\theta = \ln T + \frac{R}{c_p}\ln p_o - \frac{R}{c_p}\ln p \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - \frac{R}{c_p}\frac{dp}{p} \qquad \text{E. 13}$$

Agora usamos a relação hidrostática E. 3,

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} + \frac{R}{c_p}\frac{g}{\alpha\, p}dz \qquad \text{E. 14}$$

Pela Lei dos Gases Ideais, $\alpha p = RT$, portanto,

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} + \frac{g}{c_p}\frac{1}{T}dz \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\theta}\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{T}\left[\frac{dT}{dz} + \frac{g}{c_p}\right] \qquad \text{E. 15}$$

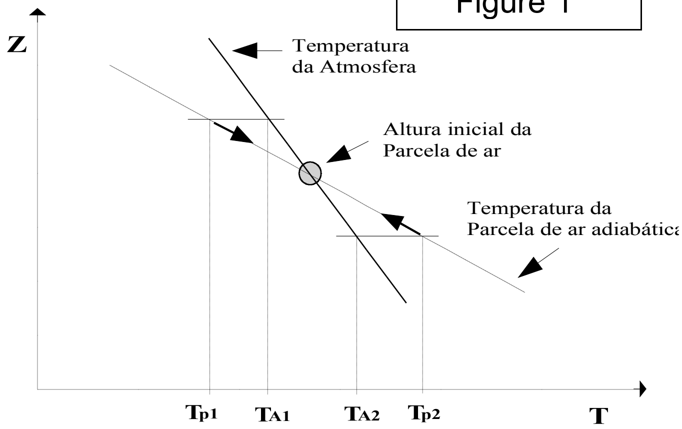
Mas usando E. 10,

$$\frac{1}{\theta}\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{T}\left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiabatico}\right] \qquad \text{E. 16}$$

Perceba que o primeiro dT/dz não tem qualquer restrição e, portanto, corresponde à atmosfera normal, enquanto o segundo termo, indexado como adiabático só vale nestas circunstâncias, descrevendo sempre o deslocamento adiabático de uma parcela. Veja que aqui E. 16 só nos interessa para comparar estas duas taxas de variação e, portanto, basta ver se dθ/dz é positivo, negativo ou nulo para saber se dT/dz é maior, menor ou igual à taxa de variação de temperatura adiabática.

Vejamos como isso nos permite analisar a estabilidade de uma parcela de ar na atmosfera.

Figure 1

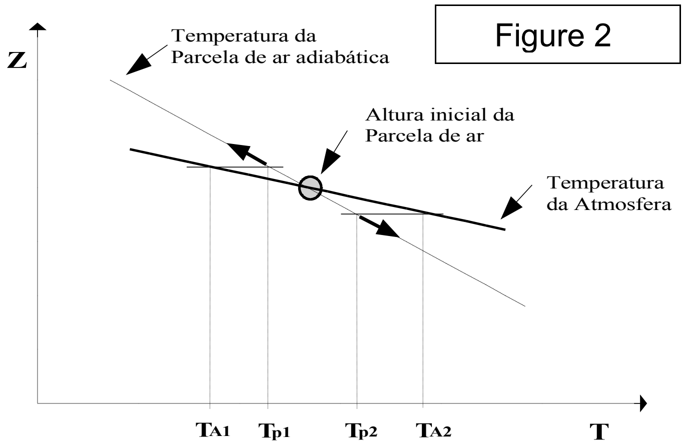


Estável $\left[{}^{d\theta}\!/_{dz} > 0\right]$

Se a parcela é empurrada para cima, temos $T_{A1} > T_{p1}$. Portanto a densidade do ar da parcela será maior que a do ar em sua volta, tornando o peso da parcela maior que o empuxo e fazendo a parcela cair de volta para sua posição inicial.

Se a parcela é empurrada para baixo, temos $T_{A2} < T_{p2}$. Portanto a densidade do ar da parcela será menor que a do ar em sua volta, tornando o peso da parcela menor que o empuxo e fazendo a parcela subir de volta para sua posição inicial.

Figure 2

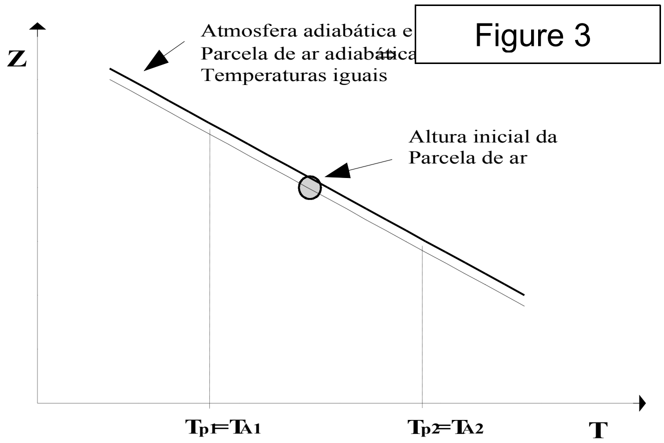


Instável $\left[{}^{d\theta}\!/_{dz} < 0\right]$

Se a parcela é empurrada para cima, temos $T_{A1} < T_{p1}$. Portanto a densidade do ar da parcela será menor que a do ar em sua volta, tornando o peso da parcela menor que o empuxo e fazendo a parcela subir continuamente.

Se a parcela é empurrada para baixo, temos $T_{A2} > T_{p2}$. Portanto a densidade do ar da parcela será maior que a do ar em sua volta, tornando o peso da parcela maior que o empuxo e fazendo a parcela descer continuamente.

Figure 3



Neutro $\left[{}^{d\theta}\!/_{dz} = 0\right]$

Neste caso $T_{A1} = T_{p1}$ e $T_{A2} = T_{p2}$, portanto, para qualquer sentido que a parcela de ar seja deslocado, haverá um equilíbrio de força entre o peso e o empuxo, de tal modo que ela ficará parada na posição para onde for deslocada.

Figure

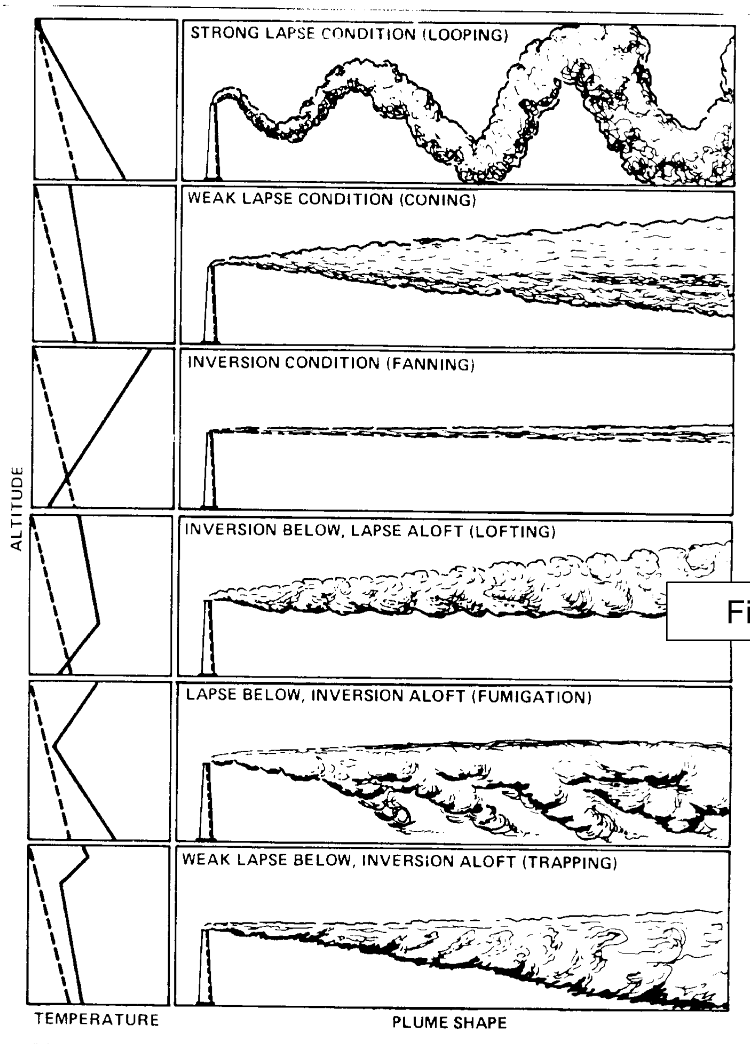


Figure 5

A figura 5 ilustra como uma pluma emitida na atmosfera pode se dispersar, conforme os perfis de temperatura indicados a esquerda de cada imagem. A linha pontilhada indica um perfil adiabático e, portanto, diz como irá variar a temperatura de uma parcela de ar que se desloque na vertical.

5. Bibliografia

Hanna, Steven R.;Briggs, Gary A.; Hosker Jr., Rayford P. (1982). Handbook on Atmospheric Diffusion, Office of Health and Environmental Research, Office of Energy Reserch, Technical Information Center, U.S. Department of Energy.

Slade, David H. - Editor (1968). Meteorology and atomic energy, US Atomic Energy Commission, Office of Information Services.

Wallace, John M.; Hobbs, Peter V. (1977). Atmospheric Science, an introductory survey, Academic Press, NY.