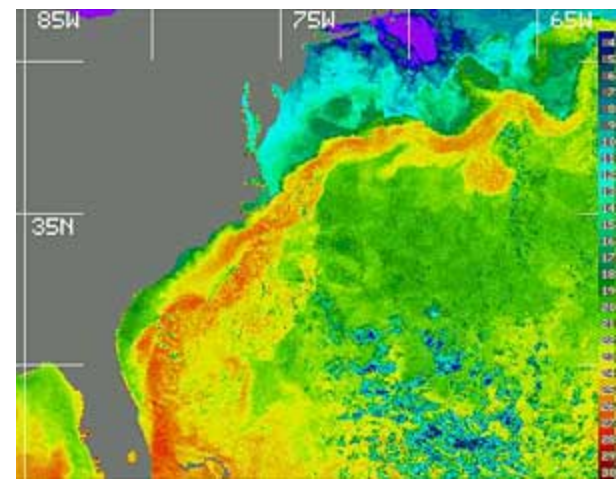


# Turbulência



# Tópicos para o trabalho final

<b>Fotossíntese</b> IAG – Humberto Rocha	Cleberson e Cesar	Jimmy e Kaue
<b>Circulação termoalina</b> IO – Edmo Campos		Carmen e Robson
<b>Fontes de energia.</b> IEE – Roberto Ziles	Amanda e Giovanni Alex e Rubens (eólica)	Celso e Fábio, tiago
<b>Fenômeno El Niño</b> IAG – Tércio Ambrizzi		Gustavo e Jeferson
<b>Ciclo do Carbono</b> IF – Paulo Artaxo	Pedro e Luiz	Jorge e Ezequías
<b>Economia do Carbono</b> IEE – Ildo Sauer		José Aldeni e Luiz
<b>Ciclos de Milankovitch</b> IAG – Márcia Yamasoe	Priscilla e Júlio Cesar	Daniel e Vitor

# Leonardo da Vinci

“Observe the motion of the surface of the water, which resembles that of hair, which has two motions, of which one is caused by the weight of the hair, the other by the direction of the curls; thus the water has eddying motions, one part of which is due to the principal current, the other to random and reverse motion.”

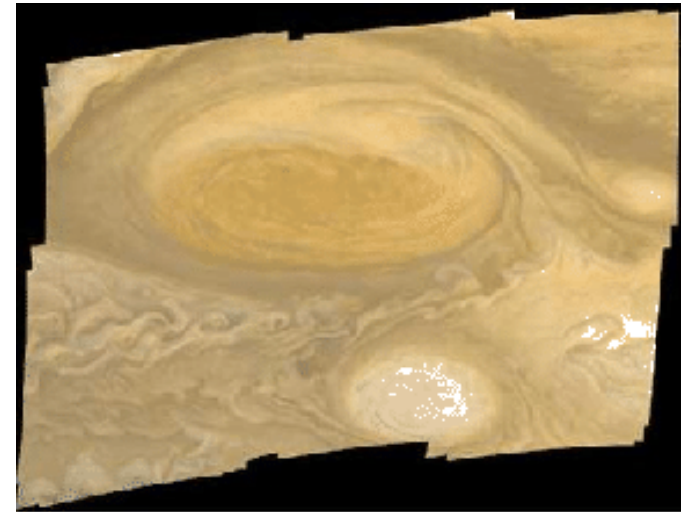
(Lumley, J.L., 1997. Phys. Fluids A, 4, 203)



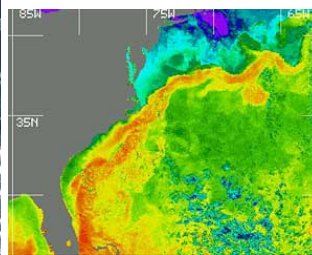
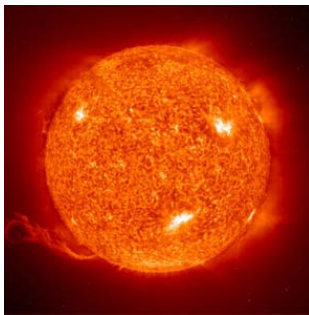
# Turbulência aparece em...

Entender ou pelo menos descrever a turbulência é importante para fenômenos diversos:

- Atmosfera
- Oceano
- Convecção em estrelas
- Meio interplanetário
- etc...



Turbulência em torno da grande Mancha vermelha de Jupiter



# Fatores Importantes

Turbulência não se mantém sozinha:

- Gradientes de temperatura
- Cisalhamento do vento

Turbulência causa:

- Aumento do transporte molecular
- Mistura parcelas do fluido



Interação entre as velocidades das parcelas dos vórtices turbulentos agem para roubar energia da grande escala para a pequena escala.

# Equações x Conhecimento

Conhecimento limitado sobre turbulência, apesar de conhecermos as equações:

– Navier-Stokes 
$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\rho^{-1} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

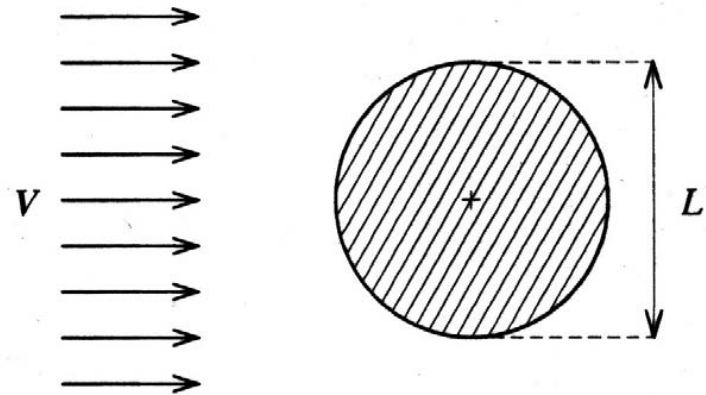
– Condições iniciais e contorno

Estas equações provavelmente contém toda a turbulência, mas é melhor olhar os fatos experimentais primeiro.

# van Dyke, 1982

O escoamento em torno de um cilindro é um problema de um único parâmetro, número de Reynolds:

$$R = \frac{UL}{\nu}$$



L é diâmetro do cilindro

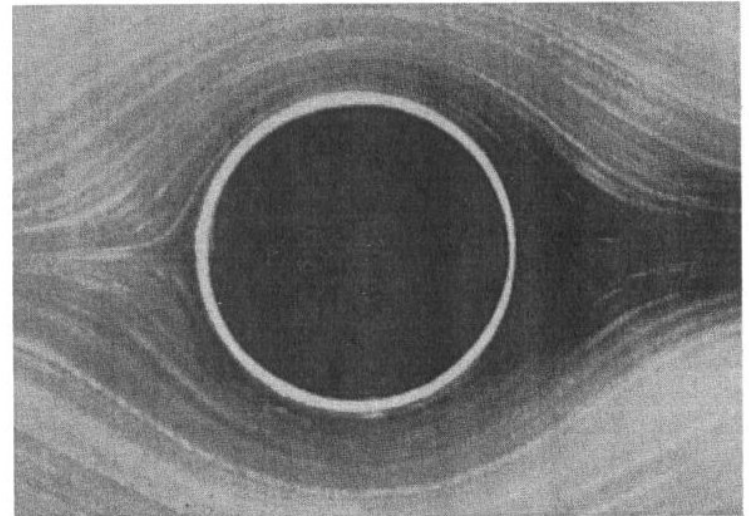
U é velocidade do fluido

$\nu = \mu/\rho$  viscosidade cinética

# Simetrias

Aparentemente, parece que o escoamento apresenta as seguintes simetrias:

- Esquerda-direita ( $x \rightarrow -x$ )
- Em cima-Em baixo ( $y \rightarrow -y$ )
- Invariância temporal ( $t \rightarrow t+\Delta$ )
- Translação espacial ( $z \rightarrow z+\Delta$ )

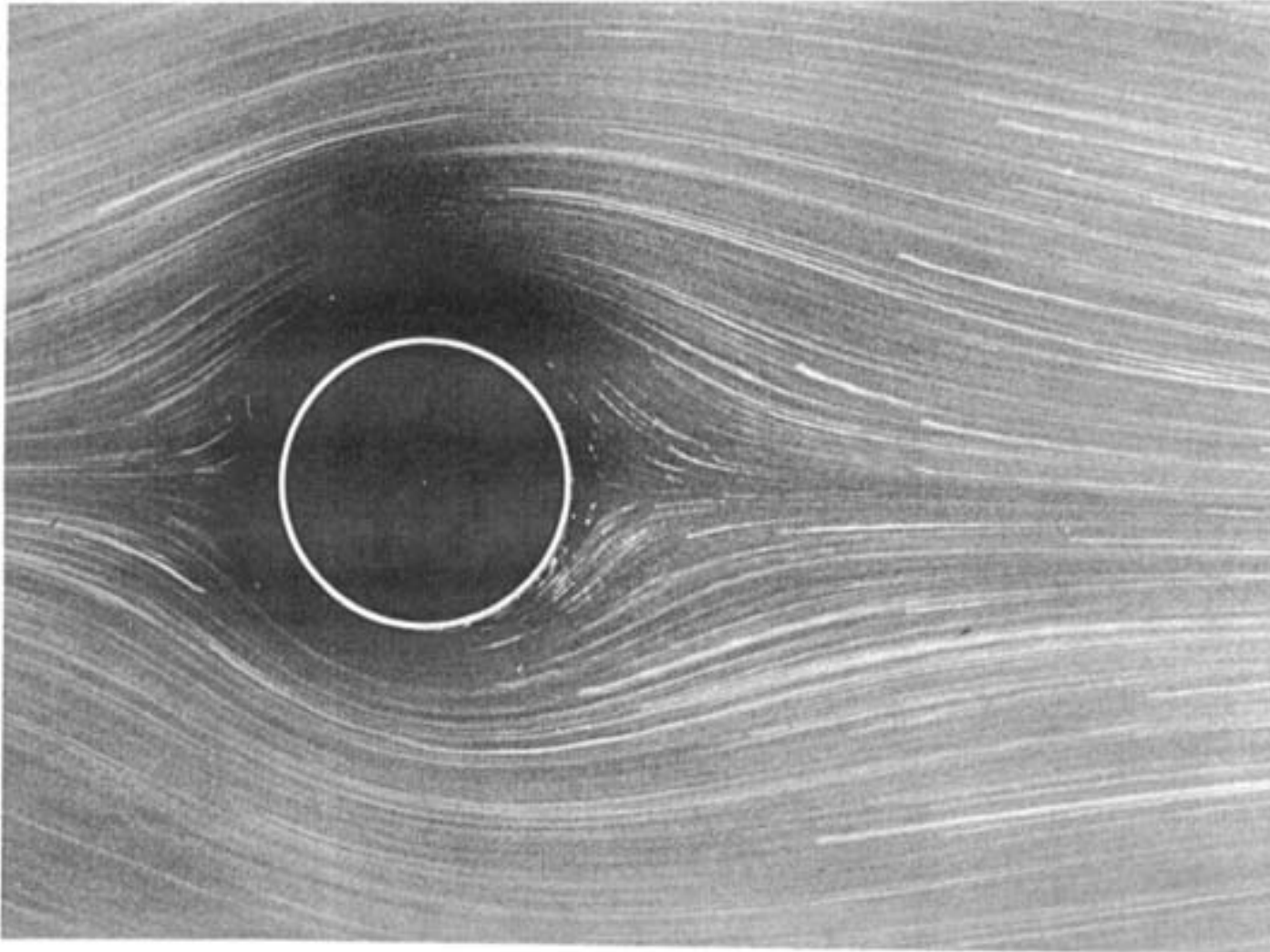


$R=0.16$

Todas (exceto 1ª) são consistentes com Navier-Stokes.



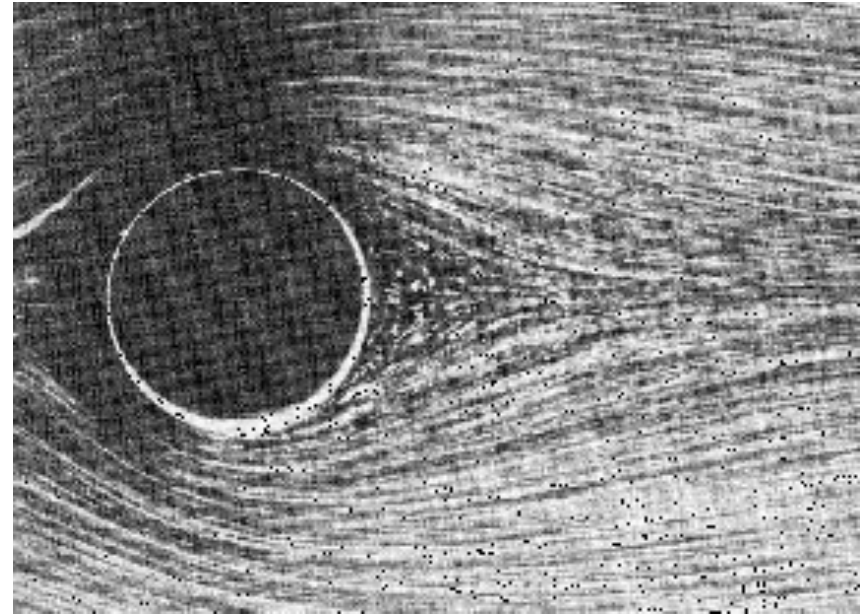
# Quebra de Simetria Esquerda-Direita



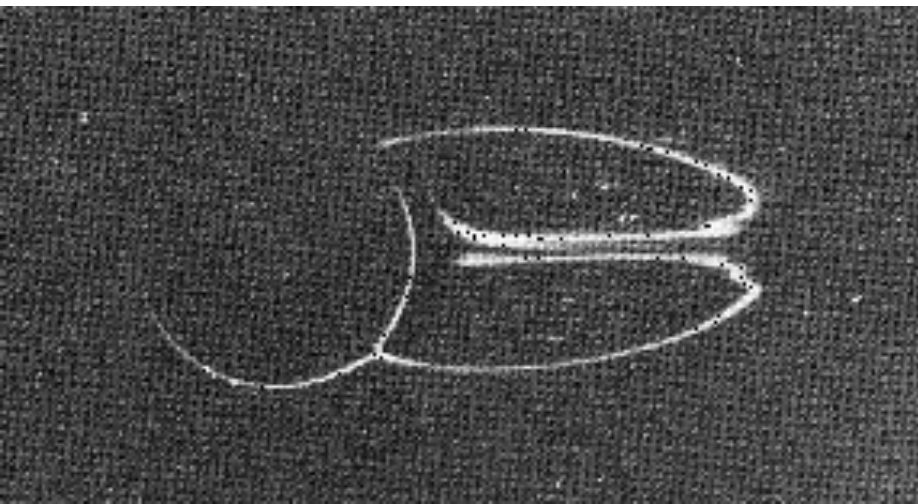
$R=1.54$

# Mudança na Topologia Formação dos vórtices

$R=9.6$



[LINK](#)

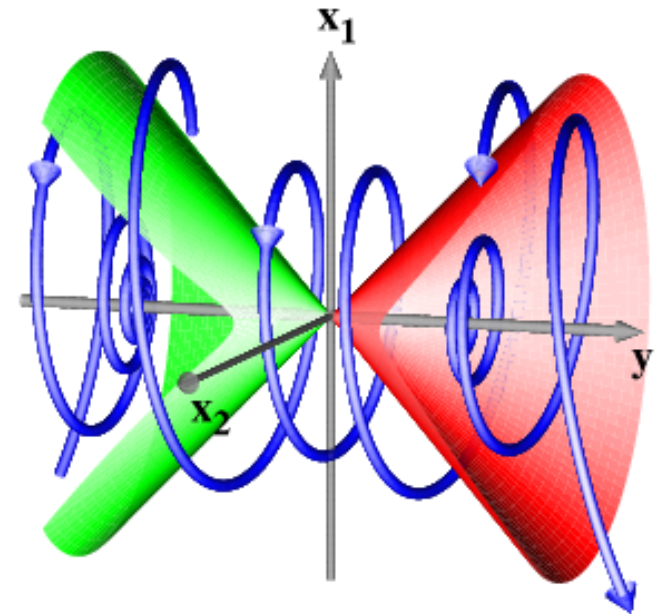
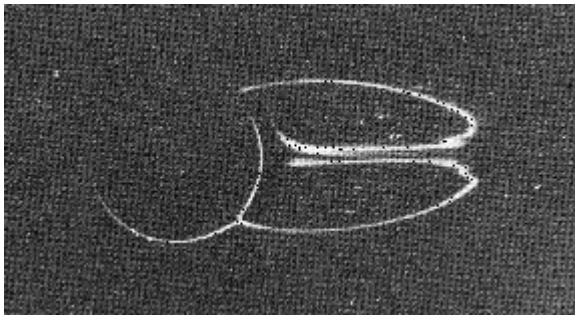


$R=28.4$

# Quebra de Simetria Invariância Temporal

Em torno de  $R \sim 30-40$  aparece a bifurcação  
(dinâmica) de Poincaré-Andronov-Hopf

Ao invés de um ponto fixo, forma-se uma  
órbita periódica.



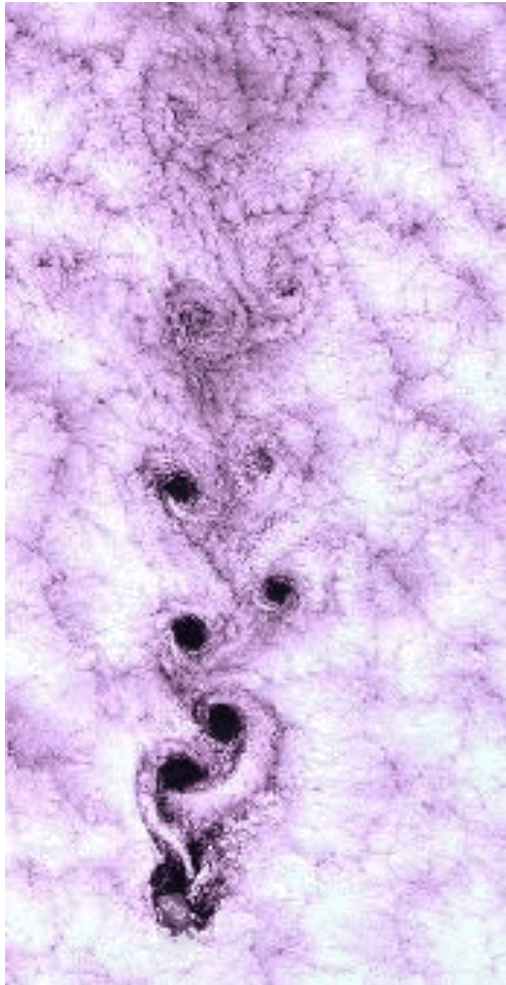
# Quebra de Simetria Translação em Z

Difícil de ver experimentalmente, mas há indicações de quebra espontânea para  $R \sim 40-75$

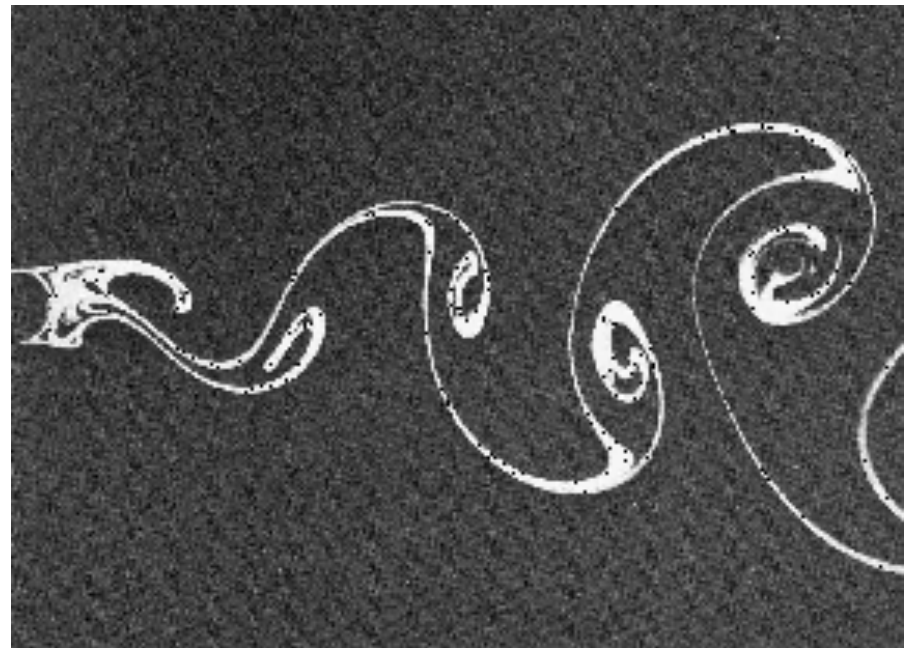
# Quebra de Simetria Translação Temporal

Não se tem um valor preciso, mas acima de um certo limite o fluxo torna-se caótico na dependência temporal.

# Quebra de Simetria Em cima – Em baixo



Para valores ainda mais altos,  
formam-se os vórtices alternados  
de von-Karman.



**R=140**

<https://www.youtube.com/watch?v=1u-Bx13PRGg>

# Caos

Também aparece caos com a interação entre vórtices, por exemplo, com vários cilindros....

Surge turbulência isotrópica e homogênea... e as simetrias, de um ponto de vista estatístico.

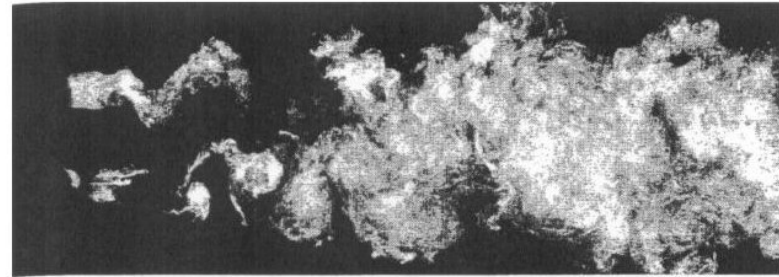


Fig. 1.10. Wake behind two identical cylinders at  $R = 1800$ . Courtesy R. Dumas.

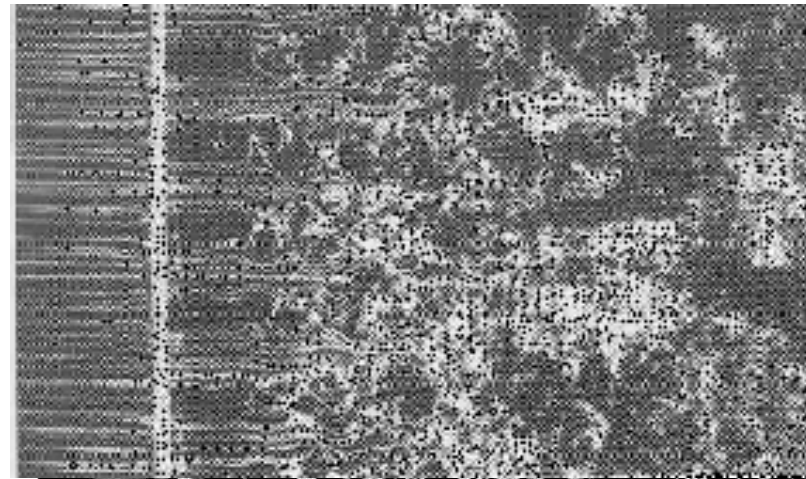


Fig. 1.11. Homogeneous turbulence behind a grid. Photograph T. Corke and H. Nagib.

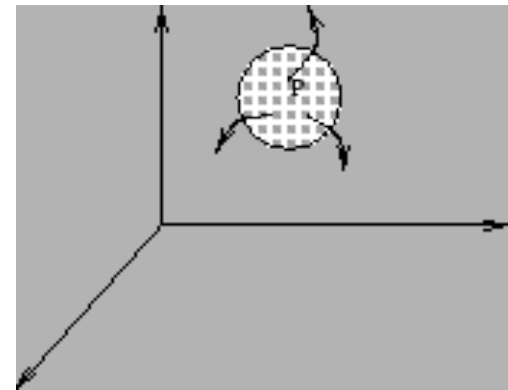
<https://www.youtube.com/watch?v=c8zKWaxohng>

[https://www.youtube.com/watch?v=hz7UjN\\_vYuw](https://www.youtube.com/watch?v=hz7UjN_vYuw)

# Características

- Imprevisível no tempo e espaço  
Sensibilidade às condições iniciais  
Turbulência é caótica mas o chaos não precisa ser turbulento
- Não linearidade advectiva  
Interação entre as diferentes escalas, através dos termos não lineares. Dinâmica interna gera o espectro
- Largo espectro em tempo e espaço  
 $L \gg l$ ,  $L$  = larga escala;  $l$  = pequena escala

$$l = \nu / U \rightarrow Re = UL / \nu \gg 1$$



# Fluido Incompressível = Vórtices

Para velocidades baixas comparadas às do som, um fluido é incompressível:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \int \mathbf{U}(\mathbf{k}, \omega) \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t] d^3\mathbf{k} d\omega$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \Rightarrow \mathbf{k} \cdot \mathbf{U} = 0$$

Os movimentos são transversais ao vetor de onda  $\mathbf{k}$ . Não há perturbações longitudinais (e.g. som) e os elementos turbulentos são os vórtices.

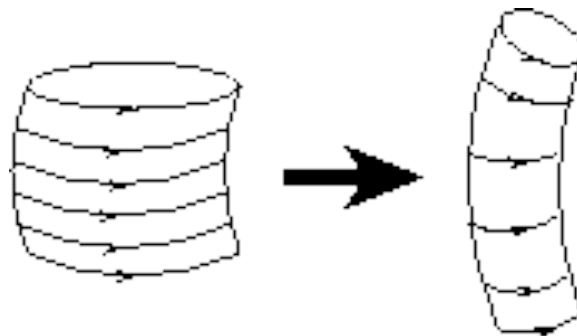
Kolmogorov fez uma analogia entre os vórtices e as moléculas em um gás em equilíbrio...



# Teoria do equilíbrio universal de Kolmogorov

- O campo turbulento de velocidades é feito de vários vórtices de diferentes tamanhos
- A energia adicionada produz vórtices grandes
- O sistema está em equilíbrio (estatístico)

Portanto os grandes vórtices tem que redistribuir a energia para os vórtices menores e etc...



# Teoria e Kolmogorov

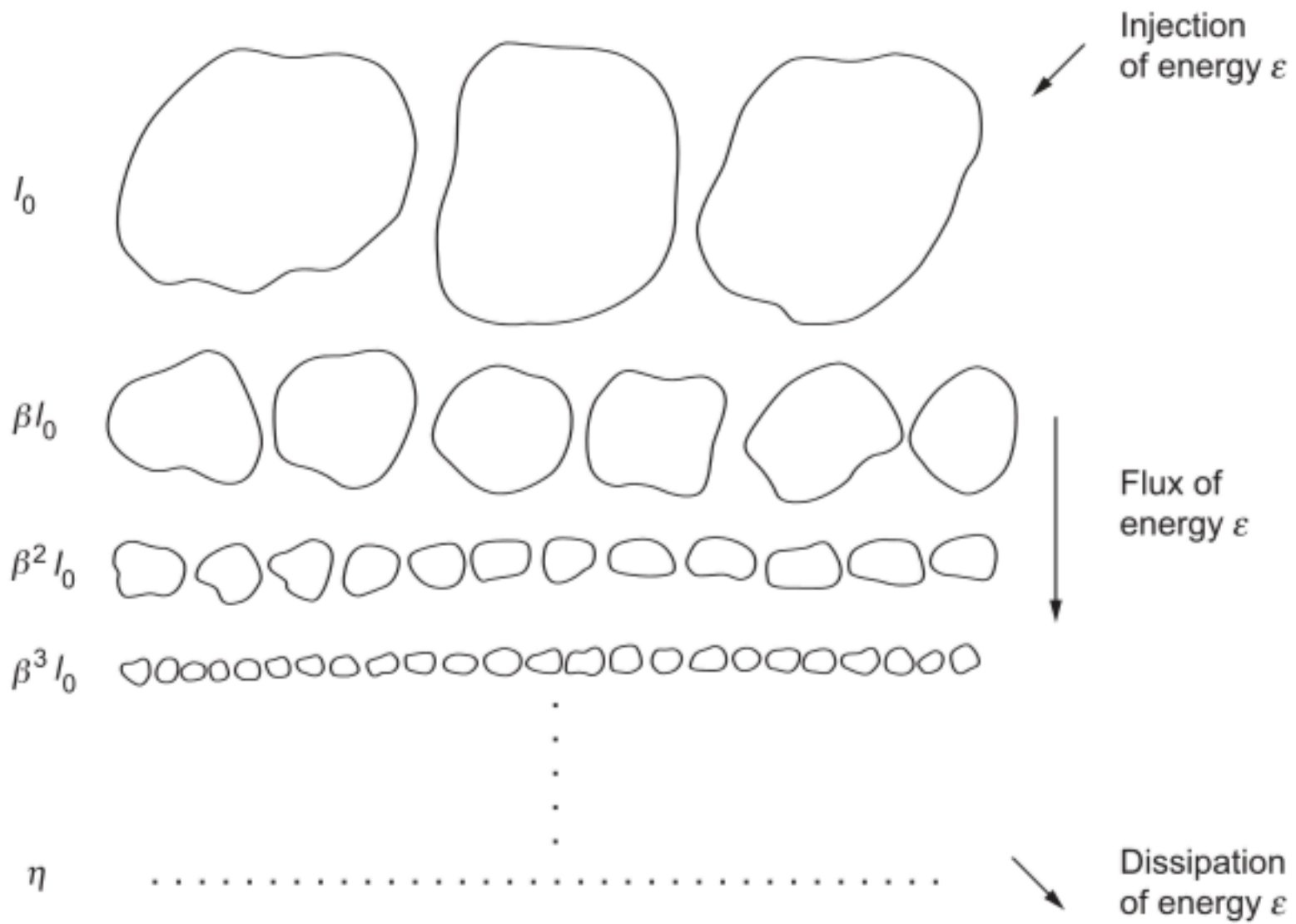
## Tamanho mínimo dos vórtices

Vórtices grandes tem número de Reynolds ( $LV/\nu$ ) grandes, pois a viscosidade não é importante.

A energia vai sendo passada para vórtices cada vez menores, até um limite:

$$l_d v_d \approx \nu \Rightarrow \text{Re} \approx 1$$

Então a energia é perdida por dissipação viscosa.



# Teoria de Kolmogorov

## Espectro de Energia

O espectro de energia deve ser limitado:

- Os vórtices maiores, de tamanho  $L$ , correspondem à números de onda mínimo  $k_L \sim 1/L$ .
- Os vórtices menores, à valores máximos  $k_d \sim 1/l_d$

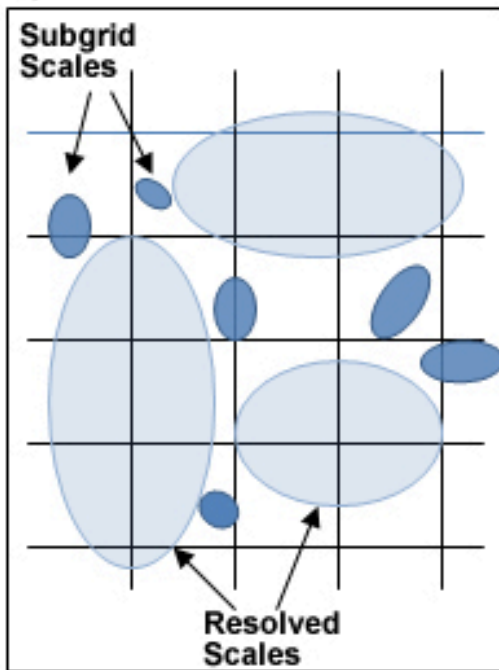
Na região inercial,  $E(k)$  vale:

$$E(\mathbf{k}) = C \varepsilon^{2/3} |\mathbf{k}|^{-5/3}$$

# Energy spectrum

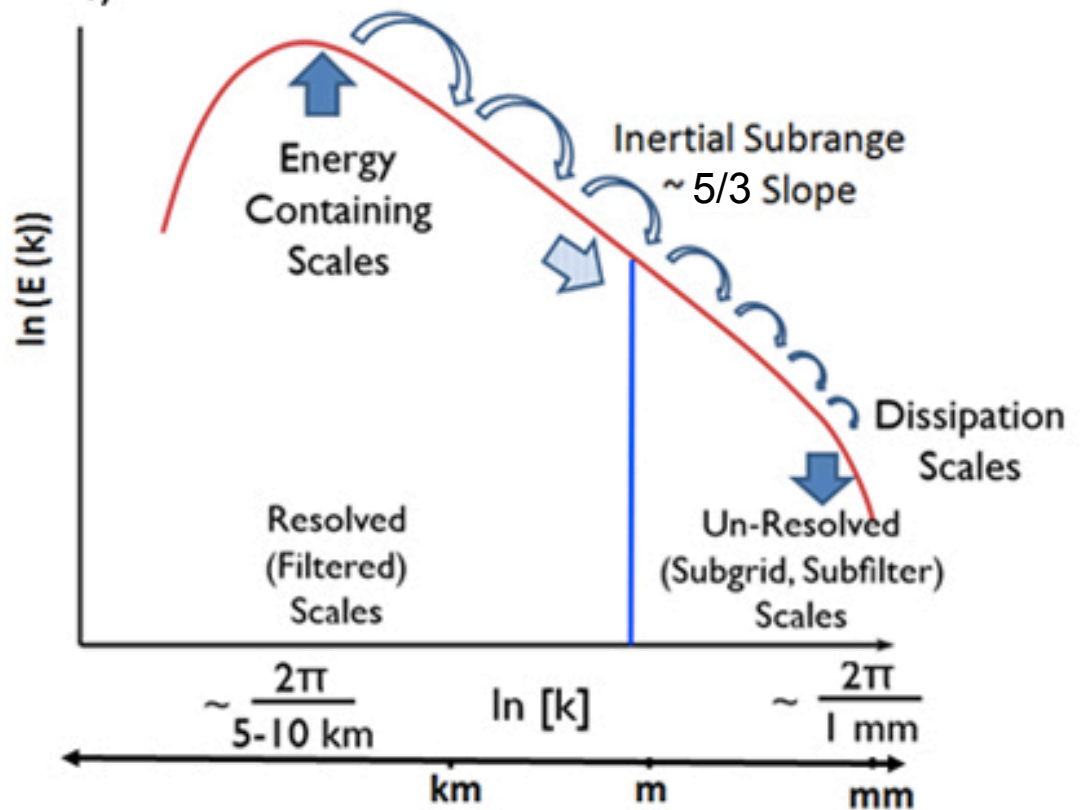
Resolved and Subgrid Scales

a)



Spectrum of Turbulent Kinetic Energy and Energy Cascade

b)



# Teoria de Kolmogorov

## Comprovação experimental

Difícil obter grandes números de Reynolds em laboratório. Primeira confirmação da teoria em 1962 por Grant, Stewart e Moilliet

Canal de ondas entre Vancouver e Continente

Monin e Yaglom (1975) mostraram que  $C$  é uma constante universal da ordem de 1.5

# Teoria Estatística

Como não é possível desenvolver uma teoria determinística da turbulência, precisamos então de uma teoria estatística baseada em propriedades médias:

Média:

- Espacial
- Temporal
- Ensemble

As diferentes média são equivalentes  
*Hipótese ergótica*

$$\mathbf{v} = \overline{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'$$

Escoamento médio

Campo turbulento

# Função de Correlação

G. I. Taylor, em 1930, revolucionou a teoria da turbulência ao introduzir a idéia da função de correlação de velocidades:

$$\overline{\mathbf{v}'(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}'(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)}$$

Para  $r=0$ , é a média de  $|\mathbf{v}'(\mathbf{x}, t)|^2$ , para  $r$  grande:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \overline{\mathbf{v}'(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}'(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)} = \overline{\mathbf{v}'(\mathbf{x}, t)} \cdot \overline{\mathbf{v}'(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)} = 0$$

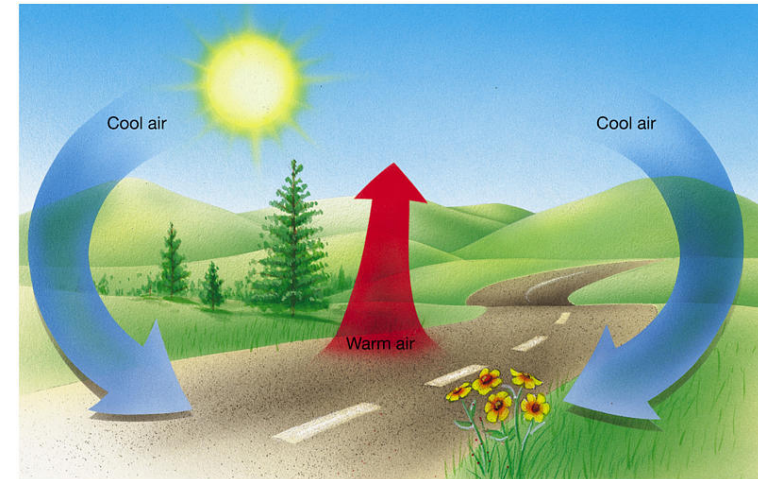
Portanto existe um comprimento de correlação da turbulência.



# Tensor de Correlação

O objetivo da teoria estatística da turbulência é determinar o tensor de correlação de velocidades em um caso particular:

$$\overline{v'_i(\mathbf{x}) \cdot v'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r})}$$



Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

Não existe uma teoria para isso, pois a turbulência é um problema em aberto na física, mas bastante progresso foi feito nas últimas décadas.